

見逃すことができない。

なお $M_{c,y}/M_{c,x}$ については表-7に示すとおりで、2配力鉄筋についての比は再検討を要すると思う。

以上は計算には大きな仮定も含まれているが、床版計算上なんらか参考になるところがあると思う。

本文にある単純版の曲げモーメントについては、著者の1人の発表した研究を参照されたい。これには示方書の有効巾の公式の欠点を指摘しており、本文中の $M_{o,x}$ は理論的計算による乃至は新しい有効巾公式による正しい単純版の曲げモーメントである。

支承の弾性を考慮した場合の曲げモーメント及び式(6)における係数の値については目下計算を進めており、いずれ機をみて発表したい。なお2.主鉄筋が車輛の進行方向に平行の場合は紙数の関係上次号に論ずることとする。

本研究は京大教授小西博士の御示唆によるものであり、阪大教授安宅博士よりも多大の御助言をいただいたものである。ここに附記して謝意を表わす次第である。

註

1) これについて連続版の支承曲げモーメント、スパン曲げモーメントと単純版曲げモーメントの比に関し、各種橋梁工学に関する著書を参照すると、次のようである。

a. 青木楠男・牧野喬著：“橋梁工学” p.264, 2

径間の場合 100%, 3スパン以上 80%。

b. 安宅 勝：“橋梁工学” p.140, 80, %; c. 徳善義光：“橋梁工学” p.270, 100%; d. 光永一三男：“鋼道路橋の設計” p.108, p.121, p.190, 80%。

2) 例えば 小西一郎：“米国道橋示方書について” 土木学会誌, 第 35 卷 第 10 号及び 11 号参照

3) 成岡昌夫：“撓角撓度法による1方向連続版の解法” 土木学会論文集第4号 p.1, 1949 あるいは E.e Weber: Die Berechnung rechteckiger Platten, die durch elastische Träger unterstützt sind, Ingenieur-Archiv, Bd. 8, 1937, S. 311 及び W. Krieger: Beitrag zur Theorie der durchlaufenden Platte, Ingenieur-Archiv, Bd. 9, 1938, S. 396.

4) 4スパンならば、後にでてる式(4)が3元1次方程式となつて解きやすいこと、及び3.に述べる牧野 喬氏の標準設計案が4スパンを採用していること等からである。

5) 上記2) 著者論文参照。

6) S. Timoshenko; Theory of Plates and Shells, p.147, p.199.

7) N.M. Newmark; A Distribution Procedure for the Analysis of Slabs Continuous over Flexible Beams, University of Illinois Bulletin No. 304, 1938, p.59.

8) 上記5) p.133.

9) 通常の計算では自動車荷重の方が大きい曲げモーメントを生ずるので、自動車荷重のみを考える。

(昭.26.8.13)

UDC 627.512: 627.17

水門を有する湖沼の水位推算について¹⁾

正員 杉 尾 捨 三 郎*

ON THE CALCULATION OF WATER LEVEL AT A LAKE WHICH HAS SLUICE GATES

(JSCE Dec. 1951)

Sutesaburō Sugio, C. E. Member

Synopsis The writer explains the approximate calculation of water level at a lake which has sluice gates and receives flood water from upstream, and proposes to make some diagrams for flood control.

However, he assumes that the flood-time curve is triangular and all the sluice gates are fully opened, and the flow condition from the sluice gates is similar to the case of submerged weirs.

要旨 水門を有する湖沼に洪水が流入する時の湖水位の変化を近似的に求め、更にこれに基づいて図表を作製し洪水調節に役立てようと試みた。但し洪水一時間

曲線は三角形的で又全水門は全開され、流出状態が丁度潜堰の様な状態と仮定しうる場合を扱つた。

1 緒 言

洪水時には湖沼水門の操作は極めて大切で、下流への洪水量を減じ貯水を増すためにはなるべく、水門を

* 信州大学工学部助教授

遅く開くのがよいが、時期が遅すぎると湖岸は浸水し下流へも、一時に大きい洪水量を流して氾濫の危険も生ずる。²⁾ 故に水門操作の的確を期するためには湖水位の時間的変動を明らかにする必要がある。

