

スタヂア測量の簡易化

—距離の間接測定に関する研究(第1報)—

正員 西川 総 一*

准員 岡野 兼 夫**

SIMPLIFICATION OF STADIA SURVEYING

RESEARCHES ON THE INDIRECT MEASUREMENT OF DISTANCE

(THE 1 ST MEMOIR)

Soichi Nishikawa C.E. Member

Kaneo Okano C.E. Assoc. Member

Synopsis This is the 1st memoir on the simplification of stadia surveying by use of new formulae and improved rod. The formulae $D = \phi_d / \delta$, $H = \phi_h / \delta$ (D, H : horizontal and vertical distance respectively) have been led by the application of new idea A. D. i.e., angular distance; ϕ_d, ϕ_h can be found out directly from the new table on the vertical angle α , and δ is the reading of upper hair on the improved rod which is held vertically, while lower hair must meet the target which is suited to I (instrumental height).

The advantages of the author's method are: 1) Only one reading is necessary. 2) Calculation can be accomplished by simple division using normal slide-rule. 3) Correction for I is not necessary. 4) Finally, the result of calculation is more accurate than the current method, because the graduation of rod corresponding to I' becomes longer gradually in proportion to D , and the 1st figure of numbers on possibility author's table are 3 or 2 instead of 9 or 8 on the current table, that means the of utilizing the easily readable parts of slide-rule-graduation.

1. 要旨 スタヂア測量において新公式と新標尺を使用し、器高調整を省略して“1糸読み”、“計算尺による除法1回”で水平距離(または高低差)を求める研究である。本法に用いられる速算表は、縦角 α に関するもので、“角度単位距離”という新概念を媒介して得られた公式の“分子の数値”(3, 2, を以て始る角度数——従来の表に比し計算尺の目盛の正確な部分を使用できる。)を与え、これを δ で除して距離を算定する。ここに δ は常に垂直に保持され、単位(1')の目盛長が距離と共に大となつて読定誤差の増大をカバーする新標尺の標板(Target)に下糸(Lower stadia hair)を合せ、上糸(Upper stadia hair)を読んで得る角度数である。本法は一応対物鏡を前後して焦準を行うトランシットについて述べたのであるが、内部照準式の望遠鏡についても近似的に適用することが出来る。

2. 本論 ① トランシットの対物レンズの焦点をFとすれば、上下のスタヂア糸 p_1, p_2 から視軸Xに平行に出る光線がレンズ通過後に作る $\angle \varepsilon$ は一定である。(図-1) 正確に K (スタヂア乗係数) = 100 のトランシットでは

$$\varepsilon = 17.19 \dots (1), \quad \tan \varepsilon = 0.005 \dots (2)$$

② いま、目標P(図-1)に標尺を鉛直に立て、下糸 M' を器高 I に等しい点にあわせるものとし、縦角 α および $\angle M'FS = 2\varepsilon$ (F : 対物レンズの焦点, S : 上糸の位置) が標尺上に挟む挟距 l を得たものと考え、

東京大学助教授 丸安隆和著

測量学 A5 上巻 150頁 180円
上製 下巻 220頁 260円

文部省・高等教科書協会指定教科書!!
測量学全般に亘り平易に解説し、測量学類書中最も新しい内容を盛り、下巻は空中写真測量についても解説してある。教科書として又一般測量技術者の受験参考書として最適である。

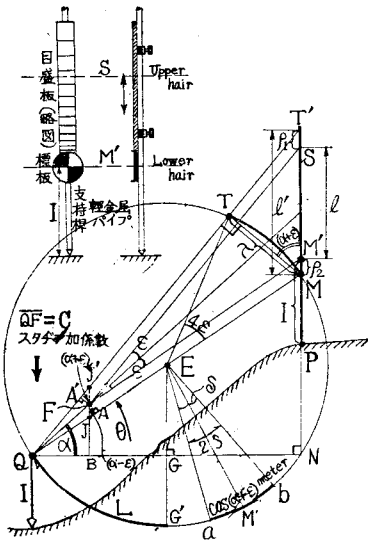
東京都文京区 板橋 振替東京 14844
荒籠町 11 **コロナ社** 電大塚 0237-5023

1)附 24.10.16. 関西工學連合講演會講演原稿に加筆せるもの(標尺特許申請中).

