報　文

UDC 624.036 : 711.7
625.721+627.13

樹枝状構造論•道路及び河川の地域配分の研究

正員　工学博士　岡　本　但　夫*

DENDROID SYSTEM; DISTRIBUTION OF RIVERS AND HIGHWAYS

(JSCE Dec. 1951)

Dr. Eng., Tadao Okamoto, C.E. Member

Synopsis This report is the substance of my thesis of degree, "Dendroid system; distribution of rivers and highways"
In nature, we find many dendriform like rivers, blood vessels, and others. I found there were some causation among them, and build up this "theory of dendroid system"
I found that there was a certain ratio between numbers of trunk and branch lines of them, and applied it to the study of distribution of rivers and highways.

要旨　本文は拙著，学位論文「樹枝状構造論・道路及び河川の地域配分の研究」の要旨である。

河川，人の血管その他自然界には木の枝状をなすものが多く，私は之等の間に自からある因果関係のある事を認め，之を一つの理論として統一したのが樹枝状構造理論である。その幹線支線の数の比には自から定つた比を有する事を発見し，之を応用して道路，河川の地域配分を研究した。

第1章　本論文の目的

凡そ土木事業計画をなす場合個々の構造物については普通「経済的設計」という事が目標とされ，之に対する方法が詳細に研究されて来たが，ある系統全体を考えた場合そこには自ら幹支の別があり，且つこの幹支各級の分級の仕方如何は系全体としての経済上至大の関連をもつ事は当然であるが，従来之等の間の事については特にまとまつた理論は見当らない。

然るに私は道路，鉄道，河川その他の実例について之等の幹支の比間には一定の法則のある事を認めた。之等の幹支の比の合理的値を理論的に究明し，もつて各級幹支線の選別を合理化し系全体の機能を最も有効に発揮せしめるのが本研究の主な目的である。

私はこの目的を以て「樹枝状構造理論」を提示した。之については既に土木学会昭和 22, 23 年度論文集にその大要が載つているが，本論文には之を若干補足，訂正をした部分を含んでいる。

* 東海大学教授，工学部建設工学科

第2章　樹枝状構造

自然界には樹木の枝状をなしているものがすこぶる多い。最も代表的なものは木の枝葉そのものであり，人の血管，神経系，淋巴管系，河川，道路，鉄道，上下水，電信線，その他各官公署や会社の事務組織等数え切れない。之等の一見相互に関係無さそうなものが形の上に極めて類似したのを持つのはその間に共通したあるものの存在を思わしめるものがある。今之等に共通したものとして下の２点が観察せられる。

a）ある区域内に存在する要素を出来るだけ抵抗少く目的方向に取出す。

b）物を運ぶ場合一つ宛運ぶより多く集めて運ぶ程単位量当抵抗が少くなる。

しからば a), b) の両性質を具備すればどうして樹枝状になるであろうか。之が為には樹枝形が各要素が b) の性質を持つ限り与えられた区域内に等布する要素を一定方向に向つて取出す系路として抵抗最小である事を証明すればよい。

今各要素が何れも並行して流れる場合と始め若干個が集つて大塊となつて，後に目的方向に向う場合を比較するに，後者は b) の仮定により前者に比し流れのコースにおいては，抵抗が少いが当初ある１ケ所に向つて集まる為に若干の抵抗が必要である。すなわち始め若干個がその中心に集まる為，この場合の要素の行程は鍵状になる。この両者を比較すれば結局後者（鍵状コース）の方が抵抗が少くなる事を証明する事が出来る（原文には証明をしてあるが本稿では省略)。

次に上の鍵状コースについて，要素が始めの位置から若干個の中心迄到る過程のみについて，更にこの間を並行して行くコースと，この間を又鍵状に行くコースとを比較すれば，先の場合と同様の理により後者の方がより抵抗が少い形である事が証明出来る。以下之と同様の推論により，より高次の鍵状コースはより抵抗が少い事が結論される。かくして得られるコースは丁度幹より逐次枝，小枝と入つて遂に末梢に到る木の枝の形になつている。よつて著者は之を樹枝状構造と呼ぶ事にした。

樹木があんな形をしているのは，根から吸上げる養分や水を出来るだけ抵抗少く，木体各部に迄達せしめるに便利な形が自然に出来たのであり，官公署の組織は長官の命令を可及的少抵抗をもつて，各職員に達せしめるに便なる形をしているのであつて，かくてこそ全く異つた両者がかくも，類似の形をなしているものと考えられる。

