

の式を求める時に使用した θ と R から更に材端曲げモーメントも計算できるが、稿を別にして材端曲げモーメントに関する同様な計算公式をもとめて報告する

ことにしたい。終りにこの研究は昭和 25 年度文部省科学研究費補助費による特殊不特定構造物の応力研究の一部をなすことを附記する。(昭. 25. 9. 18)

橋脚の振動を考慮せる単桁橋の強制振動

— 橋梁振動学への函数系の応用 —

正員 安部 清孝*

ON THE APPLICATION OF FUNCTIONAL SYSTEMS FOR VIBRATION OF BRIDGES

— Forced Vibration of Girder Considered with Vibration of it's Pier —

(JSCE March 1951.)

Kiyotaka Abe, C.E. Member

Synopsis It is the main point of this manuscript to solve the problems of vibration of bridge, especially, the problem of impact coefficient or seismic coefficient of bridge due to the deflection of vibration.

At first, we solve the problem of forced vibration of girder considered with vibration of it's pier for the example of the problem of vibration of associative bodies of one domain body.

要旨 橋梁振動の問題特に振動変位に基因する衝撃率とか地震々度を求める問題は函数系によつて考究すれば好都合である。即ち一区间振動体(単桁, 片持桁等)及びそれらの組合せ振動体並びに多区间振動体(根入れ基礎を考慮した橋脚, 連続桁, ゲルバー桁等)の強制振動変位を求める事並びにそれに基因する衝撃率及び震度を求める事等に函数系を用いれば好都合である。本稿においては一区间振動体の組合せ振動体の一例即ち下端において固定された橋脚の振動を考慮に入れた単桁橋の横振動を考え, もつて正弦的地震動を受ける場合の単桁橋の震度を求めよう。

尙実際には橋脚の振動は橋脚基礎の支持状態並びに基礎地盤の状態に多分に左右されるものであつて, 根入れ基礎部分も振動若くは揺動するもの即ち二区間の振動をするものとして考究するのが妥当であるがこれに関しては別に発表する事にする。更に単桁振動としては, その最も危険な場合即ち水平に横に振動する場合を考える事にしよう。

I 橋脚の強制振動

橋脚は等断面と仮定し¹⁾, 脚の頭部には橋体重量の半分 W が作用するものとし, 橋脚の等断面二次率, 高さ, 単位長当りの質量及び重量, 弾性係数, 第 n 次固有円振動数を夫々 I, h, ρ, v, E, ν_n とし, 強制力の作用円

振動数及び時間の変数を ν 及び t とし, 強制力は正弦的に作用するものとし, 橋脚の単位長当りに作用する強制力を $Y = Y_0 \sin \nu t$, $Y_0 = \sum_{n=1}^{\infty} q_n \eta_n$ (1) とし, 長さの変数を z , 橋脚の振動変位を y とすれば, 橋脚の強制振動に関する基礎微分方程式は次の如く与えられる。

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial z^4} + \rho \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = Y = \sum_{n=1}^{\infty} q_n \eta_n \sin \nu t \quad \dots (2)$$

茲に

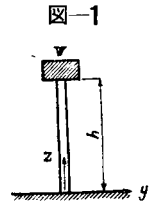
$$\left. \begin{aligned} \eta_n &= M_n (\cosh \gamma_n \zeta - \cos \gamma_n \zeta) \\ &\quad - N_n (\sinh \gamma_n \zeta - \sin \gamma_n \zeta) \\ M_n &= \sinh \gamma_n + \sin \gamma_n \\ N_n &= \cosh \gamma_n + \cos \gamma_n \\ \gamma_n &= \frac{1 + \cosh \gamma_n \cos \gamma_n}{\cosh \gamma_n \sin \gamma_n - \sinh \gamma_n \cos \gamma_n} = \mu \gamma_n \\ &\text{の正の第 } n \text{ 根} \\ \mu &= \frac{W}{hw} \quad \zeta = \frac{z}{h} \end{aligned} \right\} (3)$$

さて, $t=0$ の時 $y = \frac{\partial y}{\partial t} = 0$ なる如き条件を満足する(2)式の解を求めると次の如くなる。

$$y = \frac{1}{\rho} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{q_n \eta_n}{\nu_n^2 - \nu^2} \left(\sin \nu t - \frac{\nu}{\nu_n} \sin \nu_n t \right) \quad \dots (4)$$

茲に

$$\nu_n = \frac{\gamma_n^2}{h^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho}} \quad \dots (5)$$



