纖力に就て云えば，慣性モーメントが建設時の約30%内外減少した時，或は補强に要する費用が，架設換えの費用より安價でない時，改築する樣に設計計畫を立てている事を附言して置く。（昭 22. 4. 25 受付）

等强梁及び等强柱に就いて

正員　倉田宗章*

要旨　所謂等强梁[1]とは梁の各斷面に於ける最大纖維應力を一定に保つ如き變斷面の梁であつて梁材料を最も有効に働かす目的を以て古くから取扱はれてゐるもので $\sigma=\frac{M}{I}y=$一定なる周知の關係で簡單に求められた問題であるが今少しく異つた觀點から包括的に關係問題を論じた。

〔1〕基礎理論

梁の歪エネルギー：W は剪斷力の影響を無視すれば

$$W=\frac{1}{2}\int_0^l\frac{M^2}{EI}dx$$

但し　M：曲げモーメント

E：材料の彈性係數(ヤング率)

I：斷面の慣性モーメント

で表はされる梁の斷面積を A とすれば梁の體積 V は

$$V=\int_0^l A\ dx$$

である從て V が一定で W を最小ならしむる梁形を考へるとすれば求むる梁形は

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{M^2}{EI}\right)+\lambda\frac{\partial A}{\partial y}=0\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

で與へられる。但し y は斷面を表す或る寸法とす。外力が單一集中荷重 P とすれば平衡の位置に於て

$$\frac{1}{2}P\eta=W\quad\text{但し }\eta\text{: 荷重位置の撓み}$$

であるから

$$\eta=\frac{1}{P}\int_0^l\frac{M^2}{EI}dx$$

となり (1)式は荷重位置の最小撓みを與へる梁形を表はす事となる。又梁上任意點の撓みを ζ とすれば

$$\zeta=\int_0^l\frac{MM'}{EI}dx$$

但し M' は考へる點に働く荷重（荷重無き時は假想荷重）を X とすれば $\frac{\partial M}{\partial X}$ を表はすものとす。

從て ζ を最小ならしむる梁形を考へるとすれば

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{MM'}{EI}\right)+\lambda\frac{\partial A}{\partial y}=0\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

で與へられる單一集中荷重の場合荷重點の撓みを問題とすれば(2)式と(1)式とは明に一致する。

其他梁の撓曲線の曲率を $\frac{1}{\rho}$ とすれば梁全體の曲率が最小自乘法の意味に於て最小となる梁形として

$$\int_0^l\left(\frac{1}{\rho}\right)^2dx=\int_0^l\left(\frac{M}{EI}\right)^2dx=\min.$$

なる條件を考へる事も出來るであらう。

〔2〕等强梁

(1) 圓形斷面の單純梁

斷面の半徑：r，梁軸を x 軸に探り，尙，斷面積：A 斷面の慣性モーメント：I は夫々

$$A=\pi r^2$$

$$I=\frac{1}{4}\pi r^4$$

此等の値を前記 (1)式に代入すれば y の代りに r と置いて

$$\frac{M^2}{E}\cdot\frac{\sigma}{\sigma r}\left(\frac{4}{\pi r^4}\right)+\lambda\frac{\sigma\pi r^2}{\sigma r}=0$$

此より　$$\frac{8}{\lambda\pi^2E}M^2=r^6\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

扨斯る梁の纖維應力は

$$\sigma_{max}=\frac{M}{I}r=\frac{4M}{\pi r^4}r=\sqrt{2\lambda E}$$

即 x に無關係な常數となり(3)式の表はす梁形が等强梁に他ならない事が分る。

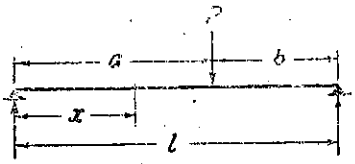
a)　<u>單一集中荷重を受ける場合</u>　圖—1 に示す如き荷重狀態に於て曲げモーメントは

---

* 北海道大學助教授

1)　Beam of uniform strength

圖—1.



