

講座

洪水特論 IV

洪水波の問題

正員 工学博士 本 間 仁*

1. 洪水波の形

洪水は非常に長い波の伝播である。図-1 及び図-2 に利根川及び Donau 川の各地点に於ける水位時間曲線を示した。之等の曲線は波の伝播速度、伝播に伴う波形の変化などを見るのに役立つ。

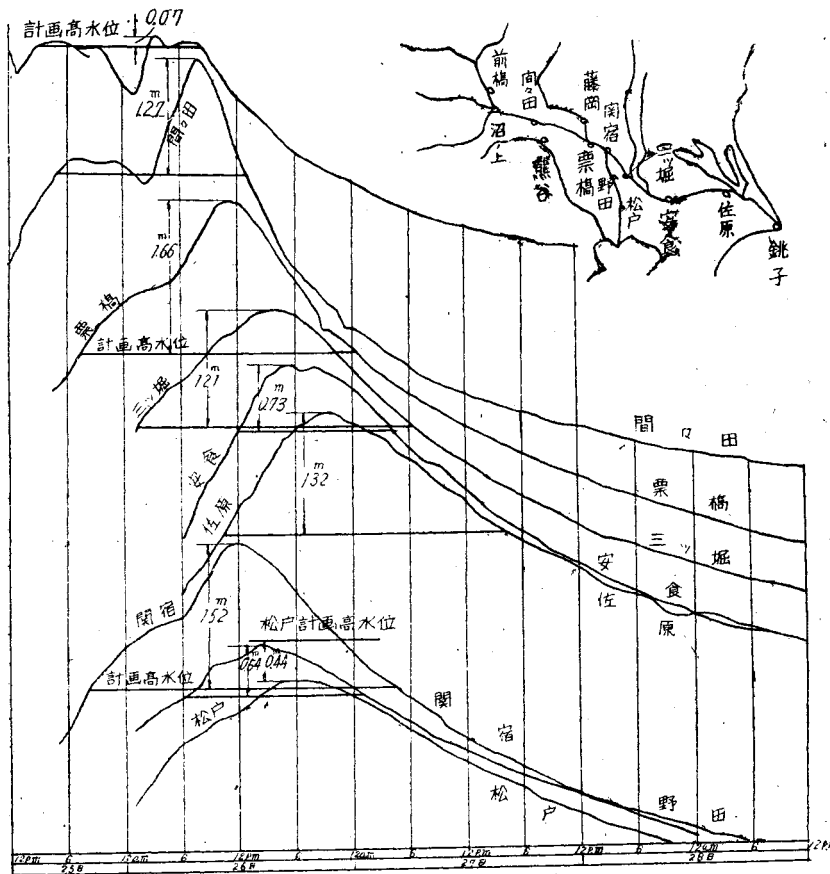
洪水は周期的な波ではなくて、孤立波の形を持っているから正確な周期や波長は存在しないが、一般に非常に長い波であるから、洪水中のある瞬間に於ける水面の縦断曲線を書くと、上流から下流までの間に一つの洪水波全体が入ることは少い。Donau 川のような長い川でも 図-2 に取った 2 128km の中には一つの

波の 70~80% が入り得るに過ぎない。図-1 の利根川の例で見ると、沼ノ上と銚子の間には洪水波の全長の 30~40% 程度が入るものと考えられる。

そこで我々が洪水波として、即ち不定流の問題として取り上げるのは、個々の場所での流速や流量の問題ではなく、波の伝播速度や波形の変化の問題であつて、局所的な水位や流量は定流と仮定して計算してよい場合が多い。