2. 湖水面積 A が変化する時の解法

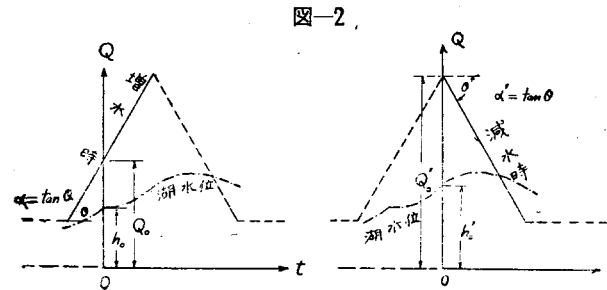
図-1 (A) 増水時 図-1 に於て流入洪水量を Q , 下流河川への流出量を q , 湖水面積を A , ある datum からの湖水位及び河川水位を h, x とすれば,

$$Q = A \cdot \frac{dh}{dt} + q \quad \dots\dots\dots(1)$$

厳密には洪水波の伝播の影響を考慮する必要があるがそれは今後の研究に俟つ事とし、今簡単に湖面は同時に平行に上下すると考えて計算を行う。 Q は図-2 の様に三角形的に変化する場合には,

増水時 $Q = at + Q_0 \quad \dots\dots\dots(2)$

減水時 $Q = a't + Q_0' \quad \dots\dots\dots(3)$



湖水面積 A は湖水位 h に関し一次的に変動するものとすれば (m_0, n_0 は常数)

$$A = m_0 h + n_0 \quad \dots\dots\dots(4)$$

又流出量 q は河川水位 x に関する抛物線で表わせるならば,

$$q = a_1 + b_1 x + c_1 x^2 \quad \dots\dots\dots(5)$$

水門全開時の h と x の関係はほぼ潜堰の場合に生ずる状態と考えられるから (図-3)

$$h = x + \frac{\mu}{2gB^2} \left(\frac{q}{x - H_s} \right)^2 \quad \dots\dots\dots(6)$$

ここに、
 B : 有効全水門巾
 H_s : 水位基準面から測つた水門しきいの高さ
 μ : その水門特有の係数
 h と x の関係は

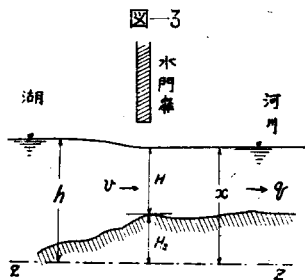


図-6 の様に近似的に直線式で代用しても誤差は微小であるから (計算例参照) ε, c_0 を常数として

$$h = (1 + \varepsilon)x + c_0 \quad \dots\dots\dots(7)$$

(A) 増水時 (2)(4)(5)(7) 式を (1) 式に代入し且つ

$$m = m_0(1 + \varepsilon)^2, n = (m_0 c_0 + n_0)(1 + \varepsilon) \quad \dots\dots\dots(8)$$

とおけば,

$$at + Q_0 = (mx + n) \frac{dx}{dt} + (a_1 + b_1 x + c_1 x^2) \quad \dots\dots\dots(9)$$

即ち湖水位曲線は a, Q_0, h_0 の種々の値により無数の場合が考えられ、従来の数値積分を用いてもかなり厄介であるから、本文では以下の仮定の下に近似的解析を試みる。図-4 に於て今考えている洪水時の x の変動範囲については近似的に次の直線式で表わせるものとする、

$$q = a + bx \quad \dots\dots\dots(10)$$

$$at + Q_0 = (mx + n) \frac{dx}{dt} + (a + bx) \quad \dots\dots\dots(11)$$

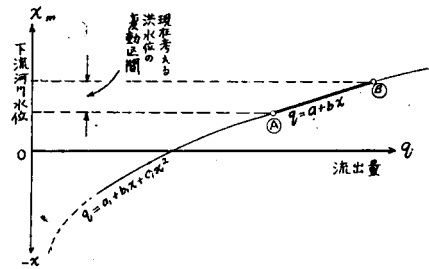
$u = mx + n$ とおけば

$$u \left(\frac{du}{dt} + b \right) = mat + \{ m(Q_0 - a) + bn \}$$

$$\text{今 } \left. \begin{aligned} e_1 &= ma \\ e_2 &= m(Q_0 - a) + bn \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(12)$$

