

滲透流に対する Hele-Shaw の実験の応用

准員 嶋 祐 之*

ON THE APPLICATION OF HELE-SHAW'S METHOD OF EXPERIMENT TO SEEPAGE FLOW

(JSCE May 1951)

Sukeyuki Shima, C.E.Assoc. Member

Synopsis The author applied Hele-Shaw's method of model experiment to seepage flow using viscous fluid between two parallel glass plates fixed close by.

On applying this method he performed some improvements in the experimental apparatus so that he might obtain not only the shape of streamline, but also the flux of seepage flow, then he compared this result with those of sand model and electric experiments.

要 旨 狭い間隙を緩かに流れる粘性流体の二次元流即ち Hele-Shaw の流れを応用して模型実験を滲透流に対して行い、従来の方法に多少の改良を加えて流線の形状のみならず滲透流量をも測定出来る様にし、その結果に徴して他の実験方法との比較を行った。

1. 緒 言

地下水流に関する模型実験には従来 Sand Model を用いて直接に水を滲透せしめる方法¹⁾、電気的アナロジーを用いる方法²⁾等が良く知られている。今回は Hele-Shaw の流れがやはり地下水流と同一の基礎方程式を満足する事より此の流れを応用した模型実験を試みた。Hele-Shaw の流れを滲透流に応用した実験は既に 1940年 Günther³⁾ に依り Wasserkraft und Wasserwirtschaft 中に発表されたものであり主として流線の形状を対象として研究されたものであるが、筆者は更に次節に述べる如き流速との相関関係のある事に基いて定量的に流量を測定出来る様にした。

実験は本文では主として土堰堤への滲透問題を取扱ひ、併せて行つた電気的方法に依る実験を参考に本方法が他の実験方法に対して持つ利点や欠点を比較検討した。

2. 滲透流と Hele-Shaw の流れとの関係

滲透流の運動を研究するには当然媒質である土の物理的性質を考えに入れなければならないが、その様な性質は一応 Darcy 法則の透水係数中にすべてが包括されるものとする。Darcy 法則は重力の作用する系に於ては

$$\mathbf{V}_1 = -\frac{k}{\mu_1} \text{grad}(p_1 + \gamma_1 g y) \quad \dots\dots\dots(1)$$

で示され或いは μ_1 も比例常数中に含めて書けば

$$\mathbf{V}_1 = -\bar{k} \text{grad}(h_1 + y) \quad \dots\dots\dots(2)$$

となる。但し

- \mathbf{V}_1 : 滲透流速, k : 透水係数,
- γ_1 : 滲透水の密度, \bar{k} : 透水係数(μ_1 も含めた)
- g : 重力加速度, p_1 : 任意点の圧力の強さ,
- μ_1 : 滲透水の粘性係数
- h_1 : 任意点の圧力水頭

今 $p_1 + \gamma_1 g y = \Phi_1$ と置けば (1) (2) 式より

$$\mathbf{V}_1 = -\frac{k}{\mu_1} \text{grad}\Phi_1 = -\frac{\bar{k}}{\gamma_1 g} \text{grad}\Phi_1 \quad \dots\dots(3)$$

$$(3) \text{ 式の発散を取り滲透流の圧縮されない事から,} \\ \nabla^2 \Phi_1 = 0 \quad \dots\dots\dots(4)$$

が滲透流の基礎方程式となる。

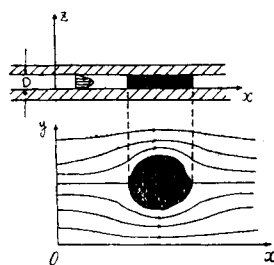
一方 Hele-Shaw の流れでは Navier-Stokes の運動方程式

$$\frac{D\mathbf{V}_2}{Dt} = \mathbf{F} - \frac{1}{\gamma_2} \text{grad}p_2 + \frac{\nu_2}{3} \text{grad} \text{div}\mathbf{V}_2 \\ + \nu_2 \nabla^2 \mathbf{V}_2 \quad \dots\dots\dots(5)$$

より定常的である事、外力は重力のみである事、非圧縮性である事、更に緩な流れである事を考慮して微小項を省略すると

$$\text{grad}\Phi_2 = \mu_2 \nabla^2 \mathbf{V}_2 \quad \dots\dots\dots(6)$$

図-1



但し $\Phi_2 = p_2 + \gamma_2 g y$

- \mathbf{V}_2 : 粘性流の流速,
 - p_2 : 任意点の圧力強さ
 - γ_2 : 粘性流の密度,
 - \mathbf{F} : 系に働く質量力,
 - μ_2 : 粘性流の粘性係数
 - ν_2 : 粘性流動粘性係数
- 此処で (6) 式の発散を取り $\text{div} \mathbf{V} = 0$ を考慮すれば滲透流

