

なると言う調子の現象が見られ、粗密順送り現象と名付けたが、これは運動が不平等に基く事の証據と見なす事が出来る。又粒が自由に動くためには粒の周囲に若干の空間がなければならず、しかしこの空間が大きすぎれば不安定となるためにくづれなければならないから、一粒の粒子のまわりの空間は時間的の平均をとれば一定となねばならぬ事を述べた。だが、当時私は定常的の運動に於ては容積一定となると言う点だけしか、これから論ずる事が出来なかつたが、本文の立場から見ると今少しく論旨を進め得る様になつた。即ち、 V_0 と V との差がこの場合には一定となるから、 N の値は一定、従つて W は一定となる。しかも、本文では述べなかつたが、 W を求める時には W の可能な最大値をもつて (6) 式の W としているのだから、(即ち 1 に出来るだけ近い W) (6) 式の Q は可能な最小値をとるべき事が結論される事が分かる。この事は嘗つてブーシネスクの応力、歪の関係を転用して、砂の定常運動に際しては、エネルギー損失が最小となると言う法則を見出したが、この法則と一致する。

従つて、この法則が摩擦法則をあらわしていた事を考え合わせると (9) 式は摩擦法則を粒子論的に解釈したものと言う事が出来る。

前には砂の運動を粒子論的に取扱う事を試みて失敗し、流体力学的に取扱つたが、粒子の力学に依れば、

粒子論的に考える事が出来る事が分つたのである。粒子の力学に依れば

$$\Delta Q = KN \left(\frac{\alpha}{Nv_0} - \frac{1}{V} \right) \Delta V$$

である。但し、 N は V 中の粒子の数、 v_0 は 1 ケの粒子の容積、 α はある常数である。定常運動ならば $dQ/dt = 0$ (但し t は時間) であるから $dV/dt = 0$ となつて (括弧の中は零でない) ダイレイタンシーが効かない事も出て来る。

この線に沿つて剪断現象を考える事は将来行いたいと思うが、砂の運動を粒子論的に扱い得る事こゝでは述べておくに止める。

8. 結 論

以上土の力学を統一的に考察する一つの見解を述べたが、それに依ると可成り定性的ではあるが土の力学的性質について、その特性を考える事が出来るのである。

又土の力学的研究の困難さは、如何なる意味を持つているかと言う事についても比較的透明な見通しが得られると思われる。

言うまでもなく以上の理論は序説的であつて將來の研究に依つて、完成に近づけなければならないものであるけれども、一応これに依つて土の力学的性質の研究を行う場合の、一つの指導精神を示し得たのではないかと考えている。
(昭.26.1.18)

UDC 625.034.

脱 線 係 数 式 の 一 考 察

正員 後藤 宇太郎*

ON THE DERAILMENT RATIO FORMULA

(JSCE June 1951)
Utaro Goto, C.E. Member

Synopsis As well known, the derailment of running wheel is affected by ratio of lateral and vertical forces acting upon it. We can know the lateral and vertical forces by the accelerometer respectively. But we can not make sure the relation between those forces and the derailment. Therefore we must know at first the rational and theoretical maximum limiting values permissible on running wheel without derailment. In this paper, the author proposed a derailment-ratio formula, by which one can know the permissible ratio between the above forces on running wheel.

(I) は し が き

車輪が蛇行動その他の原因により、横圧力を受けた場合、その横圧力の垂直荷重に対する比率が大きければ乗上り脱線を起すに至る。この脱線する場合の比率を脱線係数と称している。加速度計の発達に伴い、

運行車輪に働く水平加速度及び上下加速度が測定されるようになつてゐるが、この実測によつて求め得た比率が脱線迄には程遠き値なるか、程近き値なるかを判断する基準が必要となつて來るのである。現に行われている静力学的脱線係数式ではもの足らなく感じて、茲に一つの理論式を提案する次第である。

