

4. 結 語

滲透流に対する数学的取扱いは、境界条件に依つては、かなりの繁雑さを伴うものである。従つて複雑な要素の中から適当な一要素を取り出して、その影響が堰堤の設計上必要な諸量に如何に及ぼされるかを正確に調べて置き、其等の要素の綜合された結果を正しく把握出来るようにする事が必要である。又それと同時に此の分野において甚だ有効である模型実験を行うに當つて、模型自体の誤差を出来る丈少くする事が望ましい。以上の見地に立つて、本解析を行いその解析結果に対しては粘性流、或いは電氣的相似性を用いた。模型実験を行う事により、本解析の一致する事を確めた。本研究に當つて、終始懇切なる御指導を賜はつた

東京大学本間教授に厚く御礼を申し上げる次第である。

参考文献

- 1) 竹内端三: 函数論 p. 567
林 柱一: 高等函数表 p. 187; p. 213
- 2) Muskat: The flow of Homogeneous fluids through Porous Media p. 212
- 3) 同上 p. 215
- 4) 同上 p. 214 fig. 61
- 5) Whitaker: Modern Analysis p. 293
- 6) 寺沢寛一: 数学概論 p. 97
- 7) 本計算には適当な数表等が無く Graphical Method に依つた。(昭. 25.11.21)

堤体の滲透に関する実験的研究 (第1報)

— 滲透水量の決定 —

正員 久保田 敬一*

EXPERIMENTAL RESEARCH OF A SEEPAGE THROUGH
AN EARTH DAM. (Part I)

(JSCE March 1951)

Keiichi Kubota, C.E. Member

Synopsis It is quite clear that the seepage water through a levee body has harmful effects upon its stability. The phreatic line must lie inside the downstream face of the levee. Calculation of the position of a seepage line and the seepage water volume has been done rationally by the method of Dachler, A. Casagrande and etc. But these assumptions and the results of some experimental research (for instance by C. Keutner) are unsatisfactory to the present author.

He has studied this problem to find a reasonable method of computation. In this paper he explains some results of his experimental researches of seepage through an earth dam.

要旨 築堤或いは土堰堤の滲透水がその堰堤の安全さに重大な影響を及ぼすことは明らかである。滲潤線は堤体の下流側法面の内側に納まる必要があるであつて、その為に滲潤線の形を究めること及び滲透水量を決定することが重要になつてくる。従来は Dachler や A. Casagrande の方法等を用いて一応の計算を行つてゐるが、之等の仮定においても又実験的研究においても(例えば Keutner や Schmied) の実験においても不満足の間が少なくない。著者はこの意味で以下に述べ

るような実験を行つた。著者は実験内容を(1)滲透水量の決定(2)流線の決定(3)抵抗係数の決定(4)核心壁を有する場合の問題に分けた。以下は滲透水量の決定に関する結果のみの説明である。

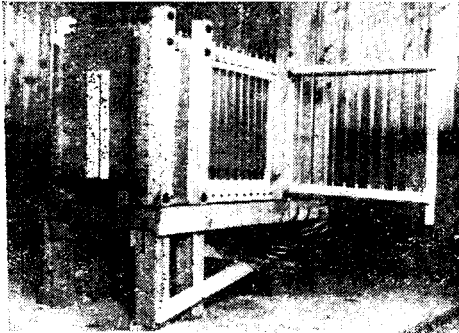
1. 著者の研究及び実験装置

漏水問題は堤体自身を通る滲透水と堤体の下を透過する水とに分けて研究されている。著者の研究は前者の問題についての実験的研究である。然し之等は滲透に関する極く基礎的研究であつて、滲透によつて惹き起される築堤の崩壊、斜面の安定等に関することは之

* 徳島大学教授, 工学部土木工学教室

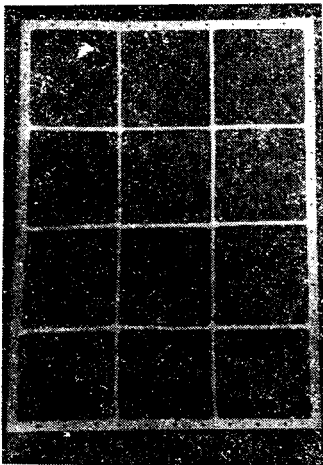
に関連して研究されるべきであると思ふ。著者が用いた実験装置は写真-1 に示す通りであつて、水槽は

