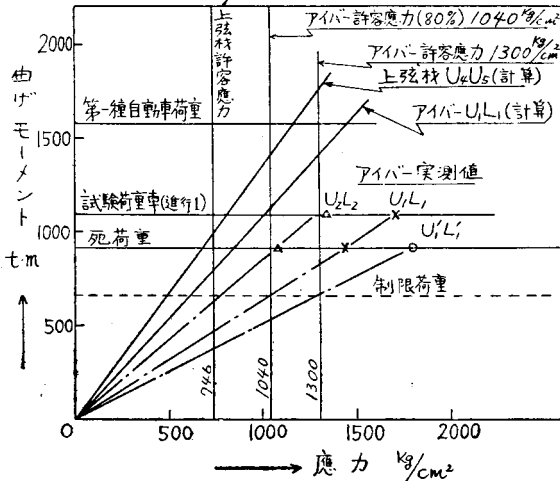


いる。その上必要以上に厚いスラブの使用によつて現在のままでは死荷重のみで著しい過応力を示している。図-10は各種の荷重状態に対する橋梁の強度を

図-10 各種荷重状態における部材応力



示している。-

(7) 対策としては一応死荷重を減少せしめることが有効で、スラブ厚さを現在の40%程度になし得れば試験荷重程度の車輛の通過には差支えない。しかし1等橋としての示方書通りの強度を有せしめるには、更に根本的な補強、または架替を必要とするであろう。

本試験の実施全般に互り御協力を頂いた宮城県庁土木部多田安夫技師、種々御教示下さつた国鉄本庁施設局金沢義之介氏及び試験に参加された鉄道技研鋼構造研究室の各位に厚く謝意を表する。

註

- 1) 改造前の構造図は久保田敬一：本邦鉄道橋の沿革に就て、業務研究資料第22巻第2号，昭和9年1月に示されている。
- 2) ティモシェンコ：捩屈理論 88頁 (昭.26.11.22)

UDC 624.27.095:624.073.121:624.043

鉄筋コンクリート単純版の剪断力に対する輪荷重の分布有効巾に関する研究

正員 成岡昌夫*
准員 米沢博**

ON THE EFFECTIVE WIDTH FOR SHEARING FORCE OF REINFORCED CONCRETE SIMPLE SLAB OF STEEL HIGHWAY BRIDGES OVER WHICH A WHEEL LOAD IS DISTRIBUTED

(JSCE April 1952)

Masao Naruoka, C.E. Member, Hiroshi Yonezawa, C.E. Assoc. Member.

Synopsis In the Japanese Standard Specification of Steel Highway Bridges, the effective width of reinforced concrete slab is provided for shearing force as for bending moment. Author has calculated the shearing force of simple slab which is partially under uniform load, and using these results, discussed, from various angles, about the provision of the specification. The new formulas of effective width, table and diagram for shearing force were induced.

要旨 矩形の部分的等分布荷重をうける単純版の反力(剪断力)を、著者の撓角法公式及び N. M. Newmark の表によつて理論的に計算し、この結果を用いて剪断力に関する輪荷重の分布有効巾を求め、これを現行鋼道路橋設計示方書の規定と比較し、現行規定には多くの改善すべき点のあることを示したものである。

1. ま え が き

著者はさきに、矩形の部分的等分布荷重を受ける鉄

筋コンクリートの1方向版の曲げモーメントを、薄い弾性板の曲げ理論によつて計算し、その結果にもとづいて、わが国の鋼道路橋設計示方書(1939)一以下示方書と略称する一に規定されている曲げモーメントに対する輪荷重の分布有効巾には、種々の不合理な点のあることを指摘したことがある。同示方書にはさらに剪断力に対する荷重分布有効巾が規定されているが一般には曲げモーメントに対する公式と同一公式を用い、ただ輪荷重の位置によつて変化させるようになっている。