* 東京鉄道工業株式会社顧問

(II) 横圧力を受けた場合の車輪の運動

図-1は車輪が横圧力を受けて軌条線(軌条頭部の軌間側の線を軌条線と称する、以下同様)上を運行している場合を示したものである。さて、図に於て軌条線を AA' とし、軌条と車輪踏面との接点 A にて AA' 線に直角な接線(この場合車輪踏面の勾配線(勾配角 γ_0)と一致するものと考える)を引き、この2線を含む傾斜面を考え、 N と T とはこの斜面上で働く力とし、 M は斜面に垂直なる力とする。然れば車輪は N 、 T 及び μM なる摩擦力で平衡を保つて、軌条線に対し斜面上の角 ϕ だけ偏倚をなして進む(この偏倚方向線を以下偏倚線と称する)。

今車輪に働く水平横圧力(軌条に直角とする)を Q 、垂直力を P とし、車輪に働く回転摩擦率を μ_r 、車軸線に平行方向の辺り摩擦率を μ_s とすれば

$$M = (P\cos\gamma_0 + Q\sin\gamma_0)$$

$$N = \mu_r(P\cos\gamma_0 + Q\sin\gamma_0)$$

$$T = (Q\cos\gamma_0 - P\sin\gamma_0) - \mu_s(P\cos\gamma_0 + Q\sin\gamma_0)$$

である。依つて車輪の偏倚角は

$$\tan p = \frac{T}{N}$$

$$= \frac{(Q\cos\gamma_0 - P\sin\gamma_0) - \mu_s(P\cos\gamma_0 + Q\sin\gamma_0)}{\mu_r(P\cos\gamma_0 + Q\sin\gamma_0)}$$

本式を解いて

$$\frac{Q}{P} = \frac{\tan\gamma_0 + (\mu_s + \mu_r)\tan\phi}{1 + (\mu_s + \mu_r)\tan\phi}\tan\gamma_0$$

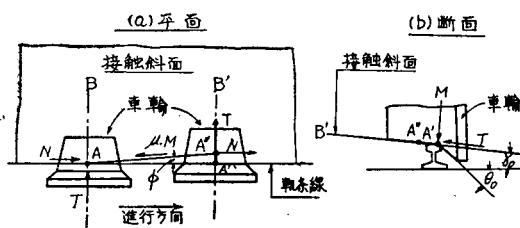
を得る。さてここで一考を要するのは、摩擦力の合力は常に運動方向に反対の向きに働いて、運動摩擦係数 μ の範囲内の大きさでなければならぬことである。依つて $\mu_s = \mu\sin\phi$ 、 $\mu_r = \mu\cos\phi$ でなければならない。従つて前式は次の如く書きかえられる。

$$\frac{Q}{P} = \frac{\tan\gamma_0 + 2\mu\sin\phi}{1 - 2\mu\sin\phi\tan\gamma_0} = \tan(\gamma_0 + \alpha) \quad \dots(1)$$

茲に $\alpha = \tan^{-1}(2\mu\sin\phi)$

車輪に上式に示す横圧力 Q が働けば、車輪は軌条線の外側に移動し、車輪踏面とフランジ面との交点 A' にて軌条を踏むようになる。フランジ面の水平面となる勾配が踏面の勾配よりも急なるを以て、 T と M との値が変つて来る。特に T の値が急に減少するので進行速度がまた急激に減少する。然るに反対側の車輪

図-1



は図-2に示す如く、当初 A_r 点で接触せるものが A'_r 点に移動するも依然として同一勾配角で軌条を踏んでいるので、その進行速度に変化がない。従つて車輪は A' 点を中心に廻転運動を起し、軌条線に対し車輪が偏倚を生ずるものと考えられる。