とおき且つ $u = (e_1 t + e_2) Z$ とおきかえて結局次の4式を得る³⁾⁴⁾。

図-4 水位一流量曲線



$$G(Z) = -\frac{1}{2} \log_{10} (e_1 Z^2 + bZ - 1) + \frac{b}{2\sqrt{4e_1 + b^2}} \log_{10} \frac{2e_1 Z + b - \sqrt{4e_1 + b^2}}{2e_1 Z + b + \sqrt{4e_1 + b^2}} \quad \dots\dots\dots(13)$$

$$G(Z) = G(Z_0) + \log_{10} \left(1 + \frac{e_1 t}{e_2} \right) \quad \dots\dots\dots(14)$$

$$Z = \frac{mx + n}{e_1 t + e_2} \quad \dots\dots\dots(15)$$

$$Z_0 = \frac{mx_0 + n}{e_2} \quad \dots\dots\dots(16)$$

x_0 は $t=0$ における x の値である。さて (13) 式に於て e_1 を与えるならば任意の Z に対する $G(Z)$ を

計算して表にして置く事が出来る(表-2)。従つて(13)~(16)式を用いて、任意の Q_0 と x_0 又は Q_0 と h_0 を与えた時、 t 時間後の水位 x を計算出来、又(7)(10)式より h, q も求める事が出来る。

(B) 減水時 (3)(4)(7)(10)式より

$$a't + Q_0' = (mx + n) \frac{dx}{dt} + (a + bx) \dots\dots\dots(17)$$

この時は $a' < 0$ であるが、最も普通に現われる $e_1 < -\frac{b^2}{4}$ の時には先の $G(z)$ の代りに次の $K(z)$ を用いねばならぬ。

$$K(z) = -\frac{1}{2} \log_{10}(1 - bz - e_1 z^2) - \frac{0.4343b}{\sqrt{-(b^2 + 4e_1)}} \tan^{-1} \frac{2e_1 z + b}{\sqrt{-(b^2 + 4e_1)}} \dots\dots\dots(18)$$

3. 湖水面積 A が一定の時の解法

この時は前節の解法によらず次の方法を用いると極めて便利である。

(A) 増水時 (2)(7)(10)を(1)に代入して

$$at + Q_0 = A(1 + \varepsilon) \frac{dx}{dt} + (a + bx) \dots\dots\dots(19)$$

今 $\lambda = A(1 + \varepsilon)$ とおき且つ $t=0$ の時 $x = x_0$ とすれば

$$x = \frac{at}{b} - \left(\frac{a\lambda}{b^2} + \frac{a - Q_0}{b} \right) + \left(x_0 + \frac{a\lambda}{b^2} + \frac{a - Q_0}{b} \right) \cdot e^{-\frac{bt}{\lambda}} \dots\dots\dots(20)$$

(B) 減水時 (図-5)

基本式は $a't + Q_0' = \lambda \frac{dx}{dt} + (a + bx) \dots\dots\dots(21)$

$$\therefore x = \frac{a't}{b} - \left(\frac{a'\lambda}{b^2} + \frac{a - Q_0'}{b} \right) + \left(x_0' + \frac{a'\lambda}{b^2} + \frac{a - Q_0'}{b} \right) \cdot e^{-\frac{bt}{\lambda}} \dots\dots\dots(22)$$