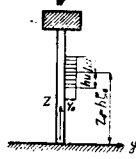
* 建設技官, 建設省土木研究所勤務

1) 變断面の場合には振動學的に等値な等断面橋脚を求める事は容易である。

従つて、橋脚に作用する任意の強制力の展開係数 q_n さえ求めれば、この強制力による橋脚の強制振動変位は(4)式により求められる。

図-2

一般的に図-2に示す如く、脚の固定端より $h\zeta_0$ の点を中心と両側に hu なる部分に作用する等分布強制力 Y_0 を考えこれの展開係数 q_n を求めて見よう。



今この Y_0 が:
$$Y_0 = \sum_{n=1}^{\infty} q_n \eta_n \quad \dots\dots(6)$$

なる如く展開されるものとして、(6)式の両辺に η_m を乗じて、 $\zeta = \frac{z}{h}$ に関して0より1迄積分すると

$$\int_0^1 Y_0 \eta_m d\zeta = \sum_{n=1}^{\infty} q_n \int_0^1 \eta_m \eta_n d\zeta \quad \dots\dots(7)$$

となる。上式において

$$\int_0^1 Y_0 \eta_m d\zeta = Y_0 \int_{\zeta_0-u}^{\zeta_0+u} \eta_m d\zeta = \frac{2Y_0}{\gamma_m} \times \{M_m \cosh \gamma_m \zeta_0 - N_m \sinh \gamma_m \zeta_0\} \sinh \gamma_m u - \{M_m \cos \gamma_m \zeta_0 - N_m \sin \gamma_m \zeta_0\} \sin \gamma_m u \quad \dots\dots(8)$$

である。

脚の全長上に作用する等分布力の場合には

$$\int_0^1 Y_0 \eta_m d\zeta = \frac{2Y_0}{\gamma_m} (N_m - \mu \gamma_m \rho_m) \quad \dots\dots(9)$$

茲に $\rho_m = \cosh \gamma_m \sin \gamma_m - \sinh \gamma_m \cos \gamma_m \quad \dots\dots(10)$

となる。

更に脚上の一点 $h\zeta_0$ に作用する集中力 $P = 2huY_0$ の場合には、

$$\int_0^1 Y_0 \eta_m d\zeta = \frac{P}{h} \{M_n \{ \cosh \gamma_m \zeta_0 - \cos \gamma_m \zeta_0 \} - N_n \{ \sinh \gamma_m \zeta_0 - \sin \gamma_m \zeta_0 \} \} \quad \dots\dots(11)$$

となる。

更に集中荷重 P が先端に作用する場合には $\zeta_0 = 1$ となり

$$\int_0^1 Y_0 \eta_m d\zeta = \frac{2P}{h} \rho_m \quad \dots\dots(12)$$

となる。

(7)式の右辺の積分の値は次の如くなる。

$$\int_0^1 \eta_m \eta_n d\zeta = -4\mu \rho_m \rho_n \quad (m \neq n) \quad \dots\dots(13)$$

$$\int_0^1 \eta_m^2 d\zeta = \rho_m^2 (1 + 2\mu \gamma_m \psi_m / \rho_m) \quad \dots\dots(14)$$

茲に $\psi_m = \sinh \gamma_m \sin \gamma_m \quad \dots\dots(15)$

今 $\rho_{mm} = \rho_m^2 (1 + 2\mu \gamma_m \psi_m / \rho_m) \quad \dots\dots(16)$

$$\rho_{mn} = -4\mu \rho_m \rho_n \quad \dots\dots(17)$$

とすれば、(7)式より次式を得る

$$q_m \rho_{mm} + \sum_{n=1}^{\infty} q_n \rho_{mn} = \int_0^1 Y_0 \eta_m d\zeta \quad \dots\dots(18)$$

茲に $\sum_{n=1}^{\infty}$ は $\sum_{n=1}^{\infty}$ の中の $n=m$ なる項を除いた総和とす

る。

(18)式より、右辺に対応する展開係数 $q_1, q_2, q_3, \dots, q_m, \dots$ は理論上求められる。

(2) 正弦的地震動を受ける橋脚の強制振動

今地震動の半振幅円振動数震度を夫々 e, ν, k とし重力加速度を g とすれば、脚部には単位長当りに $\rho e \nu^2 = k w$ 、頭部には集中的に $\frac{W}{g} e \nu^2 = k W$ なる地震力が作用する事になる。従つて

$$\int_0^1 Y_0 \eta_m d\zeta = \frac{2kw}{\gamma_m} (N_m - \mu \gamma_m \rho_m) + \frac{2kW}{h} \rho_m$$

茲に $\frac{W}{h} = \mu$

従つて $\int_0^1 Y_0 \eta_m d\zeta = kw \beta_m = \sigma_m \quad \dots\dots(19)$

茲に $\beta_m = \frac{2N_m}{\gamma_m}, \quad \sigma_m = kw \beta_m \quad \dots\dots(20)$

