

(iii) 電力消費量: 本実験において, コンクリート供試体の加熱に要した所要電力量は, 1m<sup>3</sup>につき 63~136KWH で, 電力費は僅小で, 経済的に施工することができる。

IV. 結び

以上種々行つた試験結果より, 寒中コンクリートの

一工法としての電気養生は, 施工の容易さ, 経済性, 等の上から有利な工法と思われるが, 耐久性に関する問題等重要な問題がまだ未解決であるから, 更に研究の上実際化すべきであると思われる。

尙本研究は, 文部省科学試験研究費より補助を得た。茲に記して謝意を表する。(昭.25.10.1)

傾斜面の下に掘ったトンネルの周辺応力について<sup>1)</sup>

准員 伊藤 富雄\*

ON THE STRESS DISTRIBUTION AROUND A TUNNEL DRIVEN IN THE GROUND HAVING AN INCLINED SURFACE.

(JSCE. Feb. 1951)

Tomio Ito, C.E. Assoc. Member

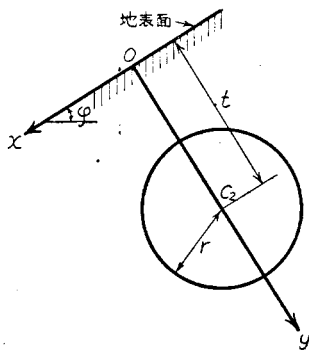
**Synopsis** In this paper, the results of theoretical and numerical calculations on the stress distribution around a tunnel driven in the ground having an inclined surface are described. These calculations are performed by using bipolar coordinates and two-dimensional elastic theory under the assumption that the ground is homogeneous and elastic.

要旨 弾性的な地山内に1つの円形トンネルを掘つた場合, 地山の表面が傾斜しているならば, 水平な時に比べて応力分布が如何に変るかを求めたのが本文である。この問題を解くにあたつては, 地山は均質な完全弾性体であるものとし, 双極座標を用い2次元弾性理論によつた。

1. 初応力

地山は均質な完全弾性体とし, 図-1 のように座標軸をとつて  $w$  を地山の単位重量とする。次に地山内の

図-1 符号と座標軸  
Symbols and Coordinate axis



$$\left. \begin{aligned} \hat{x}_1 &= -w y \sin \phi \tan \phi \\ \hat{y}_1 &= -w y \cos \phi \\ \hat{x}_1 &= -w y \sin \phi \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (1)$$

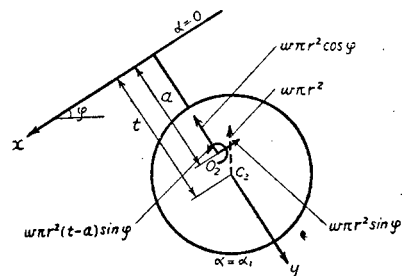
しかるに  $\hat{y}_1$  による  $x$  方向の変位は 0 であるから,  $\hat{x}_1 = \eta \hat{y}_1 \cos \phi$ , 又  $\eta = \frac{1}{m-1}$ ,  $m$ : ポアソン数を (1) 式の第 1 式に加えると, トンネルを掘る前の重力による初応力は結局次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \hat{x}_x &= -w y (\sin \phi \tan \phi + \eta \cos \phi) \\ \hat{y}_y &= -w y \cos \phi \\ \hat{x}_y &= -w y \sin \phi \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2)$$

2. トンネルを掘つたために生ずる応力の変化

トンネルを掘つてズリを運び出すと, トンネルの中にあつた地山の重量がそれだけ失われることになる。従つて図-2 のようにトンネルの中心  $O_2$  において鉛

図-2 トンネルを掘つた後の力の関係  
Forces after Tunnel-driving



直上向き力  $w\pi r^2$  を考えればよいのであるが, その代りに双極座標の原点  $O_2$  において図-2 の如く 2 つの力と 1 つのモーメントを作用させてもよい。しかるにかゝる力によつて弾性体内に生ずべき応力を与える。

1) 土木學會第 5 回年次學術講演會 (昭 24. 5. 21) にて講演

\* 大阪大学助教授, 工学部構築工學教室

力函数は

$$x = \frac{wr^2}{2} \{ (y-l)\theta_2 - \nu x \log r_2 \} \sin \phi - \{ x\theta_2 + \nu(y-a) \log r_2 \} \cos \phi$$

