

等を行う必要がある。また強制振動を取扱い振巾や剪断応力を論じなければならないが、これについては振動初期及び非定常な外力による過渡的現象等とともに別に述べたいと考えている。

終りに種々御指導を賜わつた京都大学教授石原博士及び、実験の援助を願つた同学学生小川正信君に深謝の意を表する。

参考文献

- 1) 松村孫治：土堰堤の地震動による変形，内務省土木試験所報告，28号，昭 9.10
- 2) 1) 及び畑野正：重力堰堤に作用する地震力の影響，昭. 22, 23 年度土木学会論文集，昭 24. 3

- 3) 飯田波事：地震研究所彙報，13号昭.10, 14号昭.11, 15号昭.12, 16号昭.13, 18号昭.15.
- 4) 前掲 2) の畑野博士論文
- 5) J.R. Leslie and W.J. Cheesman: An ultrasonic method of studying deterioration and cracking in concrete structures. J.A.C.I. Sept. 1949 p. 30
- 6) 畑中元弘：突堤の自由振動について，土木学会誌，36卷10号，昭 26. 10
- 7) 鈴木武夫：動力学的基礎地質調査法，土木技術，昭. 26. 7

(昭. 27. 5. 19)

UDC 628. 22 : 532. 543

道路側溝に関する水理学的研究**

准員 石原安雄*

HYDRAULIC STUDIES OF ROAD GUTTER

(JSCE Oct. 1952)

Yasuo Ishihara, C.E. Assoc. Member.

Synopsis As an example of conduits with lateral water supply, the model tests of a road gutter were carried out and their experimental results were discussed, referring to the theoretical equations derived from the laws of energy and momentum. And the boundary conditions necessary in the solution of these equations, i.e. the position of control section and the depth of water at the end of conduits when the control section did not appear, were also discussed in details.

要旨 横から流入のある水路の1例として、道路側溝の模型実験を行い、その結果をエネルギー及び運動量の法則から導かれた理論式と比較検討するとともに、これらの理論式を解くのに必要な境界条件、すなわち Control section の位置及びそれが現われない場合の水路端の水深についても詳細に吟味したものである。

1. 緒言

道路側溝、Side spillway 等のごとく横からの流入のある水路の水理学的性質については、古くは J. Hinds¹⁾、P.W. Werner²⁾ 等の研究があり、最近は本

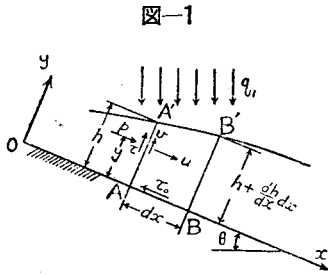
間教授³⁾、岩垣助教授⁴⁾ の路面排水の研究がある。しかし多くは理論的考察のみで、実験と比較したものは J. Hinds の Side spillway に関する研究以外はほとんど見当たらない。本文は木製モルタル仕上げの道路側溝模型で詳細に実験し、水面形、Control section の位置、雨水枘の蓋などが流れに及ぼす影響を調べるとともに、その結果をエネルギー及び運動量の法則から導かれた理論式と比較し、不等速流に対してはいずれの理論式が合理的であるかを明らかにしたものである。

2. 基礎式

座標原点を水路上流端底面上中央にとり、 x 軸を底面に沿い下流方向に、 y 軸をそれに垂直上方に、 z 軸を水路巾 W の方向にとれば、連続の条件は図-1 の記号を用いて次のごとく表わされる。

* 京都大学大学院特別研究生，工学部土木工学教室

** 昭 27. 5. 25, 土木学会第 8 回年次学術講演会にて発表



$$\int_{-W/2}^{W/2} dx \int_0^h u dy = u_m h W = q x \dots\dots\dots(1)$$

ここに、 q は水路単位長当りの横からの流入量で水路に沿い一定と考え、 u_m は断面の平均流速である。 q_1 を水路単位巾当りの q の値とし、(1) 式を2次的に書くと、

$$\int_0^h u dy = u_m h = q_1 x \dots\dots\dots(2)$$

(1) エネルギーの法則 本間教授³⁾は横から流入する水の運動のエネルギーは流入と同時に消滅し、その水面の高さに相当する位置のエネルギーだけが残るものと仮定して、(1) 式とエネルギーの不滅則とから導かれた式を2次的に書くと次のようになる。

$$\frac{dh}{dx} = \frac{gh^3 J - \frac{3}{2} \alpha h q_1^2 x - \frac{g}{C^2} q_1^2 x^2}{gh^3 - \alpha q_1^2 x^2}, J = \sin \theta \dots\dots\dots(3)$$

