

場合 $P_1=622\text{kg}$ となり、⁽⁶⁾ 軌條は 37kg 軌條、材長 $l=25\text{m}$ 、道床係数 $K=10\text{kg/cm}^3$ 、減衰係数 $\varepsilon=30\text{sec}^{-1}$ ⁽⁷⁾ である。計算結果は圖-3の通りで、(a)、(b) 図は働輪による撓乱荷重の状態、(d) 図は (7) 式による計算値で、機関車の全軸重 $\sum_{i=1}^6 W_i$ による最大撓みは (c) 図の荷重状態のときに生ずる。(d) 図より明かな如く単一働輪では中点直上に來たときの撓みが決定的に大きいので、これにつき詳細な計算を行つて次の結果を得た。

1. 軌條の最大撓みは働輪が直上に來たときに起り W に基くものが決定的で、 v の変化よりも K の大きさに支配され、且つ $\varepsilon=30\text{sec}^{-1}$ 程度では ε の影響を無視してよい。

2. 衝撃作用をも考慮すると、衝撃係数は大体速度の自乗に比例して増大し、速度上昇による衝撃増加の割合は K に殆ど関係しない。

3. (7) 式の級数の収斂は甚だよくないが、それは v の増加に伴う n^2 の増加が極めて緩慢であることが決定的原因で、 K が小さい程収斂は良好である。

4. 機関車の全体としては $W_i \sim y$ 曲線 (圖-3(d)) を影響線と考へて加算してゆけばよいが、速度上昇によりこの $W_i \sim y$ 曲線の peak の形が変化するため速度上昇により最大撓み、衝撃が若干増加するものと思ふが、更に計算を進めて確かめたい。

5. 曲げモーメントに関しては、 $M=-EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$ より計算され、(7) 式に相当する式が得られるが、その \sum の中に n^2 が入るため、一層収斂が悪くなるので更に計算を進めなければならない。しかしその結果は大体において最大撓みと同様の結論が得られるものと思ふ。

5. 結 言 本文では弾性基礎にある梁の問題に関連して、軌條及び枕木の振動を理論的に取扱つて、撓みから衝撃を撓み及び曲げモーメントから破損

を極く一般的に説明する資料を得ようとしたわけである。基礎の特質をとり入れた場合の解法は近く発表出来る見込である。今後撓乱荷重自身の慣性力は実験的に考究し、梁の回転慣性、剪断力、軸力の影響をもとり入れて行きたいと思う。更に基礎反力係数には土性論的、土質論的な検討を加へ、機関車の左右動、前後動、軌條の不整及び継目などについても考究を進めてゆく予定である。

ここに述べたものは極く基礎的のもので、理論的には上述の様な考究を進めると共に、軌條及び枕木について詳細な実測を行い、これらの動力学的諸性質を解明する予定である。終りに臨み終始御懇篤な御指導を賜つた京大教授石原、村山両博士に対し深謝の意を表したい。

参考文献その他 (1) S. Timoshenko; "Vibration Problems in Engineering", p.368.

(3) 小西一郎、後藤尚男; "橋梁橋脚の震害に関する動力学的考察、第2報" 関西工学連合講演会 (昭.4.10.15) にて講演、近く土木学会論文集に登載の予定

(3) Lord Rayleigh; "Theory of Sound", Vol.1, p.262~286

(4) 一般力の求め方は上掲文献 (1) p.348~370 参照

(5) 詳しくは上掲文献 (2) 参照。

(6) Inglis が 0~8~0 型機関車について実験より求めた値を C53 型に適用して $v=50\text{km/hr}$ に対して計算した値である、Inglis; "A Mathematical Treatise on Vibrations in Railway Bridges". Cambridge (1934). 参照。

