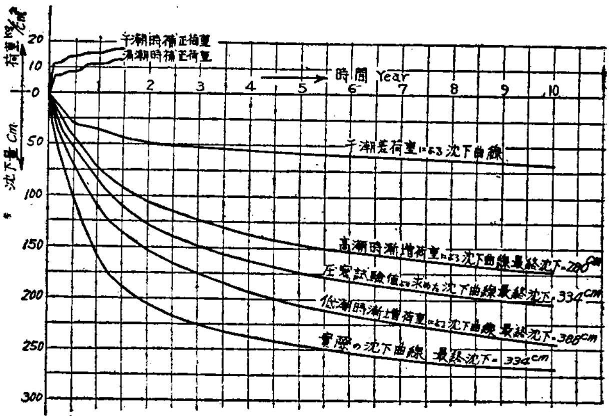
する補正をしなければ初期沈下量は実際より小さい値となる。これに対して筆者は v を各載荷度に応じて変化させる煩を避けるため v が等しくなるように載荷度を補正して沈下量を求めた。

〔IV〕 結　言

以上述べたような計算の後図—5 に示すような人工島の時間と沈下の関係を求めた。この結果は実際の測定値と極めてよく一致した。この事から筆者は軟弱地盤上に構築された人工島や堤防等の如きものの沈下は上記のような種々な理由で今迄取扱つて来たような方法で求めた値より初期沈下が甚しく大きく現われる事を知つた。特に当地方のような地下採掘をなせる地域においては各層単独の両面透水が起り構造物の初期沈下量はますます大きく現われる。しかし最終沈下量には変化ないから初期沈下が大きいからと云つて心配する事はない。

図—5 時間—沈下曲線



以上の実験観測理論により有明海の軟弱地盤上に構築した人工島の沈下の時間的関係を求める事が出来た。　　(昭.27.4.14)

UDC 624.2.095.624.043/.044

橋梁床組の計算について

正員　星　治　雄*

ON THE STRESS CALCULATION OF BRIDGE FLOOR SYSTEM.

(JSCE Aug. 1952)

Haruo Hoshi, C.E. Member.

Synopsis This paper deals with the stress calculation of bridge floor system by the deformation method. The successive approximation method is applied for the execution of calculation.

要旨 橋梁床組の計算法として変形法による格子の解法について述べ，解法手段としては繰返漸近法によつたものである。

1. 格子構造の解法概要

格子の解法については，さきに福田武雄博士が応力法によつて解式を連立偏差方程式の形に誘導して解かれている[1]。なお橋梁床版の計算としては梯子桁 (Leiterträger, Brückenträgerroste) を主として取扱うのであるが，ここでは解法手段を示すため床版格子 (Deckenträgerroste) の形の計算例をとつた。

本文は複雑な形状の格子構造について，その断面力の計算は各節点につき3個の変形を Vector 量にとつた変形法によりこの問題を取扱つたもので Vector 量の算定には最初周辺固定の格子から出発して順次支持状況を実際の値に近似した状態にもつてくる繰返漸近法による解法を提示したものである。この際特に変形分配法の概念を導入して漸近法の物理的意味を明らかにすることによつて，計算の順序，方法を機械的に明示することができるのである。

2. 基礎式の誘導

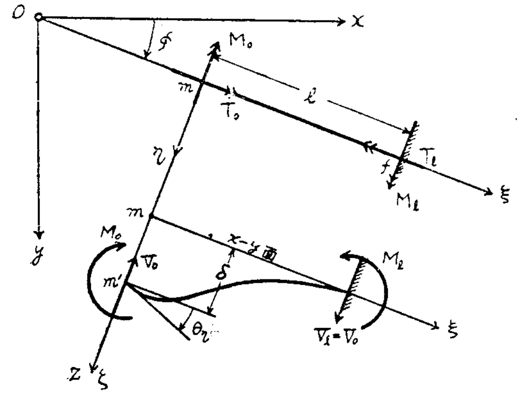
（1） 断面力変形条件式　格子面上に x, y 軸を，これと垂直方向に下方に z 軸をとる。今図—1 のように長さが l である任意の部材 mf があり，m は可動，f