ただし  $\nu = \frac{\mu}{\lambda+2\mu} = \frac{1-\eta}{2}$ ,  
 $\lambda, \mu$ : Lamé の弾性常数 .....(3)

$r_2$ : 双極座標において極  $O_2$  からある  
 1点に至る距離

$\theta_2$ :  $r_2$  が  $x$  軸となす角

次に(2)式の応力を双極座標  $(\alpha, \theta)$  で表わしてフーリエ級数に展開した応力  $(\hat{\alpha}\beta', \hat{\alpha}\alpha')$  と, (3)式から求められる応力をフーリエ級数に展開したもの  $(\hat{\alpha}\beta'', \hat{\alpha}\alpha'')$  との両辺を夫々加え合せると, トンネルの周辺  $(\alpha = \alpha_1)$  では

$$\hat{\alpha}\hat{\alpha}\beta_1' + \hat{\alpha}\hat{\alpha}\beta_1'' = a_0 + a_1 \cos \beta + a_2 \cos 2\beta + \sum_{n=3}^{\infty} a_n \cos n\beta + b_1 \sin \beta + b_2 \sin 2\beta + \sum_{n=3}^{\infty} b_n \sin n\beta$$

よてし

$$a_0 = -\frac{wr^2}{2} \left\{ \frac{1}{4 \sinh^2 \alpha_1} e^{2\alpha_1} (\coth \alpha_1 - \nu - 2) + (1 + \nu) \right\} \sin \phi \sinh^2 \alpha_1$$

$$a_1 = -\frac{wr^2}{2} \left\{ \frac{1}{2 \sinh^2 \alpha_1} e^{\alpha_1} \cosh \alpha_1 (\nu - \coth \alpha_1) + (1 + \nu) + 4(\coth \alpha_1 - 1) \sinh^2 \alpha_1 \right\} e^{-\alpha_1} \sin \phi \sinh^2 \alpha_1$$

$$a_2 = -\frac{wr^2}{2} \left\{ \frac{1}{4 \sinh^2 \alpha_1} e^{2\alpha_1} (\coth \alpha_1 - \nu) + (1 + \nu) + 8(\coth \alpha_1 - 2) \sinh^2 \alpha_1 \right\} e^{-2\alpha_1} \sin \phi \sinh^2 \alpha_1$$

$$a_n = -\frac{wr^2}{2} \left\{ (1 + \nu) + 4n(\coth \alpha_1 - n) \sinh^2 \alpha_1 \right\} e^{-n\alpha_1} \sin \phi \sinh^2 \alpha_1$$

$$b_1 = \frac{wr^2}{2} \left\{ \frac{1}{2 \sinh^2 \alpha_1} e^{\alpha_1} (\nu \sinh \alpha_1 - \cosh \alpha_1) + (1 + \nu) + 2(\tan^2 \phi - 2\nu)(1 - \coth \alpha_1) \sinh^2 \alpha_1 \right\} \times e^{-\alpha_1} \cos \phi \sinh^2 \alpha_1$$

$$b_2 = \frac{wr^2}{2} \left\{ \frac{1}{4 \sinh^2 \alpha_1} e^{2\alpha_1} (1 - \nu) + (1 + \nu) + 4(\tan^2 \phi - 2\nu)(2 - \coth \alpha_1) \sinh^2 \alpha_1 \right\} e^{-2\alpha_1} \cos \phi \sinh^2 \alpha_1$$

$$b_n = \frac{wr^2}{2} \left\{ (1 + \nu) + 2(\tan^2 \phi - 2\nu)n(n - \coth \alpha_1) \sinh^2 \alpha_1 \right\} e^{-n\alpha_1} \cos \phi \sinh^2 \alpha_1 + \hat{\alpha}\hat{\alpha}\alpha_1' + \hat{\alpha}\hat{\alpha}\alpha_1'' = c_0 + c_1 \cos \beta + c_2 \cos 2\beta + \sum_{n=3}^{\infty} c_n \cos n\beta + d_1 \sin \beta + d_2 \sin 2\beta + \sum_{n=3}^{\infty} d_n \sin n\beta$$