ここに $\alpha = \int_0^h \left(\frac{u}{u_m}\right)^3 \frac{dy}{h}$, C : Chézy の流速係数, g : 重力加速度。

(2) 運動量の法則 岩垣助教授⁴⁾は図-1 の断面 A-A', B-B' を通る水平方向の運動量の変化を考え、横からの流入水の水平方向の運動量を無視して、運動量の法則から次式を導かれた。

$$u^*2 = \frac{\tau_0}{\rho} = ghJ - gh \frac{dh}{dx} - \frac{d}{dx} \int_0^h u^2 dy \dots\dots\dots(4)$$

次に図-1 の2断面間の流水を考え、その運動量のA点のまわりのモーメントの時間的変化の割合を求めると⁵⁾、上と同様に横からの流入水の運動量を無視して、

$$\left(\frac{d}{dx} \int_0^h \rho u^2 y dy - \int_0^h \rho u v dy\right) dx \dots\dots\dots(a)$$

ところが上記流水に働く外力のA点のまわりのモーメントは、自重、静水圧 p 及び B-B 断面に働く剪断応力 τ の3つを考えればよいから、

$$\left(\frac{1}{2} \rho g h^2 J - \frac{d}{dx} \int_0^h p y dy - \int_0^h \tau dy\right) dx \dots\dots\dots(b)$$

従つて (a), (b) の両式を等しいとおき、 $p = \rho g (h - y)$ とすれば、

$$\frac{d}{dx} \int_0^h u^2 y dy - \int_0^h u v dy = \frac{1}{2} g h^2 \left(J - \frac{dh}{dx}\right) - \frac{1}{\rho} \int_0^h \tau dy \dots\dots\dots(5)$$

ここに v は Euler の連続の式から次のごとく表わされる。

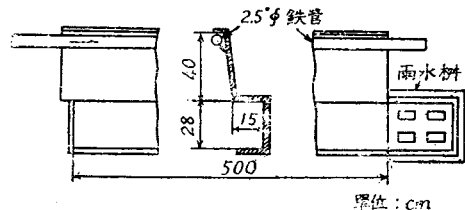
$$v = - \int_0^y \frac{\partial u}{\partial x} dy \dots\dots\dots(6)$$

(3) 基礎式の検討 (4), (5) の両式は同じ力の釣合関係から求められたもので、これらを連立的に解くことが必要である。しかし現在のところ、このような不等速流における流速及び剪断応力の分布を、 x, y の関係式として普遍的に表わすことは困難である。それで (4), (5) の両式を厳密には解きにくい、今の場合流況には急激な変化はなく、完全層流または完全乱流の領域内では、分布形式の x についての変化は微小であると考えられる。従つてここでは近似的な方法として、測定に困難な剪断応力のはいつた (5) 式をさけ、実測値を参照して流速の分布形式を仮定し、(4) 式のみを用いることにする。一方 (3) 式では特に損失項の係数 g/C^2 が問題となるが、不等速流の場合は実測が困難であるから、結局この係数は実験結果に合うように適当に定める必要があり、また (3) 式では (4), (5) 式のように流体内部の運動や底面に沿う摩擦力の分布などを詳しく論ずるわけにはゆかない。以上の考察によつて、こうした不等速流を詳細に論ずるには、エネルギーの法則よりも運動量の法則によつた方がより合理的であると考えられる。