*神戸大学教授

**神戸大学神戸工業専門学校文部教官

図-1



QM (Q: 器械中心, M: Q から FM' に平行にひいた仮想線が標尺を載る点) を直径とする円 E の周上に, a, b 2 点を取つて

$$aM'' = bM''', \quad \widehat{ab} = \cos(\alpha + \epsilon) \text{ meter} \dots (3)$$

ならしめ, Q より FS に平行にひいた仮想線と標尺との交点を T', QT' と円 E の交点を T, F より QT と QM に下した垂線の足を A' および A, F を通る鉛直線と QT, QM, の交点をそれぞれ J', J, とすれば

$$\triangle AFJ \sim \triangle JQB \text{ より } \angle AFJ = (\alpha - \epsilon)$$

また, $\overline{AF} = \overline{QF} \sin \epsilon = C \sin \epsilon = 0.005C$

(C: スタヂヤ加係数)

$$\therefore \rho_2 = \overline{JF} = \overline{MM'} = 0.005C \sec(\alpha - \epsilon)$$

ところで, α の誤差 30' に対する ρ_2 の誤差は $\alpha = 45^\circ$ $C = 0.3m$ として 0.0000 15m で, $\alpha < 45^\circ$ ならば 0.1mm 以下を問題外とする挟距には全く影響しない。

$\therefore \rho_2 = 0.005C \sec \alpha$ と見なしてよい。全く同様に

$$\rho_1 = \overline{FJ'} = \overline{ST'} = 0.005C \sec \alpha$$

$\therefore \angle T'QM = 2\epsilon$ が挟むべき “仮想挟距” l' は,

$$l' = l + \rho_1 + \rho_2 = l + 0.01C \sec \alpha \dots (4)$$

$\alpha < 25^\circ$ ならば α に無関係に

$$\rho = \rho_1 + \rho_2 = 0.01C, \quad l' = l + 0.01C \dots (5)$$

としても大した誤差は生じない。

③ 次に T, M, を結んで $\overline{TM} = \tau$ と置けば

$$\angle T'MT = (\alpha + \epsilon), \quad \angle T'TM = 90^\circ, \text{ より}$$

$$\tau = l' \cos(\alpha + \epsilon)$$

また, $\angle TEM = 4\epsilon$ なるゆえ, (1) 式より円 E の半径 10m の場合 0.0000 40m 程度の誤差をもつて

$$\tau = \overline{PM} = l' \cos(\alpha + \epsilon)$$

(4) を入れれば $\tau = (l + 0.01C \sec \alpha) \cos(\alpha + \epsilon) \dots (6)$

$\triangle QMT$ より

$$\tau = \overline{QM} \sin(2\epsilon) = \overline{QM} \tan(2\epsilon) = \overline{QM}(2 \tan \epsilon)$$

これに (2) を入れて $\tau = 0.01 \overline{QM} \dots (6)'$

$\angle aEM'' = \angle bEM''' = \delta$ と置くと $\overline{QM} > 20m$ においては $\tan \delta = \delta \text{ rad}$.

$$\therefore \tan \delta = \cos(\alpha + \epsilon) / \overline{QM}$$

$$(6)' \text{ を入れれば } \tan \delta = 0.01 \cos(\alpha + \epsilon) / \tau \dots (7)$$