剪断力に対する荷重分布有効巾の公式の誘導につい

* 京都大学助教授，工学部土木工学教室

** 山口大学工学部講師，土木教室

ては、同示方書の解説にも示されていないので、知る由もないのであるが、ここでは薄い弾性板の曲げ理論にもとずいて、床版上矩形面積に等分布する輪荷重による単純版の反力（周辺上の剪断力）を計算し、その結果を利用して、示方書に規定されている鉄筋コンクリート単純版の剪断力に対する輪荷重の分布有効巾の公式を検討したいと思う。

2. 現行示方書による規定

示方書によると、鉄筋コンクリート単純版では、剪断力に対する荷重分布有効巾として、

主鉄筋が車輛進行方向に直角な場合（図-1）

$$e = 0.7l + a \leq 200 + a \leq l_1 \dots\dots\dots(1)$$

図-1

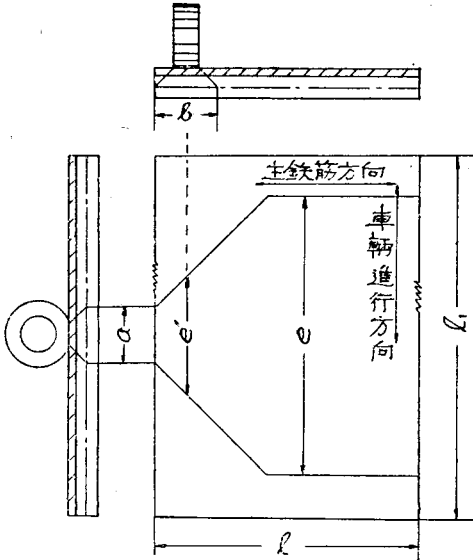
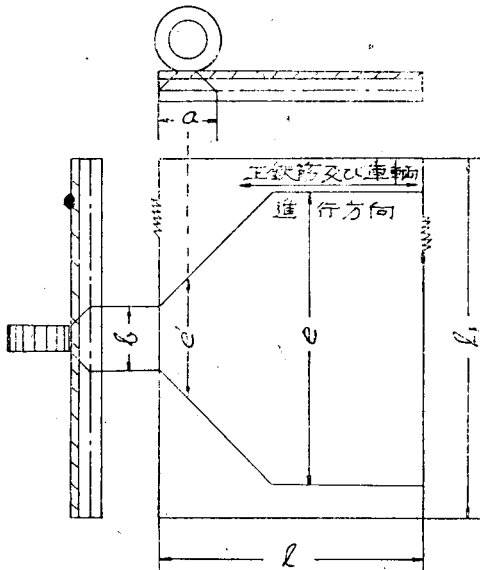


図-2



同じく平行な場合（図-2）

$$e = 0.7l + b \leq 200 + b \leq l_1 \dots\dots\dots(2)$$

の公式を与え、これは曲げモーメントに対する有効巾の公式と同一である。ただ輪荷重の位置によつて、次のような制限をしている。

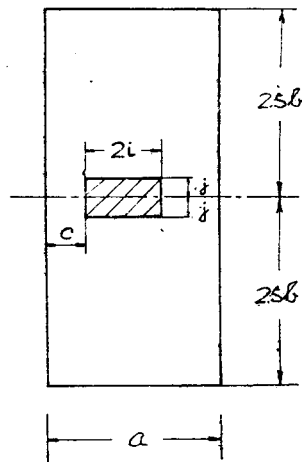
すなわち最大の有効巾に対しては、曲げモーメントに対すると同一式 (1), (2) を用い、支承部に近接するに従い有効巾を小さくとり、図-1, 2 のように $e' (< e)$ としている。このように e あるいは e' をとること、並びに曲げモーメントと同一の有効巾公式を用いることが妥当であるかどうか、解説書だけでは判断のしようがないので、薄い弾性板の曲げ理論によつて多くの数表あるいは図表をつくつて、検討を志したわけである。