洪水波の伝播速度については利根川で測つた一つの例は、¹⁾ 次のようである。

図-1 利根川水位時間曲線



* 東京大学教授 第一工学部土木教室

1) 宮本, 治水工学, P. 105

図-2 Donau川水位時間曲線

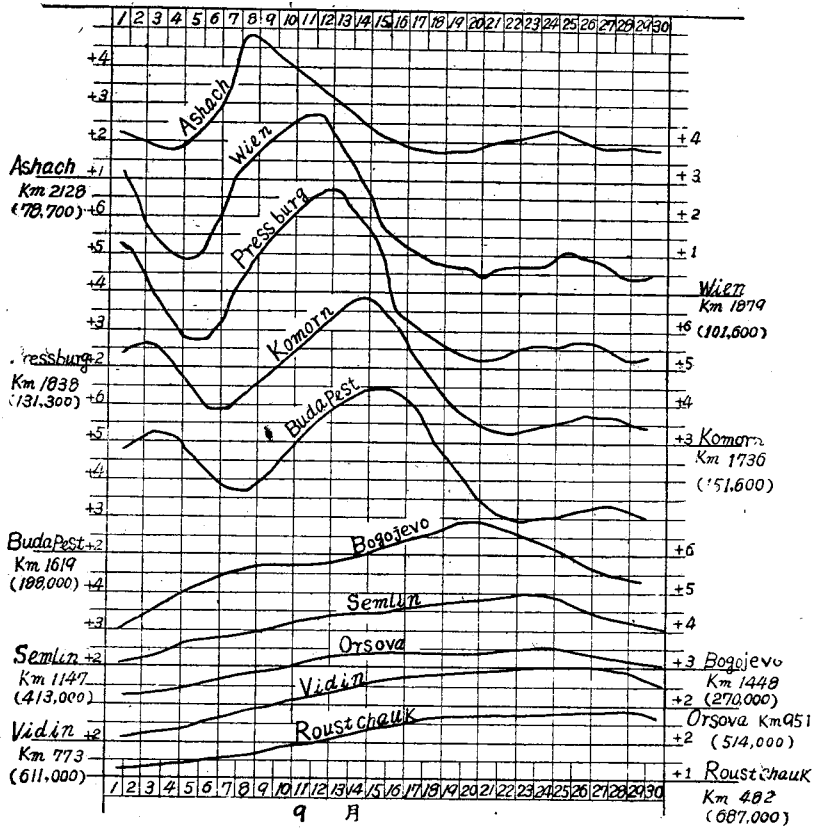


表-1

	妻沼	飯野	栗橋	境	小山	三ツ堀
距離 (km)	18.7	21.7	12.6	9.1	14.3	8.5
伝播速度 (km/hr)	6.2	10.9	1.4	9.1	2.4	4.2

表-2

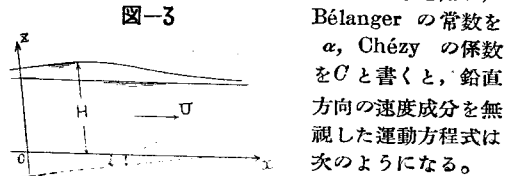
地点	河口からの距離		伝播速度	
	km	km	km/hr	m/sec
Ashach.	2128			
Wien.	1879	249	3.46	0.96
Pressburg	1838	41	1.71	0.48
Komorn	1736	102	2.12	0.59
Budapest	1619	117	3.25	0.90
Bogoevo	1448	171	1.78	0.50
Semlin	1147	301	4.18	1.16
Orsova	951	196	8.16	2.27
Vidin	773	178	7.42	2.02
Roustchauk	482	291	3.06	0.85

図-1の曲線から見ると栗橋から三ツ堀までに約5時間を要しているから、この洪水ではこの間の伝播速度は約4.4km/hrである。実際には図上で波頂の位置を決定することの困難なために、伝播速度についても正確を期し難いが、概略値は与えているものと言つてよい。

図-2によるDonau川の例は表-2のようになる。

2. 洪水波の理論的取扱ひ

洪水時の流れは不定流であるから、理論的な取扱ひは不定流の一般式を与えられた条件を考慮しながら、解くと言うことになる。図-3のような記号を用い、



$$-i + \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{U^2}{C^2 H} + \frac{\alpha}{2g} \frac{\partial U^2}{\partial x} + \frac{1}{g} \frac{\partial U}{\partial t} = 0 \dots\dots(1)$$