$\delta \epsilon$ 分単位であらわせば

$$\delta = \tan \delta / \tan 1' = \tan \delta / 0.0002909$$

これに (6), (7) を入れれば

$$\delta = 1 / 0.02909 (l + 0.01C \sec \alpha)$$

$$\text{これより } l = (1 / 0.02909 \delta) - 0.01C \sec \alpha \dots (8)$$

以上は (4) 式 $l' = l + 0.01C \sec \alpha$ を使用した結果であるが, 近似的に (5) 式 $l' = l + 0.01C$ を採用すれば

$$l = (1 / 0.02909 \delta) - 0.01C \dots (8)'$$

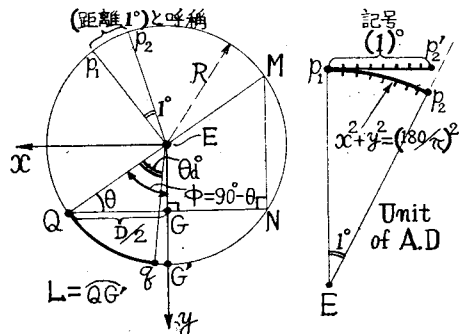
以下便宜 (8)' 式を使用することにし, (8) 式を使用しないことにもとづく誤差は最後にこれを補正する。以上より, 図-1 のごとき標尺面に (8)' 式に $\delta = 175' \sim 12'$ を代入して計算した l の数値をプロットし (起点は M') そこに δ の値を記入すれば, トランシットの下糸を標線 M' に合せしめたときの上糸の読みとして δ を求めることができる。

此の δ は (3) 式より明らかな通り, 円 E の弧長 $\cos(\alpha + \epsilon) \text{ meter}$ が中心 E に張る中心角の $1/2$ を示すものである。

④ ところで, P を通る鉛直線と Q を通る水平線の交点 N は明らかに円 E の周上にあり, $\overline{QN} = D$ と置けば, D は E から QN に下した垂線 EG で 2 等分され, かつ $\angle EQG = (\alpha - \epsilon) = \theta$ となる。

ここで相互関係を明瞭にするため, 図-1 の不要な線を抹消した図-2 について考えることにする。

図-2



一定半径 R を有する円 E において中心角 1° に対する円周長— $\overline{P1P2}$ —は一定なるゆえ, これを直線に換算した長さ $\overline{P1P2}'$ は距離測定の単位として用いることができる。

いま, この $\overline{P1P2}'$ を以て $D/2 = \overline{QG}$ を測定したと仮

定し、その値が θ_d であつたと考える。

$$\text{即ち } \begin{cases} (D/2)/\widehat{p_1 p_2'} = \theta_d = (D/2)/\widehat{p_1 p_2} \\ \widehat{D/2} = \theta_d(\widehat{p_1 p_2'}) = \theta_d(\widehat{p_1 p_2}) \end{cases}$$

この $\widehat{p_1 p_2'} = \widehat{p_1 p_2}$ を 1° と呼称して“距離の単位”に使えば上式より $D/2 = \theta_d \times (1^\circ)$ となり、不明の距離 $D/2$ は meter でなく、仮称“角度単位距離” [Angular Distance, 略 A. D. — 以下文字あるひは数値を () で囲んで示す] で $(\theta_d)^\circ$ と書くことができる。

ここで円 E の周上に 1 点 q を取り $\widehat{Qq}/\widehat{p_1 p_2} = (\theta_d)^\circ$ ならしめれば $\widehat{Qq} = \widehat{QG} = D/2$ となり、さらに角度単位距離 (A. D.) の定義にもとづき、 \widehat{Qq} が $(\theta_d)^\circ$ であれば、 \widehat{Qq} に対する中心角—— $\angle QEq$ ——の度数も η_d° となる筈である。

かくのごとく A. D. の概念を媒介にして幾何学的に全く異質的な弦と弧と中心角 (\widehat{QG} , \widehat{Qq} , $\angle QEq$) が数値の上で互換性を持つことになり、筆者が漸しく A. D. の概念を提出するのは全く此の特徴に注意した結果にほかならない。

つぎに、幾何学の“弧と中心角の比例関係”より次式が成立する。

$$\frac{\widehat{Qq} \text{ の実長 meter}}{\widehat{Qq} \text{ に対する中心角度数}} = \frac{\text{実弧長 } \cos(\alpha + \varepsilon) \text{ meter}}{\cos(\alpha + \varepsilon) \text{ meter に対する中心角度数}}$$

即ち $\widehat{Qq}/\theta_d = \cos(\alpha + \varepsilon)/2\delta$

$\therefore \widehat{Qq} \text{ meter} = (\theta_d/2\delta) \cdot \cos(\alpha + \varepsilon) \text{ meter}$