第3章　分　岐　数

原文本章所説は大部分昭和 22，23 年度土木学会論文集に掲載せられているから，その摘要とその後の研究により訂正を要する部分のみを記す。

（A）　標準形　今個々の要素が集つて流れる場合多く集まる程，総抵抗量は増すが単位要素量が減ずる性質をあらわすに最も簡単な形として，下の関係を仮定する。p は0と1との間の適当な小数である。

a)　$R=cQ^p$　…………………………(3.1)

　R：抵抗　　Q：要素の集中量

　p：指数　　c：常数

b)　鍵状のコースにおいて幹支線は直交する。以上の仮定をもつものを，私は樹枝状構造の標準形と唱えた。之は計算上最も有利な形であるからで，一般のより複雑な形についても，この標準形から出発して考えるのが便利な場合が少くない。その幹支線間の分岐数の計算の詳細は昭和 22，23 年度土木学会論文集に載つている。之に多少訂正を加えて分岐数は次の如くなる。(この訂正計算については，追て別の册子で発表する予定である)。

$$m_1=\frac{l}{h}\left(\frac{h}{\alpha}\right)^{\frac{1-2p}{(1-p)\left\{1-\left(\frac{p}{1-p}\right)^r\right\}}}\times\left(\frac{p}{1-p}\right)^{\frac{1}{2p-1}+\frac{r}{(1-p)\left\{1-\left(\frac{p}{1-p}\right)^r\right\}}}\quad\cdots\cdots(3.2)$$

r：級の数 (よつて正整数でなければならない。)

F：総抵抗

総抵抗を最小にすべき r の値は次の如くなる。

$$r=-\frac{(1-2p)\log\frac{h}{\alpha}}{\log\left(\frac{p}{1-p}\right)}\quad\cdots\cdots(3.3)_1$$

$$\therefore\quad \frac{h}{\alpha}=\left(\frac{p}{1-p}\right)^{-\frac{r}{2p-1}}\quad\cdots\cdots(3.3)_2$$

表—1

p	$m_1/\frac{l}{h}$	m_2 乃至 m_r
0.1	15.5	120.1
0.2	10.1	50.5
0.3	8.3	34.3
0.4	7.6	28.8
0.5	7.4	27.5
0.6	7.6	28.8
0.7	8.3	34.3
0.8	10.1	50.5
0.9	15.5	120.1

この r の値は一般には整数にはならない。しかし之を (3.2) に代入すれば

$$m_1=\frac{l}{h}\left(\frac{p}{1-p}\right)^{\frac{1}{2p-1}}\quad\cdots\cdots(3.4)$$

第2級以下の小支についても同様の演算をする事により次の結論を得る。

$$m_2=m_3=\cdots\cdots=m_r=2^{-1}\left(\frac{p}{1-p}\right)^{\frac{2}{2p-1}}\quad\cdots\cdots(3.5)$$

各 p の値に相当する m_t の数値は 表—1 の様になる。

総抵抗

$$F=\frac{p}{2p-1}\left\{1-\left(\frac{1-p}{p}\right)^r\right\}F_1=\frac{p}{2p-1}\left\{1-\left(\frac{h}{\alpha}\right)^{1-2p}\right\}\frac{l^ph^{p+1}}{2^p(p+1)}m_1{}^{1-p}\quad\cdots\cdots(3.6)$$

$$F_1=\frac{l^ph^{p+1}}{2^p(p+1)}m_1{}^{1-p}\quad\cdots\cdots(3.6)_1$$

F：lh 区域内総抵抗

F_1：幹線上の抵抗

α^2：要素が普通の動き方をする最小面積

第4章　水頭及び勾配

任意の1点より幹線の出口迄に到る単位要素当抵抗の和を計算し，普通の河川工学の用語を借りて之を水頭と呼び，又その距離に対する微分を勾配と呼ぶ事にした。

（A）　標準形の場合区域内の任意の1点における水頭，勾配　任意の1点の水頭につき結果のみ記せば下の如くなる。

$$H=\frac{h^{2p-1}}{2^p p}\left(\frac{p}{1-p}\right)^{\frac{1-p}{2p-1}}\left[\frac{1-\left(\frac{1-p}{p}\right)^s}{1-\left(\frac{1-p}{p}\right)}-\left\{(1-\eta_1)^p+\left(\frac{1-p}{p}\right)(1-\eta_2)^p+\left(\frac{1-p}{p}\right)^2(1-\eta_3)^p+\cdots\cdots+\left(\frac{1-p}{p}\right)^{s-2}(1-\eta_{s-1})^p+\left(\frac{1-p}{p}\right)^{s-1}(1-\eta_s)^p\right\}\right]\quad\cdots\cdots(4.1)$$