---

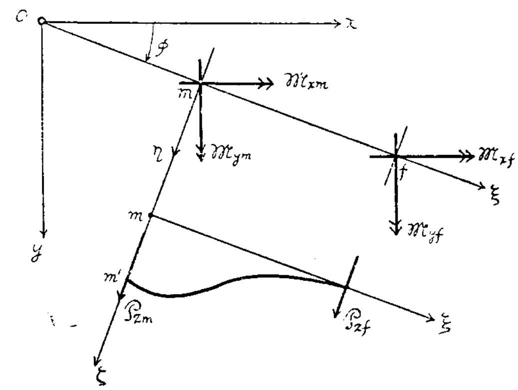
* 岐阜市立工業高等学校長兼岐阜大学工学部講師

1) 福田武雄；土木学会誌17巻5,10号

図—1



図—2



は固定とし，また部材 mf は x 軸より時計方向に ϕ なる角をなすものとする。次に m 点を原点として図—1 のように mf 方向に ξ 軸，これと直角に η,ζ 軸をとる。

可動端 m に図のように剪断力 V_0 及びモーメント M_0 を加えたとき点 m の変位が δ，角変位が θ_η であるとすれば，部材 mf の曲げ変形は

$$-B\frac{d^2\zeta}{d\xi^2}=M_0+V_0\xi \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

ここに B は部材 mf の曲げ剛性である。

これを積分して上記の可動端 m の境界条件を用いれば部材 mf の弾性曲線の方程式は次のようになる。

$$-B\zeta=\frac{1}{2}M_0\cdot\xi^2+\frac{1}{6}V_0\cdot\xi^3-B\cdot\theta_\eta\cdot\xi-B\cdot\delta\cdots(2)$$

式(2)に固定端 f の境界条件，すなわち

$$\xi=l \text{ のとき } \zeta=\frac{d\zeta}{d\xi}=0$$

を用いて得られた2式から V_0, M_0 を求めると

$$\left.\begin{aligned} V_0&=-\frac{6B}{l^3}(2\delta+l\cdot\theta_\eta) \\ M_0&=\frac{2B}{l^2}(3\delta+2l\cdot\theta_\eta) \end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

これに応じる点 f の反力を図—1 のように V_l, M_l とすれば

$$\left.\begin{aligned} V_l&=V_0 \\ M_l&=M_0+V_0l=-\frac{2B}{l^2}(3\delta+l\cdot\theta_\eta) \end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(4)$$

次に可動端 m において ξ 軸の周りに T_0 なる捩りモーメントを加えたとき，点 m で θ_ξ だけ捩れたものとすれば，部材 mf の捩り剛性を C とすれば

$$T_0=\frac{C\cdot\theta_\xi}{l}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

従つて点 f の反力 T_l は

$$T_l=T_0\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

今　$\alpha=\sin\phi,\ \beta=\cos\phi\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(7)$

とすれば ξ,η 軸周りの回転角 θ_ξ,θ_η と x,y 軸周りの回転角 θ_x,θ_y との間には次の関係がある。

$$\theta_\xi=\beta\theta_x+\alpha\theta_y,\quad \theta_\eta=\alpha\theta_x-\beta\theta_y\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(8)$$

但し θ_η のみは $-\eta$ 軸方向を正にとる。

点 m 及び f の拘束に作用する力及びモーメントをそれぞれ $\mathfrak{P},\mathfrak{M}$ とし，その正方向を図—2 のように定めると式(3)，(4)，(5)，(6)を用いて