これに対する連続方程式は、単位幅当りの流量を $Q = UH$ として

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial t} = 0 \quad \dots\dots\dots(2)$$

である。問題は与えられた条件をなるべくよく満足するような解を求めることにある。(2)を(1)に代入すると

$$\left(1 - \frac{\alpha Q^2}{gH^3}\right) \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\alpha+1}{gH^2} Q \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{1}{gH} \frac{\partial Q}{\partial t} = i - \frac{Q^2}{C^2 H^3} \quad \dots\dots\dots(3)$$

この式の中の三つの微分係数に $Q = \frac{\partial Z}{\partial t}$, $H = -\frac{\partial Z}{\partial x}$ を代入すると、

$$\left(1 - \frac{\alpha Q^2}{gH^3}\right) \frac{\partial^2 Z}{\partial x^2} - \frac{\alpha+1}{gH^2} Q \frac{\partial^2 Z}{\partial x \partial t} - \frac{1}{gH} \frac{\partial^2 Z}{\partial t^2} = i - \frac{Q^2}{C^2 H^3} \quad \dots\dots\dots(4)$$

そこで微分係数以外に残されている Q 及び H を仮りに常数と見做すと(4)は線形の微分方程式であり Z で表わされる量は

$$dx^2 - (\alpha+1)U dx dt - (gH - \alpha U^2) dt^2 = 0$$

から求められる $\frac{dx}{dt}$ の速さで伝播する波の形を持つてゐる。この伝播速度を c, c' とすると、

$$c, c' = \frac{\alpha+1}{2} U \pm \sqrt{gH + \left(\frac{\alpha-1}{2}\right)^2 U^2} \quad \dots\dots\dots(5)$$

$\alpha=1$ とすれば

$$c, c' = U \pm \sqrt{gH} \quad \dots\dots\dots(6)$$

即ち U 及び H の変動が小さい時には第1近似として Q, H などの伝播速度は(6)で表わされる。之は長波の速度で伝わることを意味する。

Massé²⁾ は近似度を高めるために、低い波の仮定は維持するが、 H, U, Q を等流に対する定常的な値として、瞬間的な値を $H+h, U+u, Q+q$ で表わす。仮定により h, u, q は H, U, Q にくらべて小さい。そこで(3)式を変形すると

$$-(gH - \alpha U^2) \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} + (\alpha+1)U \frac{\partial^2 q}{\partial x \partial t} + \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} + 3gi \frac{\partial q}{\partial x} + \frac{2gi}{U} \frac{\partial q}{\partial t} = 0 \quad \dots\dots\dots(7)$$

但し $U = CV\sqrt{H}$ としている。 i が限界勾配以下の場合を考えると $gH - \alpha U^2 > 0$ であるから(7)はやはり波動形の方程式である。Massé は波の伝播速度の近似値として古くから知られている関係

$$C = \frac{3}{2} U$$

を導いた。洪水波のような孤立波について(7)式を解くことは簡単ではないけれども既に試みられて居り³⁾、伝播速度、波の変形などの問題を扱つて、二つの山を持つた波が次第に一つの山に変わる現象などについても説明が与えられている。

伝播速度を求める今一つの近似的な方法は、Boussinesq が行つたように摩擦の項を無視して鉛直速度成分を考慮に入れて(1)式の代りに

$$\frac{\partial u}{\partial t} + (U+u) \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{H}{3}$$

$$\times \frac{\partial^3 h}{\partial x \partial t^2} = 0 \quad \dots\dots\dots(8)$$

を用いるものである。⁴⁾ この考え方によつて

$$C = U \pm \sqrt{gH} \left(1 + \frac{3}{4} \frac{h}{H} + \frac{H^2}{6h} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2}\right) \quad \dots\dots\dots(9)$$

が与えられている。

3. 洪水の追跡

洪水波は不流に伝わりと共に次第に変形し、又貯水池などを通過すると著しい変形を受ける。そこで上流の一地点での洪水曲線が与えられた時に、下流の各地点での洪水曲線を順次に求めて行くことを洪水の追跡(Flood routing)と言つて、各地点での計画高水量の決定に重要な資料となる。

