

2ヒンジ・プレートガーダーアーチの 設計々算の簡易化について

正員 川 上 暢 夫*

SIMPLIFICATION OF THE CALCULATION OF METALIC TWOHINGED SOLIDRIBARCHES

(ISCE Feb. 1951)

Nobuo Kawakami, C.E. Member

Synopsis The calculation of the metallic twohinged solidribarch with ununiform sections can be simplified by calculating by means of preveously prepared graphs, without sacrificing accuracy. Such a method is declared in this paper.

要旨 断面が均等でない2ヒンジ・プレートガーダーアーチの設計計算を極度に簡易化し、殆どグラフのみを用いて、機械的に水平反力の影響線を求め、しかも所謂概算になることなく、誤差を極めて僅少に止めようとするのである。

本論 アーチの軸曲線形は、静荷重が大体において等分布に近いものとしてパラボラを選んだ。また断面は図-2に示す様に箱形又はI形とした。もし山形鋼を用いてリベット結合の断面を採用した場合は、これを図の様な形になおして計算するものとする。その高 h は図-1に示す様に、スプリングよりクラウンに至る間パラボラ形に変化するものとした。

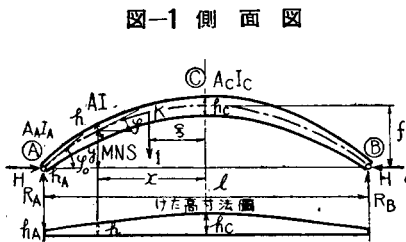


図-1 側面図

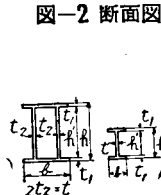


図-2 断面図

今、 l : スパン、 f : ライズ、 $l/f = n$ 、 $h' = h - 2t_1$ 、 $b' = b - t_1$ 、 $h'/h = p$ 、 $b'/b = q$ 、 $hc/h_A = \mu$ 、 $(\mu - 1)/\mu = m$ 、 A : 断面積、 I : 慣性モーメント、と置く。そうすれば

$$A = hb(1 - pq), \quad I = \frac{1}{12} h^3 b (1 - p^2 q)$$

$$\omega = \frac{\sec \varphi}{\{1 - 4m(x/l)^2\}^3}, \quad v = \frac{\sec \varphi}{\{1 - 4m(x/l)^2\}} \text{ となる。}$$

今水平反力の影響線は(1)式で表わされるが、上記の値を用いるときは、各項の積分は解くことができ、これを代数式で下の如く表わすことができる。

$$\begin{aligned} H = & \left(\int M_0 y \omega dx + \frac{IC}{AC} \int N_0 \cos \varphi dx \right. \\ & + \frac{\beta E I C}{G A C} \int S_0 \sin \varphi dx \left. + \int y^2 \omega dx + \frac{IC}{AC} \int \cos^2 \varphi dx \right. \\ & \left. + \frac{\beta E I C}{G A C} \int \sin^2 \varphi dx \right) \dots \dots \dots (1) \end{aligned}$$

(1) 式の各項の値は、

$$\begin{aligned} \int y^2 \omega dx = & f^2 l \left[\frac{1}{24(1-m)^2} \left\{ 3(5-3m) - \frac{6(1-m)B_1}{u} \right. \right. \\ & - \frac{3(3-5m)B_2}{m^2} - \frac{24(15-25m+8m^2)B_3}{m^3} \\ & \left. \left. + \frac{32(105-175m+56m^2+8m^3)}{m^4} \right\} + \frac{1}{\sqrt{16m}} \right] \\ & \times \left\{ 3 + \frac{2B_1}{m} + \frac{3B_2}{m^2} + \frac{120B_3}{m^3} - \frac{1120B_4}{m^4} \right\} \\ & \times \log \frac{1+\sqrt{m}}{1-\sqrt{m}} \dots \dots \dots (2)_1 \end{aligned}$$

