

# 沖積地における河川流について

—運動方程式及びエネルギー方程式—

正 員 久 宝 保\*

## ON THE FLOW OF AN ALLUVIAL RIVER

— On the Equation of Motion and the Energy-Equation —

(JSCE May 1951)

Tamotsu Kuboo, *C. E. Member*

**Synopsis** Rivers flowing on the sediments often float and deposit soils and sands, moreover, tract bed-loads or infiltrate into the underground. Many problems on such river are unable to be easily explained by usual hydraulics. As it seems that the establishment of PSAMMO-HYDRAULICS is necessary to the solution of such problems, the author presents here the equation of motion and the energy-equation as the foundation of that hydraulics. By these equations, if many problems on the flow of alluvial river are solved, and if the values of actual measurements are put in order, a good many contribution will be made towards knowing the feature of alluvial rivers and towards planning of the river works.

要旨 沖積地を流れる河川は屢々土砂を浮游沈澱せしめ、更に土砂を流し或いは地下に滲透することがある。このような河川の問題は普通の水理学では容易に解かれない。これらの問題を解くには、土砂水理学(Psammo-hydraulics)の確立が大切であると思われるので、著者はその水理学の基礎となる運動方程式及びエネルギー方程式を述べてみた。これらの方程式によつて沖積地の河川流の問題を解き、実測の値を整えることができれば、沖積地河相の把握と河川工法の設計に資するところが多大であろう。

### 1. 運動方程式

沖積地の河川流の問題を解く一方法として、水とその土砂とを含めた混合物を他の別な或る流体と考えて解く方法がある。このような土砂水の密度を  $\rho_r$ 、分子粘性係数を  $\mu_r$ 、として、これが沖積地の河水と見做すことができるものとする。これについて Reynolds<sup>1)</sup> のように非圧縮粘性流体の乱流成分を考慮した運動方程式、浜田徳一氏<sup>2)</sup> のように密度の変動を考えに入れた式が示されているが、著者は更に土砂水流では粘性係数にも変動のあることを考慮することとした。

直角座標  $x, y$  及び  $z$  軸に関する流れの中のある点の流速を比較的長い時間の平均値と乱流速度との和として示し、

$$U = u + u', \quad V = v + v', \quad W = w + w' \dots \dots \dots (1)$$

としよう。以下 dash は変動又は乱れの量を示すものとする。密度に関しても同様に土砂量の変動を伴うので、時間的平均密度と変動密度の和で示すものとし

$$\rho_{tx} = \rho_x + \rho_x', \quad \rho_{ty} = \rho_y + \rho_y', \quad \rho_{tz} = \rho_z + \rho_z' \dots \dots \dots (2)$$

とせられる。それに伴つて土砂水の粘性係数も恐らく変動があるものと思われるので、

$$\mu_{txy} = \mu_{xy} + \mu_{xy}', \quad \mu_{tyz} = \mu_{yz} + \mu_{yz}', \quad \mu_{tzz} = \mu_{zz} + \mu_{zz}' \dots \dots \dots (3)$$

とならう。こゝに一般にある流体学的な値  $\zeta$  に関してある時刻  $t$  の附近の比較的長い時間  $T$  について、

$$\frac{1}{T} \int_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} \zeta = \bar{\zeta} \dots \dots \dots (4)$$

で示すことにしよう。

流れの中の微小六面体  $\delta_x \delta_y \delta_z$  について、これが  $x$  で  $x$  方向の密度を  $\rho_{tx}$  とすると、 $x + \delta x$  の密度は大體  $\rho_{tx} + (\partial \rho_{tx} / \partial x) \delta x$  とせられ、 $\delta t$  時間内のその質量の減少は、 $(U \partial \rho_{tx} / \partial x + \rho_{tx} \partial U / \partial x) \delta_x \delta_y \delta_z$  となり、又その六面体の密度を  $\rho_t$  とすると、その時間的变化を  $D\rho_t / Dt$  で示せば、連続の条件より、

$$\frac{D\rho_t}{Dt} = \frac{\partial \rho_{tx} U}{\partial x} + \frac{\partial \rho_{ty} V}{\partial y} + \frac{\partial \rho_{tz} W}{\partial z} \dots \dots \dots (5)$$