(7) 東福電鉄、東古市駅及び本丸岡駅構外で実測した枕木の振動試験 (昭.23.9) の記録より推定した値である。

フィーレンデール型二鉸拱橋の解法

准 員 内 田 一 郎*

THE SOLUTION OF TWO HINGED ARCH BRIDGE OF VIERENDEEL TYPE

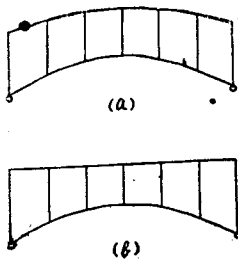
Ichiro Uchida, C.E. Assoc. Member

従来充腹拱橋を解くには拱肋のみを考へて、支柱、床版等の影響を無視して居た。支柱床版等の影響を考

* 九州大学助教授

えた圖-1の如き所謂フィーレンデール型の拱橋に関しては若干の研究はあるけれども、實際の設計に用いられるまでには至つていない。

圖一



本研究に於ては、節点間の拱肋を直線とみなして、かゝるフィーレンディール型二鉸拱橋の解法を撓角法に依り求めた。尙未知量を求めるための方程式は表示して各方程式の作製を機械的ならしめた。又フィーレンディール構の型としては、上下弦共曲がつて居る一般的なものを考えた。圖一(b)の如き上弦水平な場合に対しては、上弦の水平となす角度を0とおく事に依り直ちに所要の方程式が求まる。

2. 基本式及び假定 基本式としては、部材の中間に荷重の作用しない場合の次の撓角式を使用する。

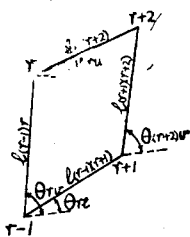
$$\left. \begin{aligned} M_{ab} &= K_{ab}(2\varphi_a + \varphi_b + \mu_{ab}) \\ M_{ba} &= K_{ab}(2\varphi_b + \varphi_a + \mu_{ab}) \end{aligned} \right\} \text{(I)}$$

本研究を進めるに當つては、他の撓角法を用いる場合と同様に次の3つの假定を設ける。

- (i) 部材は節点に於てお互に剛結されて居る。
- (ii) 部材の長さには変形後も変わらない。
- (iii) 剪断力に依つて変形を生じない。

3. 各部材のμ相互間の關係 閉合ラーメンに於て

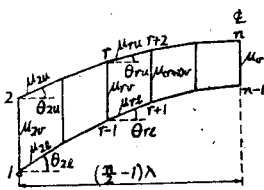
圖二



l = 部材の長さ
 $\mu = -6EI \times (\text{部材回轉角})$
 θ = 部材の水平となす角度とすれば、次の式が成立する

$$\left. \begin{aligned} \sum l \mu \sin \theta &= 0 \\ \sum l \mu \cos \theta &= 0 \end{aligned} \right\} \text{(II)}$$

圖三



中央の垂直材(格間数奇数の時は中央の2本の垂直材)の長さ l を $l_{(n-1)r}$ とする。格間 $(r-1, r+1)$ に(II)式を適用すれば

$$\frac{\lambda}{\cos \theta_{rl}} \mu_{rl} \sin \theta_{rl} + l_{(r+1)(r+2)} \mu_{(r+2)v} - \frac{\lambda}{\cos \theta_{ru}} \mu_{ru}$$

$$\tan \theta_{ru} - l_{(r-1)r} \mu_{rv} = 0$$

$$\frac{\lambda}{\cos \theta_{rl}} \mu_{rl} \cos \theta_{rl} - \frac{\lambda}{\cos \theta_{ru}} \mu_{ru} \cos \theta_{ru} = 0$$

整理して $\mu_{rl} = \mu_{rv} = \mu_r$ とおけば

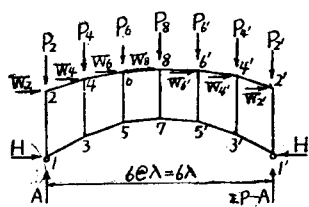
$$\mu_{rv} = \frac{l_{(r+1)(r+2)} \mu_{(r+2)v} + \frac{\lambda}{l_{(r-1)r}}$$

$$(\tan \theta_{rl} - \tan \theta_{ru}) \mu_r \dots \dots \dots \text{(III)}$$

此の(III)式に依り垂直材の μ はその垂直材より中央寄りの垂直材の μ 及び弦材の μ で以て表わす事が出来る。逐次各垂直材の μ を中央寄りの垂直材の μ 及び弦材の μ で以て表わして行くと、結局各垂直材の μ は中央の垂直材の μ 及び弦材の μ で表わされる事となる