3. 実験装置及び実験方法

(1) 実験装置 京大工学研究所内に図-2 に示す側溝模型を作製し、その表面はすべて 1:1 モルタルで仕上げを行つた。水路下流端には雨水枡をとりつけ、

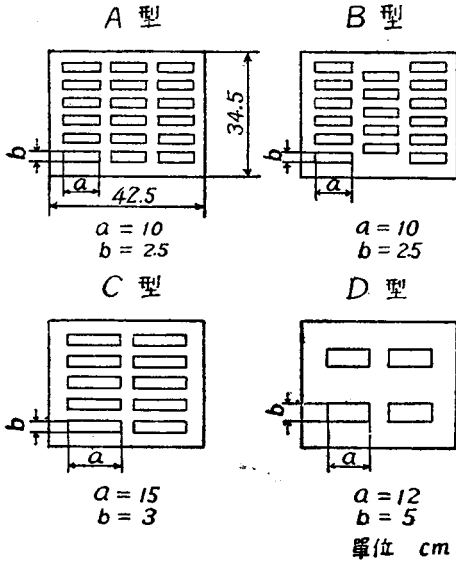
図-2 実験水路
Conduit of model



その側方の孔から水が流出するようにした。図-3 は使用した雨水枡の4型式 A~D を示したものである。水の供給は、全長にわたり 2 cm 間隔に 2 mm φ の小孔をあけた 2.5'' φ の鉄管を路面上端に側溝に平行に設置して行つた。この鉄管を除いた全装置は、ジャッキで勾配を任意に変えられるようにした。

(2) 実験方法 実験は A~D の 4 つの蓋及び無蓋の場合の 5 つの下流条件につき, 勾配を $-0.001, 0.001, 0.002, 0.0036, 0.0086, 0.0129$ の 6 種類, 流量を下流端における全流量で表わして $0.474 \sim 3.72$ l/sec に

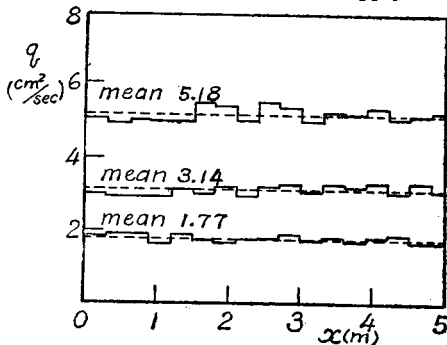
図-3 蓋の型式
Types of lids of trap



変化して実施した。流量は樹から流出する水を流量測定箱に受け, 実験の前後 3 回ずつ測定して平均した。また長さ方向の流量の分布は各測定ごとに鉄管の長さ 30 cm (15ヶの孔) から出る水量を測定して検査した。図-4 はその 1 例で, 分布は多少不均一であるが, 水は鉄管から流出してから路面上を約 30 cm 流下した後側溝に入るから, 大体一様に分布するとみてよいだろう。

図-4 長さ方向の流量分布

Discharge distributions of lateral supply water



水深の測定には $1/10$ mm 読みのポイントゲージを用いた。また流速分布は無蓋の場合に上流端より 1, 2.6, 4m の断面で水桶中央においてピトー管を用いて測定した。なおすべての測定の前後に水温を測定して平均し, そのときの水温とした。

4. 実験結果とその考察

(1) 流速分布について 本実験のような場合には, 上流端で流速は零であるから, 上流から下流に向つて層流より遷移領域を経て乱流にまで変化するはずである。図-5 は実測の 1 例で, $x=1$ m のものは層流, 他は遷移領域あるいは乱流の分布形式を示していると推察される。次に乱流の分布形式と推察されるものについて $\log_{10}(y/h)$ と u との関係を示した 1 例が図-6

図-5 流速分布 ($J=0.001$)

Velocity distributions ($J=0.001$)

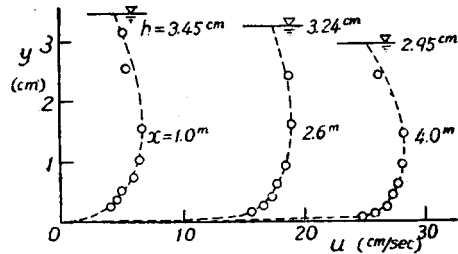
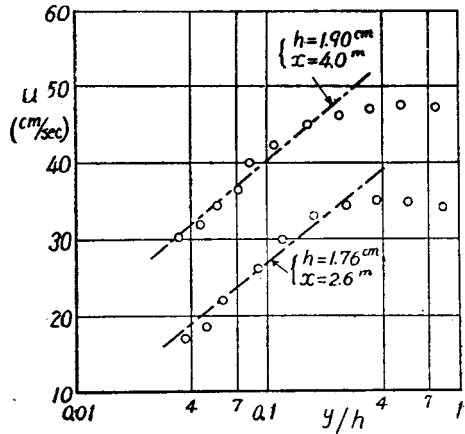