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{P}_{zm}&=V_0=-\frac{6B}{l^3}(2\delta+l\cdot\theta_\eta) \\ \mathfrak{P}_{zf}&=\frac{6B}{l^3}(2\delta+l\cdot\theta_\eta) \\ \mathfrak{M}_{xm}&=-(T_0\cos\phi+M_0\sin\phi) \\ &=-\beta\frac{C}{l}\theta_\xi-2\alpha\frac{B}{l^2}(3\delta+2l\cdot\theta_\eta) \\ \mathfrak{M}_{ym}&=-(T_0\sin\phi-M_0\cos\phi) \\ &=-\alpha\frac{C}{l}\theta_\xi+2\beta\frac{B}{l^2}(3\delta+2l\cdot\theta_\eta) \\ \mathfrak{M}_{xf}&=(T_l\cos\phi+M_l\sin\phi) \\ &=\beta\frac{C}{l}\theta_\xi-2\alpha\frac{B}{l^2}(3\delta+l\cdot\theta_\eta) \\ \mathfrak{M}_{yf}&=(T_l\sin\phi-M_l\cos\phi) \\ &=\alpha\frac{C}{l}\theta_\xi+2\beta\frac{B}{l^2}(3\delta+l\cdot\theta_\eta) \end{aligned}\right\}\cdots\cdots(9)$$

式(9)中の θ_ξ,θ_η に式(8)を入れると

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{P}_{zm}&=-12B\frac{1}{l^3}\delta-6B\frac{\alpha}{l^2}\theta_x+6B\frac{\beta}{l^2}\theta_y \\ \mathfrak{P}_{zf}&=12B\frac{1}{l^3}\delta+6B\frac{\alpha}{l^2}\theta_x-6B\frac{\beta}{l^2}\theta_y \end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(10)$$

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{M}_{xm}&=-6B\frac{\alpha}{l^2}\delta-\left(C\frac{\beta^2}{l}+4B\frac{\alpha^2}{l}\right)\theta_x \\ &\quad-(C-4B)\frac{\alpha\beta}{l}\theta_y \\ \mathfrak{M}_{ym}&=6B\frac{\beta}{l^2}\delta-(C-4B)\frac{\alpha\beta}{l}\theta_x \\ &\quad-\left(C\frac{\alpha^2}{l}+4B\frac{\beta^2}{l}\right)\theta_y \end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(11)$$

$$
\left.\begin{aligned}
\mathfrak{M}_{xf}&=-6B\frac{\alpha}{l^2}\delta+\left(C\frac{\beta^2}{l}-2B\frac{\alpha^2}{l}\right)\theta_x\\
&\quad+(C+2B)\frac{\alpha\beta}{l}\theta_y\\
\mathfrak{M}_{yf}&=6B\frac{\beta}{l^2}\delta+(C+2B)\frac{\alpha\beta}{l}\theta_x\\
&\quad+\left(C\frac{\alpha^2}{l}-2B\frac{\beta^2}{l}\right)\theta_y
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(12)
$$

次に両端可動部材mnについてm端にδ_m, θ_{xm}, θ_{ym}；n 端に $\delta_n, \theta_{xn}, \theta_{yn}$ なる変位及び回転を与えたとき，点 m 及び点 n の拘束に生ずる力及びモーメントを求める。この場合の変形は次の 2 つの場合，すなわち

（I） n 端を固定して m 端にδ_m, θ_{xm}, θ_{ym} を与えた場合

(II) m 端を固定して n 端に $\delta_n, \theta_{xn}, \theta_{yn}$ を与えた場合

この両者の変形の代数和として求めることができる。従つてこれらそれぞれの場合 m 及び n の拘束に生ずる力及びモーメントは

（I）の場合は，m を可動，n を固定点 f と考える

(II)の場合は，n を可動，m を固定点 f と考えることによつて式(10)，(11)，(12)から求めることができる。今$\overrightarrow{mn}$と x 軸の正方向との角を時針方向に測つた角を ϕ として，その正弦及び余弦をそれぞれ α,β とすれば，点 m については上述の (I), (II) の 2 つの荷重の場合の合成結果は次のようになる。