写真-1



その全長 152cm, 幅は 46cm, 高さ 67cm である。尚水槽の側面は硝子張りとして内部がよく見えるようにした。堤体は水槽の中央に 60cm を隔て、両側に金網を張り、その間に砂を填充して作る。金網は 120 メッシュのものを用い、その枠は縦 53cm, 横 38cm で、砂の圧力によつて金網が外方に膨れ出すのを防ぐために径 6mm の鉄筋を縦横 3 本ずつ入れて支えた(写真-2)。上流側湛水池の大きさは長さ 49cm, 幅 40cm, 下

写真-2



流側湛水池の大きさは長さ 30cm, 幅 40cm である。

(1) 滲透水量及び水位測定装置 上流側湛水池の水位を一定に保つために、池の底から 3cm 毎に内径 2cm の余水吐孔を 13 ケ作り余水はこの余水吐からゴム管を通し流出せしめる。下流側湛水池には幅 3cm, 高さ 40cm の角落しを取付ける豎孔を作る。角落しは幅 5cm, 厚さ 6mm のゴム板をもつて作り之に測定用樋を取付けた。滲透水の水位は水位管をもつて測定するようにした。水位管は堤体の底板に中心線にそつて間隔 6cm 毎に 11 本設ける。更に中心線から左右に 12cm 離して同一断面に 2 本立て 3 列とする。従つて

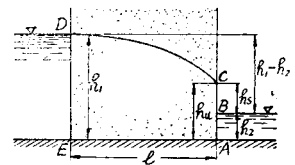
水位管は全部で 33 本であり、一断面の水位は之等 3 つの読みの平均をとる。その中心線にそのものを C, 他の 2 つをそれぞれ A, B と名付けた。水位管の太さは内径何れも 1cm である。

(2) 使用した砂 堤体を作るために用いた砂は豊浦標準砂及び相馬標準砂である。砂の搗き固め及び入れ方によつて見掛比重及び間隙率の異なることは当然であるが、それを一定にするために極めて慎重を期した。堤体は一層の厚さ 5cm になるように填充し(水槽上に砂を入れたタンクを吊りそれからゴム管によつて常に一定の高さから撒布するように入れる)径 16mm の丸鉄棒で面積 2cm 角に一搗きするように、一様に 2 回ずつ搗固め(搗き強さは 5cm 厚層を突き通す程度)之を何回か繰返して堤体全体を作る。

2. 滲透水量の測定

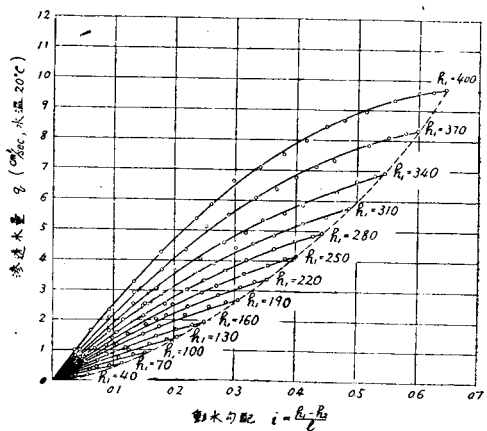
上流側湛水池の水深を $DE=h_1$, 下流側湛水池の水深を $AB=h_2$, 滲透面の長さを $BC=h_3$, 堤体の長さを l , 動水勾配を $i=(h_1-h_2)/l$ とする。 h_1 は前述の如く余水吐の高さによつて 40cm から 4cm 迄の間 13 通り変化させ、 h_2 は角落しの高さを徐々に高めて行く。例えば $h_1=40$ cm の場合で h_2 を 18 通り変化せしめた。尚又実際には h_1 或いは h_2 を変化せしめてから所要時間経過しないと、毛管上昇の現象が停止して滲透水流が安定しない。滲透水流の安定に要する時間は豊浦砂の場合で約