図-6 乱流の速度分布 ($J=0.0129$)

Velocity distributions of turbulent flow ($J=0.0129$)



である。そこで速度分布について考えてみる。下流端附近を除いては水面勾配に急激な変化がなく, またインキを流して調べたところ横からの流入水はその落下附近を除いては, ごく表面附近を流れていることがわかった。以上の 2 点から底面附近の流れは平行平板間あるいは円管内の壁面附近の流れと根本的な相違があるとは考えられない。従つてこの附近では円管などに成立すると同じ対数法則が成立すると仮定してよい。図-6 で底面附近の $\log_{10}(y/h)$ と u とが直線関係にあるのは, 上の考察が正しいことを実証するものと思われる。次に $y=h/3$ 附近以上の部分でこの対数法則に従わないのは, 流入水が絶えず上の部分に入りこ

み、常に充分加速されない状態で流れているためと考えられ、実際に最大流速を示すのは $y=h/2$ 附近であることが実測からわかつた。

以上述べたことから、乱流に対する流速分布式として、不連続ではあるが流量の実測値と等しくなるように考慮して、2次元的に次の流速分布式が一般に成立するものと仮定しよう。

粗度が影響しない場合に対して

$$\left. \begin{aligned} \frac{u'}{u_*'} &= b \log_e \frac{au_*'y}{\nu}; & y < \frac{h}{3} \\ \frac{u_0'}{u_*'} &= b \log_e \frac{au_*'h}{3\nu}; & \frac{h}{3} \leq y \leq h \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

粗度が影響する場合に対して

$$\left. \begin{aligned} \frac{u'}{u_*'} &= b \log_e \frac{cy}{k_s}; & y < \frac{h}{3} \\ \frac{u_0'}{u_*'} &= b \log_e \frac{ch}{3k_s}; & \frac{h}{3} \leq y \leq h \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

ここに“ $'$ ”は2次元的な流速を示し、 $b=1/k=1/0.4$ 、 $a=9.025$ 、 $c=30$ 、 k_s はEquivalent roughnessでKeulegan⁶⁾がBazinの実験からモルタル面に対して求めた値0.014 cmを使用する。

次に3次元的な影響を示すために、Keulegan⁶⁾や石原教授等⁷⁾の研究にならつて径深 R を用いると、(4)式は3次元の場合次のごとくことができる。

$$(W+2h)u_{R*}^2 = ghW \left(J - \frac{dh}{dx} \right) - \frac{d}{dx} \int_{-W/2}^{W/2} dz \int_0^h u^2 dy \dots\dots\dots (4')$$

ここに u_{R*} は潤辺に沿うての平均的な摩擦速度を表わす。また式(1)は径深 R を用いて次のように表わせると仮定する。

$$Q = W u_m h = \int_{-W/2}^{W/2} dz \int_0^h u dy = (W+2h) \int_0^R u' dy \dots\dots\dots (1')$$

これと同様に(4)'式右辺第2項を次のように仮定する。

$$\frac{d}{dx} \int_{-W/2}^{W/2} dz \int_0^h u^2 dy = \frac{d}{dx} \left\{ (W+2h) \int_0^R u'^2 dy \right\} \dots\dots\dots (c)$$

(a) 粗度が影響する場合: (1)'式に(7)式の h 及び u_*' をそれぞれ R, u_{R*}' として代入して計算すると、

$$3 \log_e \frac{au_{R*}' \cdot R}{3\nu} = \frac{3\nu}{au_{R*}' \cdot R} \cdot \frac{aQ_1}{b\nu} + 1, \dots\dots\dots (d)$$