と同じく

* 東京大学, 大学院特別研究生

$$\nabla^2 \phi_2 = 0 \quad \dots\dots\dots(7)$$

を満足する。今図-1 に於て x, y, z 方向の速度成分を u, v, w とし Hele-Shaw の流れの条件として

$$w = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0; \quad \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = 0$$

と置き境界条件として更に

$$z = 0, D \text{ に於て } u = v = 0$$

と置いて (6) 式を解けば二次元的に見た平均流速 V_2 は次の如く表わされる。即ち

$$V_2 = -\frac{D^2}{12\mu_2} \text{grad}(\rho_2 + \gamma_2 g y) \quad \dots\dots\dots(8)$$

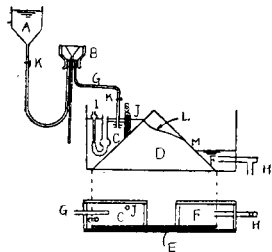
(8) 式を (1), (2) 式と比較する事に依り流速に関する相関関係式として

$$k = \frac{D^2}{12} \frac{\mu_1}{\mu_2} \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \text{ 又は } \bar{k} = \frac{\gamma_2 g D^2}{12\mu_2} \quad \dots\dots(9)$$

を得る。従つて (9) 式より実験に於ては緩な流れを得る為に D を薄く且つ μ の大きな粘性液を用いなければならぬ事が云える。

3. 実験装置

実験装置の大要は図-2 の如くである。主要部分は 2枚のガラス板で狭まれた部分が所要の形状



- A: 補給槽
- B: 弁装置
- C: 上流側貯溜槽
- D: 堤体
- E: 間隙部分
- F: 下流側貯溜槽
- G: 流入管
- H: 流出管
- I: 粘度計
- J: 温度計
- K: Pintch-cock
- L: 自由流線
- M: 滲出面

例えば堤体の如き形状をなしていれば良い。この他に上流側下流側の条件を満足させる為に比較的容量の大きな貯溜槽を設け堤体壁面の条件 $\phi = \text{const.}$ を満足される。斯くすれば Aなる補給槽よりの液は溢流装置Bを通り常

に一定流量だけ上流側の貯溜槽Cに注がれる。Cより堤体部分Dに入った液は所要の滲透流と同じ運動を続け美しい自由流線Lを形成しながら一部は直接に下流側貯溜槽Fに入り、他の一部は滲出面Mを形成しながら下流側貯溜槽に注ぐ。かようにして流出管Hを出て来る流量を messycylinder で測定した。然し乍ら上記の操作丈では上流水深 h_e 及び下流水深 h_w を任意の高さに保てないので上流側の貯溜槽の側壁よりL字管を出し、そこからも溢流し得る様にして上流水深の調節を図つた。又下流水深は流出管そのものがL字管であるので管の出口の高さを上下させる事によ

り調節出来るようにした。なお補助の流量調節として 2個の pintch-cock を用いた。

各実験の度毎に温度の影響により粘性係数が大部変化するので上流側貯溜槽に Ostwald 粘度計I を浸し粘性係数の測定を行い絶えず堤体の持つ透水係数の値の変化を記録した。粘度計の検定には標準液としてグリセリンを用いその比重からグリセリンのパーセンテージを知り Landordt; Physical-Chemische Tabellen より粘性係数の絶対値を知る事から粘度計の落下時間に対する常数を求めた。

実験を進めて行く上に所定の上下流面間の落差を示す様な定常流を得る迄にはかなりの時間を要した。

ガラス板の間隙は厚さ 2mm とし、粘性液には濃縮した砂糖液を用い、粘性係数は約 1poise. とした。

装置の製作に当つては間隙部分の厚さを正確に測定する事及び厚さを一様に保つ事が困難であるので注意を要する。又粘性液としては更に粘度の高いものを用いて滲出面に於ける条件を完全に満足させる事が望ましく、且つ毛管上昇を防ぐ点から云つても間隙の厚さを 3mm 位にし粘性液をその代り 2~3poise. 程度のものを用いれば良かったと思われる。斯くすれば境界条件に関しては一段と満足す可きものが得られるのであるが、一方測定に要する時間は倍加されるを忘れてはならない。