図-1



40 分であつたから水位を変化せしめてから約 50 分後に測定を行うようにした。このようにして一つの h_1 に対して h_2 を種々変化せしめて測定した滲透水量 q (実際は h_2 を一定にして h_1 を変化せしめた) と動水勾

図-2



配 i との関係曲線は図-2に示すようになる。図-2は豊浦砂を用いた場合であるが相馬砂を用いた場合も之とよく似た曲線を得る。豊浦砂の場合の最大滲透水量は動水勾配 $i=0.645$ に対して $q=9.718\text{cm}^3/\text{sec}$, 相馬砂の場合は $i=0.625$ に対して $\bar{q}=98.149\text{cm}^3/\text{sec}$ で前者の約 10 倍である。但し何れも滲透面積 1cm^2 当りの流量である。尙又前者の滲透係数は $k=0.0204$ であり、後者のそれは $k=0.203$ である。その測定は Permeameter 及び著者による特別の装置によつて求めた。又 $q-i$ 曲線は砂の粒度の小さい方が膨らむ傾向を示す。

3. 温度変化に伴う滲透水量の変化

水温が変化すれば之に伴つて水の粘性係数の変化することは当然であり、従つて水の流動速度が変化する。

温度によつて水の粘性係数が変化することは実験によつても正確に求められており又 Helmholtz の公式等もある。本実験における水温の変化は最低 21.3°C から最高 28°C の範囲であつた。著者の実験の如く堤体の場合の水温変化に伴う滲透水量の変化はわかつていないので、著者は堤体の実験装置を利用して滲透水量の変化を正確に測定した。そしてその変化過程を確め次の如き結論を得た。

(1) 動水勾配の大小に拘らず温度変化による滲透水量の変化の割合は一定であつて総べて一つの曲線をもつて示される。

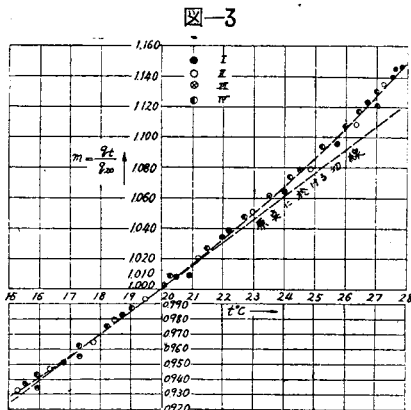
(2) 水温 25°C を境として変化の割合は急激に増加する。

(3) 温度が低い場合には変化の割合は小である。

著者の実験においては温度変化による滲透水量はすべて 20°C の場合に換算したが、その換算は図-3に示す曲線によつた。即ち表-1 に示す m によつて計算した。因みに動水勾配 $i=0.600$ の場合に水温変化 1°C に対して 28°C 前後において水量変化は約 $0.19\text{cm}^3/\text{sec}$ であり、 16°C 前後において $0.1\text{cm}^3/\text{sec}$ である。之は

表-1 温度変化による滲透水量の変化

(I) $R_1=400^{\text{mm}}$ $i=0.6000$			(II) $R_1=341^{\text{mm}}$ $i=0.332$			(III) $R_1=257^{\text{mm}}$ $i=0.224$			(IV) $R_1=310^{\text{mm}}$ $i=0.152$		
$t^\circ\text{C}$	$q^{\text{cm}^3/\text{sec}}$	m	$t^\circ\text{C}$	$q^{\text{cm}^3/\text{sec}}$	m	$t^\circ\text{C}$	$q^{\text{cm}^3/\text{sec}}$	m	$t^\circ\text{C}$	$q^{\text{cm}^3/\text{sec}}$	m
15.5	8.8990	0.937	15.3	5.1360	0.933	15.9	2.7633	0.935	15.9	2.4137	0.943
16.8	9.0219	0.951	16.3	5.2130	0.947	17.3	2.8224	0.955	17.3	2.4623	0.962
18.7	9.3159	0.982	17.8	5.3064	0.964	18.2	2.8815	0.975	19.0	2.5263	0.987
20.0	9.4867	1.000	18.5	5.4002	0.981	20.0	2.9554	1.000	20.0	2.5596	1.000
20.5	9.5626	1.008	19.5	5.4663	0.993	20.1	2.9613	1.002	20.3	2.5801	1.008
22.2	9.8472	1.038	20.0	5.5048	1.000	20.9	2.9820	1.009	21.5	2.6287	1.027
24.0	10.0938	1.064	21.2	5.6204	1.021	22.0	3.0559	1.034	22.7	2.6799	1.047
25.7	10.3879	1.095	23.0	5.7910	1.052	23.5	3.1357	1.061	24.2	2.7465	1.073
26.7	10.6461	1.122	24.9	5.9342	1.078	24.5	3.1859	1.078	25.2	2.7976	1.093
27.5	10.8148	1.140	26.4	6.0973	1.108	26.0	3.2716	1.107	26.4	2.8591	1.117
27.8	10.8718	1.140	27.3	6.2022	1.134	27.0	3.3100	1.120	27.0	2.8923	1.130
						27.6	3.3839	1.145			