$$
\left.\begin{aligned}
\mathfrak{P}_{zm}&=-12B\frac{1}{l^3}\delta_m-6B\frac{\alpha}{l^2}\theta_{xm}+6B\frac{\beta}{l^2}\theta_{ym}\\
&\quad+12B\frac{1}{l^3}\delta_n-6B\frac{\alpha}{l^2}\theta_{xn}+6B\frac{\beta}{l^2}\theta_{yn}\\
&=-12B\frac{1}{l^3}(\delta_m-\delta_n)-6B\frac{\alpha}{l^2}(\theta_{xm}+\theta_{xn})\\
&\quad+6B\frac{\beta}{l^2}(\theta_{ym}+\theta_{yn})\\
\mathfrak{M}_{xm}&=-6B\frac{\alpha}{l^2}\delta_m-\left(C\frac{\beta^2}{l}+4B\frac{\alpha^2}{l}\right)\theta_{xm}\\
&\quad-(C-4B)\frac{\alpha\beta}{l}\theta_{ym}+6B\frac{\alpha}{l^2}\delta_n\\
&\quad+\left(C\frac{\beta^2}{l}-2B\frac{\alpha^2}{l}\right)\theta_{xn}+(C+2B)\frac{\alpha\beta}{l}\theta_{yn}\\
\mathfrak{M}_{ym}&=6B\frac{\beta}{l^2}\delta_m-(C-4B)\frac{\alpha\beta}{l}\theta_{xm}\\
&\quad-\left(C\frac{\alpha^2}{l}+4B\frac{\beta^2}{l}\right)\theta_{ym}-6B\frac{\beta}{l^2}\delta_n\\
&\quad+(C+2B)\frac{\alpha\beta}{l}\theta_{xn}+\left(C\frac{\alpha^2}{l}-2B\frac{\beta^2}{l}\right)\theta_{yn}
\end{aligned}\right\}
$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(13)$$

式(13)は両端可動部材 mn について

点m に変位 δ_m，回転 θ_{xm}, θ_{ym}，点 n に変位 δ_n, 回転 θ_{xn}, θ_{yn}

を与えた状態で拘束したとき，部材の変形のために点 m において拘束に加わる力及びモーメントを与える式である。

（2） 釣合条件式　節点 m に集まる部材を m1, m2, ……mn とする。この内可動端を j を以て代表させる。

節点 m に荷重 P_m, M_{xm}, M_{ym} が作用するものとし，点m に $\delta_m, \theta_{xm}, \theta_{ym}$，可動端 j に $\delta_j, \theta_{xj}, \theta_{yj}$ なる変位及び回転を与えたとき，点 m の拘束に生ずる力及びモーメントを $\mathfrak{P}_{zm}$, $\mathfrak{M}_{xm}$, $\mathfrak{M}_{ym}$ とすれば釣合条件式は

$$
\left.\begin{aligned}
&\sum_{i=1}^{n}\mathfrak{P}_{zm}+P_m=0\\
&\sum_{i=1}^{n}\mathfrak{M}_{xm}+M_{xm}=0\\
&\sum_{i=1}^{n}\mathfrak{M}_{ym}+M_{ym}=0
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(14)
$$