4. 方程式の作製 説明の便宜のため圖四の様

圖四



左右対称の6格間のものを考える。未知数としては各節点の節点回轉角、上下弦材の部材回轉角、中央垂直材の部材回轉角及び水平反力を考

える。前節(III)式に依り各垂直材の μ を中央垂直材及び上下弦材の μ で表わすと

$$\mu_{2v} = \frac{l_{78}}{l_{12}} \mu_v + \frac{\lambda}{l_{12}} (\tan \theta_{6l} - \tan \theta_{6u}) \mu_6 + \frac{\lambda}{l_{12}}$$

$$(\tan \theta_{4l} - \tan \theta_{4u}) \mu_4 + \frac{\lambda}{l_{12}} (\tan \theta_{2l} - \tan \theta_{2u}) \mu_2$$

$$\mu_{4v} = \frac{l_{78}}{l_{34}} \mu_v + \frac{\lambda}{l_{34}} (\tan \theta_{6l} - \tan \theta_{6u}) \mu_6 + \frac{\lambda}{l_{34}}$$

$$(\tan \theta_{4l} - \tan \theta_{4u}) \mu_4$$

$$\mu_{6v} = \frac{l_{78}}{l_{56}} \mu_v + \frac{\lambda}{l_{53}} (\tan \theta_{6l} - \tan \theta_{6u}) \mu_6, \mu_{2'v}, \mu_{4'v}, \mu_{6'v} \text{ も同様}$$

(A) 節点釣合方程式 節点1に於て

$$j_1 \varphi_1 + K_{12} \varphi_2 + K_{13} \varphi_3 + (K_{13} + B_{2(2)}) \mu_1 + B_{1(2)} \mu_4 + B_{6(2)} \mu_6 + D_2 l_{78} \mu_v = 0 \dots \dots \dots \text{(I)}$$

但し $j_1 = 2(K_{12} + K_{13}), B_{r(2)} = \frac{K_{12}}{l_{12}} \lambda (\tan \theta_{rl} - \tan \theta_{ru}), D_2 = \frac{K_{12}}{l_{12}}$

節点1', 2', 2', 3, ..., 7, 8 に対して同様に考えて表一の(2)~(14)式を得る。

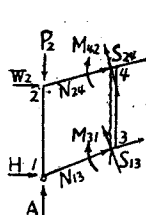
一般に $j_r = 2 \times$ (節点 r に集る部材の K の総和)

$$B_r(x) = \frac{K_{(x-1)x}}{l_{(x-1)x}} \lambda (\tan \theta_{rl} - \tan \theta_{ru}),$$

$$D_r = \frac{K_{(r-1)r}}{l_{(r-1)r}}$$

(B) 断面釣合方程式 節点3及び4の直ぐ左側に

圖五



圖五の様な断面を考え、此の断面より左側の釣合を考える。

M_{31} = 部材(1,3)の節点3に於ける材端モーメント, M_{32} = 部材(2,4)の節点4に於ける材端モーメント, N_{13} = 部材(1,3)の軸力, N_{24} = 部材(2,4)の軸力, S_{13} = 部材(1,3)の剪断力, S_{24} = 部材

(2,4) の剪断力とすれば、節点の周りのモーメントの釣合を考へて、

$$Q_{2l} \rho_1 + Q_{2u} \rho_2 + R_{2l} \rho_3 + R_{2u} \rho_4 + L_2 \mu_2 + T_2 [H] = V_2 \dots \dots \dots (15)$$

$$\text{但し } Q_{2l} = K_{13} \left\{ (\tan \theta_{2l} - \tan \theta_{2u}) + 3 \frac{l_{34}}{\lambda} \right\},$$

$$Q_{2u} = K_{24} \left\{ (\tan \theta_{2l} - \tan \theta_{2u}) + 3 \frac{l_{34}}{\lambda} \right\},$$