而して T なる力が強く偏倚角が大となれば車輪はフランジ先端で軌条に

接触するに至る。脱線を起こすのはこのフランジ先端の接触点で軌条を乗り起すからである。従つて偏倚角と脱線とは関連性をもつものである。

図-2

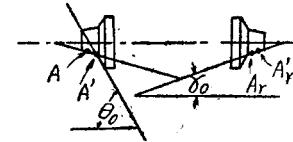
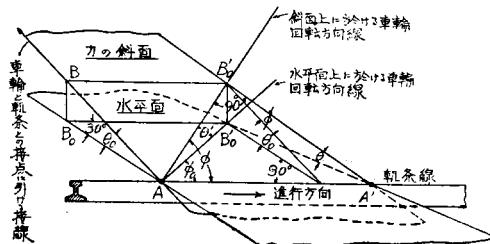


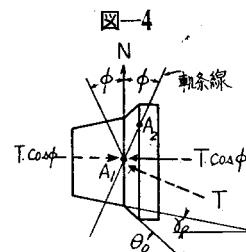
図-3



車輪に働く力の活動は凡て接触斜面上に於て起る。従つて斜面は力の場であり舞台である。図-3はこの斜面と水平面、垂直面との関係を示したものである。

(III) 車輪がフランジ先端に軌条と接触を起した場合

前節で述べた通り、図-4の如く車輪が軌条と A_2 の点で接触を起した場合には、車輪はフランジ面で軌条を踏み、勾配角が γ_0 より急勾配の θ_0 に變るを以て、車軸に直角方向の力 N も車軸に平行なる力 T も、斜面に垂直なる力 M も皆変化する。就中 T の値は



γ_0 が θ_0 に變つた結果として $(Q\cos\theta_0, P\sin\theta_0)$ の値に正負を生ずる可能性が起る。正の場合には図-4で明かる通り、 N と T との合力の方向が益々軌条線より外側の方に遠ざかるを以て当然脱線する。これに反し負の場合には T は $(P\sin\theta_0 - Q\cos\theta_0) - \mu_s(P\cos\theta_0 + Q\sin\theta_0)$ となり点線で示した向きとなる。従つて N と T との合力が軌条線と一致する可能性を生ずるものである。この可能性の限界を見出すことが脱線係数式の目標でなければならぬ。この場合図-5

に示した如く、軌条線の方向が A_1 点では ϕ の偏倚で、 A_2 点では ϕ の偏倚をなすものと考える。

さて軌条線 A_1A_2 と接線 A_1B_1 を含む斜面を θ_0 斜面と名づけ、 A_2 点に於て車輪迴転方向の接線が θ_0 斜面となす角度を、図-6 に示す如く β' とし、この $A_2B'_2$ 接線と軌条線 A_1A_2 とを含む斜面を考え、これを β_0 斜面と名づける。而してこの両斜面の軌条線に直角なる方向の傾斜角を夫々 θ_0 、 $(\theta_0 + \beta_0)$ とする。なお θ_0 斜面に於て車軸方向の斜面勾配を θ 、車軸に直角なる方向の勾配を θ' とし、 θ_0 斜面に於ける車軸方向線の θ_0 斜面となす角度を β 、車軸に直角なる方向線の角度は既に述べた通り β' とする。然れば θ_0 斜面上に於て A_1 点に働く N 及び T なる力は、フランジ先端が A_2 点で軌条と接触を起せば β 斜面上の力に変る。この場合 $A_2B'_2$ の垂直断面を示せば図-6 の如く、 A_2B_2 の垂直断面を示せば、図-7 の如くである。図に見る通り N 、 T なる力の θ_0 面に平行なる分力は夫々 $N \cos \beta'$ 、 $T \cos \beta$ で、 θ_0 面に垂直なる分力は夫々 $N \sin \beta'$ 、 $T \sin \beta$ である。而してこの場合の摩擦力は軌条線上に於て進行方向に反対の向きに働く。故に