全流量のそれぞれ 1.8% 及び 1.1% にあたつている。又 $i=0.382$ の場合には水温変化 1°C に対して 27°C 前後において約 $0.12\text{cm}^3/\text{sec}$, 15°C 前後において約 $0.08\text{cm}^3/\text{sec}$ であり、全流量のそれぞれ 2.0% 及び 1.5% にあたつている。相馬砂の場合も全く之と同様であるが、豊浦砂の場合より変化の割合は小で全流量の 0.5~0.8% である。之によつて k の大きい程温度変化による影響の小さいことがわかる。さきの図-2 は温度による影響を 20°C の場合に換算したものである。

4. $q-i$ 曲線の吟味

図-2 から次のことが了解される。

(i) 滲透水量 q は動水勾配 i の増加と共に増す。即ち (h_1-h_2) が大きくなるにつれて q は増加するが、増加の割合は i の増加と共に減少する。

(ii) 滲透水量 q は上流側水深 h_1 が大きくなると共に増加するが、図中破線をもつて示した曲線にそつて増加する。即ち増加の割合は h_1 の増加と共に増す。之を要するに滲透水量 q は動水勾配 i と上流側湛水池の水深 h_1 とによつて変化することがわかる。即ち $q = \text{fun.}(i, h_1)$ である。

(1) Darcy の法則に対する吟味 上流側の流入面積は $F_1 = bh_1$ であり、下流側の流出面積は $F_2 = b(h_2 + h_3) = bh_u$ である。若し Darcy の法則が成立するものとすれば、滲透係数 k は $k = q / (bh_u)$ となる。従つてこの式に実験値を代入して滲透係数 k を求めることができる。そしてこの場合 i と h_1 との間にはそれぞれある定まつた関係がなければならぬ。

それ等関係曲線を描いて見ると何れも i の小さい範囲で互に交又して一定の関係を見出すことができない。従つて上式によつて計算した k の値は滲透係数とは無関係のものである。

あることがわかる。言換えれば Darcy の法則の成立しないことがわかる。因みに滲透係数の真の値はこの場合 0.0204 である。

(2) Forchheimer の法則に対する吟味 今流速が小であつて自由流線の勾配を殆んど水平であると見做して差支えない場合には Forchheimer の近似理論から滲透係数 k は $k=2ql/(h_1^2-h_2^2)$ によつて求められる。但し l は堤体の長さである。前述と同様に $i-k$ 曲線又は $v-k$ 曲線を描いて見れば i の小さい範囲において互に相交るから Dupuit-Forchheimer の近似理論も亦成立しないことがわかる。

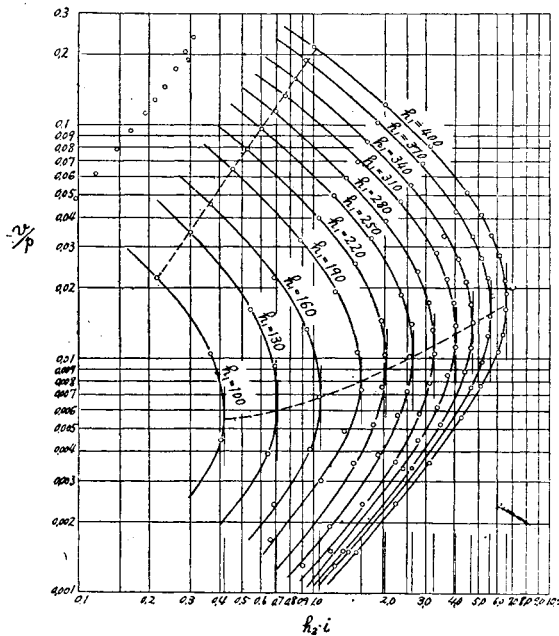
(3) q は $h_2 \cdot i$ の函数であること ことゝ再び図一2を觀察して見れば次の事が認められる。