洪水波の変形をしらべるには(1),(2)のような基本式から出発すべきであるけれども、取扱いが困難であるために、ある仮定を設けて連続方程式だけで処理する。

図-4

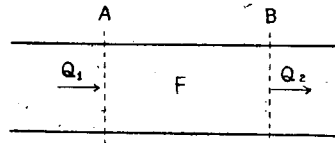


図-4 のようにあまり遠く離れていない二つの断面 A, B を考え、 A 及び B を通過する流量を Q_1 及び Q_2 、両断面の間に貯えられている水の量を S とすると、連続方程式は

$$Q_1 = Q_2 + \frac{dS}{dt} \quad \dots\dots\dots(10)$$

である。最も簡単な扱ひ方は、洪水波の変形は A 及び B で起り、 A と B の間は瞬間的に伝わるものと仮定する。その間の水面(面積 F) は一様に昇降することになり、この水面の水位を h で表わすと、 $\frac{dS}{dt}$ の代りに $\frac{dh}{dt} \cdot F$ と書かれ、 Q_2 は h の函数と考えられる。貯水池の洪水調節に関する図式計算はこの考え方によつて行われている。

然し A と B の距離が長くなると異つた仮定が必要になつて来る。Wisler が Potomac 川支流の Shenandoah 川に対して計算を試みた場合には、 A と B の距離が約 50 哩あり、更にその間に支川があつて、その流域 1 330 平方哩からの流入量がある。⁵⁾ 時間間隔 Δt は 2 時間に取り、 Δt の間の支川流域からの流入量を I とすると(10)の代りに次のように書ける。

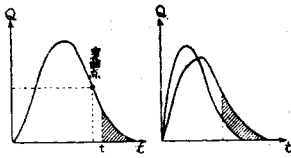
$$\frac{Q_1 + Q_1'}{2} \cdot \Delta t = \frac{Q_2 + Q_2'}{2} \Delta t + (S' - S) - I \quad \dots\dots\dots(11)$$

但し $'$ をつけたのは Δt だけ後の量であることを示す。この計算ではある洪水に対して Q_1 と Q_2 の曲線を測定して、それから S と I との変化を求めることを試

2) Massé, Hydrodynamique fluoiale, Regimes variables. (1935)
3) Masse, 前出. P 26. 林幸造. 未発表論文

4) Forhrheimer, Hydraulik (1930), P.250 参照
5) Wisler, A direct method of flood routing, Proc. of A.S.C.E., 1941, June. 土木學會誌 28 卷 3 號に抄録がある。

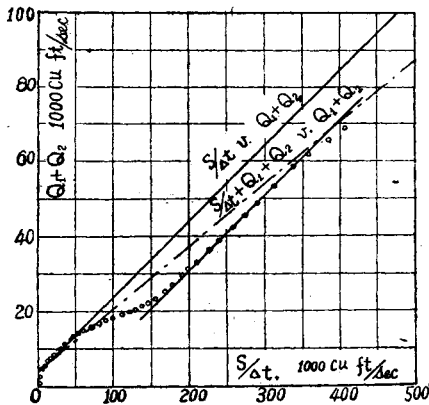
図-5



みた。この場合 Q_1 と Q_2 は夫々 A と B との水位に関するから、 S と Q_1+Q_2 の関係を求めて見る。減水期に対しては S と Q_1+Q_2 の関係は Horton の原理から

求められる。即ち流量時間曲線の減水側の変曲点以下では、時間 t に於けるこの地点から上流の流路の総貯水量は、この時間以後の曲線以下の全面積に等しい。従つて A, B 両地点に対する曲線を重ねて書くとその間の貯水量は時間 t 以後の両曲線間の面積で表わされる。従つてある時間に対する S' を図上で求めると流入量 I のない間は (11) から Δt だけ前の S を次々に計算して行くことが出来る。計算の結果は図-6 の点線のようになる。この曲線が途中から曲るのは

