流量曲線式の整定について

要旨 従来，流量曲線式は $Q=a+bh+ch^2$ の形の二次式で表わされるものとし，最小自乗法による整定は実用上一般向きでないため，目分量で適当と思われる3点を通るように係数を定めている実情である。この方法では，3点の選び方によつて実測範囲以上の洪水量を推定する場合に相当大きな差を生じ，大貯水池を計画する際には不安が多い。

筆者は，3点を適当に選んで曲線式を整定する従来の方法を改良し，個人差も殆んど除かれ，計算も容易な方法を提案し，主として洪水量の推定に貢献しようとするものである。

1. 流量曲線式の検討 流量曲線式は $Q=a+bh+ch^2$ の形で表わされるものとし，今この式の性質を検討するため変形すると

$$Q=f(h)=a+bh+ch^2=\left(a-\frac{b^2}{4c}\right)+\left(\frac{b}{2\sqrt{c}}+\sqrt{c}\,h\right)^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

になる。但し Q は $f'(h)=b+2ch=0$ の点を極小値として増加するものでなければ使えないので $f''(h)=2c>0$ の条件から c は正数であることがわかる。従つて(1)式の変形ができるのである。(1) 式で h が相当大きい範囲では $a-\frac{b^2}{4c}$ は $\left(\frac{b}{2\sqrt{c}}+\sqrt{c}\,h\right)^2$ に比較すると無視できるので，$\sqrt{Q}$ と h の関係は h が大きくなるに従つて直線に漸近する。

実例によると $\sqrt{Q}$ と h の関係は h の小さい範囲でも直線的になるものが多いので，曲線式整定の最初に $\sqrt{Q}$ と h の曲線をプロットして見る必要がある。この結果直線式でよいと判断されるなら，$\sqrt{Q}=A+Bh$ とおいて，A 及び B を定め，両辺を自乗すれば $Q=a+bh+ch^2$ の形の式となる。

$\sqrt{Q}$ と h の関係が直線的でない場合には (1) 式を移項すると

$$Q-\left(a-\frac{b^2}{4c}\right)=\left(\frac{b}{2\sqrt{c}}+\sqrt{c}\,h\right)^2$$

になるので，K を或る定数とすると

$$\sqrt{Q-K}=A+Bh \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

の形になる。即ち或る定数 K の値が定め得れば，直線式となることがわかるので，要点は K の決定に帰着する。

2. 流量曲線式の整定 実測による $\sqrt{Q}$ と h との関係を図上に記入し，同じ系列に属するものと認められる点群を通して仮に平分曲線を画く。

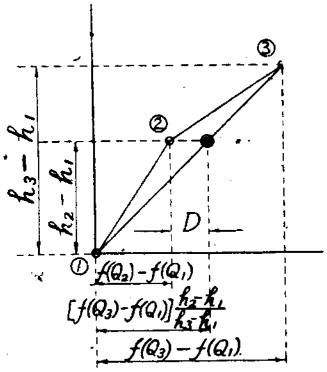
この曲線上に乗る2点を両端及び中央附近に選んで定数 K の算定を行う。

先づ初めに K の近似値を仮定する。第1近似値 K_1 としては Q の実測値の最小値に近いものを選ぶ。$\sqrt{Q-K_1}$ と h の関係が直線的になるかどうかを判別するには，図—1 のように $\sqrt{Q-K}$ を $f(Q)$ で表わすものとして

$$D=\Big[f(Q_3)-f(Q_1)\Big]\frac{h_2-h_1}{h_3-h_1}-\Big[f(Q_2)-f(Q_1)\Big]\cdots(3)$$

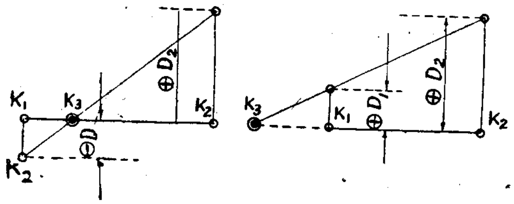
の計算をするとよい。$D=0$ なら3点が直線上にあることを示し，$D>0$ なら図—1 のように上に凸形であり，$D<0$ なら下に向つて凸形になるので，K_1 が丁度よいか，小さすぎるか，大きすぎるかが判別できる。

図—1 判別図



上の K_1 に対する D_1 の値から次の近似値 K_2 を仮定して同様に D_2 を求める。この結果から更に近似度の高い K_3 を計算するには図—2 の意味の比例式を利用する。

例—2 比例計算図



$$K_3=\frac{D_2K_1-D_1K_2}{D_2-D_1} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

(1) 式の性質を見ると D_1 と D_2 は異符号の場合の方が精度がよいので，K_2 を選ぶときに注意する。尚 K_3 を用いても D_3 が零に近くならない場合は，更に K_4 を推算せねばならぬが，K は3点だけについて計算するので手数は僅か増すだけである。

K の値が定まれば $\sqrt{Q-K}=A+Bh$ とおいて A 及び B の値を求め，両辺を自乗して，K を移せば $Q=a+bh+ch^2$ の形になつて流量曲線式が定まる。