(i) 滲透水量 q は h_1 の函数である。即ち q は 13 のそれぞれ異つた h_1 の値に対して別々の曲線を描いている。

(ii) q は動水勾配 i の増大と共に増加するが、その増加率は一定の法則に従わない。

(i) に関しては 13 の曲線が互に交叉することがないから之を認めることができる。(ii) に関しては Darcy の法則の如く i に正比例して増加しないから i の函数でもなく又 $(h_1^2-h_2^2)$ の函数でもないことが言える。今著者は $(h_2 \cdot i)$ なるものを考え、之が真の流速 v/p の変化と共に如何に変化するかを考えて見よう。図-4 はこの関係を描いたものであるが、同図に

図-4



よれば各曲線は互に相交ることがなく、 $h_2 \cdot i$ の値は $h_2=0$ の時及び $h_1-h_2=0$ の時に 0 となりその中間において最大値をとる。そしてその時の h_2 は $h_2=1/2h_1$ である。又各曲線が $h_2 \cdot i = \text{const.}$ なる直線と切する点は大體において一定曲線上にあることがわかる。この一定曲線より上の部分は $16\text{mm} < h_2 < 1/2h_1$ に相当する範囲である。

又下の部分は $1/2h_1 < h_2 < h_1$ に相当する範囲である。

$h_2 \cdot i$ が最大値をとる点 (即ち $h_2=1/2h_1$ なる点) より h_2 が小さくなればそれにつれて v/p は次第に増大する。

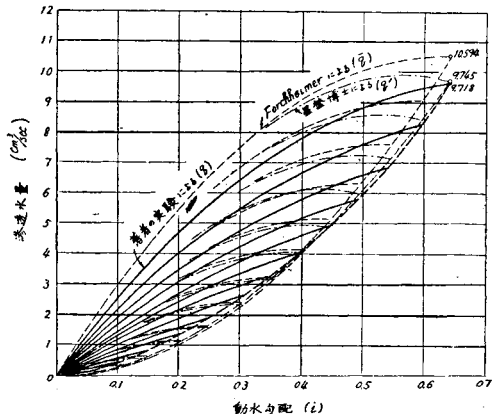
以上を要するに $q-i$ 曲線の性質とことゝ論ずる所から滲透水流の真の流速 v/p は h_1 と $h_2 \cdot i$ との函数であるといふことができる。又温度変化による水の密度の函数でもあるから之を ρ とすれば結局次の如く書くことができる。 $v/p = \text{fun.} (\rho, h_1, h_2 \cdot i)$, 具体的に如何なる実験式で表わされるかに就いては後の機会に譲りたい。

(4) $q-i$ 曲線の比較 図-5において破線をもつて示したのは著者の実測値を用い、 $k=0.0204$ として Dupuit-Forchheimer の式から求めた \bar{q} と i との関係曲線である。 \bar{q} の最大値は $i=0.645$ において $\bar{q}=10.594 \text{ cm}^3/\text{sec}$ である。鎖線は星基博士の提唱せられる次の式から求めた q' と i との関係曲線である。 q' の最大値は $i=0.645$ に対して $q'=9.745 \text{ cm}^3/\text{sec}$ である。

$$q' = k(h_1 - h_2) \left[\frac{h_2}{l} + \sqrt{1 + \left(\frac{l}{h_1 - h_2} \right)^2} - \frac{l}{h_1 - h_2} \right]$$

上式は流線を常に Basic Parabola と仮定するものである。 $q'=9.745 \text{ cm}^3/\text{sec}$ と $q=9.718 \text{ cm}^3/\text{sec}$ とは非常によく一致している。尙流線を常にこの Parabola と仮定すること等についての理論的考察はすべての他の