$[0<x<a]$ で $\qquad M=\frac{Pb}{l}x$

$[a<x<l]$ で $\qquad M=\frac{Pa}{l}(l-x)$

梁形は (3)式により

$[0<x<a]$ では $\qquad r^6=\frac{8P^2b^2x^2}{\lambda E\pi^2 l^2}$

$$\therefore \quad r=\left(\frac{8P^2l^2}{\lambda E\pi^2}\right)^{1/6}\left(\frac{b}{l}\right)^{1/3}\left(\frac{x}{l}\right)^{1/3}$$

$\left(\frac{8P^2l^2}{\lambda E\pi^2}\right)=K^6$ とおけば

$$r=K\left(\frac{b}{l}\right)^{1/3}\left(\frac{x}{l}\right)^{1/3} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(4\cdot1)$$

又 $V_1=\int_0^a \pi r^2 dx$ とおき(4·1)式より r^2 を求め代入して計算すれば

$$V_1=\frac{3}{5}\pi K^2 l\left(\frac{b}{l}\right)^{2/3}\left(\frac{a}{l}\right)^{5/3}$$

$[a<x<l]$ では同様に

$$r=K\left(\frac{a}{l}\right)^{1/3}\left(1-\frac{x}{l}\right)^{1/3} \cdots\cdots\cdots\cdots (4\cdot2)$$

又 $V_2=\int_a^l \pi r^2 dx$ とおき(4·2)式より r^2 を求め代入して計算すれば

$$V_2=\frac{3}{5}\pi K^2 l\left(\frac{a}{l}\right)^{2/3}\left(\frac{b}{l}\right)^{5/3}$$

梁全體の體積 V 與へられるとせば

$$V=V_1+V_2=\frac{3}{5}\pi K^2 l\left\{\left(\frac{a}{l}\right)^{5/3}\left(\frac{b}{l}\right)^{2/3}+\left(\frac{a}{l}\right)^{2/3}\left(\frac{b}{l}\right)^{5/3}\right\}=\frac{3}{5}\pi K^2 l\left(\frac{ab}{l^2}\right)^{2/3} \quad \cdots\cdots (5)$$

$$\therefore \quad K=\left(\frac{5V}{3\pi l}\right)^{1/2}\left(\frac{l^2}{ab}\right)^{1/3}$$

故に(4·1), (4·2)に之の K の値を代入して梁形は次式で表はさる。

$[0<x<a]$ では

$$r=\left(\frac{5}{3\pi}\frac{V}{l}\right)^{1/2}\left(\frac{l}{a}\right)^{1/3}\left(\frac{x}{l}\right)^{1/3}=0.7284 \times\left(\frac{l}{a}\right)^{1/3}\left(\frac{V}{l}\right)^{1/2}\left(\frac{x}{a}\right)^{1/3}$$

$[a<x<l]$ では

$$r=\left(\frac{5}{3\pi}\frac{V}{l}\right)^{1/2}\left(\frac{l}{b}\right)^{1/3}\left(\frac{l-x}{l}\right)^{1/3}=0.7284 \times\left(\frac{l}{b}\right)^{1/3}\left(\frac{V}{l}\right)^{1/2}\left(\frac{l-x}{x}\right)^{1/3} \quad \cdots\cdots (6)$$

上式より荷重位置に於ける r は

$$r=0.7284\left(\frac{V}{l}\right)^{1/2}$$

即荷重位置の如何に拘らず一定である事となる。又二種の載荷狀態卽兩端支點より $(a,\ b)$ の位置及$(a',\ b')$ の位置に夫々載荷せる場合の梁形を(5)式に倣つて

$[0<x<a]$ ならば

$$r_1=c\left(\frac{l}{a}\right)^{1/3}\left(\frac{x_1}{l}\right)^{1/3}=c\left(\frac{x_1}{a}\right)^{1/3}$$

$[a<x<l]$ ならば

$$r_2=c\left(\frac{l}{b}\right)^{1/3}\left(\frac{l-x_2}{l}\right)^{1/3}=c\left(\frac{l-x_2}{b}\right)^{1/3}$$

後者に對して

$[0<x<a']$ ならば $\quad r_1'=c\left(\frac{x_1'}{a'}\right)^{1/3}$

$[a'<x<l]$ ならば $\quad r_2'=c\left(\frac{l-x_2'}{b'}\right)^{1/3}$

と書き二種の梁形に於ける同一太さの位置の x 座標を比較してみる爲に

$r_1=r_1'$ とおけば $\quad \frac{x_1}{a}=\frac{x_1'}{a'}$

$r_2=r_2'$ とおけば $\quad \frac{l-x_2}{b}=\frac{l-x_2'}{b'}$

或は $\quad \frac{l-x_2}{l-a}=\frac{l-x_2'}{l-a'}$

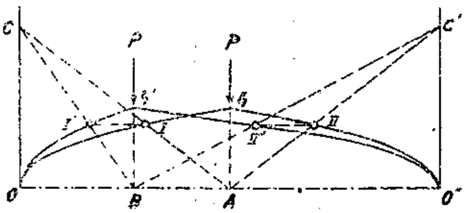
$r_1=r_2$ とおけば $\quad \frac{x_1}{a}=\frac{l-x_2}{b}=\frac{l-x_2}{l-a}$