となる。これに (1) 及び (2) の式を入れてその時間的平均を求めると、

$$\frac{D\bar{\rho}_t}{Dt} = \frac{\partial \rho_x u}{\partial x} + \frac{\partial \rho_y v}{\partial y} + \frac{\partial \rho_z w}{\partial z} + \frac{\partial \rho_x' u'}{\partial x} + \frac{\partial \rho_y' v'}{\partial y} + \frac{\partial \rho_z' w'}{\partial z} \dots \dots \dots (6)$$

となり、これを沖積地河川流の連続方程式といふことができよう。

内部の剪断抵抗力についても時間的平均値と変動値が考えられるので、

\* 徳島大学教授，工学部土木教室

$$\begin{aligned} \tau_{txy} &= \tau_{xy} + \tau_{xy}' & \tau_{tyz} &= \tau_{yz} + \tau_{yz}' \\ \tau_{txz} &= \tau_{zx} + \tau_{zx}' & \dots\dots\dots & (7) \end{aligned}$$

として示され、又それらは力の釣合より、

$$\tau_{tyz} = \tau_{tzy}, \quad \tau_{txy} = \tau_{tyx}, \quad \tau_{txz} = \tau_{tzx}$$

であることは容易に証明せられる。次に圧力の強さ  $p_{tx}$  等及び質量力  $X$  等を用いて、Navier-Stokes の運動方程式を表わせば、

$$\begin{aligned} \rho_{tx} \frac{DU}{Dt} &= \rho_{tx} X - \frac{\partial p_{tx}}{\partial x} - \left( \frac{\partial \tau_{tyz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{txz}}{\partial y} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial \tau_{txy}}{\partial z} \right) \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

が  $x$  軸方向に成立する。但し、 $DU/Dt$  は流速成分  $U$  の時間的変化率を示す。これに前述の関係を入れて、その時間的的平均値を求めれば、Reynolds が示したのと同じ形の式が得られる。然しながら、

$$\left. \begin{aligned} \tau_{txy} &= -\mu_{txy} \frac{\partial U}{\partial z} \\ \tau_{tyz} &= -\mu_{tyz} \frac{\partial U}{\partial x} \\ \tau_{txz} &= -\mu_{txz} \frac{\partial U}{\partial y} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

によつて土砂水の粘性係数  $\mu_i$  を定義すれば、その時間的的平均値は、

$$\left. \begin{aligned} \tau_{xy} &= -\mu_{xy} \frac{\partial u}{\partial z} - \mu_{xy}' \frac{\partial u'}{\partial z} \\ \tau_{yz} &= -\mu_{yz} \frac{\partial u}{\partial x} - \mu_{yz}' \frac{\partial u'}{\partial x} \\ \tau_{zx} &= -\mu_{zx} \frac{\partial u}{\partial y} - \mu_{zx}' \frac{\partial u'}{\partial y} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

となり、 $\mu_{xy}$ ,  $\mu_{yz}$  及び  $\mu_{zx}$  は乱れない変動のない分子の粘性係数を示し、 $\mu_{xy}'$ ,  $\mu_{yz}'$  及び  $\mu_{zx}'$  は乱れ変動する部分的粘性係数を示すので、これを変動粘性係数ということにする。これらの関係を用いて(8)式の時間的的平均値を示すと、