但し

$$\eta_i=\frac{2y_i}{a_{i-1}} \quad \cdots\cdots(4.1)_1$$

y_i: 第 i 級支線の落口と第 i-1 級支線の落口との間の距離

H の最高値は

$$H_{\max}=\frac{h^{2p-1}}{2^p(2p-1)}\left(\frac{p}{1-p}\right)^{\frac{1-p}{2p-1}}\left\{1-\left(\frac{p}{1-p}\right)^{-\frac{2p}{2p-1}}\right\}\times\left\{1-\left(\frac{1-p}{p}\right)^{s}\right\} \quad \cdots\cdots(4.2)$$

$p=0.5$ の場合は

$$H_{\max}\fallingdotseq 4.24\,S \quad \cdots\cdots(4.2)_1$$

S: 支線の級の数

すなわち $H_{\max}$ は一級ごとに 4.24 だけ増加する。次に各級の最高値と上級幹線への落口との H の差は次の如くなる。

$$\varDelta H_s=K\left(\frac{p}{1-p}\right)^{-(s-1)} \quad \cdots\cdots(4.3)_1$$

但し

$$K=\frac{h^{2p-1}}{2^p\,p}\left(\frac{p}{1-p}\right)^{\frac{1-p}{2p-1}}\left\{1-\left(\frac{p}{1-p}\right)^{-\frac{2p}{2p-1}}\right\} \quad \cdots\cdots(4.3)_2$$

よつて各級の水頭の差の比は

$$\varDelta H_1:\varDelta H_2:\cdots\cdots:\varDelta H_s=\left(\frac{p}{1-p}\right)^{0}:\left(\frac{p}{1-p}\right)^{-1}\cdots\cdots:\left(\frac{p}{1-p}\right)^{-(s-1)} \quad \cdots\cdots(4.4)$$

$$\therefore\quad \frac{\varDelta H_{i-1}}{\varDelta H_i}=\left(\frac{p}{1-p}\right) \quad \cdots\cdots(4.4)_1$$

上は現実の河川等について p の値を決定するのに便利な式である。($\varDelta H_i$, $\varDelta H_{i-1}$ は図上で測る事が容易である)

第5章 斜交流路

今迄は各級幹支線は各相互に直交するものと仮定して来た。しかし直交は単に計算上の便宜からのもので実際の諸現象では，河川等に見る如く相互は斜交する場合が少くない。しかし一般に斜交のものの計算は，頗る複雑で之を正確に取扱う事は，はなはだ困難であるから，極く粗い近似値をもつて一応満足せねばなるまい。

しかして斜交流路では，同じ幹線に注ぐ同級支線については，各その幹線に対してなす角は異なるのが普通である。そこで今特別の場合，すなわち各級の支線が，その上級の支線に対して夾む角が全部等しい場合には，その取扱いが大いに簡単になるから，著者は此の形をもつて斜交流路解明の端緒としたいと思う。

交角が一定な斜交路線系

此の場合支線は幹線に対し θ なる角をもつて交わり，一級下の小支線 A_3B_3 も θ なる角をもつて支線に交わり以下各級支線についても同様であるとする。

第3章の直交の場合と同様の演算を行つて下の如き結論が得られる。

分岐数
$$m_1=\frac{l}{h}\frac{\sec\theta}{\lambda}\left(\frac{p}{1-p}\right)^{\frac{1}{2p-1}} \quad \cdots\cdots(5.1)$$

$$m_2=m_3=\cdots\cdots=m_r=\frac{1}{2}\left(\frac{p}{1-p}\right)^{\frac{2}{2p-1}} \quad \cdots\cdots(5.2)$$

$$\lambda=\left(1-\frac{l}{hm_1}\tan\theta\right)^{p+1} \quad \cdots\cdots(5.1)_1$$

総抵抗
$$F=\frac{p}{2p-1}\left(\frac{p}{1-p}\right)^{\frac{1-p}{2p-1}}\times\frac{1-\left(\frac{h}{\alpha}\right)^{1-2p}}{2^p(p+1)}\,l\,h^{2p}\lambda^p\sec^{1-p}\theta \quad \cdots\cdots(5.3)$$

之等の式より各 p の値に対する θ, λ, m_i の値を計算すれば表―2の如くなる。

表―2

p	θ	λ	m_1
0.9	0.661	0.944	25.88 $\frac{l}{h}$
0.8	0.497	0.934	14.49 〃
0.7	0.388	0.936	10.23 〃
0.6	0.282	0.946	8.51 〃
0.5	0.193	0.962	7.77 〃
0.4	0.120	0.978	7.77 〃
0.3	0.067	0.990	8.31 〃
0.2	0.030	0.996	10.00 〃
0.1	0.008	0.999	15.28 〃