此等の關係から又

$$\frac{x_1-x_1'}{a-a'}=\frac{x_2-x_2'}{a-a'}$$

以上の諸關係を利用すれば或荷重に對する梁形を描いて置けば他の任意點に載荷した場合に對する梁形は圖式に簡單に描く事が出來る。(圖—2 參照) 卽 A點に載荷せる場合の梁形を $0\,I\,h\,II\,0'$ とすれば B點に載荷せる場合の梁形は支端 0 (又は $0'$) に立てた梁軸への垂線上の任意點 C と A とを結び梁形曲線との交點を I (又は II) とすれば此點を通る梁軸への平行線と

圖—2.



線分 $\overline{CB}$ (又は $\overline{C'B}$) との交點 II (又は II') は求むる梁形曲線上の點である。

以上體積を係數とする梁形の式を求めたが應力を問題とすれば最大げ曲モーメントの生ずる位置に於ける r が定められれば(4・1)又は(4・2)式より逆に $\sqrt{K}$ が定まり梁形は決定する其時の梁體積は(5)より直に求まる。此際最大モーメントは載荷位置に生ずるから簡單な計算に依つて

$$[0<x<a] \text{ で } \quad r=\left(\frac{4P}{\pi\sigma}\right)^{1/3}(b)^{1/3}\left(\frac{x}{l}\right)^{1/3}$$

$$[a<x<l] \text{ で } \quad r=\left(\frac{4P}{\pi\sigma}\right)^{1/3}(a)^{1/3}\left(\frac{l-x}{l}\right)^{1/3}$$

之は普通の等强梁の公式に他ならない。

逆に歪エネルギー或は荷重位置の撓み一定なる梁中最小體積を與へる梁形を求めるには(4)式の K を歪エネルギーの積分より決定すればよい，同樣の計算により

$$\left.\begin{aligned}
&[0<x<a] \text{ で}\\
&r=\left(\frac{12Pl^3}{5\pi E\eta}\right)^{1/4}\left(\frac{a}{l}\right)^{1/6}\left(\frac{b}{l}\right)^{1/2}\left(\frac{x}{l}\right)^{1/3}\\
&\quad=0.9349\left(\frac{Pl^3}{E\eta}\right)^{1/4}\left(\frac{a}{l}\right)^{1/6}\left(\frac{b}{l}\right)^{1/2}\left(\frac{x}{l}\right)^{1/3}\\
&[a<x<l] \text{ で}\\
&r=0.9349\left(\frac{Pl^3}{E\eta}\right)^{1/4}\left(\frac{a}{l}\right)^{1/2}\left(\frac{b}{l}\right)^{1/6}\left(\frac{l-x}{l}\right)^{1/3}
\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (7)$$

此が等强梁なる事は言ふまでもない。要するに以上同一梁形を種々の係數を以て表はしたに過ぎない。

尚(6)式に依り表はされる梁の荷重點の撓み η を計算せば

$$\eta=\frac{108}{125}\frac{\pi}{E}\left(\frac{l}{V}\right)^2\frac{Pa^2b^2}{l}$$

同體積の圓形等斷面梁に就て同じ撓み η' を求むれば

$$\eta'=\frac{4}{3}\frac{\pi}{E}\left(\frac{l}{V'}\right)^2\frac{Pa^2b^2}{l} \quad \cdots\cdots (8)$$

$$\therefore \quad \eta=0.648\eta'$$

即荷重位置の如何に關せず等斷面の梁の撓みの約6割5分の撓みとなる又 (7)式で表される梁の體積は

$$V=1.6475\left(\frac{Pl}{E\eta}\right)^{1/2}ab$$

等斷面梁の體積は (8) を用ひて

$$V'=2.0466\left(\frac{Pl}{E\eta'}\right)^{1/2}ab$$

兩者の撓み等しいとした場合に體積を比較すれば

$$V=0.805V'$$

b) <u>等布荷重を受ける場合</u> 等布荷重であるから梁形は當然左右對稱形となり (3)式より同樣な計算で次式を得る。

$$[0<x<l/2] \text{ で } \quad r=K\left(1-\frac{x}{l}\right)^{1/3}\left(\frac{x}{l}\right)^{1/3}$$