よつて、この場合の展開係数を決定する式は次の如くなる。

$$q_m \rho_m + \sum_{n=1}^{\infty} q_n \rho_{mn} = \sigma_m = kw \beta_m \quad \dots\dots(21)$$

今 $kw=1$ 即ち $\sigma_m = \beta_m$ なる場合に対応する q_n を \bar{q}_n とすれば \bar{q}_n の第1近似値は $\bar{q}_n = \frac{\beta_n}{\rho_{nn}} \quad \dots\dots(22)$

によつて求められ、 \bar{q}_1, \bar{q}_2 の第2近似値は

$$\left. \begin{aligned} \bar{q}_1 &= \frac{\beta_1 \rho_{22} - \beta_2 \rho_{12}}{\rho_{11} \rho_{22} - \rho_{12}^2} \\ \bar{q}_2 &= \frac{\beta_2 \rho_{11} - \beta_1 \rho_{21}}{\rho_{11} \rho_{22} - \rho_{12}^2} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(23)$$

によつて求められ、 $\bar{q}_1, \bar{q}_2, \bar{q}_3$ の第3近似値は

$$\left. \begin{aligned} \bar{q}_1 &= \frac{\beta_1 (\rho_{22} \rho_{33} - \rho_{23}^2) + \beta_2 (\rho_{13} \rho_{23} - \rho_{12} \rho_{33})}{\rho_{11} \rho_{22} \rho_{33} + 2\rho_{12} \rho_{13} \rho_{23} - \rho_{13}^2 \rho_{22}} \\ &\quad + \frac{\beta_3 (\rho_{12} \rho_{23} - \rho_{13} \rho_{22})}{\rho_{12}^2 \rho_{33} - \rho_{23}^2 \rho_{11}} \\ \bar{q}_2 &= \frac{\beta_1 (\rho_{13} \rho_{23} - \rho_{12} \rho_{33}) + \beta_2 (\rho_{11} \rho_{33} - \rho_{13}^2)}{\rho_{11} \rho_{22} \rho_{33} + 2\rho_{12} \rho_{13} \rho_{23} - \rho_{13}^2 \rho_{22}} \\ &\quad + \frac{\beta_3 (\rho_{12} \rho_{13} - \rho_{11} \rho_{23})}{\rho_{12}^2 \rho_{33} - \rho_{23}^2 \rho_{11}} \\ \bar{q}_3 &= \frac{\beta_1 (\rho_{12} \rho_{23} - \rho_{13} \rho_{22}) + \beta_2 (\rho_{12} \rho_{13} - \rho_{11} \rho_{23})}{\rho_{11} \rho_{22} \rho_{33} + 2\rho_{12} \rho_{13} \rho_{23} - \rho_{13}^2 \rho_{22}} \\ &\quad + \frac{\beta_3 (\rho_{11} \rho_{22} - \rho_{12}^2)}{\rho_{12}^2 \rho_{33} - \rho_{23}^2 \rho_{11}} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

によつて求められる。

茲に $\rho_{mm} = \rho_m^2 (1 + 2\mu \gamma_m \psi_m / \rho_m)$

$$\rho_{mn} = -4\mu \rho_m \rho_n$$

$$\rho_m = \cosh \gamma_m \sin \gamma_m - \sinh \gamma_m \cos \gamma_m$$

$$\rho_n = \cosh \gamma_n \sin \gamma_n - \sinh \gamma_n \cos \gamma_n$$

$$\psi_m = \sinh \gamma_m \sin \gamma_m$$

$$\beta_n = \frac{2N_n}{\gamma_n}$$

$$N_n = \cosh \gamma_n + \cos \gamma_n$$

$$m = 1, 2, 3 \quad n = 1, 2, 3$$

次に $\mu = \frac{W}{hw}$ の0より10迄の値に於ける $\gamma_1, \gamma_2,$

$\gamma_3, \gamma_4, \gamma_5, \gamma_6$ の値は表-1に示してある。更にこの γ_m を用いて q_1, q_2 の値を求めたのが表-2である。

表-1

μ	γ_1	γ_2	γ_3	γ_4	γ_5	γ_6
0	1.8751	4.6941	7.8548	10.9960	14.1370	17.2790
0.2	1.6164	4.2671	7.3184	10.4016	13.5067	16.6234
0.4	1.4724	4.1444	7.2155	10.3178	13.4367	16.5634
0.6	1.3757	4.0867	7.1725	10.2850	13.4102	16.5413
0.8	1.3041	4.0531	7.1490	10.2675	13.3963	16.5298
1.0	1.2479	4.0311	7.1341			
1.5	1.1464	3.9995				
2.0	1.0762	3.9826	7.1027			
4.0	0.9174	3.9556	7.0859			
5.0	0.8700	3.9499	7.0825			
6.0	0.8328	3.9462	7.0802			
8.0	0.7769	3.9414				
10.0	0.7358	3.9385				