減水し始めて t_m 時間後に最高水位 h_m, x_m になつたとすれば、

$$t_m = \frac{\lambda}{b} \log_e \left[1 + \frac{b(a + bx_0' - Q_0')}{a'\lambda} \right] \dots\dots\dots(23)$$

$$x_m = \frac{a't_m + Q_0' - a}{b} \dots\dots\dots(24)$$

$$\left. \begin{aligned} h_m &= (1 + \varepsilon)x_m + c_0 \\ q_m &= a + bx_m \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(25)$$

4. 計算例

(A) 水面積 A が

変化する時

$h = 0.90$ m の時 $A = 14.8$ km², $h = 1.50$ m

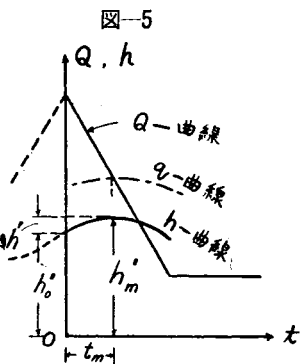


表-1

x (m)	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
q (m ³ /s)	213.2	226.0	239.2	252.8	266.8	281.2	296.0
h (m)	0.9905	1.0950	1.1997	1.3045	1.4094	1.5145	1.6198

の時 $A = 20.2$ km² の時は(4)式より $A = 9.0 \times 10^6 h + 6.7 \times 10^6$ (m²) 又河川流出量 $q = 116 + 90x + 20x^2$, $B = 55.2$ m, $H_s = -2.0$ m, $\mu = 1.0$ なる時 h と x の関係を示すと表-1 及び 図-6 となるから、 $x = 0.90 \sim 1.50$ m の範囲では近似的に

$$h = 0.9905 + 1.0488(x - 0.90)$$

故に $\varepsilon = 0.0488$, $c_0 = 0.0466$ を得る。

(8)式より $m = 9.9$

$\times 10^6, n = 7.467 \times 10^6$

を得る。次に $x - q$

曲線に於て $x = 0.90$

~ 1.50 m の範囲で

は 図-7 の要領で近

似的に直線式で現わ

し $a = 92.6, b = 134.0$

となる。又洪水増加

率 α は 1 時間に 18

m³/sec の割で増水

するものとすれば $\alpha = 18/3600 = 0.005$ m³/sec², 故に

図-6

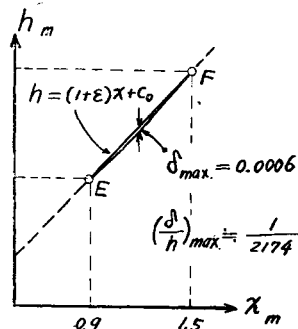
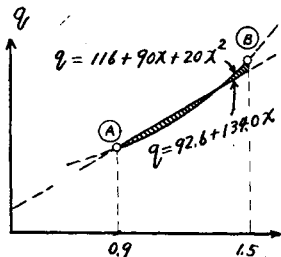


図-7



$$e_1 = m\alpha = 4.95 \times 10^4$$

(m⁴/sec²) e_1 が 知れ

たから (13) (18) 式

により任意の z に

対する $G(z), K(z)$

を計算したものが表

-2, 表-3 である。

(但し $b^2 + 4e_1 < 0$)

表-2

増水時		
z	$G(z)$	表差
0.0035	+0.3089	2374
40	+0.0715	1094
45	-0.3361	134
50	-0.0977	530
55	-0.1507	441
60	-0.1948	380
65	-0.2328	336
70	-0.2664	303
75	-0.2967	277
80	-0.3244	255
85	-0.3497	239
90	-0.3738	221
95	-0.3959	210
0.0100	-0.4169	197
105	-0.4366	188
110	-0.4556	179
115	-0.4733	180
120	-0.4903	163
125	-0.5064	154
0.0130	-0.5222	

表-3

減水時		
z	$K(z)$	表差
0.0035	-0.07158	337
40	-0.1254	346
45	-0.1598	346
50	-0.1944	339
55	-0.2283	331
60	-0.2614	321
65	-0.2935	309
0.0070	-0.3264	294
75	-0.3540	283
80	-0.3823	272
85	-0.4055	260
90	-0.4335	249
95	-0.4604	237
0.0100	-0.4853	224
110	-0.5270	211
120	-0.5701	201
130	-0.6082	194
140	-0.6436	187
150	-0.6765	180
160	-0.7073	174
170	-0.7363	168
180	-0.7634	163