ここに、 $B_1 = 1 - 4/n^2$ 、 $B_2 = 1 - 16/n^2 - 32/m^4$ 、 $B_3 = 1/n^2 + 8/n^4$ 、 $B_4 = 1/n^4$

$$\begin{aligned} \int \cos^2 \varphi dx = & \frac{nl}{2\sqrt{16+n^2m}} \\ & \times \log \frac{\sqrt{16+n^2} + \sqrt{16+n^2m}}{\sqrt{16+n^2} - \sqrt{16+n^2m}} \dots (2)_2 \\ \int \sin^2 \varphi dx = & \frac{2l}{nm} \left\{ \frac{4}{\sqrt{16+n^2m}} \right. \\ & \times \log \frac{\sqrt{16+n^2} + \sqrt{16+n^2m}}{\sqrt{16+n^2} - \sqrt{16+n^2m}} \\ & \left. - \log \frac{\sqrt{16+n^2} + 4}{\sqrt{16+n^2} - 4} \right\} \dots \dots \dots (2)_3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int M_0 y \omega dx = & f l^2 \left[\frac{1}{32m^4(1-m)^2} \left\{ m^4 - m^5 + (3m-1) \right. \right. \\ & \times m^3 C_1 - 8m^2(1-m)C_2 - 16(30+7m+16m^2-8m^3) \\ & \left. \left. \times C_3 \right\} + \frac{1}{64m^4 \sqrt{m}} (3m^4 + m^3 C_1 - 24m^2 C_2 + 480 C_3) \right. \\ & \times \log \frac{1+\sqrt{m}}{1-\sqrt{m}} - \frac{m C_2 - 12 C_3}{m^4} \log(1-m) \\ & - \frac{k^2}{8m^4(1-4mk^2)} \left\{ m^4 - m^3 C_1 - 8m^2 C_2 - 96(5-4m) \right. \\ & \times C_3 - (4m^5 - 4m^4 C_1 - 32m^3 C_2 - 1984m C_3) k^2 \\ & \left. - 2048m^2(2+m) C_3 k^4 \right\} - \frac{k}{32m^4 \sqrt{m}} (3m^4 \\ & + m^3 C_1 - 24m^2 C_2 + 480 C_3) \log \frac{1+2\sqrt{m}k}{1-2\sqrt{m}k} \\ & \left. + \frac{m C_2 - 12 C_3}{m^4} \log(1-4mk^2) \right] \dots \dots \dots (2)_4 \end{aligned}$$

* 山口大学工学部土木教室

ここに、 $C_1=1-8/n^2$, $C_2=4/n^4+1/n^2$, $C_3=1/n^4$

$$\int N_0 \cos pxdx = \frac{l}{\sqrt{m(16+n^2m)}} \times \log \frac{\{\sqrt{16+n^2m} + 2n\sqrt{m}\} \{k\sqrt{16+n^2m} - n\sqrt{m}\}}{\{\sqrt{16+n^2m} - 2n\sqrt{m}\} \{k\sqrt{16+n^2m} + n\sqrt{m}\}} \dots\dots\dots(2)_5$$

$$\int S_0 \sin pxdx = -\int N_0 \cos pxdx \dots\dots\dots(2)_6$$

ただし、 $k=l/l$ とする。また

$$\beta = \frac{A}{I^2} \int \frac{Q^2}{b} dy = \frac{3(1-pq)}{20(1-p^3q)^2(1-q)} \times \left\{ (1-q)(8-15p+10p^2-3p^3)+15p(1-p^2q)^2 -10p^3(1-p^2q)(1-q)+3p^3(1-q)^2 \right\} \dots\dots(3)$$

今断面が均等でないアーチにおいては、 $p=0.75 \sim 0.95$, $q=0.92 \sim 0.98$ の範囲内にある。この場合における β の値を求めれば、表-1 の様になる。

表-1 β の値

	0.92	0.93	0.94	0.95	0.96	0.97	0.98
0.75	3.847	4.377	4.963	5.658	6.865	8.884	12.898
0.80	3.322	3.670	4.134	4.766	5.762	7.392	10.655
0.85	2.770	3.032	3.382	3.874	4.613	5.846	8.316
0.90	2.202	2.377	2.611	2.939	3.434	4.259	5.914
0.95	1.637	1.720	1.834	1.994	2.239	2.650	3.475

すなわち β の値は断面形によつていちぢるしく変化する。 $\frac{I_C}{A_C} = \frac{1}{12} \cdot \frac{1-p^3q}{1-pq} \cdot h_C^2 = a(h_C)^2$;

a の値を計算すれば表-2 の様になる。

表-2 a の値

	0.92	0.93	0.94	0.95	0.96	0.97	0.98
0.75	0.164	0.167	0.170	0.174	0.177	0.181	0.184
0.80	0.167	0.171	0.174	0.178	0.183	0.187	0.192
0.85	0.166	0.171	0.175	0.180	0.186	0.192	0.199
0.90	0.160	0.165	0.170	0.177	0.184	0.192	0.202
0.95	0.140	0.145	0.151	0.159	0.168	0.179	0.193