式(14)の左辺第1項に，他端固定材については式(10) (11)，(12)を，両端可動材については式(13)を入れて整頓すれば

$$
\left.\begin{aligned}
&12\sum_{i=1}^{n}(b_{3mi})\delta_m+6\sum_{i=1}^{n}(b_{2mi}\alpha_{mi})\theta_{xm}\\
&-6\sum_{i=1}^{n}(b_{2mi}\beta_{mi})\theta_{ym}\\
&=12\sum_{j}(b_{3mj}\delta_j)-6\sum_{j}(b_{2mj}\alpha_{mj}\theta_{xj})\\
&+6\sum_{j}(b_{2mj}\beta_{mj}\theta_{yj})+P_m\\
&\quad 6\sum_{i=1}^{n}(b_{2mi}\alpha_{mi})\delta_m+\sum_{i=1}^{n}(c_{1mi}\beta_{mi}{}^2\\
&+4b_{1mi}\alpha_{mi}{}^2)\theta_{xm}\\
&+\sum_{i=1}^{n}\Big[(c_{1mi}-4b_{1mi})\alpha_{mi}\beta_{mi}\Big]\theta_{ym}\\
&=6\sum_{j}(b_{2mj}\alpha_{mj}\delta_j)+\sum_{j}\Big[(c_{1mj}\beta_{mj}{}^2\\
&-2b_{1mj}\alpha_{mj}{}^2)\theta_{xy}\Big]+\sum_{j}\Big[(c_{1mj}+2b_{1mj})\\
&\times\alpha_{mj}\beta_{mj}\theta_{yj}\Big]+M_{xm}\\
&-6\sum_{i=1}^{n}(b_{2mi}\beta_{mi})\delta_m\\
&+\sum_{i=1}^{n}\Big[(c_{1mi}-4b_{1mi})\alpha_{mi}\beta_{mi}\Big]\theta_{xm}\\
&+\sum_{i=1}^{n}(c_{1mi}\alpha_{mi}{}^2+4b_{1mi}\beta_{mi}{}^2)\theta_{ym}\\
&=-6\sum_{j}(b_{2mj}\beta_{mj}\delta_j)+\sum_{j}\Big[(c_{1mj}+2b_{1mj})\\
&\quad\times\alpha_{mj}\beta_{mj}\theta_{xj}\Big]+\sum_{j}\Big[(c_{1mj}\alpha_{mj}{}^2\\
&\quad-2b_{1mj}\beta_{mj}{}^2)\theta_{yj}\Big]+M_{ym}
\end{aligned}\right\}\quad(15)
$$

ただし

$$\frac{B_{mi}}{l_{mi}^3}=b_{3mi},\quad \frac{B_{mi}}{l_{mi}^2}=b_{2mi},\quad \frac{B_{mi}}{l_{mi}}=b_{1mi},$$
$$\frac{C_{mi}}{l_{mi}}=c_{1mi}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(16)$$

式(15)は剛節点mに対する釣合条件式の一般形である。この場合未知量としては各節点につき$\delta, \theta_x, \theta_y$計3個であるから，全節点数を$j$とすれば未知量の数は$3j$である。これに対して式(15)は各節点について求めることができるから条件式数は$3j$となる。従つてこの条件式によつてすべての未知量を求めることができる。

3. 部材断面力の計算法

式(15)は$\delta, \theta_x, \theta_y$に関する多元連立1次方程式であるから，これを解くことによつて，その荷重状態における格子各節点の変形を求めることができる。次にこの各変形に応じる部材断面力を求めるには，今求めたδ, θ_x, θ_yを用いて式 (13) によつて $\mathfrak{P}_{zm}\mathfrak{M}_{xm}$, $\mathfrak{M}_{ym}$ を求める。これからm端の剪断力V_m，端モーメントM_m，振りモーメントT_mはそれぞれ

$$\left.\begin{aligned} V_m &= \mathfrak{P}_{zm} \\ M_m &= \mathfrak{M}_{ym}\cos\phi-\mathfrak{M}_{xm}\sin\phi \\ &= -\mathfrak{M}_{xm}\alpha+\mathfrak{M}_{ym}\beta \\ T_m &= -(\mathfrak{M}_{xm}\cos\phi+\mathfrak{M}_{ym}\sin\phi) \\ &= -(\mathfrak{M}_{xm}\beta+\mathfrak{M}_{ym}\alpha) \end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(17)$$