車軸に直角方向の θ_0 斜面上の力の合計は

$$N \cos \beta' + \mu \cos \phi (N \sin \beta' + T \sin \beta)$$

車軸に平行方向の θ_0 斜面上の力の合計は

$$T \cos \beta - \mu \sin \phi (N \sin \beta' + T \sin \beta)$$

以上二つの力の軌条線に直角方向の分力が平衡を保つためには

$$\{N \cos \beta' + \mu \cos \phi (N \sin \beta' + T \sin \beta)\} \sin \phi$$

$$= \{T \cos \beta - \mu \sin \phi (N \sin \beta' + T \sin \beta)\} \cos \phi$$

これを解いて

$$\begin{aligned} T &= \frac{(1+2\mu \tan \beta' \cos \phi) \cos \beta'}{(1-2\mu \tan \beta' \sin \phi) \cos \beta} \tan \phi \\ &= \tan \phi_{\beta} \quad \text{とする} \end{aligned} \quad (2)$$

図-5

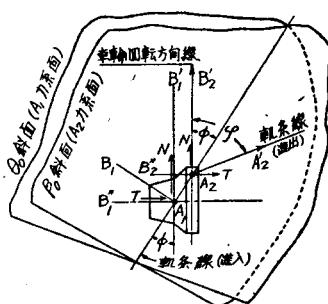
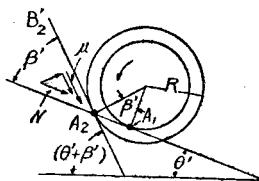


図-6



が得られる。故に脱線を起す条件は $T/N \leq \tan \phi_{\beta}$ である。

さて車輪は A_1 点に作用する T と N の作用により、 ϕ なる偏倚をなして軌条線上を運行しつつあるから

$$N = (P \sin \theta_0 - Q \cos \theta_0) \sin \phi + \mu_r (P \cos \theta_0 + Q \sin \theta_0)$$

$$T = (P \sin \theta_0 - Q \cos \theta_0) \cos \phi - \mu_s (P \cos \theta_0 + Q \sin \theta_0)$$

なる θ_0 斜面上の力である。この力が θ_0 斜面に於て $T/N \leq \tan \phi_{\beta}$ なる条件を具備すれば脱線することになる。故に次の条件式が成立つ

$$(P \sin \theta_0 - Q \cos \theta_0) \cos \phi - \mu_s (P \cos \theta_0 + Q \sin \theta_0) \leq \tan \phi_{\beta}$$

この式より次式が誘導される

$$\begin{aligned} \frac{Q}{P} &\geq \left\{ \tan \theta_0 - \frac{\mu_s + \mu_r \tan \phi_{\beta}}{\cos \phi (1 - \tan \phi \tan \phi_{\beta})} \right\} \\ &\quad \div \left\{ 1 + \frac{\mu_s + \mu_r \tan \phi_{\beta}}{\cos \phi (1 - \tan \phi \tan \phi_{\beta})} \tan \theta_0 \right\} \end{aligned}$$

この式で亦 $\mu_s = \mu \sin \phi$ 、 $\mu_r = \mu \cos \phi$ と置けば

$$\frac{Q}{P} \geq \frac{\tan \theta_0 - \mu \tan (\phi + \phi_{\beta})}{1 + \mu \tan (\phi + \phi_{\beta}) \tan \theta_0} = \tan (\theta_0 - \omega) \quad \left. \right\} \dots (3)$$

茲に $\omega = \tan^{-1} \{ \mu \tan (\phi + \phi_{\beta}) \}$

これが即ち求めるところの脱線係数式である。

以上は機関車の動輪を除いた一般の車輪に対するものであるが、機関車の動輪については前式中の回転摩擦 μ_r の代りに走行摩擦係数を採り符号を反対とし、前記同様の方法により次の式が得られる。

$$\frac{Q}{P} \geq \frac{\tan \theta_0 + \mu \tan (\phi - \phi_{\beta})}{1 - \mu \tan (\phi - \phi_{\beta}) \tan \theta_0} = \tan (\theta_0 + \varepsilon) \quad \left. \right\} \dots (4)$$