[但し $b = 1340, a = 0.005, m = 9.9 \times 10^4, c = 0.0466$]

[例題 I] $\alpha=0.005 \text{ m}^3/\text{sec}^2$, $Q_0=150 \text{ m}^3/\text{sec}$
 $x_0=0.90 \text{ m}$ (或いは $h_0=0.991 \text{ m}$) の時水門を全開す
 れば 16 時間後の湖水位はいくらか。

解. $e_2 = m(Q_0 - a) + bn = 9.9 \times 10^6(150 - 92.6) + 134.0 \times 7.467 \times 10^6 = 1569 \times 10^6 \text{ (m}^3/\text{sec)}$

$$\log_{10} \left(1 + \frac{e_1 t}{e_2} \right) = \log_{10} \left(1 + \frac{4.95 \times 10^4 \times 16 \times 3600}{1569 \times 10^6} \right) = 0.4498$$

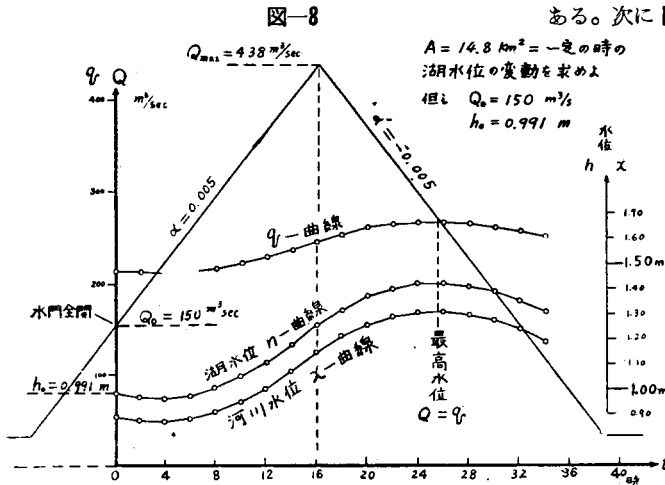
$$Z_0 = \frac{mx_0 + n}{e_2} = \frac{9.9 \times 0.90 + 7.467}{1569 \times 10^6} \times 10^6 = 0.01044$$

表-2 より $G(Z_0) = G(0.01044) = -0.4343$

$$G(Z) = G(Z_0) + \log_{10} \left(1 + \frac{e_1 t}{e_2} \right) = -0.4343 + 0.4498 = 0.0155$$

逆に表-2 より Z を求めると $Z=0.004265$, 従つて (15) より $x=1.149 \text{ m}$, $h=(1+\epsilon)x+e_0=1.252 \text{ m}$ を得る。

次に A が一定の時計算はきわめて容易で、**図-8** はその一計算例を图示したものである。



5. 計算図表 (A が一定の時)

湖水位を決定する factor は α , Q_0 , h_0 , であるが, α は従来最も屢々現われる値を一, 二選ぶ事にし, Q_0 , h_0 の任意の値に対する図表を作つておけば 便利である。今 h_0 が一定とし, Q_0 , Q_{0N} の時の湖水位を h , h_N とすれば,

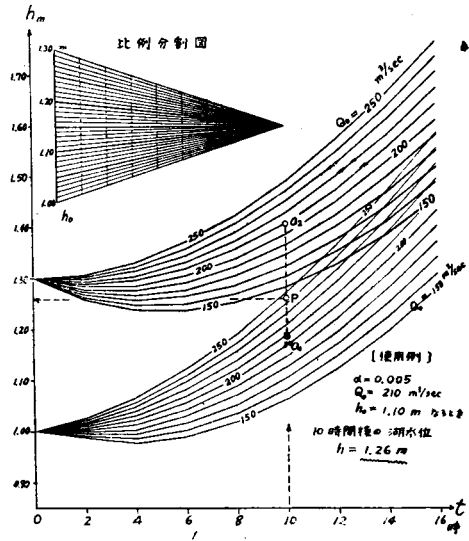
$$h - h_N = (Q_0 - Q_{0N}) \frac{(1+\epsilon)}{b} \left(1 + e^{-\frac{bt}{\lambda}} \right) \dots \dots \dots (26)$$