4. 実験結果

実験は堤体への滲透に対するものを行つた所滲透流量及び自由流線に関し次の如き結果を得た。

図-3 は堤体の巾 L を持ち垂直壁を持つ場合の滲透流量を上流水深を変数とし、下流水深を parameter として表わしたものである。ここで Hamel の厳密解⁵⁾ と非常に良く一致する事の知られる Deputit-Forchheimer⁶⁾ 式

$$q = \frac{\bar{k}(h_e^2 - h_w^2)}{2L} \quad \dots\dots\dots(10)$$

但し q : 堤体の単位長さ当りの流量

と実験値とを比較すればかなり良く一致する事が認められた。従つて滲透流に対しこの方法に依る実験を行う事は滲透流量測定に關しても有力なものである事が知られた。

図-4 は 1:1 の左右対称な法勾配を有する堤体への滲透流量を図-3 と同様な方法で表わしたものである。

自由流線に關して垂直壁を持つ場合を Hamel の解と比較検討した所わづかに全面的に毛管上昇している他は良く一致している事が確められた。傾斜壁を有す

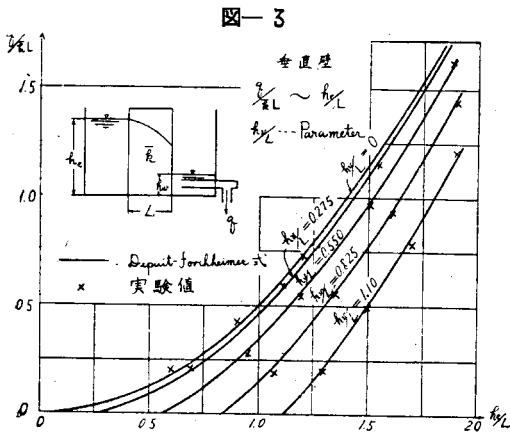


図-3

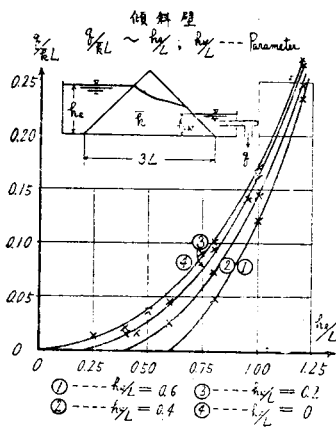


図-4



写真-1

る場合には自由流線は写真-1に示される如く上流側壁面に直交していない事が認められるが、これはやはり毛管上昇の影響であり、水面よりわずかに下つた所で色素を注入して調べた所流線は正しく壁面と直交している事が認められた。

5. 他の実験方法との比較

i) Sand Model を用いる方法との比較

Sand Model の場合は最も実際現象に近い結果を示すものと想像される。而して事実滲透現象は Hamel

等の与えた potential theory には含まれぬ現象、例えば毛管作用により自由流線よりも上部に毛管水流が存在したり⁷⁾、或いは自由流線自体も堤体壁面附近では従来の解析とは異なる形状を有する場合⁸⁾も生じ得る。斯かる問題の取扱いにはこの方法が最適である事は論を俟たないものであるが実験の堤体に対する土や砂粒子の大きさの比が模型に対するそれと非常に異なるものであるから、それ等の現象が模型的に知られた結果実際問題に於ては従来の解析に比して果してどれ丈の影響を持つものであるかを確実に把握するのが今後の問題となると思われる。

実際 Hele-Shaw の実験方法に依ればガラス板の間隙を狭くする事により自由流線上の毛管水流を作つて毛管現象の影響を実験する事が可能である事を附記して置く。

次に Sand Model では組織の均整を計るのが困難である事、実験を行つていくにつれ内部の組織が變つて透水係数が変化したり、或いは所要の透水係数を持たせたり模型自体の透水係数を直接に測定する事が困難である等が指摘される。この点 Hele-Shaw の流れや電気的方法に依る実験はその心配が遙に少く、potential theory を是認した立場よりすれば更に良い実験方法と云える。

ii) 電気的方法との比較

Hele-Shaw の流れでは間隙の厚さを適当に変える事に依り、透水係数を変化させる事が出来るので電気的方法と同じくその点に関しては有力なものである。

与えられた境界条件を有する模型の製作には電気的方法特に丹羽講師の發表された寒天を媒質に用いる方法⁹⁾は非常に簡単で且つ精度の良いものと思われる。然し乍ら Hele-Shaw の流れの電気的方法に勝る点は断面の定まつた堤体への滲透問題の如き自由流線の生ずる場合であり、この際には自由流線を決定する手数が省ける事、及び幾度かの上下流水位の変動或いは心壁の影響等に関して模型を作り直す必要がない事である。即ち自由流線を持つ定まつた断面に対する流量や流線を系統的に上下流水位の変化に伴つて調べる様な際には最も効果のあるものとなる。