$$\begin{aligned} \rho_x \frac{\partial u}{\partial t} + \rho_x' \frac{\partial u'}{\partial t} + \rho_x \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\ + \rho_x \left( u' \frac{\partial u'}{\partial x} + v' \frac{\partial u'}{\partial y} + w' \frac{\partial u'}{\partial z} \right) \\ + \left( \rho_x' u' \frac{\partial u}{\partial x} + \rho_x' v' \frac{\partial u}{\partial y} + \rho_x' w' \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\ + \left( u \rho_x' \frac{\partial u'}{\partial x} + v \rho_x' \frac{\partial u'}{\partial y} + w \rho_x' \frac{\partial u'}{\partial z} \right) \\ = \rho_x \bar{X} - \frac{\partial p_x}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu_{yz} \frac{\partial u}{\partial x} + \mu_{yz}' \frac{\partial u'}{\partial x} \right) \\ + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_{xy} \frac{\partial u}{\partial y} + \mu_{xy}' \frac{\partial u'}{\partial y} \right) \\ + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu_{xy} \frac{\partial u}{\partial z} + \mu_{xy}' \frac{\partial u'}{\partial z} \right) \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

となり、これをもつて沖積地河川流の運動方程式ということにする。

2. エネルギー

土砂水流を水理学的に取扱う他の方法としては、あ

図-1 横断面図 Cross Section

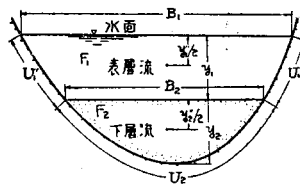
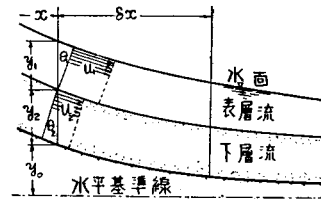


図-2 縦断面図 Longitudinal Section



る横断面(流積)の平均流れについて考えることができよう。ここに著者は沖積地における河川流を実際に即して、図-1の横断及び図-2の縦断に示すように2層流に分けることとした。即ち、

2層流  $\begin{cases} i=1: \text{表層流 (例えば, 水流, 浮游泥土流)} \\ i=2: \text{下層流 (例えば, 掃流砂流, 伏流)} \end{cases}$

としよう。次に更にこれを2分して、

2実質流  $\begin{cases} j=w: \text{水のみ流れ} \\ j=s: \text{砂のみ流れ} \end{cases}$

と考えることとし、ここに4つの流れに分けたことにする。例えばある流体力学的な値を  $\zeta_{ij}$  で示すものとし、それらを加えるときには、

$$\sum \zeta_{ij} \quad (i=1, 2, j=w, s)$$

で示すこととする。

$\delta t$  なる微小時間内に  $\delta x$  なる微小距離を距てた2層流の上流側全流積  $F_i$  より入り込む水のみ体積を、 $\sum Q_{iw} \delta t (i=1, 2)$  で示せば、その下流側流積より出る水の体積は、 $[\sum Q_{iw} - (\partial \sum Q_{iw} / \partial x) \delta x] \delta t$  とせられれば、その差  $-(\partial \sum Q_{iw} / \partial x) \delta x \delta t$  は  $\delta x$  の間の  $\delta t$  時間内の水の増加した体積を示す。次に最初の時刻において  $\delta x$  の間の水のみ体積を  $\sum F_{iw} \delta x$  で示せば、 $\delta t$  時間後には  $[\sum F_{iw} + (\partial \sum F_{iw} / \partial t) \delta t] \delta x$  とすることができよう。故にその差の  $(\partial \sum F_{iw} / \partial x) \delta t \delta x$  は  $\delta x$  の間で  $\delta t$  時間内に外的な水の補給又は削減のない場合の水の体積の増加量とせられよう。故に連続条件としては、

$$\frac{\partial}{\partial x} \sum Q_{iw} + \frac{\partial}{\partial t} \sum F_{iw} = 0 \quad \dots\dots\dots (12)$$

となる。同様に  $\delta x$  の間で  $\delta t$  時間内に外的な土砂の補給又は削減がなければ、

$$\frac{\partial}{\partial x} \sum Q_{is} + \frac{\partial}{\partial t} \sum F_{is} = 0 \quad \dots\dots\dots (13)$$