すなわち θ は各 p に対し全く自由ではあり得ない。

第6章 集中性（または放射性）経路の場合

今迄の各章ではある区域内の要素を一定方向に取出す場合を取扱つた。今度は与えられた区域内の要素がその中の1点に向つて集中（又は1点より放射）する場合を取扱う。実例は盆地の河川の湖水への集中，都市とその周囲の農村との間の物質移動等に見られる。

(A) 円形の区域内の要素を円の中心に向つて吸引する場合　此の場合次の仮定の下に，円心に集中する放射状の幹線の数を計算した。

a) 円内の要素は各級支線を経た後，円心より放射状の数本の幹線を通つて円心に到る。

b) 各級支線を経て幹線へ出る迄の経過は，標準形の場合と同じとする。

a) の結果は次の如くなる。

$$n=2\pi\left(\frac{p}{1-p}\right)^{\frac{1}{2p-1}}\{(p+1)(2p+1)\psi(p)\}^{-\frac{1}{p}}$$
……………………(6.1)₁

但し

$$\psi(p)=\int_0^1(1-\zeta^2)^p d\zeta=1-\frac{p}{3}-\frac{p(1-p)}{1.2.5}$$
$-$ ………　　……………………(6.1)₂

n: 幹線の数

表—3　各々の p に対する n の値

p	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
n	10.2	7.9	7.5	7.7	8.2	9.3	10.9	14.1	23.2

第7，8章　他の原因を含む場合

原文第7章と第8章の内容は昭和 25 年 11 月土木学会論文集第5号の「樹枝状組織の研究(その2)」に掲げたから省略する。

平行して流れる2流が地形の擾乱により，途中で出合う迄の平均長を求めるのが主目標である。

第9章　道路に対する応用

(A)　原文第9章は樹枝状構造理論の道路への応用を記してある。道路は次の2性質を有しているので，先に記した樹枝状構造の条件を満足する。よつて道路は樹枝状構造として取扱う事が出来る。

a)　人は人又は物を甲地から，乙地に運ぶには出来るだけ経済的な（抵抗少い）道をえらぶ傾向をもつ。

b)　交通路線では，交通量が多くなる程運賃が割安になる（要求が多くなる程，単位要素当の抵抗が減ずる)。

しかし道路は，先に記した様な単純な樹枝状構造ではない。右は先の場合には，要素は終局的にはある一定方向に向う事になつているが，道絡への要請は少くとも2方向以上（地表面は 2 dimension である）であるからである。

かくて道路網は2方向(或いは3方向以上)の樹枝状構造の交叉した形である。その中最も多いのは直交系（2交叉）と三角系（3交叉）とである。原文（3）節以下には直交系及び三角系について各級の幹支線の分岐数を計算し，各々次の如き結論を得ている。

$$m_1=m_2=\cdots\cdots m_{r-1}=\left(\frac{p}{1-p}\right)^{\frac{1}{2p-1}}$$

$$m_r=\frac{l}{\alpha}\left(\frac{p}{1-p}\right)^{\frac{1-r}{2p-1}}$$

但し　$R=Q^p$　　$m_1,\cdots\cdots m_r$: 各級の幹支分岐数

　　r: 級の数　　R: 抵抗

之は三角系，直交系にかかわらない。

一般にこの m_l の値は p の値に鈍感（$p=0.5$ の時 $m_l=7.4$，$p=0.8$ のとき $m_l=10.1$）で大抵の p の値については 7.4～10 位である。すなわち抵抗の性質が変つても，分岐数には余り影響しない。この事は極めて有利な性質で，これあるが為，千差万別の性質をもつ荷物の動きに対して同一の路網で足り，又道路が河川水道管，その他とよく併行して存在する有力な理由でもある。

(B)　次に直交系と三角系との，相互の抵抗を比較しあわせて両者の利害得失を比較研究した。

直交系と三角系とでは，幹線上の距離の点では直交系は近距離において，三角系は遠くなるにつれ有利になる（此等の事については，昭和 25 年 12 月土木学会誌に掲載した)。

樹枝状構造の立場，すなわち各地点より最寄の幹線に出る迄の抵抗については下式の如くなる。

$$\frac{R_{\text{直交系}}}{R_{\text{三角系}}}=\frac{3^{1-\frac{p}{2}}}{2}$$

すなわち $p=0.75$ の所が臨界点になり，之より p が大きい場合には直交系，小さい時は三角系が抵抗が少くなる。しかし何れにせよこの差は大したものでなく，従つて，この立場は両者優劣の決定的要素とはならない。