茲に $\varepsilon = \tan^{-1} \{ \mu \tan (\phi - \phi_{\beta}) \}$

本式に於て ϕ_{β} は ϕ より大なる値であり、摩擦角 ε は従つて負の値である。

以上各式に用いた斜面上の角とそれに即応する水平面上の角との関係は次の通りである。

$$\theta = \tan^{-1} (\tan \theta_0 \cos \phi_0)$$

$$(\theta + \beta) = \tan^{-1} \{ \tan (\theta' + \beta') \cot \phi_0 \}$$

$$\theta' = \tan^{-1} (\tan \theta_0 \sin \phi_0)$$

$$(\theta_0 + \beta_0) = \tan^{-1} \{ \tan (\theta' + \beta') \sec \phi_0 \}$$

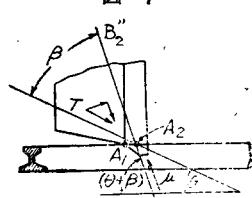
$$\phi = \tan^{-1} (\tan \phi_0 \sec \theta_0)$$

$$\phi_0 = \tan^{-1} \{ \tan \theta_0 \sec (\theta_0 + \beta_0) \}$$

$$\phi_0 = \tan^{-1} \{ S / \sqrt{R^2 - (R-h)^2} \}$$

$$\beta' = \tan^{-1} \{ \sqrt{R^2 - (R-h)^2} / (R-h) \}$$

図-7



R: 車輪のフランデ先端部の半径

h: 車輪のフランデ面の垂直高さ

s: 車輪のフランデ面の水平幅

(IV) 一車軸の平衡条件を考えた場合

図-8は横圧力の働く側の車輪と軌条との接点をA₁とし反対側の車輪の軌条との接点をA_rとして、A_r点に働く力のA₁点に及ぼす影響を考えたものである。

さてA₁点に於ける斜面勾配角をθ₀、反対側のA_r点の斜面勾配角をγ₀とし、斜面上の偏倚角をφ_rとすれば

A_r点に働く力は

車軸に直角方向では $P(\sin\gamma_0 \cdot \sin\phi_r - \mu_s \cos\gamma_0) = N_r$
とする

車軸に平行方向では $P(\sin\gamma_0 \cos\phi_r + \mu_s \cos\gamma_0) = T_r$
とする

次にA₁点に働く力は前述した通り

車軸に直角方向では

$$(P \sin\theta_0 - Q \cos\theta_0) \times$$

$$\sin\phi + \mu_r (P \cos\theta_0 +$$

$$Q \sin\theta_0) = N_a$$
 とする

車軸に平行方向では

$$(P \sin\theta_0 - Q \cos\theta_0) \times$$

$$\cos\phi - \mu_s (P \cos\theta_0 +$$

$$Q \sin\theta_0) = T_a$$
 とする

以上4つの力の軌

条線に直角なる分

力がθ₀斜面上に於

て平衡を保てば脱線しないのである。即ち

$$(N_r \sin\phi_r - T_r \cos\phi_r) \cdot \cos(\gamma_0 + \theta_0)$$

$$= (N_a \sin\phi_a - T_a \cos\phi_a)$$

この条件式より、次の脱線式が誘導される

$$\frac{Q}{P} \geq \tan(\theta_0 - \omega) - (\tan\gamma_0 + \mu \tan 2\phi_r) [K] \dots (4)$$

茲に $\omega = \tan^{-1} \{ \mu \tan(\phi + \phi_a) \}$

[K]

$$= \frac{\cos(\theta_0 + \gamma_0) \cdot \cos\gamma_0 \cdot \cos\phi_r (1 - \tan^2\phi_r)}{\cos\theta_0 \cdot \cos\phi (1 - \tan\phi \tan\phi_a) [1 + \mu \tan(\phi + \phi_a) \tan\theta_0]}$$