となり、ここに(12)及び(13)式を沖積地河川流の連続条件式とすることができよう。

さて沖積地における河川流は必ずしもポテンシャルを有する流れとはいえないので、一応ここにその流れ

をエネルギーを有する形の式に改めて、宛もポテンシャル流れの様に換えることゝしよう。

(I) 表層流のうちその高さにおいて土砂を除いた水のみを有するエネルギーは、その水が平均した密度(土砂を除いて)をもつて一様に分布しているものとすれば、その流積  $F_1$  の重心の高さ  $y_1'/2$  における位置エネルギーは  $M_{1w}g(y_1'/2+y_2+y_0)$  で与えられる。

(図参照  $g$  は重力加速度,  $M_{1w}$  は質量)。ここに  $M_{1w}$  を水の質量とすると,  $M_{1w}=(\gamma_w/g)F_{1w}\Delta x$  とせられ,  $\Delta x=u_{1w}\Delta t$  とすると単位時間に関しては,

$$M_{1w}g(y_1'/2+y_2+y_0)=\gamma_w Q_{1w}(y_1'/2+y_2+y_0) \quad \dots\dots\dots(a)$$

となり, Vitols<sup>3)</sup> 及び Rubey<sup>4)</sup> の示すエネルギーの式と一致する。同様に下層流の水に関しても,

$$\gamma_w Q_{2w}(y_2'/2+y_0) \quad \dots\dots\dots(b)$$

とせられ, ここに  $y_2'/2$  は下層流の流積の重心の高さである。又, 表層流中に土砂が平均密度(又は濃度)で一様に分布しているものとすれば, それが表層の高さで有しているエネルギーは,

$$\gamma_s Q_{1s}(y_1'/2+y_2+y_0) \quad \dots\dots\dots(c)$$

とせられ, 下層流の土砂に関しても

$$\gamma_s Q_{2s}(y_2'/2+y_0) \quad \dots\dots\dots(d)$$

とせられよう。

(II) 水による圧力に関するエネルギーは, それが流積の  $F_{1w}$  の一方より加わる全水圧  $-\frac{1}{2}\gamma_w y_1'' F_{1w}$  によるものであり, ここに  $y_1''/2$  は  $F_1$  の上から測つた重心の深さ(図参照)である。これが  $\Delta x=u_{1w}\Delta t$  の間を流れる間になす仕事量は  $-\frac{1}{2}\gamma_w y_1'' F_{1w}\Delta t = -\frac{1}{2}\gamma_w y_1'' Q_{1w}\Delta t$  とせられるから, 単位時間には,

$$-\frac{1}{2}\gamma_w y_1'' Q_{1w} \quad \dots\dots\dots(e)$$

とせられよう。下層の水は土砂の間を縫つて充分に行互つているものと考え, (e) 式と同様に,

$$\gamma_w(y_1+y_2''/2)Q_{2w} \quad \dots\dots\dots(f)$$

とせられ, ここに  $y_2''/2$  は  $F_2$  の重心の下層面より測つた深さである。又, 表層の土砂は完全に水中に浮遊の状態にあるものと思われ, 浮力を考慮して水の場合と同様に,

$$-\frac{1}{2}(\gamma_s-\gamma_w)y_1''Q_{1s} \quad \dots\dots\dots(g)$$

とせられよう。ただし下層の土砂はかなりの内部摩擦があると思われるので, 土砂の水中摩擦抵抗係数  $\phi$  を用い, 浮力を考慮して,

$$(\gamma_s-\gamma_w)(y_1+\frac{1}{2}\phi y_2'')Q_{2s} \quad \dots\dots\dots(h)$$

で示したのがよいと思われる。

(III) 流速  $u_{ij}$  をもつて流れる質量  $M_{ij}$  の有する運動エネルギーは  $\frac{1}{2}M_{ij}u_{ij}^2$  で与えられ,  $\Delta x=u_{ij}\Delta t$  とし  $\Delta t=1$  にすると,

$$\frac{1}{2}M_{ij}u_{ij}^2=\gamma_j Q_{ij}u_{ij}^2/2g \quad \dots\dots\dots(i)$$