又 Q_0 が一定で h_0 , h_{0N} の時の水位を h , h_N とすれば,

$$h - h_N = (h_0 - h_{0N}) \cdot e^{-\frac{bt}{\lambda}} \dots \dots \dots (27)$$

即ちこれ等の曲線群は等間隔に画く事が出来る。(**図-9**, **図-10**) 例え **図-10** は $h_0' = 1.20 \text{ m}$, 1.40 m

図-9



の場合につき Q_0' を $20 \text{ m}^3/\text{sec}$ 刻みに画いたものである。次に **図-5** に於て $\Delta h' = h_m' - h_0' \dots \dots \dots (28)$

であるから (24) (23) 式により $\Delta h'$ を計算して図表にしておいた (**図-11**)。

[例題 II]

水面積 $A=14.8 \text{ km}^2$ の湖沼水門全開中, $h_0' = 1.26 \text{ m}$ で最大流入量 $Q_0' = 390 \text{ m}^3/\text{sec}$ より $\alpha' = -0.005$ の割で減水し始めた。12 時間後の湖水位を求めよ。

解. **図-10** に於て $t=12$ 時の鉛直線上で $Q_0' = 390$ に相当する 2 点 a_1', a_2' を拾い, a_1', a_2' を $(1.40 - 1.20) : (1.26 - 1.20)$ の比に分割する

点 P' を divider で定め, その縦座標より, $h' = 1.328 \text{ m}$ を得る。

[例題 III] 前題に於て湖水の最高水位 h_m を求めよ。

解. **図-10** に於て前題の要領で $t=6, 7, 8$ 時について調べると, $t=7$ 時間附近で $h_m = 1.375 \text{ m}$ を得る。

別解. **図-11** に於て, $h_0' = 1.26 \text{ m}$, $Q_0' = 390$ に相当する点 M を拾いその縦座標より $\Delta h' = 11.95 \text{ cm}$ を知るから $h_m' = h_0' + \Delta h' = 1.260 + 0.1195 = 1.380 \text{ m}$ となる。

6. 洪水調節と図表の利用

Q が僅少で水門が全開されない期間では h と x の関係は, $\sqrt{2g(h-x)} \cdot \Sigma BCH = a_1 + b_1 x + c_1 x^2 \dots \dots \dots (29)$

図-10

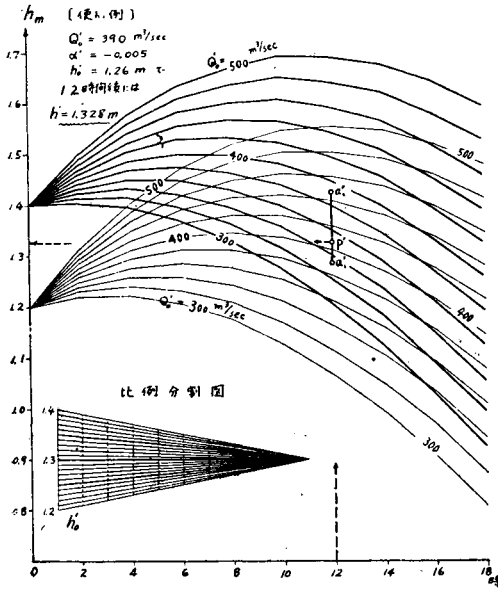
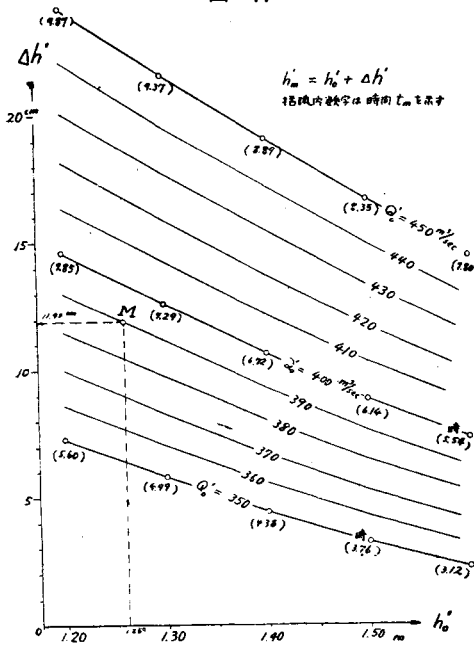