3. 単純版の剪断力に対する計算式及び計算結果

板の理論では周辺における剪断力を反力と言い、区別さるべきであるが（両者の公式は異なる）、ここでは便宜上反力のことを剪断力と呼ぶものとする。一般に版の計算では曲げモーメントを求めても、剪断力はあまり求めない。単純支持辺を有する無限版の中央に部分的に等分布荷重のかかつた場合の剪断力の計算式は、S. Timoshenko の著書にも見当たらないので、改めて計算の必要がある。従つて、かつて著者の1人の提唱した、板の撓角法の基礎式を用い、荷重項には N. M. Newmark の論文中的数表を利用して計算することとした。

すなわち 図-3 のごとく 4 辺で単純支持の矩形板では、次の撓角法公式が成立する²⁾。

図-3



$$\left. \begin{aligned} M_{AB,m} &= \frac{N \cdot \beta_m}{c_m^2 - s_m^2} (c_m \theta_{A,m} + s_m \theta_{B,m}) + C_{AB,m} = 0 \\ M_{BA,m} &= -\frac{N \cdot \beta_m}{c_m^2 - s_m^2} (s_m \theta_{A,m} + c_m \theta_{B,m}) + C_{BA,m} = 0 \end{aligned} \right\} (3)$$

$$\left. \begin{aligned} V_{AB,m} &= -\frac{N\beta m^2}{c_m^2 - s_m^2} (j_m \theta_{A,m} + i_m \theta_{B,m}) + D_{AB,m} \\ V_{BA,m} &= -\frac{N\beta m^2}{c_m^2 - s_m^2} (i_m \theta_{A,m} + j_m \theta_{B,m}) + D_{BA,m} \end{aligned} \right\} (4)$$

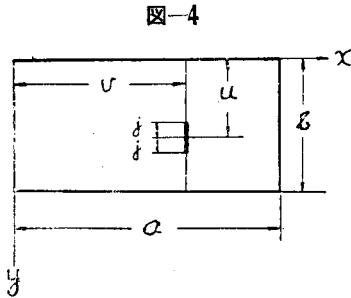
式(3)より $\theta_{A,m}$ 及び $\theta_{B,m}$ が C の項で表されるから、これを式(4)に代入して

$$\begin{aligned} V_{AB,m} &= \frac{\beta m (c_m j_m - s_m i_m)}{c_m^2 - s_m^2} C_{AB,m} \\ &+ \frac{\beta m (c_m i_m - s_m j_m)}{c_m^2 - s_m^2} C_{BA,m} + D_{AB,m} \end{aligned} \quad (5)$$

ここに N は板剛度、 $\beta_m = m\pi/b$ 、 c_m 、 s_m 、 i_m 及び j_m は $c_m(\alpha_m)$ 、 $s_m(\alpha_m)$ 、 $i_m(\alpha_m)$ 及び $j_m(\alpha_m)$ を略記したもので、 $\alpha_m = m\pi a/b$ の函数であり、これらの値は前著²⁾に与えられている。

さて式(5)の $C_{AB,m}$ 、 $C_{BA,m}$ 及び $D_{AB,m}$ はいわゆる荷重項であつて、図-3において、 $y=0$ 及び b にて単純支持、 $x=0$ 及び a にて固定された場合の固定辺の曲げモーメント及び反力である。

図-4のごとく、 $y=0$ 及び b にて単純支持された矩形板の $x=r$ な



る位置に、単位長当りの強度 F なる線荷重がある場合、 $x=0$ における荷重項を $\Sigma C_{AB,m} \cdot \sin(m\pi y/b)$ 、 $\Sigma D_{AB,m} \cdot \sin(m\pi y/b)$ にて表わすと

$$\left. \begin{aligned} C_{AB,m} &= -C_M \cdot a \cdot \frac{4F}{\pi} \sum \frac{1}{m} \cdot \sin \frac{m\pi j}{b} \cdot \sin \frac{m\pi u}{b} \\ D_{AB,m} &= +C_R \cdot \frac{4F}{\pi} \sum \frac{1}{m} \sin \frac{m\pi j}{b} \cdot \sin \frac{m\pi u}{b} \end{aligned} \right\} (6)$$