表-2

μ	q_1	q_2	φ_1	$q_1\varphi_1$
0	0.18922	0.008 0889	4.13814	0.78301
0.2	0.25370	0.005 9706	2.72429	0.69115
0.4	0.33124	0.004 6275	2.08058	0.68917
0.6	0.40319	0.003 8390	1.70606	0.68786
0.8	0.47054	0.003 3717	1.45818	0.68612
1.0	0.53435	0.003 0647	1.28063	0.68430
1.5	0.68312	0.002 6437	0.99564	0.68014
2.0	0.82142	0.002 4049	0.82688	0.67924
4.0	1.31567	0.000 8233	0.51294	0.67486
5.0	1.53575	0.000 6676	0.43779	0.67234
6.0	1.74705	0.000 1952	0.38421	0.67123
8.0	2.14002	0.000 1538	0.31203	0.67025
10.0	2.52615	0.000 1353	0.26518	0.66988

II 橋体の水平横方向の強制振動²⁾

橋体は水平横方向にも単純支持されているものと仮定する。そうすると支支点において橋脚より橋体には曲げモーメントは伝えられないので、橋体の地震動による強制振動は橋脚先端における振動によって水平に一樣に揺らる振動であると解釈しても差支えないと思う。

橋体の長さ、単位長当りの重量及び質量、弾性係数、断面二次率³⁾、第 m 次固有円振動数を夫々 $l, w', \rho', E', I', \nu_m'$ とする。そうすると、橋体に作用する等分布地震時強制力は

$$p_0 = \frac{\rho'}{\rho} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{q_n \eta_{n1}}{\nu_n'^2/\nu^2 - 1} \left(\sin \nu t - \frac{\nu_n}{\nu} \sin \nu_n t \right) \quad (26)$$

2), 3) 橋體も等断面換算断面二次率を持つ等断面桁とし、橋體の長さの方向の變數 x の原點は一支柱に取る事にする。

茲に $\eta_{n1} = [\eta_n]_{\tau=1} = 2\rho_n \dots\dots\dots(27)$

にて与えられる。この p_0 の橋の全長 l 上の展開強度は

$$p = \frac{8\rho'}{\rho\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{q_n \rho_n}{\nu_n'^2/\nu^2 - 1} \frac{\rho_m \sin m\pi\xi}{m} \times \left(\sin \nu t - \frac{\nu_n}{\nu} \sin \nu_n t \right) \dots\dots\dots(28)$$

茲に $\rho_m = \frac{1 - (-1)^m}{2}, \xi = \frac{x}{l} \dots\dots\dots(29)$

となる。

この強制力 p の作用を受ける橋体の橋体の振動の基礎微分方程式は次式にて与えられる。

$$E'I' \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \rho' \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{8\rho'}{\rho\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{q_n \rho_n}{\nu_n'^2/\nu^2 - 1} \times \frac{\rho_m \sin m\pi\xi}{m} \left(\sin \nu t - \frac{\nu_n}{\nu} \sin \nu_n t \right) \dots\dots\dots(30)$$

この場合位相のずれを無視して、 $t=0$ の時 $y = \frac{\partial y}{\partial t} = 0$ なる初期条件を満足する(30)式の解を求めると

$$y = -\frac{8}{\pi\rho} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} F_{mn}(t) f_m(\xi) \dots\dots\dots(31)$$

茲に $F_{mn}(t) = \frac{q_n \rho_n}{\nu_n'^2/\nu^2 - 1} \left\{ \frac{1}{\nu_m'^2 - \nu^2} \times \left(\sin \nu t - \frac{\nu}{\nu_m'} \sin \nu_m' t \right) - \frac{\nu_n/\nu}{\nu_m'^2 - \nu_n'^2} \times \left(\sin \nu_n t - \frac{\nu_n}{\nu_m'} \sin \nu_m' t \right) \right\} \dots\dots\dots(32)$

$$f_m(\xi) = \frac{\rho_m \sin m\pi\xi}{m} \dots\dots\dots(33)$$

となる。

共鳴の各種の場合に対する振動変位の式が求められるが紙面の都合上省略する。

III 橋体の受ける震度

橋体の任意点の受ける震度 $K(\xi, t)$ 、橋体の受ける平均震度 $K(t)$ 及び $K(t)$ の時間的極大値の絶対値 K を次の如く定義する。

$$K(\xi, t) = \frac{1}{g} \left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \right) \dots\dots\dots(34)$$