すなわち a の値は p, q の値が変化してもあまり大きい変化をしない。これを定数と考えても差支えない。故にここに $a=0.185$ とする。この場合上表で分るよりに、誤差は一般に a に対しては 15% 以下である。然るに水平反力に対する軸応力及びずれ応力の影響は 7% 以下であるから、 $a=0.185$ とした場合の水平反力に対する誤差は 1% より一般に小さい。すなわち

$$I_C/A_C = 0.185(h_C)^2 \dots\dots\dots(4)$$

次に h_C の値は、 n 及び l の値が大きくなる程大きくなるのであるが、又一方において、単位長当りの荷

重が大きくなる程大きくなるはづである。単位長当りの荷重が大きくなるのは主として幅員の増大によるのであるがスパンの増大にもよる。今もしクラウンにおける断面積 A_C は水平反力に比例する大きさを必要とし、 A_C は h_C^2 に比例するものとすれば、水平反力はほぼ n に比例するのであるから、 h_C は \sqrt{n} にほぼ比例する。また水平反力の影響線の面積はほぼスパンに比例するのであるが、単位長当りの荷重もまたスパンの増大により増大するのであるから、水平反力の大きさはスパンの比例以上に増大する。一方 h_C の値は b と関連して決定せられるのであるから、或る程度自由に決定することができるわけである。そうして長スパンの橋梁にあつては短スパンのものに比して、比較的桁高の大きいものの方が経済的である。故に h_C は \sqrt{n} と l とに比例する大きさをとれば大体が当な断面となる。すなわち

$$h_C = C\sqrt{n}l, \text{ この場合 } C = \frac{1}{100} \sim \frac{1}{150} \text{ である。}$$

$$I_C/A_C = 0.185(h_C)^2 = 0.185C^2nl^2 = Knl^2 \dots\dots(5)$$

ここに $K=0.185C^2$ とおく。

以上の値を (1) 式に代入すれば、(1) 式は下の様な函数で表わされる。

$$H = \frac{fl^2 F_1(n \cdot \mu \cdot k) + Kl^2 F_2(n \cdot \mu \cdot k) + Kl^2 F_3(n \cdot \mu \cdot k)}{f^2 l F_4(n \cdot \mu) + Kl^3 F_5(n \cdot \mu) + Kl^3 F_6(n \cdot \mu)} = F(n \cdot \mu \cdot k) \dots\dots\dots(6)$$

(6) 式より次のことが明かになる。すなわち「 n, μ 及び C が決定せられている場合、水平反力の影響線の各値はスパンの大小にかかわらず、 k の各値に対して同一である。」

次に軸応力及びずれ応力の影響は下記の如く、係数 γ で表わされる。

$$H = \frac{\int M_{0y} \omega dx}{\int y^2 \omega dx} \gamma \dots\dots\dots(7)$$

そうして γ の値としては $\omega=1, k=0$ の場合の値を採用して差支えない。すなわち

$$\gamma = \left[1 + 0.111(2.592\beta - 1) C^2 n^2 \log \frac{16+n^2}{n^2} \right] \div \left[1 + C^2 n^3 \{ 0.899\beta - 0.0867n(2.592\beta - 1) \tan^{-1} \left(\frac{4}{n} \right) \} \right] \dots\dots\dots(8)$$

この値をグラフで表わせば、図-3 の様になる。

(7) 式は又下記の形で表わされる。

$$H = n \frac{F_1(n \cdot \mu \cdot k)}{F_4(n \cdot \mu)} - \gamma \dots\dots\dots(9)$$

實際上 H はほぼ n に比例する。

次に断面に変化があるものを均等なものと比較して

図-3 γ の値

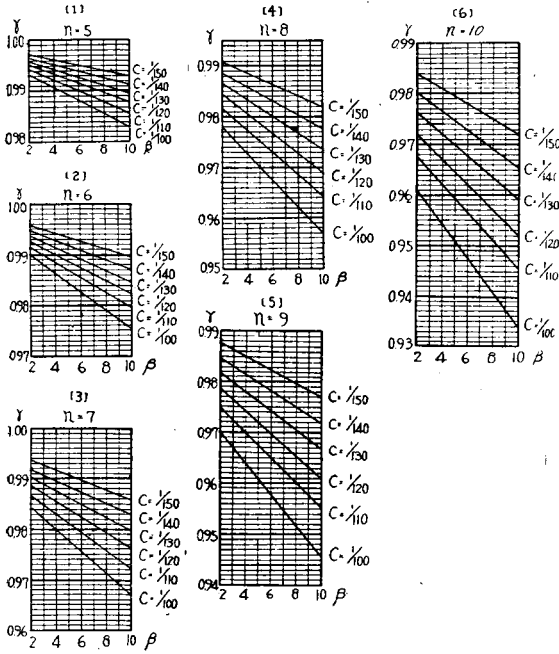


図-4 H_0 ($\mu=1$ の場合)