ここに $Q_1 = Q/W = q_1 x$ 。

(d)式は $\log_{10} \frac{aQ_1}{b\nu}$ が2.5~7の範囲で次式で近似できる。

$$u_{R*}' \cdot R / \nu = 0.1348 (Q_1 / \nu)^{0.9} \dots\dots\dots (9)$$

さらに(c)式を上と同様に(7)式を用いて計算し、(4)'式に代入した後、(9)式を用いて u_{R*}' を消去すれば次式を得る。

$$\frac{dh}{dx} = \frac{gh^3 J - \left(2 + 1.8 \times 0.06313 \left(\frac{\nu}{Q_1} \right)^{0.2} \left(1 + \frac{2h}{W} \right)^2 \right)}{gh^3 - \left\{ 1 + 0.06313 \left(\frac{\nu}{Q_1} \right)^{0.2} \right\} h q_1^2 x - 0.01818 \left(\frac{\nu}{Q_1} \right)^{0.2} \left(1 + \frac{2h}{W} \right)^3 q_1^2 x^2} \times \left(1 - \frac{4h^2}{W^2} \right) q_1^2 x^2 \dots\dots\dots (10)$$

(b) 粗度が影響する場合: 前と同様に(8)式を用いて(1)'式を計算すると、

$$u_{R*}' = \frac{Q_1}{h b f}, \text{ ここに } f = \log_e \frac{cR}{3k_s} - \frac{1}{3} \dots\dots\dots (11)$$

次に(c)式を計算して(4)'式に代入し、(11)式を用いて u_{R*}' を消去すると次式を得る。

$$\frac{dh}{dx} = \frac{gh^3 J - 2 \left(1 + \frac{5}{9f^2} \right) h q_1^2 x - \frac{1}{b^2 f^2} \left(1 + \frac{2h}{W} \right) q_1^2 x^2}{gh^3 - \left\{ 1 + \frac{5}{9f^2} + \frac{10}{9f^3} \left(1 + \frac{2h}{W} \right)^{-1} \right\} q_1^2 x^2} \dots\dots\dots (12)$$

(2) Control section が現れない場合

この場合には(10)あるいは(12)式を積分するときの境界条件は下流端で与えられなければならない。無蓋の場合の実測値から下流端における Q_1 と h_0 との関係を見ると勾配に無関係に $Q_1 = 40.76 h_0^{1.628}$ が成立することがわかつた。しかしこの式で与えられる水深は限界水深以下であるから境界条件として用いるには不適當である。次に図-7は下流端水路単位巾当りの流量 Q_1 と h, x の関係を蓋の型式をパラメーターとして示したものである。この図から蓋の影響が下流端附近では相当にあるが、 $x=3.5$ mより上流はその影響をほとんど受けないことがわかる。そこで無蓋の場合、下流端から5cm上流の水深と流量との関係を図示したのが図-8(a)であるが、これを勾配に無関係に前と同様 $Q_1 = A h_0^m$ の形と仮定してよいものとすれば、

$$Q_1 = 26.33 h_0^{1.616} \dots\dots\dots (13)$$

同様に、同じような型式の蓋A, B及びCに対しては、孔の始端から上流5cmの点において(図-8(b)),

$$Q_1 = 22.11 h_0^{1.824} \dots\dots\dots (14)$$

型式Dの蓋に対しては8cmの点で(図-8(c)),

$$Q_1 = 17.24 h_0^{2.091} \dots\dots\dots (15)$$

次に図-9は実測水面形と計算水面形との比較を行ったものである。図において、aは流量が大で粗度の影響があると考えられる場合($x=4.9$ mにて $u_{R*}' \cdot k_s / \nu = 2.67$)で(12)式を、bは粗度の影響がきいていな

図-7 Q_1, h 及び x の関係 ($J=0.001$)
Relations between Q_1, h and x ($J=0.001$)