K は前例に示す如く目的に應じて V, σ_{max} 等で表はさる可き係數とす。

c) <u>任意荷重を受ける場合</u> 任意荷重の場合に對しても梁の各位置に於ける曲げモーメントが算出されれば(3)式に依り等强梁を描く事が出來る，其際 λ は前例で說明せる如く適當な計算により V, σ, P, η 等で表はす事が出來る。

尚片持梁に對しても全く同樣に (3)式を用ひて計算せられる單一集中荷重を先端に受くる場合の梁形は〔單純梁の場合に於ける荷重位置を固定端と見做し支點反力を荷重と考へた場合に他ならぬから〕(6), (7)の各一方の式が該當する。

(2) 矩形斷面の單純梁

斷面の幅: w, 高さ: $2h$ とすれば

$$\text{斷面積 } A=2hw$$

$$\text{慣性モーメント } I=\frac{2h^3w}{3}$$

w, h を變數と考ふれば最小歪エネルギーの梁形は既述の如く次式で與へられる。

$$\frac{\partial}{\partial h}\left(\frac{M^2}{EI}\right)+\lambda\frac{\partial A}{\partial h}=0$$

$$\frac{\partial}{\partial w}\left(\frac{M^2}{EI}\right)+\lambda\frac{\partial A}{\partial w}=0$$

從て梁形は

$$\frac{9M^2}{Ewh^4}=4\lambda w \quad \cdots\cdots (8\cdot1)$$

$$\frac{3M^2}{Ew^2h^3}=4\lambda h \quad \cdots\cdots (8\cdot2)$$

となる，即兩式は明に聯立する事が出來ない故 w, h を同時に變化せしめては梁形を定める事が出來ない。

今幅 w が一定とすれば高さ h は (8·1)式より定まり高さ h が一定とすれば幅 w は (8·2)式より定る事となる。

a) 単一集中荷重を受ける場合　圖—1 の如き場合に對して w=一定とせば梁形は

$[0<x<a]$ で　$h=K\left(\frac{b}{l}\right)^{1/2}\left(\frac{x}{l}\right)^{1/2}$

$[a<x<l]$ で　$h=K\left(\frac{a}{l}\right)^{1/2}\left(1-\frac{x}{l}\right)^{1/2}$

若し又 h=一定とせば

$[0<x<a]$ で　$w=K\left(\frac{b}{l}\right)\left(\frac{x}{l}\right)$

$[a<x<l]$ で　$w=K\left(\frac{a}{l}\right)\left(1-\frac{x}{l}\right)$

で表はされる係數 K は前例同様それぞれの目的に應じて適當に決定する事が出來る。又此等の梁が等強梁なる事も容易に解る。

b) 等布荷重を受ける場合　梁は對稱形となるから半分丈考へればよい w=一定とせば

$[0<x<l/2]$ で　$h=K\left(1-\frac{x}{l}\right)^{1/2}\left(\frac{x}{l}\right)^{1/2}$

h=一定とせば $[0<x<l/2]$ で　$w=K\left(1-\frac{x}{l}\right)\left(\frac{x}{l}\right)$

で表はされる，これ又 K をパラメーターとする等強梁である。

次にモーメント M の他に此と直角方向のモーメント M' が作用するものとすれば此のモーメントに關する斷面の慣性モーメントは $I'=\frac{hw^3}{6}$ であるから，最小歪エネルギーの梁形は

$$\frac{\partial}{\partial h}\left(\frac{M^2}{EI}+\frac{M'^2}{EI'}\right)+\lambda\frac{\partial A}{\partial h}=0$$

$$\frac{\partial}{\partial w}\left(\frac{M^2}{EI}+\frac{M'^2}{EI'}\right)+\lambda\frac{\partial A}{\partial w}=0$$

從て I, I' の値を代入すれば

$$\left.\begin{aligned}\frac{9}{2h^4w^2}M^2+\frac{6}{h^2w^4}M'^2=2\lambda E\\ \frac{3}{2h^3w^2}M^2+\frac{18}{h^2w^4}M'^2=2\lambda E\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(9)$$