$$K(t) = \frac{1}{g} \int_0^1 \left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \right) d\xi \dots\dots\dots(35)$$

$$K = | [K(t)]_{\max} | \dots\dots\dots(36)$$

茲に g : 重力加速度

(31), (32), (33) 式及び $\rho g = w$ なる関係を用いると、

$$K(\xi, t) = \frac{8}{\pi w} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\rho_m q_n \rho_n}{m^2 (\nu_n'^2/\nu^2 - 1)} \times \left\{ \frac{\nu_n^3/\nu^3}{\nu_m'^2/\nu^2 - \nu_n'^2/\nu^2} \left(\sin \nu_n t - \frac{\nu_m'}{\nu_n} \sin \nu_m' t \right) - \frac{1}{\nu_m'^2/\nu^2 - 1} \left(\sin \nu t - \frac{\nu_m'}{\nu} \sin \nu_m' t \right) \right\} f_m(\xi) \dots\dots\dots(37)$$

$$K(t) = \frac{16}{\pi^2 w} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\rho_m q_n \rho_n}{m^2(\nu_n^2/\nu^2 - 1)} \times$$

$$\left\{ \frac{\nu_n^3/\nu^3}{\nu_n'^2/\nu^2 - \nu_n^2/\nu^2} (\sin \nu_n t - \frac{\nu_n'}{\nu_n} \sin \nu_n' t) \right.$$

$$\left. - \frac{1}{\nu_n'^2/\nu^2 - 1} (\sin \nu t - \frac{\nu_n'}{\nu} \sin \nu_n' t) \right\} \dots (38)$$

を得る。

$$\text{今 } \nu_n = (1+q_n)\nu, \nu_n' = (1+q_n')\nu \dots (39)$$

$$\text{茲に } -1 < q_n < \infty, -1 < q_n' < \infty \dots (40)$$

とし、 $\sigma_n = \beta_n$ とせる場合の q_n の値を q_n とし、

$$q_n = kw q_n \dots (41)$$

なる関係を用い、

$$K(t) = \alpha \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n h_m}{b_n} \left[\left\{ \frac{d_n^3}{e_{mn}} (\cos q_n \nu t \right. \right.$$

$$\left. - f_{mn} \cos q_m' \nu t) - \left(\frac{1}{b_m'} - (e_m \cos q_m' \nu t) \right) \right\} \sin \nu t$$

$$+ \left\{ \frac{d_n^3}{e_{mn}} (\sin q_n \nu t - f_{mn} \sin q_m' \nu t) \right.$$

$$\left. + e_m \sin q_m' \nu t \right\} \cos \nu t \dots (42)$$

$$\text{茲に } a_n = q_n \rho_n, b_n = q_n(q_n + 2),$$

$$b_m' = q_m'(q_m' + 2), e_m = \frac{1 + \varepsilon_m'}{q_m'(q_m' + 2)}$$

$$d_n = 1 + q_n$$

$$e_{mn} = (q_m' - q_n)(q_m' + q_n + 2),$$

$$f_{mn} = \frac{1 + q_m'}{1 + q_n}, h_m = \frac{\rho_m}{m^2}$$

$$\alpha = \frac{16k}{\pi^2}$$

$$\text{今 } \vartheta_{mn}(t) = \frac{a_n h_m}{b_n} \left\{ \left(e_m - \frac{d_n^3 f_{mn}}{e_{mn}} \right) \sin q_m' \nu t \right.$$

$$\left. + \frac{d_n^3}{e_{mn}} \sin q_n \nu t \right\} \dots (44)$$

$$\vartheta_{mn}'(t) = \frac{a_n h_m}{b_n} \left\{ \left(e_m - \frac{d_n^3 f_{mn}}{e_{mn}} \right) \cos q_m' \nu t \right.$$

$$\left. + \frac{d_n^3}{e_{mn}} \cos q_n \nu t - \frac{1}{b_m'} \right\} \dots (45)$$

と置けば $K(t)$ は次の如くなる。

$$K(t) = \alpha \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \{ \vartheta_{mn}(t) \cos \nu t + \vartheta_{mn}'(t) \sin \nu t \} \dots (46)$$