ところが \widehat{Qq} と \widehat{QG} の“数値”は A. D. で互換できるので、実長でも互換し得る筈であり、かつ、中心角度数 θ_d と $(\theta_d)^\circ$ も互換してよいから、上式は

$$\widehat{QG} \text{ meter} = D/2 = \{(\theta_d)/2\delta\} \cdot \cos(\alpha + \varepsilon) \text{ meter} \quad (9)$$

と変化され、かくのごとく変形された式は最早“幾何学的内容”は持たないが、数値計算上 D (水平距離) の半長 $D/2$ meter を与えるものである。

式中 δ は前項の δ 尺から直読し得るので、 (θ_d) さえ具体的に求まれば (9) 式から D を計算することができる。此のために、E を原点として図のごとき直交座標軸 x, y を取り、その座標の単位を A. D. で表わすことを考える。

A. D. の定義に従い、円 E の全円周 $2\pi R$ は実際の円の大キサとは無関係に $(360)^\circ$ で表わされるから

$$(R) = (180/\pi)^\circ$$

が成立することは明らかである。

よつて、座標の単位を A. D. にとつた円 E の方程式は

$$x^2 + y^2 = (180/\pi)^2 \dots\dots (10)$$

また、点 Q の座標を $[(a), (b)]$ とすれば

$$\widehat{QG}' \text{ A. D. } \{L\} = \int_{(0)}^{(a)} \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} \cdot dx \dots\dots (11)$$

$$(10) \text{ より } \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = \frac{x^2}{(180/\pi)^2 - x^2} \quad \text{これを (11) に入れ}$$

$$\text{れば } \{L\} = (180/\pi) \sin^{-1}\{(\pi/180)\{a\}\}$$

$$\therefore \{a\} = (180/\pi) \sin\{(\pi/180)\{L\}\}$$

ここで、数式の内容は失われるが、 $\{L\}$ のかわりにこれと等値の中心角 ($\angle QEG'$) の度数 $= (90^\circ - \theta)$ を使用し、さらに $\{a\}$ のかわりに、上記 $\widehat{QG} = D/2$ の A. D. $\{(\theta_d)\}$ を入れれば、

$$\{(\theta_d)\} = (180/\pi) \sin\{(\pi/180)(90^\circ - \theta)\}$$

ところで $\{(\pi/180)(90^\circ - \theta)\}$ は radian で表わされた角度 $(90^\circ - \theta)$ であり、角が度数でも radian でもその三角函数の値は変らぬから、上式は

$$\{(\theta_d)\} = (180/\pi) \sin(90^\circ - \theta) = (180/\pi) \cos \theta \quad \text{と書き直}$$

される。これを基礎式 (9) に代入すれば

$$D/2 = (180/\pi) \cos \theta \cos(\alpha + \varepsilon)/2\delta$$

$(180/\pi)^\circ$ を中心角 $(180/\pi)^\circ$ と置換して分単位で表わし、さらに $\theta = (\alpha - \varepsilon)$ を入れれば

$$D/2 = 3437.75 \cos(\alpha - \varepsilon) \cos(\alpha + \varepsilon)/2\delta$$

$$\text{すなわち } D = 3437.75 \cos(\alpha - \varepsilon) \cos(\alpha + \varepsilon)/\delta$$

全く同様にして

$$\overline{MN} = H = 3437.75 \sin(\alpha - \varepsilon) \cos(\alpha + \varepsilon)/\delta \quad \delta: \text{分単位}$$

しかるに $\varepsilon = 17'$ より $\cos \varepsilon \approx 1$, $\sin \varepsilon = 0.005$

したがつて $\sin^2 \varepsilon$ を無視すれば

$$\begin{cases} \cos(\alpha - \varepsilon) \cos(\alpha + \varepsilon) = \cos^2 \alpha \\ \sin(\alpha - \varepsilon) \cos(\alpha + \varepsilon) = \sin \alpha \cos \alpha - \sin \varepsilon \cos \varepsilon \\ = \sin \alpha \cos \alpha - 0.005 \end{cases}$$

$$\therefore (12) \begin{cases} D = 3437.75 \cos^2 \alpha / \delta \\ H = 3437.75 (\sin \alpha \cos \alpha - 0.005) / \delta \end{cases}$$