図-5



機会に譲ることにした。\$g', \bar{g}\$ は何れも著者の実験における最大観測値よりも安全側の値を与えている。

5. 結 語

著者は以上実験結果についてのみ説明したが尚以上の砂の外に豊浦砂に重量比にしてその23.3%の花崗岩粉(粒径160メッシュ以下)を混和して作った砂を用いて堤体を作つて同様の実験を行つた。23.3%は豊浦

砂の場合の間隙比 \$p=46.6\%\$ の \$1/2\$ をとつたのである。この場合の \$g-i\$ 曲線及び流線の決定については多少その趣を異にしている。著者は第2報において流線に関する実験結果について論じたいと思つている。尚本研究は文部省科学研究費の補助を得て行つたものであることを記して感謝の意を表したい。

(昭. 25. 10. 9)

等剛比高層ラーメンの水平荷重による変形
と固有振動週期の計算公式

正 員 工学博士 酒 井 忠 明*

CALCULATION FORMULAE OF DEFORMATION DUE TO HORIZONTAL LOAD
AND NATURAL VIBRATION PERIOD FOR HIGH STORIED BAENTS
WITH CONSTANT RATIO OF STIFFNESS.

(JSCÉ March 1951)

Dr. Eng. Tadaaki Sakai, C.E. Member

Synopsis. The calculation formulae proposed in this paper give quickly and directly deformation for a tall building frame with constant ratio of stiffness subjected to horizontal joint load. Practical calculation formula for natural vibration period is also given in this paper.

要旨 本文は任意の張間数と層数を有する等剛比ラーメンの水平荷重による変形とその固有振動週期を直接かつ即座に求める公式を階差方程式の解法理論を用いて誘導提案したものである。

1. 緒 言

こゝに取扱つたラーメンはその中心線に対して対称で等剛比を有し各階はすべて等高、荷重はラーメンの左側節点にかゝるものとする。この節点水平荷重はすべて \$W\$ とし最上端のみ \$\frac{W}{2}\$ の時と \$W\$ の時を考えた。

1張間より5張間のラーメンに対しては別々に、6張間以上のものには張間数を任意数として含むまとめた式として求めた。前者に関する計算式は精解値を与え、後者は多少近似値を与える。しかしこの場合も大体4桁迄採用出来るので工学上の目的には充分である。

なおこゝに提案した式は4, 5層の位置層ラーメンに対しても高い精度の結果を与える。固有振動週期の式は2, 3層のものにも満足すべき結果を期待できる。

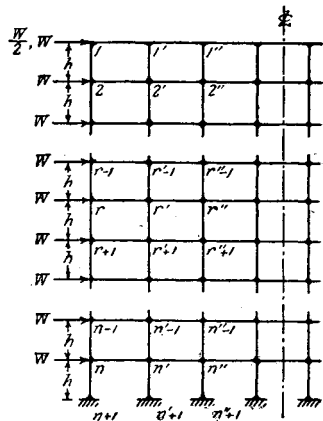
変形に関する一般計算式はラーメンの上部と下部附近に対してはこれに上部と下部の局所影響補正値なる

ものを加えて用いる。最初にこの一般計算式と補正値をあげ後にその計算例と誘導法をのべる。

2. 等剛比高層ラーメンの変形計算公式

ラーメンの全層数を \$n\$, 全張間数を \$m\$ とし節点と層の位置は上端から数える。節点に関しては最左側柱から内側に2番目及

図-1 \$m\$ 張間 \$n\$ 層ラーメン
Frame with \$m\$ bays and \$n\$ stories



び3番目のものは \$r, r', r''\$ と \$r, r', r''\$ を附して最左側柱のものと区別する。(図-1参照) 式中 \$E\$: 弾性係数, \$K\$: 部材剛度, \$h\$: 柱高, \$\theta\$: 節点の廻転角, \$R\$: 柱の部材廻転角としこれにサフィックスを附してその位置をしめす。\$y_r\$ は上端より \$r\$ 番目の節点の水平変位である。

* 北海道大学教授, 工学部土木工学教室