となる。N. M. Newmark の論文によれば、 C_M 、 C_R は $v/a=0.1 \sim 0.9$ の値に対し、 a/b の種々の値について計算結果が与えられている。この表の数値を用いて梯形公式を適用すれば、図-3のような荷重状態における $C_{AB,m}$ 、 $C_{BA,m}$ 及び $D_{AB,m}$ が求められる。

このようにして求めた荷重項を用い、 $u=b/2$ とし、式(5)により $V_{AB,m}$ を計算し、 $V = \Sigma V_{AB,m} \cdot \sin(m\pi y/b)_{y=b/2}$ として、4辺単純支持の矩形板の $x=0$ の辺の中点における剪断力が計算できる。

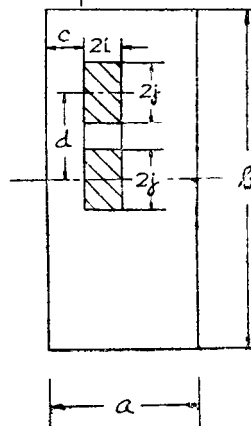
さて以上の計算において $a/b=1/5$ とし、荷重としては $y=b/2$ の線上に $j/a=0.05 \sim 0.5$ の範囲の等分布荷重をとつた(図-3参照)。このようにすれば、 V の計算における $y=0$ 及び b の単純支持辺の影響を少なくすることができるからである。また上の計算の収斂はあまり香ばしくなく、 $m=250$ までとる必要がある。もちろんこのような場合には、N. M. Newmark の表では不充分なので、必要な部分のみ新しく計算を行つたのである。

以上のようにして図-3のごとき載荷状態における単純支持長辺の中央における剪断力 V を求め、この値を $V \cdot a/P$ の形において、種々の c/a 、 $2i/a = \alpha$ 、 $2j/a = \beta$ に対して計算した結果を表-1に示す。ただし $P=4ij \cdot q = q \cdot \alpha \beta a^2$ である。

表-1

$c/a=0$	$\beta \backslash \alpha$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
	0.1	0.124	0.185	0.225	0.258	0.284	0.301	0.318	0.328	0.335	0.338
	0.2	0.226	0.267	0.304	0.337	0.360	0.385	0.401	0.412	0.417	0.422
	0.3	0.321	0.353	0.388	0.420	0.447	0.467	0.484	0.495	0.502	0.504
	0.4	0.412	0.434	0.463	0.494	0.522	0.537	0.555	0.566	0.573	0.575
	0.5	0.497	0.518	0.544	0.574	0.598	0.616	0.628	0.641	0.646	0.649
	0.6	0.580	0.608	0.629	0.658	0.679	0.695	0.708	0.718	0.723	0.728
	0.7	0.649	0.684	0.712	0.739	0.758	0.772	0.784	0.794	0.798	0.800
	0.8	0.707	0.748	0.775	0.801	0.818	0.835	0.841	0.854	0.854	0.857
	0.9	0.763	0.804	0.830	0.856	0.872	0.887	0.902	0.906	0.913	0.914
1.0	0.819	0.836	0.866	0.891	1.005	1.015	1.023	1.029	1.034	1.034	
$c/a=0.4$	$\beta \backslash \alpha$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6				
	0.1	0.665	0.689	0.717	0.734	0.743	0.744				
	0.2	0.681	0.704	0.729	0.746	0.755	0.758				
	0.3	0.705	0.727	0.752	0.766	0.779	0.780				
	0.4	0.738	0.760	0.782	0.796	0.807	0.810				
	0.5	0.782	0.801	0.822	0.829	0.841	0.847				
	0.6	0.834	0.850	0.871	0.875	0.888	0.889				
$c/a=0.5$	$\beta \backslash \alpha$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5					
	0.1	0.762	0.749	0.777	0.800	0.818					
	0.2	0.729	0.763	0.790	0.810	0.832					
	0.3	0.756	0.789	0.814	0.829	0.843					
	0.4	0.789	0.816	0.843	0.857	0.865					
	0.5	0.822	0.849	0.873	0.889	0.895					
$c/a=0.6$	$\beta \backslash \alpha$	0.1	0.2	0.3	0.4						
	0.1	0.792	0.818	0.836	0.844						
	0.2	0.808	0.827	0.846	0.853						
	0.3	0.825	0.844	0.861	0.866						
	0.4	0.851	0.873	0.880	0.883						
$c/a=0.7$	$\beta \backslash \alpha$	0.1	0.2	0.3							
	0.1	0.854	0.858	0.860							
	0.2	0.865	0.869	0.873							
		0.3	0.888	0.894	0.899						