最後に橋体の受ける震度 K 及び副震度 K' として次の定義を下す事にする。

$$K = |\{K(t)\}_{t=\tau\pi/\nu}| = \alpha \left| \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \vartheta_{mn} \right|$$

$$(\gamma = 1, 2, 3, \dots) \dots (47)$$

$$K' = |\{K(t)\}_{t=(2\gamma-1)\pi/2\nu}| = \alpha \left| \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \vartheta_{mn}' \right|$$

$$(\gamma = 1, 2, 3, \dots) \dots (48)$$

$$\text{茲に } \vartheta_{mn} = \{ \vartheta_{mn}(t) \}_{t=\tau\pi/\nu} = \frac{a_n h_m}{b_n}$$

$$\times \left\{ \left(e_m - \frac{d_n^3 f_{mn}}{e_{mn}} \right) \sin \gamma \pi q_m' + \frac{d_n^3}{e_{mn}} \sin \gamma \pi q_n \right\} \dots (49)$$

$$\vartheta_{mn}' = \{ \vartheta_{mn}'(t) \}_{t=(2\gamma-1)\pi/2\nu} = \frac{a_n h_m}{b_n}$$

$$\times \left\{ \left(e_m - \frac{d_n^3 f_{mn}}{e_{mn}} \right) \cos \frac{2\gamma-1}{2} \pi q_n' \right.$$

$$\left. + \frac{d_n^3}{e_{mn}} \cos \frac{2\gamma-1}{2} \pi q_n - \frac{1}{b_m'} \right\} \dots (50)$$

次に共鳴の各場合に対する K 及び K' を求めて見よう。

(i) $\nu_i' = \nu$ ($q_i' = 0$) の場合

$$K = \alpha \left| \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \vartheta_{mn} + \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_{in} \right| \dots (51)$$

$$\text{茲に } \alpha_{in} = \frac{h_i}{2} \frac{a_n}{b_n} \left(\gamma \pi - \frac{2d_n^3}{b_n} \sin \gamma \pi q_n \right) \dots (52)$$

$$K' = \alpha \left| \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \vartheta_{mn}' + \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_{in}' \right| \dots (53)$$

$$\text{茲に } \alpha_{in}' = \frac{h_i}{2} \frac{a_n}{b_n} \left(1 + \frac{2d_n^2}{b_n} \right.$$

$$\left. - \frac{2d_n^3}{b_n} \cos \frac{2\gamma-1}{2} \pi q_n \right) \dots (54)$$

上式にて $\sum_{m=1}^{\infty}$ は $\sum_{m=1}^{\infty}$ の中の $m=i$ なる項を除いた和とする。

(ii) $\nu_j = \nu$ ($q_j = 0$) の場合

$$K = \alpha \left| \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \vartheta_{mn} + \sum_{m=1}^{\infty} \beta_{mj} \right| \dots (55)$$

$$\text{茲に } \beta_{mj} = \frac{a_j}{2} \frac{h_m}{b_m'} \left(\gamma \pi - \frac{2d_m'^3}{b_m'} \sin \gamma \pi q_m' \right),$$

$$b_m' = [b_n]_{n=m}, d_m' = [d_n]_{n=m} \dots (56)$$

$$K' = \alpha \left| \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \vartheta_{mn}' + \sum_{m=1}^{\infty} \beta_{mj}' \right| \dots (57)$$

$$\text{茲に } \beta_{mj}' = \frac{a_j}{2} \frac{h_m}{b_m'} \left(1 + \frac{2d_m'^2}{b_m'} \right.$$

$$\left. - \frac{2d_m'^3}{b_m'} \cos \frac{2\gamma-1}{2} \pi q_m' \right) \dots (58)$$

上式の $\sum_{n=1}^{\infty}$ も $\sum_{m=1}^{\infty}$ と同様の意味を持ち、以下同様とする。

(iii) $\nu_i' = \nu_j$ ($q_i' = q_j$) の場合

$$K = \alpha \left| \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \vartheta_{mn} + \sum_{n=1}^{\infty} \vartheta_{in} - \gamma_{ij} \right| \dots (59)$$

$$\text{茲に } \gamma_{ij} = \frac{a_j h_i}{2b_j} \left\{ d_j^2 \gamma \pi \cos \gamma \pi q_j \right.$$

$$\left. + \left(d_j - \frac{2}{b_j} \right) \sin \gamma \pi q_j \right\} \dots (60)$$

$$K' = \alpha \left| \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \vartheta_{mn}' + \sum_{n=1}^{\infty} \vartheta_{in}' - \gamma_{ij}' \right| \dots (61)$$

$$\text{茲に } \gamma_{ij}' = \frac{a_j h_i}{2b_j} \left\{ \frac{2}{b_j} + d_j \left(1 - \frac{2}{b_j} \right) \cos \frac{2\gamma-1}{2} \pi q_j \right.$$

$$\left. - d_j^2 \frac{2\gamma-1}{2} \pi \sin \frac{2\gamma-1}{2} \pi q_j \right\} \dots (62)$$

(iv) $\nu_i' = \nu_j = \nu$ ($g_i' = g_j = 0$) の場合

$$K = \alpha \left| \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \vartheta_{mn} + \sum_{n=1}^{\infty} \vartheta_{in} - \delta_{ij} \right| \dots\dots(63)$$