これより　$\frac{M}{M'}=\frac{2h}{w}$

即梁斷面の各邊は夫々に平行に作用する曲げモーメントに比例す可き事となる。此關係と(9)とより $\frac{M}{h^2w}=\sqrt{\frac{\lambda E}{3}}$ なる關係を得て　從て

$$\left.\begin{aligned}h=\left(\frac{M^2}{2M'}\right)^{1/3}\left(\frac{3}{\lambda E}\right)^{1/6}\\ w=\left(\frac{4M'^2}{M}\right)^{1/3}\left(\frac{3}{\lambda E}\right)^{1/6}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(10)$$

此で梁形は定まる。λ は適當な他の量で表はす事の出來るパラメーターであつて此梁が又等強梁なる事は容易に解る。

即　$\sigma=\frac{M}{I}h=\frac{3M}{2h^2w}$　$\sigma'=\frac{M'}{I'}\frac{w}{2}=\frac{3M'}{hw^2}$

とおけば

$$\sigma+\sigma'=\frac{3M}{2h^2w}+\frac{3M'}{hw^2}=\frac{3M}{2h^2w}+\frac{3}{hw^2}\frac{wM}{2h}$$

$$=\frac{3M}{h^2w}=\sqrt{3\lambda E}=\text{常數}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(11)$$

故に梁の稜線に沿つて生ず可き最大纖維應力 $\sigma+\sigma'$ が與へられれば上式より λ が定められる。勿論此場合も w, h のいづれか一方を常數とすれば梁形は(9)式のいづれか一方の式丈で表はされる事となるが其場合は等強梁とはならない。斯る場合も等強梁を得るには(11)式を用ひねばならない。然し歪エネルギーの點より梁の抵抗を考へるならば此場合必ずしも等強梁にするのが得策とは限らないだらう。

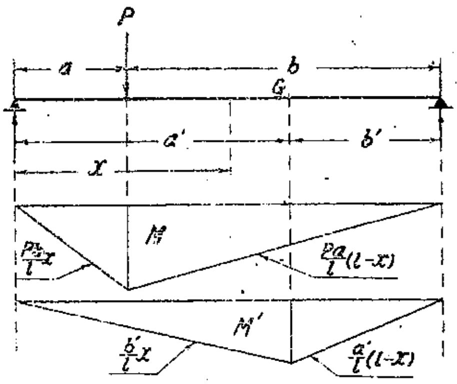
〔3〕 任意の位置の撓みを最小ならしむる梁形

(1) 圓形斷面梁

a) 単一集中荷重を受くる場合　圖—3 に示す梁に於て G 點の撓みを最小ならしむる梁形を求めてみよう，即梁形は(2)式により次式で與へられる。

$$\frac{8}{\lambda E\pi^2}MM'=r^6\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(13)$$

圖—3.



茲に M' は G 點に作用せしむる假想單位荷重に依る曲げモーメントを表はす

即 $[0<x<a]$ で $M=\dfrac{Pb}{l}x$ $\quad M'=\dfrac{b'}{l}x$

$[a<x<a']$ で $M=\dfrac{Pa\,(l-x)}{l}$ $\quad M'=\dfrac{b'}{l}x$

$[a'<x<l]$ で $M=\dfrac{Pa\,(l-x)}{l}$ $\quad M'=\dfrac{a'\,(l-x)}{l}$

梁形は

$[0<x<a]$ で $r^6=\dfrac{8Pbb'}{\lambda E\pi^2}\left(\dfrac{x}{l}\right)^2$

$$\therefore\quad r=\left(\frac{8Pbb'}{\lambda E\pi^2}\right)^{1/6}\left(\frac{x}{l}\right)^{1/3}$$

$\dfrac{8Pl^2}{\lambda E\pi^2}=K^6$ とおけば

$$r=K\left(\frac{bb'}{l^2}\right)^{1/6}\left(\frac{x}{l}\right)^{1/3}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{(14・1)}$$

又 $V_1=\int_0^a \pi r^2dx$ とおき上式より r^2 を求め代入して計算すれば

$$V_1=\frac{3}{5}\pi K^2\left(\frac{bb'}{l^2}\right)^{1/3}l\left(\frac{a}{l}\right)^{5/3}$$