よてし

$$c_0 = -\frac{wr^2}{2} \left\{ \tan^2 \phi - 2\nu + 2 + \frac{1}{\sinh^2 \alpha_1} - \frac{1}{4 \sinh^2 \alpha_1} (1 + \nu) e^{-2\alpha_1} \right\} \cos \phi \sinh^2 \alpha_1$$

$$c_1 = -\frac{wr^2}{2} \left\{ \frac{1}{2 \sinh^2 \alpha_1} e^{2\alpha_1} (1 + \nu) e^{-\alpha_1} \times \sinh \alpha_1 + \nu - 2 \right\} (1 + \nu) + 2 \left\{ (\tan^2 \phi - 2\nu)(1 - \sinh^2 \alpha_1 + \sinh \alpha_1 \cosh \alpha_1) + 2 \right\} e^{-\alpha_1} \cos \phi \sinh^2 \alpha_1$$

$$c_2 = -\frac{wr^2}{2} \left[ \frac{1}{4 \sinh^2 \alpha_1} e^{2\alpha_1} (1 - \nu) - (1 + \nu) + 2 \{ (\tan^2 \phi - 2\nu)(1 - 4 \sinh^2 \alpha_1 + 2 \sinh \alpha_1 \cosh \alpha_1) + 2 \} \right] \times e^{-2\alpha_1} \cos \phi \sinh^2 \alpha_1$$

$$c_n = -\frac{wr^2}{2} \left[ -(1 + \nu) + 2 \{ (\tan^2 \phi - 2\nu) \times (1 - n^2 \sinh^2 \alpha_1 + n \sinh \alpha_1 \cosh \alpha_1 + 2) \} \right] e^{-n\alpha_1} \cos \phi \sinh^2 \alpha_1$$

$$d_1 = \frac{wr^2}{2} \left[ \frac{1}{2 \sinh^2 \alpha_1} e^{2\alpha_1} \{ 2 + \coth \alpha_1 - (1 + \nu)(1 + e^{-\alpha_1} \cosh \alpha_1) \} + (1 + \nu) + 4(\coth \alpha_1 - 1) \sinh^2 \alpha_1 \right] \times e^{-\alpha_1} \sin \phi \sinh^2 \alpha_1$$

$$d_2 = \frac{wr^2}{2} \left\{ \frac{1}{4 \sinh^2 \alpha_1} e^{2\alpha_1} (\nu - \coth \alpha_1) + (1 + \nu) + 8(\coth \alpha_1 - 2) \sinh^2 \alpha_1 \right\} \times e^{-2\alpha_1} \sin \phi \sinh^2 \alpha_1$$

$$d_n = \frac{wr^2}{2} \left\{ (1 + \nu) + 4n(\coth \alpha_1 - n) \times \sinh^2 \alpha_1 \right\} e^{-n\alpha_1} \sin \phi \sinh^2 \alpha_1 = -a_n$$

又地表面  $(\alpha = 0)$  では同様にして

$$\hat{\alpha}\hat{\alpha}\beta_0' + \hat{\alpha}\hat{\alpha}\beta_0'' = a_0' + a_1' \cos \beta + a_2' \cos 2\beta + b_1' \sin \beta + b_2' \sin 2\beta$$

よてし  $a_0' = \frac{wr^2}{2} \cdot \frac{1}{4} (\nu + 2 - \coth \alpha_1) \sin \phi$

$$a_1' = \frac{wr^2}{2} \cdot \frac{1}{2} (\coth \alpha_1 - \nu - 1) \sin \phi,$$

$$a_2' = \frac{wr^2}{2} \cdot \frac{1}{4} (\nu - \coth \alpha_1) \sin \phi,$$

$$b_1' = \frac{wr^2}{2} \left( -\frac{1}{2} \right) \cos \phi,$$

$$b_2' = \frac{wr^2}{2} \cdot \frac{1}{4} (1 - \nu) \cos \phi$$

$$\hat{\alpha}\hat{\alpha}\alpha_0' + \hat{\alpha}\hat{\alpha}\alpha_0'' = c_0' + c_1' \cos \beta + c_2' \cos 2\beta$$

2) G. B. Jeffery: Plane Stress and Plane Strain in Bipolar Co-ordinates, Phil. Trans. of the Royal Society, Series A. Vol. 221, 1921, p. 265~293.