で示されよう。次に河川が平均曲率半径  $\rho$  で彎曲蛇行している場合には, 遠心力によつてその流心が  $-\frac{1}{2}\xi_{ij}'$  だけ偏したものとすると, 遠心力  $M_{ij}u_{ij}^2/\rho$  によつて  $\frac{1}{2}(M_{ij}u_{ij}^2\xi_{ij}'/\rho)\Delta t$  なる仕事をするようになる。よつて単位時間には,

$$-\frac{1}{2}\gamma_{ij}Q_{ij}u_{ij}^2\xi_{ij}'/\rho g \quad \dots\dots\dots(j)$$

により河川蛇行のエネルギーを示すものとされよう。

(IV) 表面波の有するエネルギーはポテンシャル波の場合だけが式として示されているが, それを1波長で除し, 平均して示すと,

$$\frac{1}{\kappa}h^2\omega\gamma_r B_r = \frac{1}{\kappa}h^2\omega\Sigma\gamma_j\Sigma B_{ij} \quad \dots\dots\dots(k)$$

で示されるものとし, こゝに  $\kappa$  はある未知常数,  $h$  は波高,  $\omega$  は伝播速度,  $B_{ij}$  は層面巾として, 沖積地河川でもポテンシャル波と同様に取扱われるものとする。

(V) 若しも表層流中に土砂が浮遊している場合にはその沈降速度  $w_0$  に対するエネルギーが水の方から与えられるものと考えてもよいであろう。ここに土砂の質量を  $M_{1s}=\gamma_s F_{1s}\Delta x/g=\gamma_s Q_{1s}(\Delta t/g)$  で示されるものとする,

$$\frac{1}{2}M_{1s}w_0^2 = \frac{1}{2}\gamma_s w_0^2 Q_{1s}/g \quad \dots\dots\dots(l)$$

で示されよう。

(VI) 土砂と水とが異つた速度で動いている時には水流による動圧が土砂に加わえられることが考えられる。それは土砂と水との流速の差は勿論, 土砂の形状にもよるので, ある係数  $a_i$  を用いて,  $a_i(u_{1w}-u_{1s})^2$  なる圧力を土砂が受けるものとし,

$$a_i\gamma_s(u_{1w}-u_{1s})^2 Q_{1s}/2g \quad \dots\dots\dots(m)$$

をもつてそれに費されるエネルギーとしよう。但し定流の状態では  $u_{1w}=u_{1s}$  になる場合も相当に多いであろう。

(VII) 次に  $F_{1j}\Delta x$  の実質部分の1部が表層流から下層流へ(例えば水の滲透, 土砂の沈降)又は下層流から表層流へ(例えば水の湧出, 土砂の捲上げ)変換せられることがあるので, この体積を  $F_{2j}\Delta x$  で示すと,  $M_{2j}=\gamma_j F_{2j}\Delta x/g=\pm\gamma_j F_{2j}u_{ij}\Delta t/g$  なる質量が変換の仕事をするので, その変換の速度を  $u_{2j}$  とすると,  $\frac{1}{2}M_{2j}u_{2j}^2$  なる運動エネルギーを有し,

$$\pm\gamma_j F_{2j}u_{2j}^2 u_{ij}/2g \quad \dots\dots\dots(n)$$

なるエネルギーを有することになる。但しその正号は  $u_{ij}$  の方のエネルギーが増加すると考えられる場合, その負号は減少する場合を示し, 全体としては0, 即ちエネルギーの増減は考えられないものとせられよ