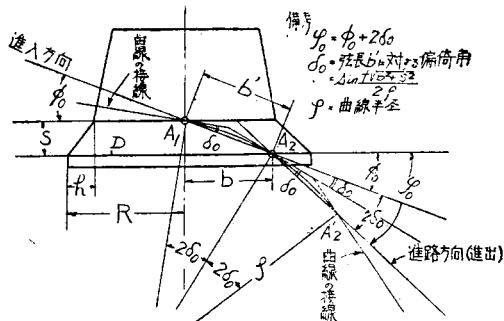
$$\gamma = \tan^{-1}(\tan\gamma_0 \cdot \cos\phi_r) \quad \phi_r = \tan^{-1}(\tan\phi_r \cdot \sec\gamma_0)$$

$$\theta = \tan^{-1}(\tan\theta_0 \cdot \cos\phi_r) \quad \phi_a = \tan^{-1}(\tan\phi_a \cdot \sec\theta_0)$$

$$\phi_a = \tan^{-1} \frac{(1 + 2\mu \tan\phi \cdot \cos\phi) \cos\phi'}{(1 - 2\mu \tan\phi \cdot \sin\phi) \cos\phi} \tan\phi$$

(V) 偏倚角と抵抗角

図-9



車輪のフランデ先端が軌条と接触を起す場合の状態を図示すれば、図-9の如くである。図に於て

h: フランデ面の垂直高さ(国鉄建設規程によれば
25mm~35mm)

s: フランデ面の水平幅(同上 22.5mm)

R: 車輪々縁部の半径

b: 車輪中心線よりフランデ先端の接触点A₂迄の距離

b': A₁点よりA₂迄の直線距離

φ₀: 水平面上の偏倚角

とすれば、 $b = \sqrt{R^2 - (R-h)^2}$ $\phi_0 = \tan^{-1} \frac{s}{b} = \tan^{-1} \frac{s}{\sqrt{R^2 - (R-h)^2}}$ となり、車輪々縁部半径の大きさによって異なる値をもつものである。国鉄の建設規程によれば輪縁部の直径は 780 mm 以上でなければならぬ。現存の車輪につき 400mm を最小、700mm を最大と仮定し φ₀ 及び β' の値 ($\tan\beta' = \sqrt{R^2 - (R-h)^2} / (R-h)$) を求め表示すれば表-1の通りである。

表-1

R	400 mm	450 "	500 "	550 "	600 "	650 "	700 "
φ ₀	9°-12'	8°-39'	8°-12'	7°-52'	7°-28'	7°-13'	6°-57'
β'	20°-18'	19°-18'	18°-16'	17°-17'	16°-42'	15°-55'	15°-23'

さて線路が曲線の場合には φ₀ なる偏倚角で A₂から A₂' に進むには水平面上で φ₀ だけ偏倚をなさねばならぬ。この場合 φ₀ = φ₀ + 2δ₀ なる関係を保つものである。茲に δ₀ は弦長 b' をもつ円曲線の偏倚角である。而して、2δ₀ = φ₀ となつた場合が、当該車輪に許し得る最大の φ₀ である。2δ₀ > φ₀ となれば車輪中心線の A₂ と反対側点附近で接触を起こし、曲線が非常に小さくなり、抵抗力が著しく増大するからである。曲線半径 100m なる時は δ₀ = 0°-25' の小角であるが、δ₀ = 1°-0' にとつて見ると半径 4m となる。軌条の局部的歪磨耗の影響のおそるべきものなることが窺え

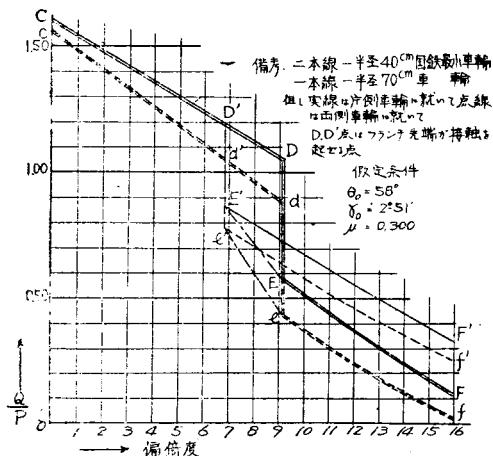
る。

次に抵抗角

$$\phi_\beta = \frac{(1+2\mu\tan\beta'\cos\phi)\cos\beta'}{(1-2\mu\tan\beta'\sin\phi)\cos\beta} \cdot \tan\phi$$