図-5



次に式(6)における u/b に種々の値を与えて、同じような計算を行い、これをさきに求めた結果と結合させて図-5の荷重状態の V の値が得られる。この場合の $V \cdot a/P$ の値を種々の c/a 、 d/a 、 $2j/a = \alpha$ 、 $2i/a = \beta$ に対して計算した結果は長大となるので省略する。

4. 剪断力に対する有効巾

曲げモーメントの場合と同様に、版の剪断力をい

いち理論式によつて求めるのは、ほんざつであるのでここに剪断力に対する有効巾なる考えを導入して、次のようにして剪断力を計算する。

単純梁において、スパンを a 、荷重を P 、荷重の右支点よりの距離を b とすれば、単純梁としての左支点反力は Pb/a であるので、有効巾を e 、版としての剪断力を V として

$$V = (Pb/a)e \quad \therefore e = b(P/aV) \dots \dots \dots (7)$$

従つて e を規定しておけば、単純梁の反力の計算によつて直ちに版の剪断力が求められるわけである。以上おのおの場合について、さきに求めた $V \cdot a/P$ と式 (7) より e の値を計算して、示方書の e と比較してみよう。

a) 主鉄筋が車輛進行方向と直角の場合 (ただし車輛が支承に近接する場合) 図-3 において $e/a=0$ の場合の輪荷重に対し、表-1 の値を用いて有効巾 e' を計算すると、表-2 ($e/a=0$) 及び 図-6 のごとくなる。ただし $\alpha=2i/a$ 、 $\beta=2j/a$ である。図-6 において、点線は示方書の値を示す。示方書では $e'=a+b$ を規定しているが、これでもなお不充分で、理論的な

図-6

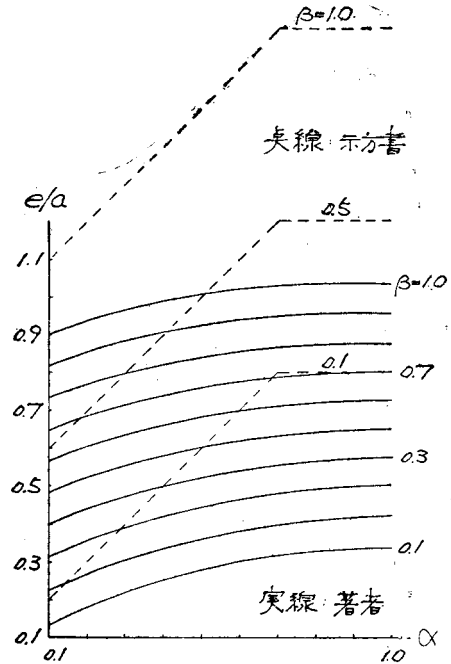


表-2

$C/a=0$	$B \backslash \alpha$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
	$B \backslash \alpha$	0.1	2.661	5.135	4.222	3.692	3.305	3.156	2.997	2.876	2.826
	0.2	3.982	3.371	2.961	2.676	2.506	2.397	2.344	2.107	2.148	2.133
	0.3	2.648	2.394	2.190	2.041	1.901	1.820	1.756	1.717	1.673	1.656
	0.4	1.942	1.843	1.720	1.619	1.533	1.490	1.441	1.413	1.376	1.371
	0.5	1.509	1.448	1.379	1.307	1.254	1.217	1.190	1.170	1.161	1.156
	0.6	1.207	1.151	1.113	1.064	1.031	1.007	0.989	0.975	0.968	0.962
	0.7	1.002	0.950	0.919	0.889	0.868	0.842	0.829	0.819	0.814	0.813
	0.8	0.814	0.771	0.755	0.733	0.716	0.702	0.697	0.692	0.687	0.684
	0.9	0.677	0.644	0.625	0.607	0.597	0.590	0.584	0.580	0.577	0.575
	1.0	0.556	0.534	0.518	0.505	0.498	0.493	0.489	0.486	0.484	0.484