ただし標尺の標線は M でなく M' に置かれてゐるので H には \overline{MM}' だけの誤差が含まれる。 $(\overline{MM}'$ の K 倍ではない。) しかし前述の通り、 $\overline{MM}' = f_2 = 0.005 C \text{ sec } \alpha$ で此の誤差はたかだか 2 mm を出ないから全く問題にならない。

以上は“仰角視準”の場合であるが、俯角視準の場合においても $\widehat{ab} = \cos(\alpha - \varepsilon)$ と置けば、 $\angle TMT' = (\alpha - \varepsilon)$, $\theta = (\alpha + \varepsilon)$ なるゆえ、全く同一の δ の計算式と

$$(13) \begin{cases} D = 3437.75 \cos^2 \alpha / \delta \\ H = 3437.75 (\sin \alpha \cos \alpha + 0.005) / \delta \end{cases}$$

を得ることができる。

よつてスタヂア新公式は、堅角を α として

a) 標尺目盛式

$$l = (1/0.02909\delta) - 0.01C \quad l: \text{meter } \delta: \text{分(角度)}$$

b) 計算式

$$\begin{cases} \text{水平距離 } D = 3437.75 \cos^2 \alpha / \delta = \phi_d / \delta \\ \text{高低差 } H = 3437.75 (\sin \alpha \cos \alpha \mp 0.005) / \delta = \phi_h / \delta \\ \text{—: 仰角視準時 +: 俯角視準時} \end{cases}$$

⑤ 標尺 (δ の値) の読定誤差と距離誤差の関係

$\alpha=30^\circ$ の場合を考えれば, $\cos^2\alpha=0.7500$ なる故

$$D=2578.3/8$$

これに $D=99.8m$, $D=100.2m$ を代入して δ を求めれば, $25'.83$ および $25'.73$ となり, $100m$ で $\pm 0.2m$ の誤差を許容すれば(精度 $1/500$) δ には $\pm 0'.05$ までの誤差が許されることがわかる。

但し傾角 $1'$ 読みの トランシットを使用すれば, α に $\pm 1'$ 程度の誤差は見込まねばならないから, $\alpha=29'59'$ $D=100m$, の場合と $\alpha=30'01'$ $D=100m$, の場合の δ を求めると, それぞれ $25'.79$, $35'.77$; 差 $0'.02$ となり, α に $\pm 1'$ の誤差があれば δ には常に $\pm 0'.01$ 程度の誤差が混入すると考えねばならない。

$\therefore \alpha=30^\circ, D=100m$ における精度 $1/500$ に対する δ の許容誤差は $\pm 0'.04$ 程度と見るのが適当である。

しかるに, δ 尺の $25' 26'$ 間の目盛幅(l')は約 $50mm$ なる故, $\pm 0'.04$ の δ 尺読定許容誤差は約 $\pm 2mm$ の普通尺読定許容誤差に相当し, 1糸読みならば此の範囲に読定誤差を止めることは困難でない。従来測法では上糸を読んで下糸に移る間に条件が変り, 下糸を読み終えた時は, 上糸は以前の位置から多少とも外れてゐるのが常識で, 此の誤差は α 大なるとき著しく大となり, 挟距の精度は甚だ悪くなるのであるが, 本測法では下糸を尺の標板に合せ, その標線をトランシットの微動操作で追跡しつつ上糸の読みを取るのて, 誤差は止むを得ぬ“望遠鏡の分解能に関するもの”のみとなる。いずれにしても, 標尺の単位目盛長が D の増大とともに大となつて読定誤差の増加をカバーすることはスタヂア標尺として合理的と考えられ, 尺が直立される関係上傾角 α が大となれば尺の一定の動揺に対する読みの誤差が大となり, 精度が低下することは免れないが, 上記観測法によりそれが従来程顕著でないことは充分推定できる。