5。

(VII) 流れがその内部摩擦によつて損耗するエネルギーは熱又は光となつて散逸すると思われる。これを示すために  $\alpha_{ij}$  なる係数を用いて、運動エネルギーに比例するものとし、

$$\alpha_{ij} \gamma_j Q_{ij} u_{ij}^2 / 2g \quad \dots\dots\dots(o)$$

で示すこととする。河川の彎曲蛇行のために失われるエネルギーの割合を  $\frac{1}{2} \xi_{ij}'' / \rho$  で示すこととし、

$$\frac{1}{2} \gamma_j Q_{ij} u_{ij} \xi_{ij}'' / \rho \quad \dots\dots\dots(p)$$

で示されるものとする。<sup>6</sup>更に浮游土砂が移動するのは必しも水粒子と同じ速度とはいえないかも知れないので、

$$\beta \gamma_s u_0^2 Q_{1s} / g \quad \dots\dots\dots(q)$$

が失われるものとする。表面波は前述の係数  $\kappa$  に含めしめるものとする。更に2層流の間の変換のエネルギーも、

$$f_j \gamma_j F_{pj} u_{pj}^2 u_{ij} / g \quad \dots\dots\dots(r)$$

が失われるものとする。

(IX) 最後に沖積地河川流として比較的大なる摩擦抵抗力がその周辺において生ずることが考えられる。これは勿論流れの内部摩擦にもある関連があるが、著者は一応内部と周辺の摩擦を切離して考えてみることにした。さて一般に平均流速  $\bar{u}$  で流れるものに働く摩擦抵抗力  $\tau$  は、 $\tau = C \gamma \bar{u}^2$  で示され、 $C$  はいわゆる摩擦係数<sup>7)</sup>である。しかるに潤辺  $U$  について  $d_x = \bar{u} dt$  を流下する間に生ずる摩擦エネルギーは  $\tau \bar{u} U dx = \tau \bar{u}^2 U dt$  であるから、

$$\tau \bar{u}^2 U dt = C \gamma \bar{u}^4 U dt \quad \dots\dots\dots(s')$$

として示されよう。<sup>8)</sup> さて潤辺の種類及び流質も種々に異つていると思われるので、それらを合成して、

$$\Sigma C_{ij} \gamma_j u_{ij}^4 U_{ij} \quad \dots\dots\dots(s)$$

によつてエネルギーを示すものとする。

以上 (a)~(s) 式によつて沖積地における河川流のエネルギーの大部分が示されたものとし、若し更に附加す可きエネルギーが残つていても、それらの何れかに含めて考えてもよいであらう。

3. エネルギー方程式

さて流れの方向に  $\delta x$  を距てた2流積をとり、その上流側流積より入る全エネルギーを  $E \delta t$  とし、 $\delta x$  下流側の流積より出る全エネルギーを  $\{E + (\partial E / \partial x) \delta x\} \delta t$  とすると、その差  $(\partial E / \partial x) \delta x \delta t$  は  $\delta x$  の間で  $\delta t$  時間に費されたエネルギー  $\delta E_i \delta t$  とその間のエネルギー減少量に等しいものとする、ここにエネルギーの不滅則が成立しよう。次に最初に  $E' \delta x$  なるエネルギーが  $\delta x$  の間にあり、 $\delta t$  時間後には  $E' \delta x - (\partial E' / \partial t) \delta x \delta t$  になつたものとする、その差  $-(\partial E' / \partial t) \delta x \delta t$  は  $\delta x$

の間で  $\delta t$  時間内のエネルギーの減少量であるとする事ができよう。故に、 $\delta x$  の間で  $\delta t$  時間内に考へているエネルギー以外の外的なエネルギーの補給又は削減が特に行われなければ、

$$\frac{\partial E'}{\partial x} \delta x \delta t = - \frac{\partial E'}{\partial t} \delta t \delta x - \delta E_i \delta t$$

としてエネルギー不滅則(いわば連続条件式)が示され  $\delta x \rightarrow 0$  の極限では、

$$\frac{\partial}{\partial x} (E + E_i) + \frac{\partial E'}{\partial t} = 0, \quad \dots\dots\dots(14)$$