$[a<x<a']$ では

$$r^6=\frac{8Pab'}{\lambda E\pi^2}\left(1-\frac{x}{l}\right)\left(\frac{x}{l}\right)$$

$$\therefore\quad r=\left(\frac{8Pl^2}{\lambda E\pi^2}\right)^{1/6}\left(\frac{ab'}{l^2}\right)^{1/6}\left(1-\frac{x}{l}\right)^{1/6}\left(\frac{x}{l}\right)^{1/6}$$

$$=K\left(\frac{ab'}{l^2}\right)^{1/6}\left(1-\frac{x}{l}\right)^{1/6}\left(\frac{x}{l}\right)^{1/6}\cdots\cdots\text{(14・2)}$$

又 $V_2=\int_a^{a'}\pi r^2dx$ とおき上式より r^2 を求め代入して計算すれば

$$V_2=\int_a^{a'}\pi r^2dx=\pi K^2\left(\frac{ab'}{l^2}\right)^{1/3}l$$

$$\times\int_{a/l}^{a'/l}t^{1/3}(1-t)^{1/3}dt=\pi K^2\left(\frac{ab'}{l^2}\right)^{1/3}l.S$$

但し

$$\left.\begin{aligned}S=0.75&\left\{\left(\frac{a'}{l}\right)^{4/3}-\left(\frac{a}{l}\right)^{4/3}\right\}\\-0.142857&\left\{\left(\frac{a'}{l}\right)^{7/3}-\left(\frac{a}{l}\right)^{7/3}\right\}\\-0.033333&\left\{\left(\frac{a'}{l}\right)^{10/3}-\left(\frac{a}{l}\right)^{10/3}\right\}\\-0.014245&\left\{\left(\frac{a'}{l}\right)^{13/3}-\left(\frac{a}{l}\right)^{13/3}\right\}\\-0.007716&\left\{\left(\frac{a'}{l}\right)^{16/3}-\left(\frac{a}{l}\right)^{16/3}\right\}\end{aligned}\right\}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{(14・2')}$$

$[a'<x<l]$ では

$$r=\left(\frac{8Paa'}{\lambda E\pi^2}\right)^{1/6}\left(1-\frac{x}{l}\right)^{1/3}$$

$$\therefore\quad r=K\left(\frac{aa'}{l^2}\right)^{1/6}\left(1-\frac{x}{l}\right)^{1/3}\quad\cdots\cdots\cdots\text{(14・3)}$$

又 $V_3=\int_{a'}^{l}\pi r^2dx$ を計算すれば

$$V_3=\frac{3}{5}\pi K^2\left(\frac{aa'}{l^2}\right)^{1/3}l\left(1-\frac{a'}{l}\right)^{5/3}$$

$$=\frac{3}{5}\pi K^2\left(\frac{aa'}{l^2}\right)^{1/3}l\left(\frac{b'}{l}\right)^{5/3}$$

梁の全體積 V が一定ならば

$$V=V_1+V_2+V_3=K^2\pi l\left\{\frac{3}{5}\left(\frac{bb'}{l^2}\right)^{1/3}\left(\frac{a}{l}\right)^{5/3}+\frac{3}{5}\left(\frac{aa'}{l^2}\right)^{1/3}\left(\frac{b'}{l}\right)^{5/3}+\left(\frac{ab'}{l^2}\right)^{1/3}S\right\}$$

$$\therefore\quad K=\left(\frac{V}{\pi Cl}\right)^{1/2}$$

但し $C=\dfrac{3}{5}\left\{\left(\dfrac{bb'}{l^2}\right)^{1/3}\left(\dfrac{a}{l}\right)^{5/3}+\left(\dfrac{aa'}{l^2}\right)^{1/3}\left(\dfrac{b'}{l}\right)^{5/3}\right\}+\left(\dfrac{ab'}{l^2}\right)^{1/3}S$

従て梁形は次の如く表はす事が出來る。

$$\left.\begin{aligned}&[0<x<a]:\ r=\left(\frac{V}{\pi Cl}\right)^{1/2}\left(\frac{bb'}{l^2}\right)^{1/6}\left(\frac{x}{l}\right)^{1/3}\\&[a<x<a']:\ r=\left(\frac{V}{\pi Cl}\right)^{1/2}\left(\frac{ab'}{l^2}\right)^{1/6}\left(1-\frac{x}{l}\right)^{1/6}\left(\frac{x}{l}\right)^{1/6}\\&[a'<x<l]:\ r=\left(\frac{V}{\pi Cl}\right)^{1/2}\left(\frac{aa'}{l^2}\right)^{1/6}\left(1-\frac{x}{l}\right)^{1/3}\end{aligned}\right\}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{(15)}$$