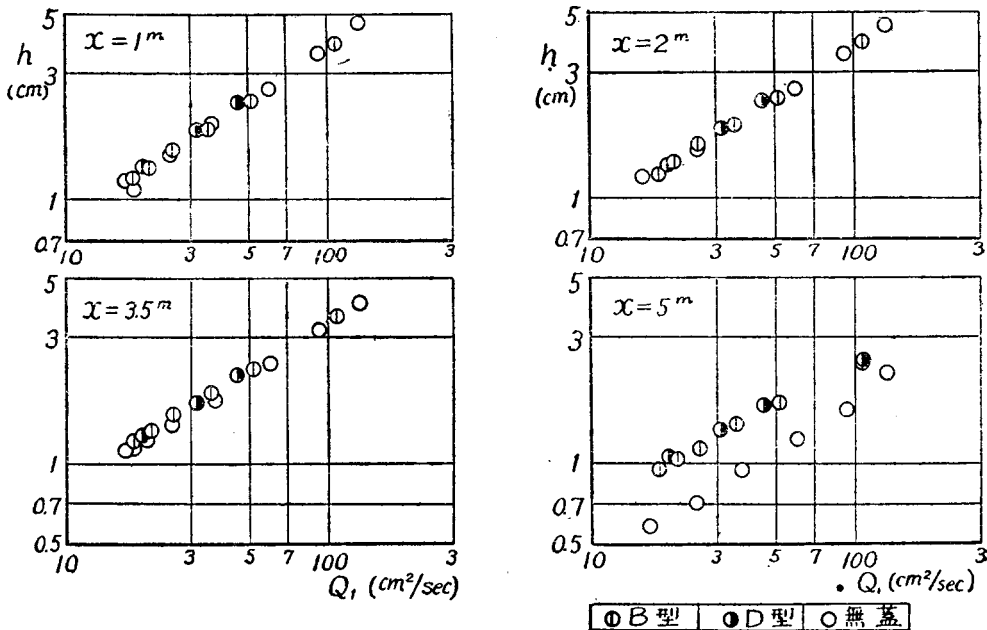


図-8 Q_1 と h_0 との関係
Relation between Q_1 and h_0

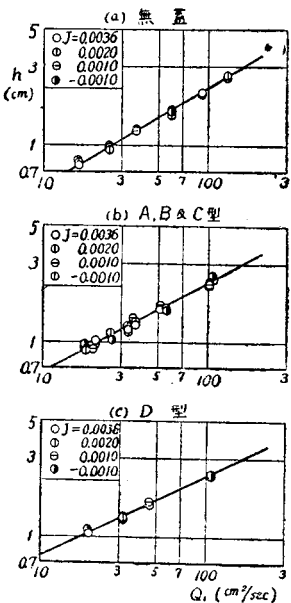
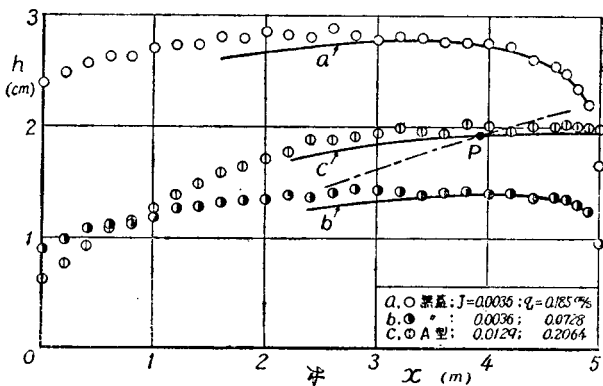


図-9 実測及び計算水面形
Experimental and calculated surface profiles



いと考えられる場合 ($x=4.9\text{ m}$ にて $u_R \cdot h_0 / \nu = 1.93$)
で (10) 式を用い、 $x=4.9\text{ m}$ の実測水深* を境界条件として数値積分した値である。上流側で実測値に合

* 実測水深のない場合は、(13), (14) あるいは(15) 式を用いよ。

われないのは、実際上は上流側で層流に遷移するにかかわらず、すべて乱流に対する式を用いたためと考えられる。なお τ_0 及び u_m はそれぞれ (9) または (11) 式と (1)' 式から容易に計算される。

(3) Control section が現われる場合 上に述べた乱流に対する式 (10) 及び (12) はともに次の形に表わすことができる。

$$\frac{dh}{dx} = \frac{gh^3 J - \eta h q_1^2 x - \zeta q_1^2 x^2}{gh^3 - \xi q_1^2 x^2} \dots\dots\dots(e)$$