となる。故に  $E$  又は  $E_i$  として前節の (a) 及び (s) のすべての式を用いて整理すると、

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left[ \gamma_w Q_{1w} (y_0 + y_2 + \frac{1}{2} y_1' + \frac{1}{2} y_1'') \right. \\ & \quad \left. + \gamma_w Q_{2w} (y_0 + y_1 + \frac{1}{2} y_2' + \frac{1}{2} y_2'') + Q_{1s} \right. \\ & \quad \times \left\{ \gamma_s (y_0 + y_2 + \frac{1}{2} y_1') + \frac{1}{2} (\gamma_s - \gamma_w) y_1'' \right\} \\ & \quad \left. + Q_{2s} \left\{ \gamma_s (y_0 + \frac{1}{2} y_2') + (\gamma_s - \gamma_w) (y_1 + \frac{1}{2} \right. \right. \\ & \quad \left. \left. \times \varphi y_2'') \right\} + \frac{1}{2g} \left\{ \Sigma \gamma_j Q_{ij} u_{ij}^2 (1 + \alpha_{ij} + \xi_{ij} / \rho) \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + (1 + \beta) \gamma_s u_0^2 Q_{1s} + \Sigma a_i \gamma_s (u_{1w} - u_{is})^2 Q_{1s} \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + \Sigma \gamma_j f_j F_{pj} u_{pj}^2 u_{ij} \right\} + \Sigma C_{ij} \gamma_j u_{ij}^4 U_{ij} \right. \\ & \quad \left. + \frac{1}{\kappa} h^2 \omega \Sigma \gamma_j \Sigma B_{ij} \right] + \frac{\partial E'}{\partial t} = 0 \quad \dots\dots(15) \end{aligned}$$

となり、ここに

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2} y_1' + \frac{1}{2} y_1'' &= y_1 \\ \frac{1}{2} y_2' + \frac{1}{2} y_2'' &= y_2 \\ \xi_{ij} &= \xi_{ij}' + \xi_{ij}'' \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(16)$$

である。

又、矩形水路であれば、

$$\begin{aligned} y_1' &= y_1'' = y_1 \\ y_2' &= y_2'' = y_2 \end{aligned}$$

であるから、

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left[ (y_0 + y_1 + y_2) \Sigma \gamma_j Q_{ij} + \frac{1}{2} y_2 \left\{ (\gamma_s - \gamma_w) \varphi \right. \right. \\ & \quad \left. \left. - \gamma_s \right\} Q_{2s} - y_1 \gamma_w \left( -\frac{1}{2} Q_{1s} + Q_{2s} \right) \right. \\ & \quad \left. + \frac{1}{2g} \left\{ \Sigma \gamma_j Q_{ij} u_{ij}^2 (1 + \alpha_{ij} + \xi_{ij} / \rho) \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + (1 + \beta) \gamma_s u_0^2 Q_{1s} + \Sigma a_i \gamma_s (u_{1w} - u_{is})^2 Q_{1s} \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + \Sigma \gamma_j f_j F_{pj} u_{pj}^2 u_{ij} \right\} + \Sigma C_{ij} \gamma_j u_{ij}^4 U_{ij} \right. \\ & \quad \left. + \frac{1}{\kappa} h^2 \omega \Sigma \gamma_j \Sigma B_{ij} \right] + \frac{\partial E'}{\partial t} = 0 \quad \dots\dots(17) \end{aligned}$$

となる。ここに (15) 及び (17) 式をもつて沖積地河

川流のエネルギー方程式といふことができよう。

このエネルギー方程式は Vitols<sup>5)</sup> のいう Psammo-hydraulics を包含し、Cook<sup>6)</sup> のいう沖積地河川流の6種のエネルギーを網羅し、Rubey<sup>4)</sup> 又は Knapp<sup>7)</sup> の土砂の理論と同様なものを含む。簡略化して水流のみとすれば Bernoulli, の定理となり、一般化すれば沖積地河川流のあらゆる要項を有しているものと考えている。