は線路が直線なる時は $\phi=\phi'$ となる。この場合注意を要するのは $\phi=\tan^{-1}\{\tan\phi_0/\cos(\theta_0+\beta_0)\}$ であつて $\phi=\tan^{-1}(\tan\phi_0/\cos\theta_0)$ と混同してはならないことである。なぜなれば A_2 点は β_0 斜面上に在る点であるからである。

図-10



(VI) 脱線係数式の吟味

図-10 は前記諸式によつて計算せる Q/P の値を示したものである。

図中 $CDEF$ 線及び $cdef$ 線は半径 400mm 車輪による Q/P の値にして $CDEF$ 線は片側車輪のみ、 $cdef$ 線は両側車輪を考えた場合を示したものである。而して $CD'E'F'$ 線及び $cd'e'f'$ 線は半径 700mm 車

輪に対するものであつて、大文字は片側、小文字は両側車輪に対するものである。既に述べた通り、脱線係数は車輪々縁半径の異なる毎に異なる値をもつものである。而して 400 mm 半径の車輪と 700 mm 半径との間には、半径を異にする多くの車輪があるはづである。従つて保線の立場より見れば、それ等多くの車輪に対する Q/P を求め、それを図表中に記入すれば、大体、 EE' 線、 ee' 線上にそれ等の点が記入されるわけである。依つて脱線係数線は $CD'E'F'$ 線又は $cd'e'f'$ 線で代表されると云える。

車輪がフランジ先端で接触を起せば脱線係数は急激に低下することは図表の示す通りである。故に脱線係数は実際問題としては両側車輪を考慮したる $e'ef'$ の部分であると云える。線路保守の目標も従つて $e'ef'$ 部分に置くべきである。

小林勝索博士の調査によれば、客車の動搖が乗客に不安の念を抱かせた場合の Q/P の値は 0.15 程度であつたと云うことである。本式は大体小林博士の実測値に近い値を与えるものである。

(VII) あとがき

保線技術の発達は、加速度計によつて車輪動搖の水平加速度、上下加速度を測り、その加速度のよつて生ずる原因を把握して、線路保守の万全を期せんとするまでに立ち至つている。この水平加速度と上下加速度との比 Q/P の値を直接測定する加速度計も近く誕生せんとする氣運にある。加速度計による実測と相俟つて、正当化され、普適化されたる脱線係数式が生れる日の早からんことを期待してやまない。

脱線係数式誘導に当り用いた力の斜面の想定は、思索の混乱を防ぎ、式の誘導を簡易化し得たることを附記し、大方の御示教を乞うものである。

(昭. 26.1.13)

新刊紹介

港湾協会刊 日本港湾修築史 定価 1000円 送料 80円

本書は我が國の港湾が明治の始め青蘆さわぐ原始的な状態から、今日の近代的形態を整うるに至つた修築上の移り変りを色々な角度から歴史的に記述せるもので、八十有余年に亘つて港湾関係の諸先輩が心血を注ぎ、夫々の時代の粹を尽くした跡がよくうかがわれる。

尙本書は半生を港のために尽くした港湾修築の権威元港湾局長鶴野貞三氏の編纂によるもので今日、日

本の港湾修築史を記述するに最適の人を得たといえる。

内容	第一章 総 説
	第二章 管理と運営
	第三章 調査と計画
	第四章 修 築
	第五章 港湾の維持と災害
	第六章 主要港の修築概要(47港)
	附表

発行所 港湾協会 東京都千代田区丸の内1の1運輸省港湾局別室
土木学会に於ても御取次致します。