或は(14)の各式に於て，所定斷面に於て σ_{max} に一定値を採らしむる如く逆に K を決定してもよい。此爲に斯る梁形内の應力分布を調べてみる。

即纖維應力は $\sigma_{max}=\dfrac{M}{I}r=\dfrac{4M}{\pi r^3}$ であるから

$[0<x<a]$ では $\sigma_1=\dfrac{4Pl}{K^3\pi}\left(\dfrac{b}{b'}\right)^{1/2}=$ 一定

$[a<x<a']$ では $\sigma_2=\dfrac{4Pl}{K^3\pi}\left(\dfrac{a}{b'}\right)^{1/2}\left(\dfrac{l-x}{x}\right)^{1/2}$

即此間では纖維應力は一定とはならない，又 $\dfrac{d\sigma}{dx}\neq 0$ より此間に σ 極の値もなく，

$$\frac{4Pl}{K^3\pi}\left(\frac{b}{b'}\right)^{1/2} \gtreqless \sigma \gtreqless \frac{4Pl}{K^3\pi}\left(\frac{a}{a'}\right)^{1/2}$$

である。

$[a'<x<l]$ では $\sigma_3=\frac{4Pl}{K^3\pi}\left(\frac{a}{a'}\right)^{1/2}=$一定

となる。從て σ_1, σ_3 のいづれかが最大應力となり

$\sigma_1:\ \sigma_3=\left(\frac{b}{b'}\right)^{1/2}:\left(\frac{a}{a'}\right)^{1/2}$ なる關係にある。

次に G 點に於ける撓み η が與へられた時最小體積を與へる梁形を考へるとせば(14)式中の K を

$$\eta=\int_0^l \frac{MM'}{EI}dx=\text{一定}$$

なる條件より決定しなければならない。計算の結果

$$\eta=\frac{4Pl^3}{\pi EK^4}C \quad ;\ \text{但し } C \text{ は前記}$$

$$\therefore\quad K=\left(\frac{4C}{\pi E}\right)^{1/4}\left(\frac{Pl^3}{\eta}\right)^{1/4}$$

となる。即ち此場合は梁形は次の如く表はされることとなる。

$$\left.\begin{array}{l}
[0<x<a] \\
\quad : r=\left(\dfrac{4C}{\pi E}\right)^{1/4}\left(\dfrac{Pl^3}{\eta}\right)^{1/4}\left(\dfrac{bb'}{l^2}\right)^{1/6}\left(\dfrac{x}{l}\right)^{1/3} \\
[a<x<a'] \\
\quad : r=\left(\dfrac{4C}{\pi E}\right)^{1/4}\left(\dfrac{Pl^3}{\eta}\right)^{1/4}\left(\dfrac{ab'}{l^2}\right)^{1/6}\left(1-\dfrac{x}{l}\right)^{1/6}\left(\dfrac{x}{l}\right)^{1/6} \\
[a'<x<l] \\
\quad : r=\left(\dfrac{4C}{\pi E}\right)^{1/4}\left(\dfrac{Pl^3}{\eta}\right)^{1/4}\left(\dfrac{aa'}{l^2}\right)^{1/6}\left(1-\dfrac{x}{l}\right)^{1/3}
\end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots(16)$$

此梁の G 點の撓み η, と體積との間の關係は以上の諸式より直に

$$\eta=\frac{4Pl^3c}{\pi EK^4}=\frac{4\pi Pl^5c^3}{EV^2}=\frac{4\pi Pl^5}{EV^2}$$
$$\times\left[\frac{3}{5}\left\{\left(\frac{a}{l}\right)^{5/3}\left(\frac{bb'}{l^2}\right)^{1/3}+\left(\frac{b'}{l}\right)^{5/3}\left(\frac{aa'}{l^2}\right)^{1/3}\right\}+\left(\frac{ab'}{l^2}\right)^{1/3}S\right]^3$$

圓形等斷面の梁に就いて同様の關係式を導くと

$$\eta'=\frac{4\pi Pl^5}{EV'^2}\cdot\frac{1}{6}\left[2\left(\frac{a}{l}\right)^2\left(\frac{bb'}{l^2}\right)+\left(\frac{b}{l}\right)^2\left(\frac{ab'}{l^2}\right)-\left(\frac{b'}{l}\right)^2\left(\frac{ab'}{l^2}\right)\right]$$