最上武雄: 2次元弾性理論, コロナ社

伊藤富雄: 2つの平行圓形陰道の周辺應力に就て, 建設工學第2號, 昭.23.1, 17~26頁.

$$\begin{aligned}
 &+d_1'\sin\beta+d_2'\sin 2\beta \\
 \text{たゞし } c_0' &= \frac{wr^2}{2} \cdot \frac{1}{4}(\nu-3)\cos\varphi \\
 c_1' &= \frac{wr^2}{2} \cdot \frac{1}{2}(2-\nu)\cos\varphi \\
 c_2' &= \frac{wr^2}{2} \cdot \frac{1}{4}(\nu-1)\cos\varphi, \\
 d_1' &= \frac{wr^2}{2} \cdot \frac{1}{2}(\coth\alpha_1-2\nu)\sin\varphi \\
 d_2' &= \frac{wr^2}{2} \cdot \frac{1}{4}(\nu-\coth\alpha_1)\sin\varphi
 \end{aligned}$$

さて以上はトンネルを掘つたために生ずる地山の重量減少の影響を考えたのであるが、トンネルを掘れば更にその周辺及び地表面において切線応力と夫々に直角な方向の垂直応力が0になる。従つて適当な応力函数を導入することによつて(4)及び(5)式の各応力を0にすることが必要である。その応力函数を

$$\begin{aligned}
 hx &= B_0\alpha(\cosh\alpha-\cos\beta) + \sum_{n=1}^{\infty} \{\phi_n(\alpha)\cos n\beta \\
 &\quad + \psi_n(\alpha)\sin n\beta\} \\
 \text{たゞし } h &= \frac{\cosh\alpha-\cos\beta}{\alpha}, \\
 n=1 \text{ に対して } \phi_1(\alpha) &= A_1\cosh 2\alpha + B_1 \\
 &\quad + C_1\sinh^2\alpha \\
 \psi_1(\alpha) &= A_1'\cosh 2\alpha + C_1'\sinh 2\alpha \\
 n \geq 2 \text{ に対して} & \\
 \phi_n(\alpha) &= A_n\cosh(n+1)\alpha + B_n\cosh(n-1)\alpha \\
 &\quad + C_n\sinh(n+1)\alpha + D_n\sinh(n-1)\alpha \\
 \psi_n(\alpha) &= A_n'\cosh(n+1)\alpha + B_n'\cosh(n-1)\alpha \\
 &\quad + C_n'\sinh(n+1)\alpha \\
 &\quad + D_n'\sinh(n-1)\alpha \\
 B_0, A_1, B_1, C_1, A_1', C_1', A_n, B_n, C_n, D_n, A_n', \\
 B_n', C_n', D_n' : &\text{ 常数}
 \end{aligned}$$

とすれば、これによる応力  $\hat{\alpha}\alpha''', \hat{\alpha}\beta''', \hat{\beta}\beta'''$  が求められる。

### 3. 常数の決定

境界条件は結局地表面において、すなわち  $\alpha=0$  の時

$$\begin{aligned}
 \hat{\alpha}\alpha_0' + \hat{\alpha}\alpha_0'' + \hat{\alpha}\alpha_0''' &= 0, \\
 \hat{\alpha}\beta_0' + \hat{\alpha}\beta_0'' + \hat{\alpha}\beta_0''' &= 0
 \end{aligned}$$

トンネルの周辺  $\alpha=\alpha_1$  において

$$\begin{aligned}
 \hat{\alpha}\alpha_1' + \hat{\alpha}\alpha_1'' + \hat{\alpha}\alpha_1''' &= 0, \\
 \hat{\alpha}\beta_1' + \hat{\alpha}\beta_1'' + \hat{\alpha}\beta_1''' &= 0
 \end{aligned}$$