として計算することができる。

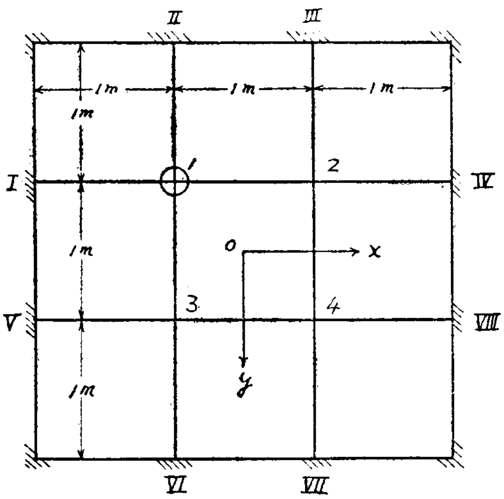
4. 変形量の計算法の概要

以上計算法の内で後半部は各部材ごとの算術計算であつて問題はない。前半部は多元連立1次方程式の解法であつて，これは節点数の増加と共に計算の手数は急激に煩雑となる。式 (15) は注目する節点 m については，その係数は m に連らなる他の節点の係数より大となる。すなわちこの連立方程式を作表すれば計算例の表—1 のようにδ, θ_x, θ_y につきそれぞれ対角線上の係数が他の係数に比し大となる。この事実に注目して，この連立方程式を繰返漸近法によつて解くに当り，中央節点 m に連らなる各節点 j を最初固定状態におき，この固定を順次解除する方法を採用することにする。すなわち式(15)はこれを物理的に解釈すれば m に連らなる各節点 j に $\delta_j, \theta_{xj}, \theta_{yj}$ なる変位及び回転を与えたとき，中央節点 m に生じる変位及び回転を与えるものと見ることができる。しかして点 j に与える変位，回転が真の値に近ければ近い程，中央節点mの変位，回転も真の値に近い。そこで今周囲の節点 j を固定した状態を基準にとり，このときの中央節点の変位を $\delta^{(0)}$, $\theta_x^{(0)}$, $\theta_y^{(0)}$ とすれば，これは式(15)において右辺中 $\delta_j=\theta_{xj}=\theta_{yj}=0$ とおくことによつて得られる3元連立1次方程式を解くことにより容易に計算することができる。この状態を0次固定状態と称することにし，すべての節点について $\delta^{(0)}, \theta_x^{(0)}, \theta_y^{(0)}$ を計算する。次に各 j 点に $\delta^{(0)}, \theta_x^{(0)}, \theta_y^{(0)}$ を与えたときの中央の節点の変形を式(15)によつて求め，引続きすべての節点について同様の計算を行うことによつて第1次固定状態の変形 $\delta^{(1)}, \theta_x^{(1)}, \theta_y^{(1)}$ を求めることができる。順次第2,3次の固定状態に応じる変形を計算する。このような計算を各節点について一定の順序に従つて行うときは変形は次第に収斂して一定値に近ずく。この値が求める変形を与えるものである。

5. 計算例

（1） 図—3 のような格子の剛節点1に集中荷重P_1=100 kgが作用する場合：各部材とも同一断面として

図—3



$B=1.47\times10^7$ kg-cm², $C=0.388\times10^7$ kg-cm²

とする。

この場合未知変形量を求めるための方程式を式(15)から求めて作表すると表—1 のようになる。これを上記4. で記したようにして繰返漸近法で解けば各変形量の値は表—2 の如くなる。