#### 4. むすび

運動方程式の応用として水流のみの場合は既に著者が学会誌に発表した。<sup>8)</sup> それはいわば乱流の粘性係数の解析であつた。又、エネルギー方程式の水流のみの場合は Bernoulli の定理と一致して多くの研究がなされているので、ここで説明する迄もなからう。

このようにして、沖積地の河川流の問題、例えば、等速流として、純水流、濁濁水流、掃流砂流、伏流

不等速流として、湧出、滲透、堆積、捲上、表面波の変化

を解くための基本式が (11) 又は (16), (17) 式で与えられれば、それらの方程式こそ Psammo-hydraulics の基本であると信ずるものである。

参考文献 (主なるもの)

- (1) O.Reynolds, "On the dynamical theory of incompressible fluid and the determination of the criterion", Phil. Trans. A.Vol. 186, 1894. p.535. (2) 浜田徳—"河口不等流に於ける乱れの粘性係数の一例" 土木学会論文集, 第4巻, 59頁 (3) A.Vitols, "Eine verallgemeinerte Hydraulik als Werkzeug für Lösung des Problemes der Geschiebebewegung und andere Probleme der Gemenge-Hydraulik (Psammo-Hydraulik)", Wasserkraft und Wasserwirtschaft, 1939, S.122. (4) W.Rubey, "Equilibrium conditions in debris-laden streams", Trans. Am. Geo. Union, 1933, p.497. (5) 藤本武助, "応用流体力学" 374頁等. (6) H.L.Cook, "Outline of the energetics of stream-transportation of solid", Trans. Am. Geo. Union, 1935, p.456. (7) R. T. Knapp, "Energy-balance in stream-flows carrying suspended load", Ditto, 1937, p.501. (8) 久宝保 "開水路における乱流の縦平均流速分布について" 土木学会誌, 第35巻7号9頁 (昭. 25.12.19)

UDC 625.814.084:[624.131.37/.38:624.131.437]

## 電気伝導度による輾圧効果の迅速判定法

准員 渡 辺 隆\*

### THE RAPID AND EASY METHOD FOR DETERMINING THE DEGREE OF THE COMPACTNESS OF SOIL BY THE ELECTRICAL CONDUCTIVITY

(JSCE May 1951)

Takashi Watanabe, C.E. Assoc. Member

**Synopsis** In case of compacting the soil by rollers, the numbers of tappings are determined ordinarily by measuring the apparent density at the field.

But it is considered necessary to find some more rapid, more exact, and simpler method, because the ordinary method requires longer time, more labours, and moreover in some cases we must expect that the results obtained are not exact.

Utilizing the properties that the electrical conductivity of soil is proportional to the apparent density under constant moisture content, we propose a new method.

We have got good results applying this method at some fields.

要旨 ローラーに依る輾圧の際輾圧回数決定は現場輾圧試験に依り行い、見掛比重を測定して輾圧効果を知る方法を採用している。而しこの様な場合に見掛比重を測定することは相当な手間と時間を要し又正確を期し難いので、他に適当な方法を見出し現場で施行しながら簡単に測定出来る方法を考える必要があると思われる。吾々は土の電気伝導度が含水量一定ならば見掛比重に比例するという性質を利用して輾圧効果を測

定する方法を考えた。この方法で二、三の現場測定を行い比較的良い結果を得たので報告する。

#### 1. 土の電気伝導度と見掛比重の関係

周知の如く土は固体、液体、気体を含んでいる。これらのうち固体即ち土粒子そのものの電気伝導度は非常に小さく、又気体も殆ど絶縁体と考えられるから、土の電気伝導度は主として土中の液体に依つて支配される。然らば土の電気伝導度と見掛比重には如何なる関係があるかを考えると、吾々が締固めに用いる土は一般に相当量の水分及び空気を含み締固めに依つて空

\* 東京大学講師, 工学部土木教室