茲に $\delta_{ij} = \frac{5}{8} a_j b_i \gamma \pi \dots\dots(64)$

$$K' = \alpha \left| \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \vartheta_{mn}' + \sum_{n=1}^{\infty} \vartheta_{in}' - \delta_{ij}' \right| \dots\dots(65)$$

茲に $\delta_{ij}' = \frac{a_j b_i}{8} \left\{ \frac{(2\gamma-1)^2 \pi^2}{4} - 3 \right\} \dots\dots(66)$

IV 橋体の受ける比震度

橋体の受ける比震度 K_0 及び比副震度 K_0' を次の如く定義する。

$$K_0 = \frac{K}{k} \dots\dots(67)$$

$$K_0' = \frac{K'}{k} \dots\dots(68)$$

今 $\alpha_0 = \frac{16}{\pi^2}$ と置けば $\dots\dots(69)$

$$\alpha = k\alpha_0 \text{ となる。} \dots\dots(70)$$

従つて実際に K_0 及び K_0' を求めるには、前の K 及び K' の式において α の代りに α_0 を用いれば良い。

かくの如く定義された K_0 及び K_0' は q_m' 及び q_n 即ち ν_m'/ν 及び ν_n/ν の値並びに作用時間 t 即ち $\gamma = (1, 2, 3, \dots, \infty)$ のみによつて決定される数値であつて、これを求めて置く事は便利である。

更に K_0 及び K_0' を求めるためには各、 ϑ_{mn} , ϑ_{in} , ϑ_{mj} , α_{in} , β_{mj} , γ_{ij} , δ_{ij} , 及び ϑ_{mn}' , ϑ_{in}' , ϑ_{mj}' , α_{in}' , β_{mj}' , γ_{ij}' , δ_{ij}' を求めて置く事は便利である。

V K_0 及び K_0' に関する数値計算例

K_0 及び K_0' における無限級数の第一項の影響が决定的であると云ふ事実からして、ここにおける計算例としては何れも $m=1, n=1, i=1, j=1$ の場合のみの値をもつて近似的に K_0 及び K_0' の値とする事にする。

(i) $g_1' = 0.2, g_1 = 0.1, \mu = 0.4, m=1, n=1$ の場合

この場合の ϑ_{11} 及び K_0 の値を図示したものが図-3である。この図よりして K_0 の最初の極大値は $r=7$ の近くであつて、 $K_0 = 43.05$ となつている。

図-3

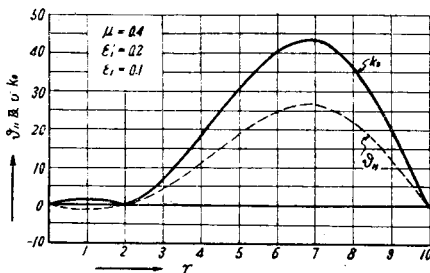
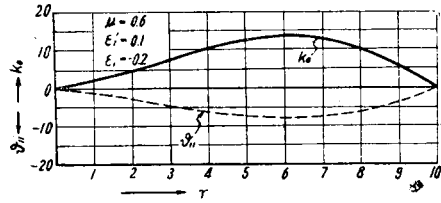


図-4



よつて、この場合地震々度が $k=0.1$ であつても、橋体震度は $K=4.305$ となつて非常に大きい事を知る。

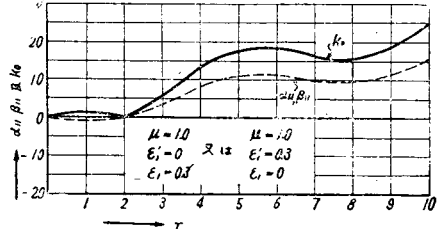
(ii) $g_1' = 0.1, g_1 = -0.2, \mu = 0.6, m=1, n=1$ の場合

この場合の ϑ_{11} 及び K_0 の値を図示したものが図-4である。この図よりしても K_0 の最初の極大値は $r=6$ の近くであつて、 $K_0 = 13.43$ となつている。

(iii) $g_1' = 0, g_1 = 0.3$ 又は $g_1' = 0.3, g_1 = 0, \mu = 1.0, i=1, n=1$ 又は $m=1, j=1$ の場合

この場合の α_{11} 及び β_{11} 並びに K_0 の値を図示したものが図-5である。 $r=10$ の場合には $K_0 = 25.25$ となつている。