$C/a=0.4$	$B \backslash \alpha$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
	$B \backslash \alpha$	0.1	0.823	0.799	0.767	0.749	0.740
	0.2	0.734	0.710	0.686	0.670	0.662	0.660
	0.3	0.659	0.649	0.629	0.618	0.610	0.607
	0.4	0.592	0.586	0.572	0.560	0.556	0.554
	0.5	0.448	0.437	0.426	0.422	0.419	0.413
	0.6	0.360	0.353	0.344	0.343	0.338	0.337

$C/a=0.5$	$B \backslash \alpha$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
	$B \backslash \alpha$	0.1	0.636	0.601	0.579	0.563
	0.2	0.549	0.524	0.506	0.494	0.481
	0.3	0.463	0.443	0.430	0.422	0.415
	0.4	0.380	0.368	0.356	0.350	0.347
	0.5	0.304	0.294	0.286	0.281	0.277

$C/a=0.6$	$B \backslash \alpha$	0.1	0.2	0.3	0.4
	$B \backslash \alpha$	0.1	0.442	0.428	0.417
	0.2	0.371	0.363	0.355	0.352
	0.3	0.303	0.298	0.294	0.292
	0.4	0.235	0.227	0.227	0.227

$C/a=0.7$	$B \backslash \alpha$	0.1	0.2	0.3
	$B \backslash \alpha$	0.1	0.293	0.272
	0.2	0.231	0.230	0.227
	0.3	0.167	0.168	0.16

車輛が支承からはなれている場合) 支承に近接する車輪に対し、さらに 1m あるいは 1.75m はなれて他の車輪が載つた場合、その車輪による剪断力を計算する場合の有効巾を、表-1 の値より算出すると、表-2 ($e/a=0.4$ 以下) のようになり、また $e/a=0.4$ の場合を図示すると 図-7 のようになる。ただし α, β の定義は前と同様である。示方書の規定によれば、この部分に対しては $0.7l+a$ となるはずであり、これを点線で示してあるが、その値はまず一般に理論値より大きくなる。また β (示方書では 図-1 において a/l) の変化に対して e が大きく変化しているが、理論的計算結果はその逆である。要するに e は α, β (図-1

計算結果はさらに小さくなつてゐる。すなわち示方書の値は危険側にくる。計算結果に近い値を与える公式を導くと、図-1 の符号に対して

$$e' = 0.9a + 0.13b \quad (\text{示方書では } e' = a + b) \dots (8)$$

ただしこの場合は後輪のみを考慮して、前輪は相当離れているので、この V に及ぼす影響は小さいものとして、無視している。次の b でも同様である。

b) 主鉄筋が車輛の進行方向と直角な場合 (ただし

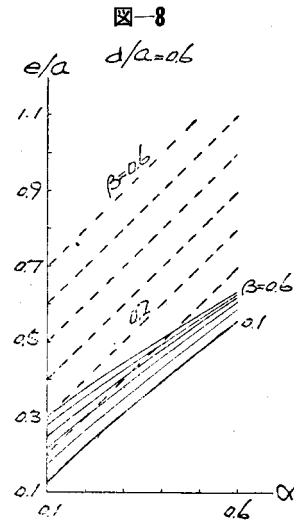
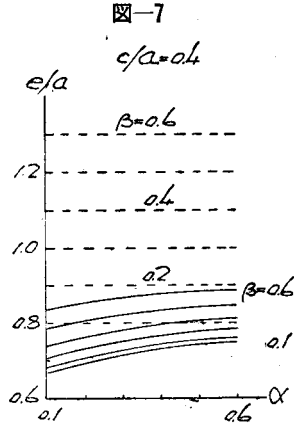
において、 b/l 、 a/l) の函数として表わされるべきである。