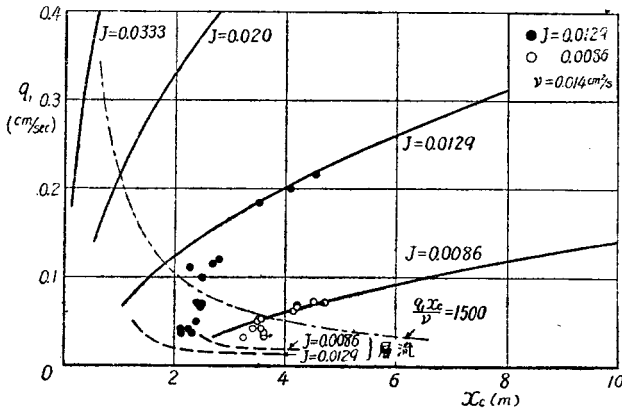
この式で分子及び分母をそれぞれ 0 とおいた2式

から h を消去して, Control section の位置 x_c と J, q_1 との関係を求めると,

$$x_c = \frac{\xi \eta^3 q_1^2}{g(J\xi - \zeta)^3} \dots\dots\dots (16)$$

この式から計算した結果によると大体 x_c と q_1 は比例し, x_c と J とは逆比例することがわかる。次に (12) 式について (16) 式を計算した結果を, 層流の場合⁴⁾ とともに図示すると 図-10 になる。図に点描した点は式の限界水深を用いて実測値から x_c を求め

図-10 x_c, q_1 及び J の関係
Relations between x_c, q_1 and J



たものであり, Reynolds 数の大きい場合には理論値によく一致し, 小さい場合は次第にはなれて層流の場合の曲線に漸近するようである。このように乱流の場合は, x_c が q_1 の増大とともに大になり, 層流の場合⁵⁾, 巾の拡がる水路⁶⁾ とその関係が逆である。従つて Control section の位置と流量との関係は定まつたものでなく, 流れの条件によつて変化することがわかる。なお 図-9 の c は Contron section P が現われた場合について, (12) 式を用いて計算した結果と実測値との比較を行つたものである。

5. 結 論

以上横から流入のある水路の 1 例として道路側溝に関する理論的実験的考察によつて次の諸点を明らかにすることができた。

(1) 雨水弁の蓋の形状は孔の面積 (特に上流側) が変らなければ, ほとんど流況に影響を及ぼさない。また Control section が現われない場合の境界条件を実験的に定めることができた。

(2) Control section の位置は, 横から流入があつて乱流の場合には, 流量の増大とともに下流方向に移行する。しかし一般的には Control section の位置と流量との関係は流れの条件に支配され, 定まつた傾向をもつものではない。

(3) このような不等速流を取扱う際には, エネルギーの法則より運動量の法則を用いるのが, 問題を詳細にかつ合理的に論ずることができる。しかして運動量の法則を用いて本問題を解き良好な結果を得た。

さらに横から流入のある水路について研究を進めれば, 流水による土壌侵蝕の研究と相まつて, 例えば山腹における Gulley の発達などの問題が解明できると信ずる。

本研究は文部省科学研究費による研究の一部であり, 京大教授石原博士並びに岩垣助教授に終始御指導を賜わり, 家原俊二, 杉原清の両君に実験並びに計算を手伝つていただいた。ここに当局並びに両先生, 両君に厚く謝意を表する。

参考文献

1) J. Hinds: "Hydraulic theory, Economic factors and Experimental determination of losses", Trans. A.S.C.E., vol. 89, 1926.
2) P.W. Werner: "Wasserspiegelberechnung von Kanälen bei gleichmässiger Bewegung und veränderliche Wassermenge", Bautechnik, Heft 23, 1941.

3) 本間 仁: "横から流入のある水路の計算について", 建設工学, 2 巻 1 号, 昭. 24.
4) 岩垣雄一: "薄層流に関する研究, 第 2 報, 路面流水の理論", 土木学会誌, 35 巻 12 号, 昭 25
5) B. Fudimoto: "Momentum Equations of the Boundary Layer and their Application to the turbulent Boundary Layer", Memoirs of the Faculty of Eng., Kyoto Univ., vol. XIII, No. IV, Oct. 1951.
6) G.H. Keulegan: "Laws of Turbulent Flow in Open Channels", Jour. of Research of the National Bureau of Standard, vol. 21, Dec. 1938.
7) 石原藤次郎, 岩垣雄一, 合田 健: "薄層流に関する研究, 第 1 報", 土木学会論文集, 6 号, 昭. 26.
8) 石原藤次郎, 岩垣雄一, 石原安雄: "薄層流に関する研究, 第 3 報, 雨水波列について", 土木学会誌, 36 巻 1 号, 昭 26.
9) 嶋 祐之: "巾の拡がる水路に関する実験", 土木学会誌, 37 巻 2 号, 昭. 27.

(昭. 27.5.19)