となるから、これらの条件を用いれば(6)式中の14の常数が次の14の式から求められることになる。

$$\begin{aligned}
 C_1' &= -a_0', \\
 -B_0 + 2C_1 + 2b_1' + 2b_2' &= 0 \\
 n(n+1)C_n' + (n-1)nD_n' &=
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &-2na_0' - 2(n-1)a_1' - 2(n-2)a_2', \quad n \geq 2 \\
 n\{B_0 + (n+1)C_n + (n-1)D_n - 2C_1\} &= 2(n-1)b_1' \\
 &\quad + 2(n-2)b_2', \quad n \geq 2 \\
 A_1 + B_1 &= -c_0', \\
 \frac{n(n+1)}{2}(A_n + B_n) &= -c_1' - 2\frac{n-2}{n-1}c_2', \quad n \geq 2 \\
 \frac{n(n+1)}{2}(A_n' + B_n') &= -d_1' - 2\frac{n-2}{n-1}d_2', \quad n \geq 2 \\
 \psi_1'(\alpha_1) &= -2a_0, \\
 \phi_1'(\alpha_1) &= B_0 - 2\sum_{p=1}^{\infty} b_p e^{-p\alpha_1} \\
 n\psi_n'(\alpha_1) &= -2\operatorname{cosech}\alpha_1 \sum_{p=0}^{n-1} a_p \sinh(n-p)\alpha_1, \quad n \geq 1 \\
 n\sinh\alpha_1 \phi_n'(\alpha_1) &= \{\phi_1'(\alpha_1) - B_0\} \sinh n\alpha_1 \\
 &\quad + 2\sum_{p=1}^{n-1} b_p \sinh(n-p)\alpha_1, \quad n \geq 2 \\
 \phi_1(\alpha_1) &= -c_0 + B_0 \sinh\alpha_1 \cosh\alpha_1 \\
 n(n^2-1)\phi_n(\alpha_1) \sinh\alpha_1 &= \{\phi_1'(\alpha_1) - B_0\} \\
 &\quad \times (n\cosh n\alpha_1 - \coth\alpha_1 \sinh n\alpha_1) \\
 &\quad - 2\sum_{p=1}^{n-1} \{pc_p + b_p \coth\alpha_1\} \sinh(n-p)\alpha_1 \\
 &\quad - (n-p)b_p \cosh(n-p)\alpha_1, \quad n \geq 2 \\
 n(n^2-1)\psi_n(\alpha_1) &= 2\operatorname{cosech}\alpha_1 \sum_{p=0}^{n-1} \{a_p \coth\alpha_1 - pd_p\} \\
 &\quad \sinh(n-p)\alpha_1 - (n-p)a_p \cosh(n-p)\alpha_1, \quad n \geq 2
 \end{aligned}$$

かようにすれば(2)式から  $\hat{\beta}\beta_1'$ , (3)式から  $\hat{\beta}\beta_1''$ , (6)式から  $\hat{\beta}\beta_1'''$  が求められる、それらを加え合せれば今取扱つている問題は解決されたことになる。

### 4. 数値計算例

先ず地山は岩石から成るものと考えて  $m=5$  とし地表面が水平な場合と傾斜している時との周辺応力を比較するために、次の2つの場合について数値計算を行つた。

(A)  $t=5\sqrt{2}r, \varphi=45^\circ$  と  $t=10r, \varphi=0^\circ$  の場合: 計算結果は図-3の如くである。

(B)  $t=2r, \varphi=45^\circ$  と  $t=2\sqrt{2}r, \varphi=0^\circ$  の場合: 計算結果が図-4に示してある。

図-3 数値計算例(A) Example(A)