$$R_{2l} = K_{13} \left\{ 2(\tan \theta_{2l} - \tan \theta_{2u}) + 3 \frac{l_{34}}{\lambda} \right\},$$

$$R_{2u} = K_{24} \left\{ 2(\tan \theta_{2l} - \tan \theta_{2u}) + 3 \frac{l_{34}}{\lambda} \right\},$$

$$L_2 = (K_{13} + K_{24}) (\tan \theta_{2l} - \tan \theta_{2u}) + 2 \frac{l_{34}}{\lambda}$$

$$T_2 = -t \{ l_{34} \tan \theta_{2l} + \lambda (\tan \theta_{2l} - \tan \theta_{2u}) \tan \theta_{2l} \}$$

$$t = \frac{H}{[H]} \quad ([H] \text{ のデ イ メ ン シ ョ ン を } \rho, \mu \text{ と 同 一})$$

ならしめるためのもので、値は1に等しくデ イ メ ン シ ョ ン は (長サ)² である。

$$E_{2(1)} = l_{34} + \lambda (\tan \theta_{2l} - \tan \theta_{2u}),$$

$$F_{2(2)} = l_{34} \tan \theta_{2u} + \lambda (\tan \theta_{2l} - \tan \theta_{2u}) \tan \theta_{2u}$$

$$\nu_2 = -E_{2(1)} A + E_{2(1)} P_2 + F_{2(2)} W_2$$

以下全く同様に、橋の左半分に於ては節点 (5, 6) 及び (7, 8) の直ぐ左側に断面を仮定してその断面より左側の釣合を考へ、右半分に於ては節点 (3', 4'), (5', 6') 及び (7, 8) の直ぐ右側に断面を仮定して

表-1

その断面より右側の釣合を考へれば (16)~(20) 式を得る。

(C) 垂直材釣合方程式 垂直材上端の剪断力の釣合を考へれば次式を得る。

$$D_2 \rho_1 + D_2 \rho_1' + D_2 \rho_2 + D_2 \rho_2' + D_3 \rho_3 + D_3 \rho_3' + D_4 \rho_4 + D_4 \rho_4' + D_6 \rho_5 + D_6 \rho_5' + D_6 \rho_6 + D_6 \rho_6' + D_8 \rho_7 + D_8 \rho_7' + C_2 \mu_2 + C_2 \mu_2' + C_4 \mu_4 + C_4 \mu_4' + C_6 \mu_6 + C_6 \mu_6' + G \mu_6 = \epsilon \dots \dots \dots (21)$$

$$\text{但し } D_r = \frac{K_{(r-1)r}}{l_{(r-1)r}}, \quad C_r = \frac{2}{3} \lambda \left(\frac{K_{12}}{l_{12}^2} + \frac{K_{34}}{l_{34}^2} \right)$$

$$\dots \dots + \frac{K_{(r-1)r}}{l_{(r-1)r}^2} (\tan \theta_{rl} - \tan \theta_{ru})$$

$$G = \frac{4}{3} l_{78} \left(\frac{K_{12}}{l_{12}^2} + \frac{K_{34}}{l_{34}^2} + \frac{K_{56}}{l_{56}^2} + \frac{K_{78}}{2l_{78}^2} \right),$$

$$\epsilon = -\frac{1}{3} \sum_2^8 W - \frac{1}{3} \sum_2^6 W$$

(D) 支間釣合方程式 左右両支点は水平方向に移動しない故

$$\mu_2 \frac{\lambda}{\cos \theta_{2l}} \sin \theta_{2l} - \mu_2' \frac{\lambda}{\cos \theta_{2l}} \sin \theta_{2l} + \mu_4 \frac{\lambda}{\cos \theta_{4l}}$$

$$\sin \theta_{4l} - \mu_4' \frac{\lambda}{\cos \theta_{4l}} \sin \theta_{4l} + \mu_6 \frac{\lambda}{\cos \theta_{6l}}$$

$$- \mu_6' \frac{\lambda}{\cos \theta_{6l}} \sin \theta_{6l} = 0$$

$$\text{即ち } \tan \theta_{2l} \mu_2 - \tan \theta_{2l} \mu_2' + \tan \theta_{4l} \mu_4 - \tan \theta_{4l} \mu_4'$$

$$+ \tan \theta_{6l} \mu_6 - \tan \theta_{6l} \mu_6' = 0 \dots \dots \dots (22)$$