3. 結論 以上よりスタヂア新公式は

I 水平距離 $D=\phi_d/\delta$ 高低差 $H=\phi_h/\delta$
 $(\phi_d=3437.75\cos^2\alpha \quad \phi_h=3437.75(\sin\alpha\cos\alpha \mp 0.005)$
 α : 傾角 $-$: 仰角視準時 $+$: 俯角視準時

δ は垂直に植立され, その標線高を器高に等しからしめられる新標尺の標線に下糸を合せ, 上糸を読んで得られる角度数(分)。

標尺の目盛は下式によつて刻み, 標線(標板)を下にして支持棒に取りつけ, 上下方向に滑動し得ることとする。

II $l=(1/0.029098)-0.01C$
 l : meter δ : 分(角度) C : スタヂア加係数
 l は δ の目盛線と標線間の距離を示し, 代入さるべき δ の値は $175' \sim 12'$

標尺の構造がやゝ複雑化する嫌いはあるが, 尺の標板と目盛面を別にして標線と目盛の $175'$ (最下端) 線の間隔を微動螺旋で $5mm$ 程度加減できる標造にすれば, II式から $0.01C$ の項を除去して目盛を刻み, トランシットの C に応じて標線と目盛の間隔を $0.01C$ だけ縮めることにより, 各個のトランシットについて標尺を作製する手数を省略し得る。勿論, 此の移動はバーニアを使用して $0.1mm$ まで正確に行われねばならない。

尙, スタヂア乗係数 K が 100 でない場合は下式によつて目盛を刻むべきである。

K の値は図-1 において
 $K=(D-C)/2PX$ ただし $C=f+Q$

しからば
 II' $l=\{1/0.0002909(K\delta)\}-0.01C$

ϕ_d, ϕ_h の表は $1'$ 置きで充分であり, ϕ_d の数値が $3, 2$, をもつて始ることは従来の $9, 8$, をもつて始る速算表よりも計算尺による計算を容易(正確)にする。専用のスタヂア計算尺では尺長の長いものが作られていないが, 普通目盛のものには 4 桁まで読める“精密計算尺”があるので, これを除法に使用するならば計算誤差は殆ど問題にならない。除法には乘法のごとき“滑尺の引きかえ”を要する場合がないことも利点の一つである。

これらの要素は, 観測作業の簡易, 標尺目盛の読み易さなどと共に, 従来の方式より精度が高いことを指示するものである。

最後に, 標尺目盛式の $0.01C$ の項は 本論③ に述べた通り, 実際には $0.01C \sec\alpha$ であり, $\alpha < 25^\circ$ として, $\sec\alpha$ を省略したのであるから, α 大なるときは誤差を生ずる。略測では此の誤差を無視してさしつかえないが, 精密な結果を得たいときは以下の考えにもとづき補正を行う。

$0.01C$ は挟距の成分であるから, 距離にはこれが K ($=100$) 倍されて含まれるものと見なせば, $0.01C$ の

図-3 (A)

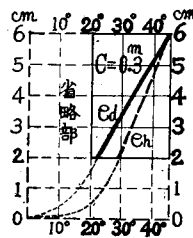
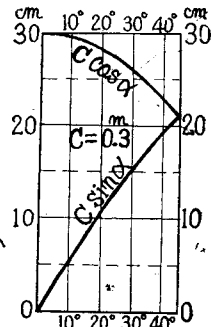


図-3 (B)



項による水平距離の成分 d_2 は、 $d_2 = 100(0.01C)\cos^2\alpha = C\cos^2\alpha$ (函数型は従来式を使用)。0.01C のかわりに $0.01C\sec\alpha$ を入れれば、 $d_1 = 100(0.01C\sec\alpha)\cos^2\alpha = C\cos\alpha$

∴ $\begin{cases} \text{水平補正量} + e_d = d_1 - d_2 = C(\cos\alpha - \cos^2\alpha) \\ \text{高低補正量} + e_h = e_d \tan\alpha + C(\cos\alpha - \cos^2\alpha) \tan\alpha \end{cases}$
 e_d, e_h は、 $\alpha = 0^\circ$ のとき $\min - 0$, $\alpha < 20^\circ$ ならば考慮の必要なく (0 と見なし得), $\alpha > 20^\circ$ でも 図-3