以上の結果のうちモーメント図を画けば図—4の如くなる。

（2） 上の計算例と同じ場合を捩りの影響を無視して計算した。

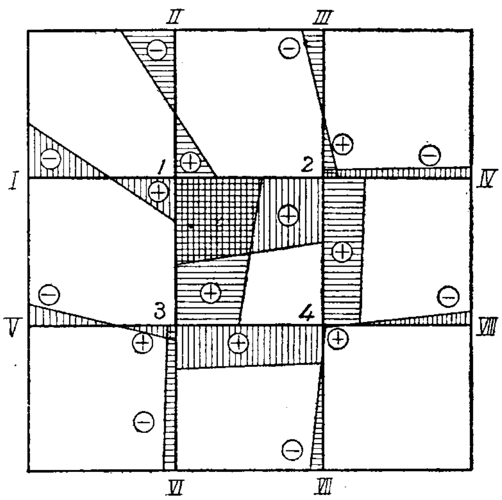
以上両者の結果を比較してみると，各量について多少の増減はあるが捩りを無視した場合の方が大体において設計上安全側の結果が出ることがわかる。

附記　本文は橋梁床組の合理的構造並びに計算法について考究しているその一部分であつて，他の解法によるものと比較した結果及び梯子桁については別に発表する機会を得たいと考えている。本研究には京大，

表—1

δ_1	δ_2	δ_3	δ_4	θ_{x1}	θ_{x2}	θ_{x3}	θ_{x4}	θ_{y1}	θ_{y2}	θ_{y3}	θ_{y4}	
4	-1	-1				50			-50			$=\frac{100}{176.4}$
-1	4		-1				50	50				= 0
-1		4	-1	-50							-50	= 0
	-1	-1	4		-50					50		= 0
		-1		142.1	-4.4	33.3						= 0
			-1	-4.4	142.1		33.3					= 0
1				33.3		142.1	-4.4					= 0
	1				33.3	-4.4	142.1					= 0
	1							142.1	33.3	-4.4		= 0
-1								33.3	142.1		-4.4	= 0
			1					-4.4		142.1	33.3	= 0
		-1							-4.4	33.3	142.1	= 0

図—4



小西，石原，両教授より多大の御援助，御助言を得たことを附記し厚く謝意を表するものである。

表—2

mi		α	β	δ	θ_x	θ_y
1	2	0	1	0.249	1.29×10^{-3}	-1.29×10^{-3}
	3	1	0	〃	〃	〃
	I	0	-1	〃	〃	〃
	II	-1	0	〃	〃	〃
2	IV	0	1	0.110	0.81×10^{-3}	2.09×10^{-3}
	4	1	0	〃	〃	〃
	1	0	-1	〃	〃	〃
	III	-1	0	〃	〃	〃
3	4	0	1	0.110	-2.09×10^{-3}	-0.81×10^{-3}
	VI	1	0	〃	〃	〃
	V	0	-1	〃	〃	〃
	1	-1	0	〃	〃	〃
4	VIII	0	1	0.076	-1.03×10^{-3}	1.03×10^{-3}
	VII	1	0	〃	〃	〃
	3	0	-1	〃	〃	〃
	2	-1	0	〃	〃	〃

(昭.27.4.17)

新 刊 紹 介

公益事業委員会事務局編纂

発電工事費及資材概算図表

理 工 図 書 刊

A・5判　計算図表 29 枚，他に公式及び計算例多数　　定価　200円　　昭.27.6.20.発行

近来電源開発問題が大きく取上げられ各方面の話題となつている。出力や電力量を求める計算は比較的簡単であるが，これに要する工事費の算出には相当の経験のほかに多数の資料を必要とし素人の容易に近づけない点があつた。高畑政信氏はこの点の打開に注目し，電源開発に必要な工事費及び主要資材について多年に亘る実績を基礎におき，理論的な推理を押し進めどんな素人でも容易に計算のできる公式を導出し，自らは只見川その他の地点の開発方式を比較する資料とするほか，土木学会誌第34巻第4号に発表して広く識者の批判を乞うたものである。

その後この公式は自家用発電，県営発電等諸方面に利用されるに至つたが，計算式が多いためまとめるのに時間がかかつて不便であつたところ，野尻慎一君が苦心してできるだけ単純な形式のノモグラムを造上げ計算に要した時間を一挙に短縮したので，水力地点の計画比較に極めて大きな貢献をなすものと信じ推薦するものである。　　(市浦　繁)