図-11



こゝに H : ある水門扉 (巾 B) の開度

C : ある水門扉のその水位における流量係数

この場合の研究については今後につづきにし、 Q が激増して全水門全開するに到れば前記3種の図表を利用する事が出来る。

(A) Q 又は α の推定 α としては従来の洪水記録を調査して最も屢々起りうる α の値を標準値 α_N とし、 α_N と異つた α の場合には次の補正值を用いる事にすれば、 $G(z)$ 、 $K(z)$ を計算し直す必要もなく

便利と思う。即ち

$$\Psi(t) = (1 + \epsilon) \left[\frac{t}{b} - \frac{\lambda}{b^2} (1 - e^{-\frac{bt}{\lambda}}) \right] \dots\dots(30)$$

とおき $h = h_N + (\alpha - \alpha_N) \cdot \Psi(t) \dots\dots\dots(31)$

(B) 洪水遭遇中の水位推算 現在洪水来襲している時を考えると α の値を知る事が必要で、それには Q を一定時間毎に測定すべきで、これと気象条件、及び従来の経験により今後の継続時間を予想するものである。即ち増水時には継続時間がきまらぬ限り水位変動も予想出来ない事になる。然し減水時にはこれと異り、最も重要な最高水位とその時刻は、 α' が与えられればかなりの確かさで予想出来るから甚だ都合である。図-5に於て Q_{max} になる時刻には h -曲線は丁度変曲点に相当する故、 Q 変化を時間毎に観測して Q_{max} とその時刻を突き止めたならば、以後何時間後に最高水位に達するかが知れる事になる。尙 Q の観測には流入河川水位から求めるのが望ましいが、直接 h と q から計算で求めると A が大きい為思わぬ誤差がはいるから慎重な取扱いを要する。

7. 結 言

湖沼水位の計算を従来の数値積分法を用いて行くと factor が多くて面倒であるに鑑み、筆者は若干の仮定の下に、且つ水面積が水深 h の一次式で表わせる場合にも適用出来る近似解法を述べ、更に図表化して洪水調節に役立てんと試みた。これにより水面曲線を規定する3つの factor α 、 Q_0 、 h_0 相互間の関係も明らかとなり、今後水門操作の合理化に対する理論的根拠と、湖沼水門設計上の基礎となるものとする。

5. に掲げた図表の作製理論は簡単のため A が一定の場合について述べたが、 $A = m_0 h + n_0$ の時にもほぼ類似の曲線が得られ、唯計算が複雑化する事になる。更に基礎方程式の誘導に当つて洪水波の伝播や風の影響を除外した点、又水位-流量曲線の一部を直線式と仮定した事など考察の余地が多々あると思うが、今後の研究により是正して行き度い。

終りに臨み、終始御指導と御激励を賜つた工学部長結城朝恭博士、京都大学石原藤次郎博士に対し深く謝意を表すると共に、御便宜を与えられた長野県土木部関係各位、助力をいただいた土木教室助手、草間孝志君の御好意を感謝する。

註

- 1) 土木学会第7回年次講演会で発表
- 2) 長野県土木部: 諏訪湖の資料
- 3) 筆者: 水門を有する湖沼水位の推算について、信州大学紀要第1巻第1号
- 4) 筆者: 同上、土木学会第7回年次講演会概要集 (昭.26.8.15)