両者優劣に決定的に影響するのは，交叉点の難易であつて此の点は四角網が断然有利である。かくて交叉の犠性を強く感ずる都市においては，四角網が勝り，遠方との交通を専ら道路交通のみに依存する僻村では三角系が勝るという事になる。

(C)　求心形路線系　道路は幾何学上必然的に交点を生じ，交点は要素の邂逅が他の場合より多く，之が為に特殊の地歩を生じ，その周辺との間に新しい求償関係を生ずるに到る。此等の事については，昭和 25 年 12 月の土木学会誌に拙稿を載せた。

かくして1点とその周辺との間に，吸引的影響力が働く場合の要求の移動経路について研究し，その中次の場合について下の様な結論を得ている。

a)　円内の要素をその中心に集める場合に出来る求心的路線の数（n）

$$n=2\pi\left(\frac{p}{1-p}\right)^{\frac{1}{2p-1}}\{(p+1)(2p+1)\psi(p)\}$$
……………………(6.1)₁

但し　$$\psi(p)=\int_0^1(1-\zeta^2)^p d\zeta=1-\frac{p}{3}-\frac{p(1-p)}{1.2.5}$$
$-$ ………　　……………………(6.1)₂

原文には世界の各国の首都に集まる鉄道路線数を比

較し，それが大むね上の式による数字に合う事を記している。

第10章　河川と樹枝状構造

（A）河川は次の2条件を満足する事により，樹枝状構造として取扱い得る。

a）河川は合流して流れる方が，別々に流れるより抵抗が少くなる。

b）河川には浸蝕により河形及び勾配を変化せしめる性質があり，しかもその方向は常に「抵抗をより少くする形」である。

次に河川が樹枝状構造の標準形として取扱い得る条件を吟味し，普通の河川は近似的にかくなる事を結論した。

（B）標準形と擾乱作用　自然地表面は凸凹多く中々樹枝状構造の標準形にはならない。よつて之を擾乱作用として取扱つた。並行に流れるべき同級の流れが，途中の擾乱により，中途で合流して一方が他の支流になる場合がある。此の場合の支流は樹枝状構造理論による支流よりは著しく大きく（樹枝状理論の場合には支流は幹流の大凡1/8程度）その方向も本流に対して直交的でなくて並行的である。我国の河川の上流は，屢々2流に分れている（例えば信濃川における千曲川，犀川，富士川における釜無川，笛吹川）のを見る。本来並行すべき同級の河川が擾乱作用によつて，合流する迄の平均距離すなわち「自由流路の長さ」については原文第8章にその計算が記されている。

その結論は次の式になる。

$$\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{\pi}}e^{-\frac{a^2}{n}}-\left(\frac{a^2}{n}-\frac{1}{2}\right)=0$$

a：並行2流の間の距離を擾乱半径を単位として計つた数

n：自由流路の長さを擾乱半径を単位として計つた数

表—4

a	3	5	10	20	40
n	8	18	66	218	728

すなわち自由流路の長さは，擾乱半径の増大（a の減少）とともに急速に短くなり，n/a が分岐数 m_i の値（7.4～10 程度）より小になれば，河川に対する樹枝状理論は最早通用しなくなる。すなわち本理論運用の限界を示す。

（昭.26.9.3）

UDC 666.971：539.411

セメント圧縮強度とコンクリート圧縮強度との関係について[1)]

正員　工学博士　水　野　高　明*

ON THE RELATION BETWEEN THE COMPRESSIVE STRENGTHS OF CEMENT AND CONCRETE

(JSCE Dec. 1951)

Dr. Eng., Takaaki Mizuno, C.E. Member

Synopsis The writer reports the results of his experimental researches on the relation between the compressive strength of cement in accordance with JIS standard and that of concrete for various cement-water ratios.

The test data were plotted and from them the safe design curves were drawn. At the same time, the ratios of 28 day strength to 7 day strength of concrete were plotted against those ratios of cement for various water-cement ratios. This makes it clear that there is a certain relation among these values.

要旨　本文は，セメントJIS圧縮強度及びセメント水比とコンクリート圧縮強度との関係を求める目的で，昭和23年10月より昭和26年3月に至る期間に施工された九州各地の土木及び建築工事現場の材料を使用し，その配合に準じて，九州大学土木実験室に於て作製した，コンクリートについての試験報告である。

* 九州大学教授，工学部土木教室

1）昭和26年5月27日，第7回年次学術講演会にて講演

1. 序　言

一定のセメント及び骨材を使用したコンクリートの