(A)のごとき図表を用いて簡単に求まり、同図(B)のごとき従来の附加項の図表より簡略である。読みはもちろん cm 単位で充分である。

(附記) 以上は“距離の間接測定”に関する最初の研究で、研究の進行に種々便宜を与えられつつある京大工学部土木教室に対し、ここに深甚なる謝意を表する次第である。

敷設レールの活荷重応力について

正員 八十島 義之助*
 准員 峯 村 芳 郎**

STRESSES IN TRACK RAILS

(JSCE, Sept, 1950)

Yoshinosuke Yasoshima, C.E. Member

Yoshiro Minemura C.E. Assoc. Member

Synopsis The Authors measured rail stresses due to service trains on a service track by means of magnetostriction strainmeters. Maximum stresses produced in base edges, thinnest positions of web, outer sides of head were recorded 1090kg/cm², ±800kg/cm², -330kg/cm² respectively. Web bending with both directions was appeared. It was proved flat spots of wheel tires give large effect to impact stress of rails.

要旨 営業線路のレールの営業列車による応力を測定した。測定には磁歪式歪計を用い電磁オツシログラフに自記させた。応力値は底部縁部に於て +1090kg/cm², ウェブ最狭部鉛直方向に於て ±800kg/cm², 頭部外縁部に於て -330kg/cm² を以て最大値とした。ウェブは曲ゲを受けることが判つたが、その方向は荷重によつて異つた。傷損部を持つ車輪タイヤは継目落につぐ衝撃応力をレールに与えることが判つた。

I 前言

敷設レールに関する最近の問題の内、例えば波状磨耗とレールの振動、車輪脱線とレールの横剛度、あるいは A.R.E.A., P.S. などのレール断面変更の有力原因となつた首切れ毀損とウェブ応力等には動的応力をも含めたレールの副次的特性の究明の要求を見出すことが出来る。茲に著者は特に我国鉄道の軌道構造を対象とし、レール頭部、ウェブなどの局部的応力、並びに衝撃応力について調査した概要を報告する。

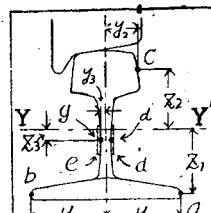
II 理論

レールの副次的特性を調べるにあたり、予想及び疑問とするところは、次の如くである。

1. 横及び偏心荷重の影響

荷重を受けるとレールは多かれ少なかれねじれるか¹⁾らその横荷重と偏心荷重と²⁾は同時に考慮されるべきである³⁾ことを既に述べた。これに基づいて図-1 に示すレール各点 a, b, c に生じるレール軸方向応力 $\sigma_a, \sigma_b, \sigma_c$ を求めるには次式によるべきであることは明らかである。

図-1 Fig. 1



$$\left. \begin{aligned} \sigma_a &= \frac{M_v z_1}{I_v} + \frac{M_I y_1}{I_I} - \frac{M_a y_1}{I_{bl}} \\ \sigma_b &= \frac{M_v z_1}{I_v} - \frac{M_I y_1}{I_I} + \frac{M_a y_1}{I_{bl}} \\ \sigma_c &= \frac{M_v z_2}{I_v} + \frac{M_I y_2}{I_I} + \frac{M_a y_2}{I_{hl}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(1)$$

但し、 M_v, M_I : レールに対し、水平横、鉛直方向軸のまわりの曲ゲモーメント、 M_a : トルクにより頭及び底部に生じる鉛直軸のまわりの曲ゲモーメント(横曲ゲ)、 I_v, I_I : レール断面の、水平、鉛直中立軸に対する断面2次モーメント、 I_{bl}, I_{hl} : レール断面の頭、底部の鉛直軸に対する断面2次モーメント、 E : レール鋼の弾性係数、 $z_{1,2}, y_{1,2}$:

*東京大学第一工学部 助教授

**日本國有鉄道