図-6



I の影響であると考えて、直線部を平行移動して I の影響を除いたものを S と Q_1+Q_2 の関係を表わすものとする。之等の曲線が作られれば、 Q_1 及び I が与えられた時の Q_2 の曲線を作ることが出来る。

Ritter, Graves 及び Synder が Tennessee 河で洪水追跡の計算を行つたものは、⁶⁾ 本流を 7 区域に分け、各区域の境界は何れも既設又は計画のダム地点に取つているから、流れは実質的にも此処で境界を持つている。この計算では

$$\frac{Q_1+Q_1'}{2} \Delta t = \frac{Q_2+Q_2'}{2} \Delta t + (S' - S) \dots (12)$$

の Δt を 24 時間に取り、 $1(\text{ft}^3/\text{sec}) \times 24 \text{hr} = 2 \text{acre-ft}$ であることから、 S に acre-ft 単位を用いと

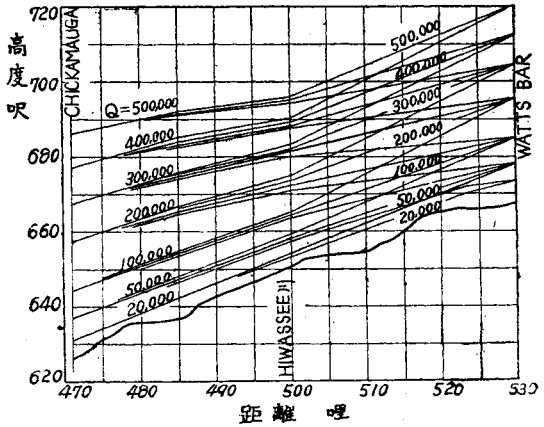
$$Q_2' + S' = Q_1 + Q_1' + S - Q_2 \dots (13)$$

故に $S = f(Q_1, Q_2)$ の関係を示す図を作つておけば、 Q_1 の曲線とある時間の Q_2 とが与えられれば、 Δt だけ後の $Q_2' + S'$ が求められる。予め水位に対する $Q_2 + S$ と Q_2 との関係を求めておけば、 $Q_2' + S'$ から Q_2'

6) Ritter, Graves, Synder; Flood routing, Proc. of A. S. C. E., Feb., 1938

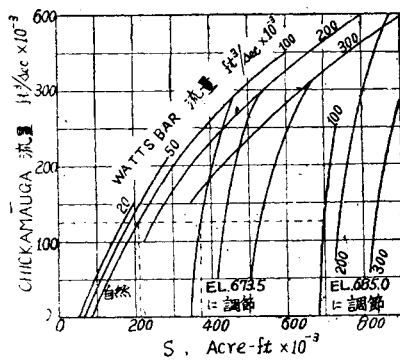
と S' がわかるから之等を用いて次々に Δt だけ後の値が求めて行かれる。

図-7



A, B の間の貯水量 S と Q_1 及び Q_2 との関係を見出すには、先づ流量 100,000, 200,000..... ft^3/sec 等の値に対して 図-7 のように背水曲線を書き、 $Q_1 = 300,000$, $Q_2 = 200,000 \text{ ft}^3/\text{sec}$ の場合に対しては図のように両曲線の間に行く直線を仮定して、その直線で表わされる水面以下の貯水量 S を求める。支川が入っている場合にはその合流点で区間を二つに分けて同様な計算をする。その結果から 図-8 のような S の曲線が作られる。之は各堰堤地点で水位の調節を行つた場合、又は行わない場合で違つた曲線が得られる。

図-8



結局、洪水追跡の計算に当つては伝播速度或は $S = f(Q_1, Q_2)$ の推定が問題であつて、以上の例のように実際問題に於ては夫々実状に即した仮定の下に計算が行われて、上に述べたような図表や公式(例えば Muskingham 法と呼ばれるもの)が作られて、それを実際の洪水予報などに利用する時には機械的に変形した波形を求める方法が考案されている。⁷⁾

7) 例えば、土木学会誌 34 巻 4 号 P.449 抄録参照。