(A), (B), (C), (D) 4種の釣合方程式を表示すれば

式	φ ₁	φ ₂	φ ₃	φ ₄	φ ₅	φ ₆	φ ₇	φ ₈	μ ₂	μ ₄	μ ₆	[H]	右辺	
(1)	δ ₁	K ₁₂	K ₁₃						K ₁₃	B ₄₀₂	B ₄₀₂	δ ₁	0	
(2)	δ ₁	K ₁₂	K ₁₃						K ₁₃	B ₄₀₂	B ₄₀₂	δ ₁	0	
(3)	K ₁₂	δ ₂		K ₂₄					K ₂₄	B ₄₀₂	B ₄₀₂	δ ₂	0	
(4)	K ₁₂	δ ₂		K ₂₄					K ₂₄	B ₄₀₂	B ₄₀₂	δ ₂	0	
(5)	K ₁₃		δ ₃	K ₃₄	K ₃₅				K ₁₃	B ₄₀₂	B ₄₀₂	δ ₃	0	
(6)	K ₁₃		δ ₃	K ₃₄	K ₃₅				K ₁₃	B ₄₀₂	B ₄₀₂	δ ₃	0	
(7)		K ₂₄	K ₃₄	δ ₄		K ₄₆			K ₂₄	B ₄₀₂	B ₄₀₂	δ ₄	0	
(8)		K ₂₄	K ₃₄	δ ₄		K ₄₆			K ₂₄	B ₄₀₂	B ₄₀₂	δ ₄	0	
(9)			K ₃₅		δ ₅	K ₅₆	K ₅₇			K ₃₅	B ₄₀₂	δ ₅	0	
(10)			K ₃₅		δ ₅	K ₅₆	K ₅₇			K ₃₅	B ₄₀₂	δ ₅	0	
(11)				K ₄₆	K ₅₆	δ ₆	K ₆₈			K ₄₆	B ₄₀₂	δ ₆	0	
(12)				K ₄₆	K ₅₆	δ ₆	K ₆₈			K ₄₆	B ₄₀₂	δ ₆	0	
(13)					K ₅₇	K ₅₇	δ ₇	K ₇₈			K ₅₇	δ ₇	0	
(14)						K ₆₈	K ₆₈	δ ₈			K ₆₈	δ ₈	0	
(15)	Q _{2l}	Q _{2u}	R _{2l}	R _{2u}					L ₂			T ₂	V ₂	
(16)	Q _{2l}	Q _{2u}	R _{2l}	R _{2u}					L ₂			-T ₂	V ₂	
(17)		Q _{4l}	Q _{4u}	R _{4l}	R _{4u}				L ₄			-T ₄	V ₄	
(18)			Q _{4l}	Q _{4u}	R _{4l}	R _{4u}			L ₄			-T ₄	V ₄	
(19)				Q _{6l}	Q _{6u}	R _{6l}	R _{6u}			L ₆		-T ₆	V ₆	
(20)					Q _{6l}	Q _{6u}	R _{6l}	R _{6u}			L ₆	-T ₆	V ₆	
(21)	D ₂	D ₂	D ₂	D ₂	D ₃	D ₃	D ₃	D ₃	D ₃	C ₂	C ₂	C ₄	C ₄	ε
(22)														0

表-1の如くなる。表-1に於て、未知数 φ, μ 及び [H] の数は方程式の数と等しいから解く事が出来る。かくして求めた φ, μ を (1) 式に入れば材端モーメント M が求まり又 [H] より水平反力 H が求まる。格間数奇数の場合に対しても、又任意の格間数を有する場合に対しても前述の場合と全く同様に釣合方程式を求める事が出来る。

お断り 前掲の後藤、内田両氏の投稿原稿は論文集掲載予定のものとして載せる予定でしたが、種々の事情で相当の頁を占めました。