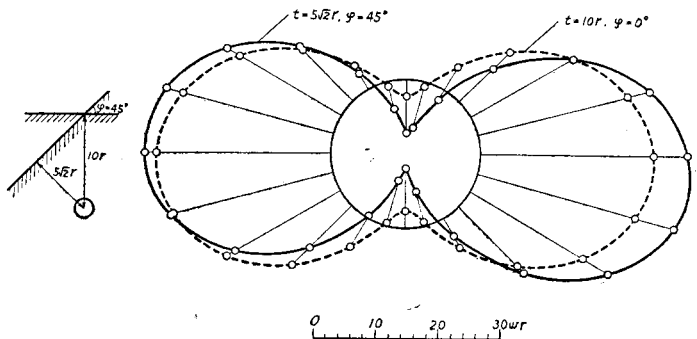
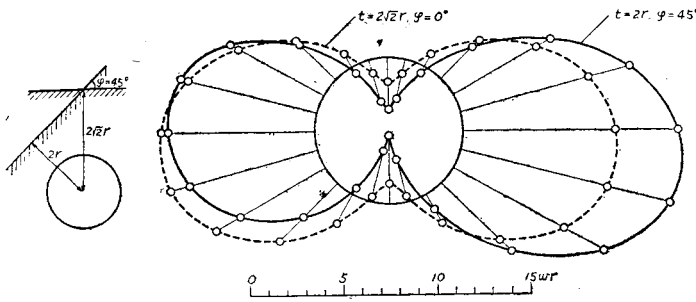


図-4 数値計算例 (B) Example (B)



## 5. 結語

図-3, 4 からして次のようなことがいえるであろう。

(1) トンネルの頂部及び底部における引張応力は地表面が傾斜している時には著しく増大する。

(2) 地表面が傾斜しているとトンネルの山側の側壁における圧縮応力が増大し、谷側下方の側壁の圧縮応力は減少する。そしてそれらの程度は土被りの小さい程著しい。

最後にこの研究に対して文部省自然科学研究費の補助を受けたことを記して感謝の意を表したい。

(昭.25.10.6)

## 東海道線瀬田川橋梁橋脚の列車振動調査

正員 窪田 吾郎\*

### REPORT OF INSPECTION ABOUT VIBRATION ON THE PIERS OF THE SETAGAWA-BRIDGE

(JSCE Feb. 1951)

Goro Kubota, C. E. Member

**Synopsis** This bridge has been built about fifty years ago and consists of nineteen steel plate girders, and total length is 440.23m. By reason of the injury of the piers, the vibration by train was inspected several times from Jan'42 to Oct.'48. This report is the explanation of this inspection.

#### 1. 緒論

本橋梁は明治 22 年 7 月に現在の下り線が開通し、同 33 年 6 月これに並行して上り線が増設されたもので、支間 23.17m の上鋼鋼板桁 19 連よりなり総延長 440.23m である。

架設当時の下部構造は、上下両線とも石積み橋脚軀体をそれぞれ 1 本づみの煉瓦造り井筒の上に載せたものであったが、後になってこの石積み橋脚に変状を来したため、コンクリート構造に改め鉄筋コンクリートスラブで上下線橋脚を桁座と井筒上端附近との 2ヶ所で連結したもので、線路に並行の方向から見ると中空の枠型橋脚になっている。

井筒に関しても余程以前から問題にされていたが、その後調査の進むに従って、かなりの異状を認めたので、大正15年に各井筒の状態に応じ、それぞれ上端から深さ 1.8m ~ 7.92m の間に古軌条を主体とした鉄筋コンクリートの包囲工を施したが、昭和 10 年頃になりこの増強部分にも水際から水中部分にまで、かなり

の浸蝕が認められ、一見コンクリートの凝固力さえ疑わしくなってきた。

因つて大鉄当局では浸蝕が特に甚だしい数本の橋脚の周囲に河底に於て捨土工を施した。更にその中の二、三の橋脚を挟んで両側に木造仮受構を構築して、板桁よりの列車荷重の一部をこれに分担せしめ橋脚の負担を軽減し、異状部分の進展を防止しようとした。併しその後数年でこれ等橋脚の中には増強部の脚がスコアされ(因みに河底の土質は大体沈泥質砂土と礫混り砂土との互層でその間にところどころ粘土層が挟まれているが、大約深さ 20m 附近からは再び礫混り砂土になっている)煉瓦積み井筒の軀体が露出したヶ所さえ生じ、この部分にも相当大きな龜裂が見られた。それ故現在では保守に周到な注意を払いながら当分の間列車に対して一定の制限速度以下の運転を実施し運行上の安全を図っている状態である。

この報告は瀬田川橋梁が以上述べたような状態にあるので、保守上及び改良工事(現在新規架換え工事中)等に関し一層精確な資料を得る目的で、大鉄当局の依

\* 早稲田大学講師, 理工学部土木教室