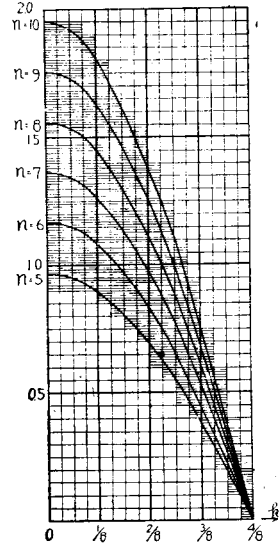
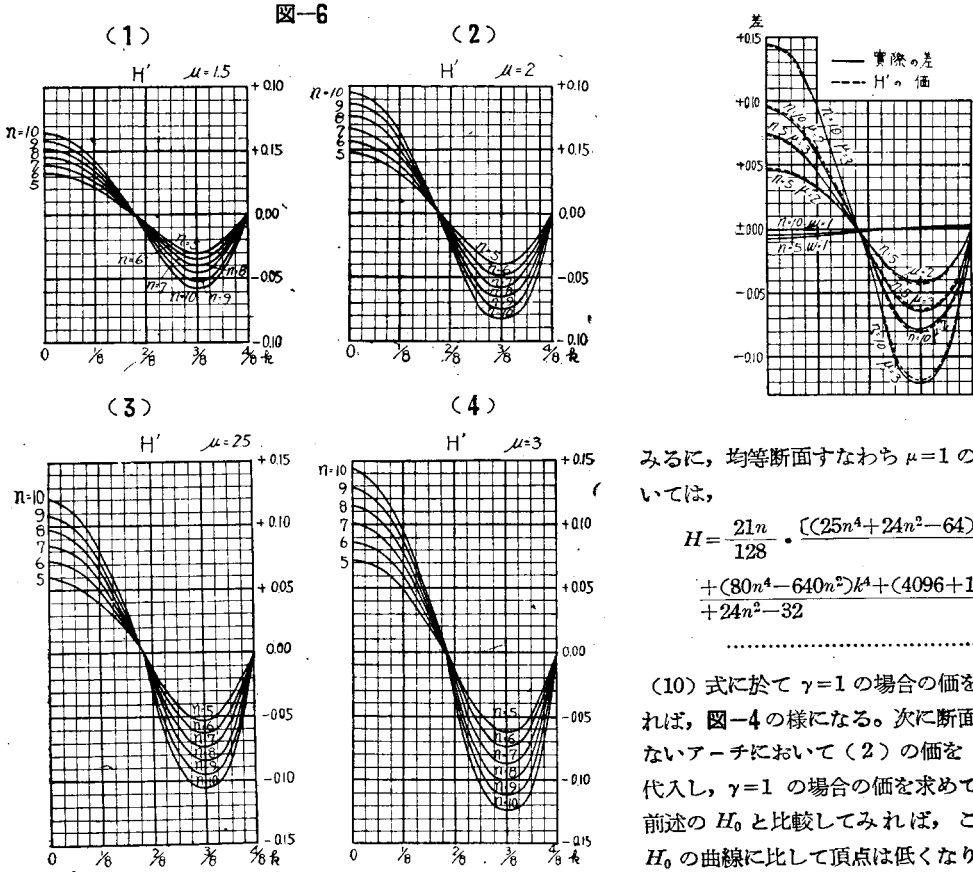


図-5 断面均等の場合と不均等断面の場合の差 (但しN及びSの影響を無視)



みるに、均等断面すなわち $\mu=1$ の場合においては、

$$H = \frac{21n}{128} \cdot \frac{[(25n^4 + 24n^2 - 64) - 120n^3k^2 + (80n^4 - 640n^2)k^4 + (4096 + 1024n^2)k^6] + 24n^2 - 32}{21n^4} \quad (10)$$

(10) 式に於て $\gamma=1$ の場合の値を H_0 とすれば、図-4 の様になる。次に断面が均等でないアーチにおいて (2) の値を (7) 式に代入し、 $\gamma=1$ の場合の値を求めて、これと前述の H_0 と比較してみれば、この曲線は H_0 の曲線に比して頂点は低くなり両側はふ