更に流れは自ら自由流線を型成し而も内部の流線の状態も色素を流すだけで直観的に而も連続した曲線として認識されると云う特徴がある。

然し乍らその様な場合以外では電気的方法が有利である。即ち Hele-Shaw の流れでは等 potential 線が定量的に求められぬので堤体下部への滲透流が堤体に及ぼす揚圧力分布を知ると云う重要な問題を取扱う事が出来ない。

なお装置の点, 実験に必要な人員, 実験操作等を考慮すれば電気的方法に比して多くを要する事が本実験の欠点である。

6. 結 語

上記の所論より本実験はあたかも Sand-Model と電気的方法との中間を行くものであり両者の長短所を交錯して持つものである事が知られるので, 要は研究す可き対象と注目す可き測定量より何れの方法を選択するかを決定する必要がある。

なお本実験の将来としては, 毛管水流の問題をこの方法に依り実際の毛管水流との相似性を確めた上研究して行く可きである。

最後に本実験は滲透流の非定常運動を知るのに最も適切なものであるから潮汐に依る地下水水位面の変動や出水時に於ける堤防の浸潤線の変動等を将来の対象として研究が行われる可きであると思う。

本研究は東京大学本間 仁教授の御指導の下に大学院特別研究生の研究題目として行われたものであり, 此処に厚く感謝の意を述べさせて載く次第である。

なお実験に協力された島田, 染野両助手並びに学生

柴田, 田神両君に感謝する次第である。

参 考 文 献

- 1) Muskat: the flow of homogeneous fluid through porous media p.204
本間 仁: 滲透性基礎の地下水流と揚圧力に就いて
浜田徳一: 土木学会誌 昭19.3.
- 2) Wyckoff, Reed: Physics, Vol. 6, 1935
Muskat: 前出. p.318
Mohamed Ahmed Selim: Dams on Porous Media, Proc. A.S.C.E. Dec. 1945
- 3) Günther: Lösung von Grundwasseraufgaben mit Hilfe der Strömung in dünnen Schichten, Wasserkraft u. Wasserwirtschaft H.3 1940
- 4) 藤本武助: 応用流体力学 p.343
- 5) Hamel: Über Grundwasserströmung Z. A. M. M. Bd.14. 1934
- 6) Muskat: 前出 p.316
- 7) 同上 p.372
- 8) 久保田敬一: 堤体の滲透に関する実験的研究 土木学会第6回年次大会講演梗概. 昭.25.5
- 9) 丹羽義次: 滲透流の電気的計測について 土木学会誌 35 卷 7 号, 昭.25.7.

(昭.25.11.21)

UDC 624.072.32:624.92.012.4

鉄筋コンクリート固定アーチ設計々算の一方法

正員 川 上 暢 夫*

A METHOD FOR CALCULATION OF REINFORCED CONCRETE FIXED ARCH

(JSCE May 1951)

Nobuo Kawakami, C.E. Member

Synopsis To calculate the reinforced concrete arch, this method is far more convenient and practical than the conventional method in many respects as mentioned below.

The equation of the axial curve can be readily obtained from the formula, if the ratio of span to rise is determined.

If we assume the cross sections of the crown and springing, we can eliminate the tedious measurements and calculations such as vertical distance at the center point of each segment of the axial curve which being divided into many segments, the angle of tangent, cross-sectional area, moment of inertia and the elastic load, all of which must be measured or calculated in the conventional method, and we can mechanically calculate the acting point of the indeterminate force and the effective line, by means of the formula.

Even the vertical and excentric stresses can be taken into consideration without much trouble.

Even in case it is necessary to entirely re-calculate because the assumption of cross-section was not proper, this proposed method is far simpler to work it out than the conventional one.

要 旨 鉄筋コンクリートアーチの計算は本方法によれば, 先づスパンとライズとの比をきめれば, 公式により直ちに軸曲線の式を求めることができ, 次にクラウンとスプリングの断面を仮定すれば従来の方

法のように軸曲線を多数の部分に分割し各部の中心点の縦距や接線の角度や断面積や慣性モーメントやこれ等による弾性荷重を計算しないで, 直ちに公式により不静定力の作用点及び影響線を機械的に計算することができるのである。垂直応力やずれ応力の影響を無視

* 山口大学教授, 工学部土木教室。