c) 主鉄筋が車輛進行方向に平行な場合 (ただし車輛が支承に近接する場合) 図-5 において $e/a=0$ の場合で、支承中央部に 1 輪のみ、それより 1m はなれて他の自動車の 1 輪がのる場合である。なお他の車輪も考慮しなければならないが、これらの影響は小さいものとして省略する。さきに求めた値を使つて $d/a=$

0.4, 0.6, 0.8 の場合の有効巾を求めた結果の1例を、図-8 ($d/a=0.6$ の場合のみ示し、他は省略) に示してある。ただし $\alpha=2j/a$, $\beta=2i/a$ (図-5 参照) である。いずれも示方書の値の方が、理論値より大きく、また β (図-2 では a/l) の変化に対してかなり広範囲に変化をしている。この場合はむしろ、 β による変化を無視して、 α (図-2 では b/l) のみの函数として有効巾を規定した方が適当とさえ思われる。試みに非常に近似的ではあるが、 $d/a=0.4, 0.6$ 及び 0.8 のすべてに近い値を与える公式を導くと、図-2 の符号を用いて次のようになる。

$$e=0.18l+0.65b \quad (\text{示方書では } e=a+b) \quad \dots(9)$$

d) 主鉄筋が車輛進行方向と平行な場合 (ただし車輪が支承から離れている場合) 支承附近に後輪がより更に軸距だけ離れた位置に前輪がある場合は、スパンが 4m 以上にならないと起らないので、実際の床版計算上必要でなく、支承附近の荷重配置のみで充分である。しかしながら示方書に規定されているので、参考までにこの支承より離れた輪荷重の有効巾を算出し代表例として $d/a=0.6$, $c/a=0.7$ の場合を示すと図-9 のようになる。ただし α, β の定義は c) と同じである。いずれも示方書の値が理論値より相当大きくなる。



5. むすび

薄い弾性板の曲げ理論により、著者の撓角法の基礎式を用いて単純版の剪断力を計算し、これより有効巾 e を導いて、示方書の値と比較した結果は次のようである。

1) 有効巾 e あるいは e' はいずれも示方書の値が大きいの。すなわちこれを用いて求めた剪断力は危険側となる。

2) 4. b) 及び c) の場合の示方書の有効巾は β すなわち図-1, 2 の a/l の変化に対し、あまり変化が大きすぎる (図-7, 8)。

3) 4. a), c) の場合すなわち車輛が支承に近接する場合、示方書の e' は α すなわち図-1, 2 の b/l の変化に対して、変化が大きすぎる (図-6, 8)。

4) 支承から車輪がはなれた場合の有効巾は、 $e=0.7l+a$ あるいは $e=0.7l+b$ のごとく、 a または b のみでなく、 a, b 双方の函数として表わすべきである (図-7, 9)。

5) 剪断力に対する有効巾に対して、曲げモーメントに対する有効巾と同一の公式を用いるのは好ましくない。上に求めた式 (8), (9) あるいは表または図を用いて求めた方がよい。

以上は単純版について述べたのであるが片持版、連続版についても計算を行つているので、近く発表したと考えている。

上記の計算は京大教授小西博士の御助言によつて行われたものであり、ここに記して感謝の意を表わす次第である。

註

- 1) 本誌第 36 巻第 10, 11, 12 号, 第 37 巻第 1 号 (昭.26.10~昭.27.1) 参照
- 2) 著者: 土木学会論文集第 4 号 (昭.24.6)
- 3) N.M. Newmark: A Distribution Procedure for the Analysis of Slabs Continuous over Flexible Beams, University of Illinois. Bulletin, No. 304 (1938), p. 53, 54 (昭.26.12.15)