くれている、スパンの $1/4$ 点附近において何れも一致している。その差をグラフであらわせれば、図-5 の様になる。この差を正確な数式で表わすことは非常に複雑となつてとうてい実用に適しない。然しこの曲線は $k = \pm 1/2$ の点及び $k = \pm \sqrt{20}$ の点附近に於て何れもゼロである。またその高さはほぼ n に比例する。以上の条件に適合しこの曲線と近接した値をあたえる式を試さくによつて求むれば、

$$H' = \frac{8n}{10000} (2k^2 + 3)(4k^2 - 1)(20k^2 - 1) \times \sqrt{2(\mu - 1)(\mu + 6)} \dots\dots\dots(11)$$

この値を実際の値と比較すれば、図-5 に示す様にその誤差は極めて微小である。 n 及 μ の各値に対する H' の値を求むれば図-6 の様になる。

結論 水平反力を求めるには、スパンの如何にかかわらず、先づ図-4 より H_0 を求め、図-6 より H' を求め、図-3 より γ を求めれば、

$$H = (H_0 - H')\gamma \dots\dots\dots(12)$$

水平反力は (12) 式より求めることができる。

n, μ, C 等の中間的値に対しては比例的に求めて差支なく、その誤差は非常に僅少である。

(昭25.10.25)

水圧鋼管のための超音波式肉厚測定器

正員 神谷 貞 吉*

ULTRASONIC OR SUPERSONIC THICKNESS GAUGE FOR PENSTOCKS.

(JSCE Feb. 1951)

Teiichi Kamiya, C.E. Member.

Synopsis The gauge measures thickness from one side by determining the fundamental frequency of supersonic vibration in the electric plate. The writer studied this practice to observe the corrosion of old penstocks.

In this paper the details of gauge are described and the usefulness of this gauge is proved by the observations at the Chokai No. 1 Hydro Pwer Polant.

まえがき

古い水圧鋼管の老朽度を調べるに肉厚を知ることが必要である。肉厚測定は無停電でやりたい。そのために、私は電磁式と超音波式に着目した。此の報告は後者についてその構造を紹介し、あわせて精度を説明するために現場の測定結果を引用した。

猶此の研究は昭和 24, 25 兩年度にわたつて文部省科学試験研究費の補助をうけており、共同研究者は東北大学田中栄助教授である。又この研究ははじめから発電所と関連して進められ、最後に水圧鋼管に孔をあけて測定値の正しさを確認したわけであるが、終始して筆者の勤務する会社の東北支店土木部水路課の協力は大きいものであつた。

1. 計器の概要

音波によつて距離を測り得ることは衆知のことであり、その対象によつて発振装置音波の性質等適当に選ばれる筈であるが、此の論文で報告される計器は金属板主として鋼板の厚さを測るために設計されたのでその特長となる要点を述べる。

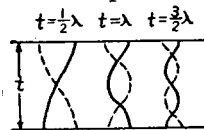
振動子としてはX-カットの水晶を用い、可変周波真空管発振器によつて駆動する。この場合発振周波数を連続的に変えてゆくと水晶及金属板よりなる機械振

動系において発振器にかかる交流負荷が鋭く変化し、その結果として発振真空管の陽極電流が急激に上昇することになる。若し予め発振波を可聴周波によつて周波数変調にしておけば、この電波変化を増幅することにより受話器を通して明かに検出することが出来るわけである。此の計器より発振され金属体中につたわつてゆく縦波は可聴限界以上の周波数をもつてゐる所謂超音波 (Ultra-Sonic or Supe-Sonic Wave) である。

次に共振周波数と厚さを関係つけるものは此の機械振動系の共振状態であるが、理論的には相当複雑なものの様である。しかし今迄の実験結果によると共振周波数より算出された金属板の厚さは可なり精確なもので筆者の使用目的を満足するものである。

次に算出の方法を述べる。図-1 の如く板の厚味が丁度音波の半波長の整数倍になつたとき共振をおこすが、その共振周波数 f_n と厚さ t の間には、 C を板中の音速として

図-1 弾性板における共振状態
Resonance of wave in the elastic plates.
 $f_n = n \cdot \frac{C}{2t}$,
($n=1,2,\dots$)



なる関係がなりたつ。

此の式から t を求めるには共振次数 n を知る必要があるが、実際には f_{n+1}, f_n

* 日本発送電株式会社, 電力技術研究所, 材料研究室主任研究員