表−1 計算例

	測定番号	h	Q	$\sqrt{Q}$	$\sqrt{Q-3.0}$	$\sqrt{Q-2.9}$	$\sqrt{Q-2.97}$
曲線番号(1)	1	0.30	3.75	1.94			0.88
	2	0.40	4.00	2.00			1.02
	3	0.60	5.91	2.43			1.72
	4	0.50	5.20	2.28			1.49
	5	0.70	7.25	2.69			2.07
	6	0.90	10.0	3.16			2.65
	7	1.20	16.0	4.00			3.61
	8	0.80	8.60	2.93	2.366	2.387	2.373
	9	1.10	14.2	3.77			3.35
	10	0.20	3.20	1.79	0.447	0.548	0.48
	11	1.80	33.6	5.80	5.532	5.541	5.535
	12	1.50	24.2	4.92			4.61
	D				−0.012	+0.034	+0.003

	測定番号	h	Q	$\sqrt{Q}$	$\sqrt{Q-4.3}$	$\sqrt{Q-4.5}$	$\sqrt{Q-4.4}$
曲線番号(2)	13	0.70	7.03	2.65			1.62
	14	0.30	4.50	2.12	0.447		0.316
	15	0.80	7.87	2.81			1.86
	16	0.60	6.00	2.45	1.304	1.225	1.265
	17	0.40	4.98	2.23			0.76
	18	0.50	5.12	2.26			0.85
	19	1.20	14.7	3.83			3.21
	20	1.50	21.0	4.58			4.07
	21	0.90	9.45	3.07			2.25
	22	2.00	36.8	6.07	5.701	5.683	5.692
	23	1.00	10.5	3.24			2.47
	D				+0.070	−0.222	0.000

3. 計算例

曲線(1)及び(2)は同一の測水所に関するものであるが，河床に大変化のあつた場合に，この例のように(1)と(2)が交叉することもあるが，Kを用いて分離すると，2つの平行線になる性質がある。

4. $\sqrt{Q-K}$ 直線を使用する方法の特長

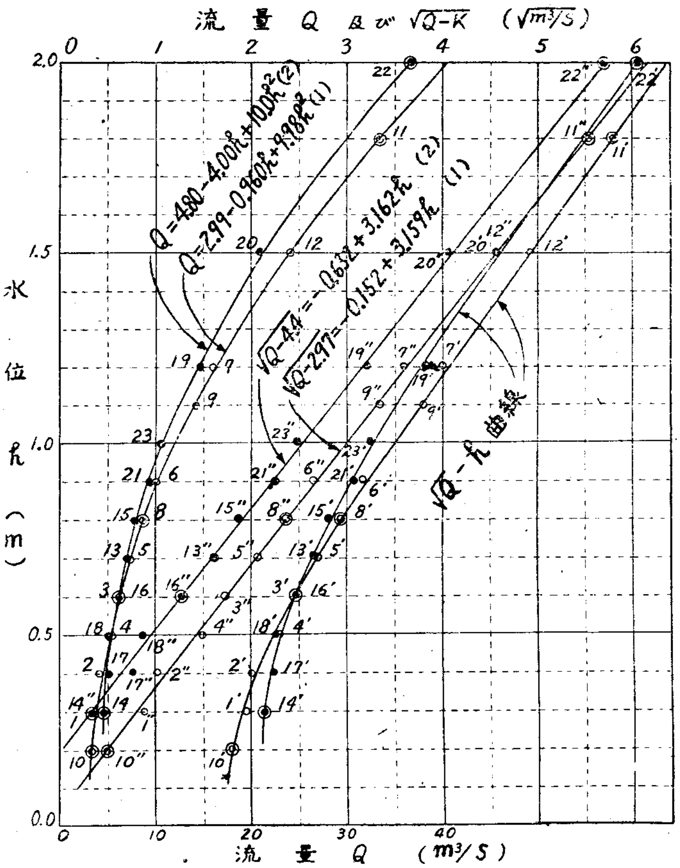
(1) 河床に変動があれば，明瞭に判別できる平行線に分れる。平行線にならない場合は河床だけでなく，他に水面勾配等の影響があるものと考えられるので，前年又は翌年のものと比較して何か原因の究明ができれば，取捨の方針が定まる。

(2) 直線式になるので，測定範囲外の洪水量に対して誤差が少いと判断できる，又直線式では個人差が殆んどはいらない。

(3) 直線の傾きは，その測水所に固有のものと考えられるから，永年の資料に対してもその間の傾向が判断でき若し突然変化があれば何か原因のあることが推測できるから，原因を確かめ除けるものなら除き，そのまゝでよいと思われるなら曲線式を利用し，よくないと判かれば測水位置を変更する等適当な処置をとる。

(4) 浅くて広い所では h の小さいときに $\sqrt{Q-K}$ と h の関係が混乱することがあるが，之は位置が不適当なものと判断できる。

図−3 流量曲線図



(資源庁電力局水力課　高畑政信)