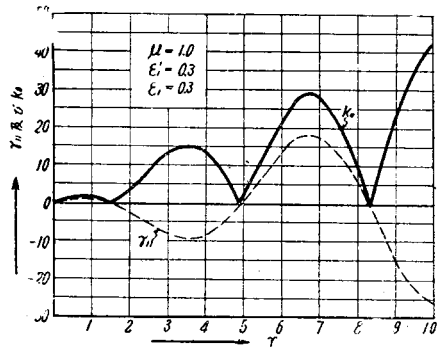
図-5



(iv) $g_1' = g_1 = 0.3, \mu = 1.0, i=j=1$ の場合

この場合の γ_{11} 及び K_0 の図示したものが図-6である。 $r=10$ の場合、 $K_0 = 42.06$ になつている。

図-6



4) 測候所記録によるか人工測定による

(v) $q_1' = q_1 = 0, \mu = 2.0, i = j = 1$ の場合

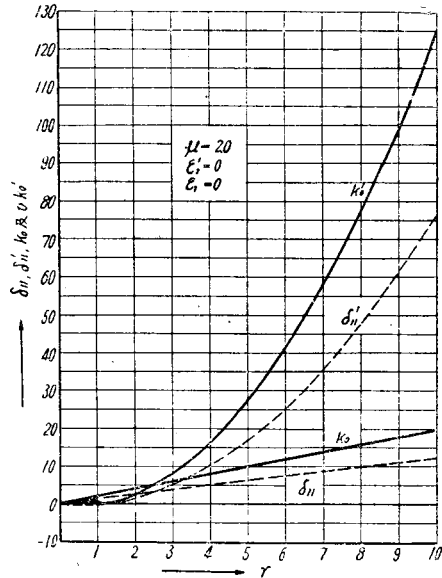
この場合の $\delta_{11}, \delta_{11}'$ 及び K_0, K_0' の値を図示したものが図-7である。この場合 $r=10$ の時の $K_0=19.80$ なるに対して $K_0'=124.32$ と非常に大きくなっている。この場合には比副震度の方が意味を持っている。

V 結語

目下筆者は $\mu=0\sim 10, q_1'=-1\sim 1, q_1=-1\sim 1$ の場合につき多数の K_0 及び K_0' 曲線を求めている。 K_0 及び K_0' は μ, q_1', q_1, γ の関数であるから、 μ, q_1', q_1, γ に関する K_0 及び K_0' のノモグラフを作つて置けば便利である。即ち或る土地に橋を新設する場合、その橋の橋体及び橋脚の固有週期及び地盤の地震動週期より q_1' 及び q_1 を求め、又 μ を求め、更に地震動の作用時間を過去の記録より想定すれば K_0 及び K_0' は容易にノモグラフより求められる。

この問題の実験的研究結果と多くの計算にもとづく曲線図表とは建設省土木研究所報に別に記載する事にして稿を終えよう。(昭 25.11.3)

図-7



岸壁防舷材にかかる船舶衝撃の一例

正員 松 本 有*

ON THE IMPULSIVE FORCE EXERTED BY THE FERRYBOAT UPON THE FENDERS

Tamotsu matsumoto, C.E. Member

Synopsis Ferries between Takamatsu and Uno are generally to go on a voyage ten times a day. Moreover, these ferries are requested to arrive at the berth quickly in order to keep the time scedule, and sometimes in the face of the bad weather, they often come to the berth in dangerous speed. The kinetic energy of ferries in these conditions is so great that we must give a deliberate consideration to diminish every possible damages of the maritime structure.

Consequently the study of the impulsiyve force acting on the berth by ferry is very important in construction of the berth. This paper describes that the value of the impulsive force caused by ferry can be determined by calculation of the elastic work in some members of the fender, which are damaged by the contact of ferry boat, and that an elastic fender should be designed for the berth.

1. 緒言

接岸した船が風波によつて岸壁を押す場合には舷側の防舷材が殆んど直線である為に船の岸壁単位幅に与える圧力は問題にならない。普通の岸壁はこのような場合が多く船の運動エネルギーは防舷材によつて吸収される程度のものである。然し航送岸壁のように船が或る角度と速度をもつて岸壁に衝突する時には岸壁に直角な分速度に相当する運動エネネギーが接触点を中心とした極めて狭い範囲内に集中して吸収される為に

強大な圧力を惹起することが考えられる。筆者は此の問題を近似的にでも解決したい必要から船の接岸状況をしばしば観察し防舷材の破壊状況から逆に防舷材を破壊する船速や衝撃力を推定して見た。

2. 防舷材の破壊から推定せる衝撃力の一般式

写真-1は1949年10月19日の破損状況を示すものである。この時の破壊は化粧板3枚の範囲で延長約5mに亘り化粧板及び縦防舷材5本はモーメントによる決定的な破壊を蒙つていた。現在使用中の第二岸壁の防舷材の構造は図-1の通りである。これから船が

* 四國鐵道管理局高松工事區長