此等兩式より $\eta=\eta'$ とおけば體積の比較が出來, $V=V'$ とおけば兩者の撓みが比較出來る。尙(14)式は a, b, a', b' に關して夫々對稱であるから G 點に荷重が載つた時元の荷重點の撓みを最小ならしむる梁形でもある。且, 相反作用の定理に依り此等兩者の撓みは等しい筈である。

扨一例として荷重位置に對して

$$\frac{a}{l}=\frac{1}{4}\qquad \frac{b}{l}=\frac{3}{4}$$

G 點に對して $\quad \frac{a'}{l}=\frac{5}{8}\qquad \frac{b'}{l}=\frac{3}{8}$

として G 點の撓み η を求むれば

$$\eta=0.00889\left(\frac{4\pi Pl^5}{EV^2}\right)$$

比較の爲同體積の圓形等斷面の梁に就いて G 點の撓みを求むれば

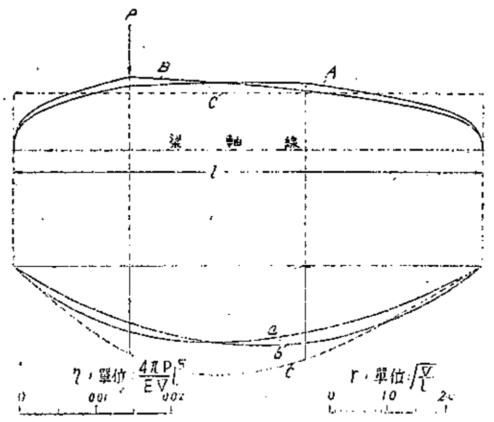
$$\eta'=0.01245\left(\frac{4\pi Pl^5}{EV^2}\right)$$

等强梁では

$$\eta''=0.01030\left(\frac{4\pi Pl^5}{EV^2}\right)$$

である。尙梁形及撓曲線が如何なる形を呈するか圖示すれば圖―4 の如くである。圖中 A 線は G 點の撓みを最小ならしむ可き梁形線, a 線は其撓曲線, C 線は同體積の圓形等斷面梁, c 線は同撓曲線, B 線は同體積の等强梁, b 線は其撓曲線を示す。

圖―4.



b) 等布荷重を受くる場合　荷重强度を q とすればG 點の撓みを最小ならしむるか若しくは其の撓みを一定とした時最小體積を得へる梁形は全く同樣の計算で次式で與へられる。

$$\left.\begin{aligned}[0<x<a'] \quad y&=K\left(\frac{b'}{l}\right)^{1/6}\left(\frac{x}{l}\right)^{1/3}\left(1-\frac{x}{l}\right)^{1/6}\\ [a'<x<l] \quad y&=K\left(\frac{a'}{l}\right)^{1/6}\left(\frac{x}{l}\right)^{1/6}\left(1-\frac{x}{l}\right)^{1/3}\end{aligned}\right\} \qquad \cdots\cdots(17)$$

上式が最小撓みの梁形を表はす場合には K は

$$K=\left(\frac{V}{\pi lS}\right)^{1/2}$$

最小體積の梁形を表はす場合には

$$K=\left(\frac{2qS}{E\pi\eta}\right)^{1/4}l$$

但し

$$\begin{aligned}S=0.666666&\left\{\left(\frac{b'}{l}\right)^{1/3}\left(\frac{a'}{l}\right)^{5/3}+\left(\frac{a'}{l}\right)^{1/3}\left(\frac{b'}{l}\right)^{5/3}\right\}\\ -0.125000&\left\{\left(\frac{b'}{l}\right)^{1/3}\left(\frac{a'}{l}\right)^{8/3}+\left(\frac{a'}{l}\right)^{1/3}\left(\frac{b'}{l}\right)^{8/3}\right\}\\ -0.080808&\left\{\left(\frac{b'}{l}\right)^{1/3}\left(\frac{a'}{l}\right)^{11/3}+\left(\frac{a'}{l}\right)^{1/3}\left(\frac{b'}{l}\right)^{11/3}\right\}\\ -0.013228&\left\{\left(\frac{b'}{l}\right)^{1/3}\left(\frac{a'}{l}\right)^{14/3}+\left(\frac{a'}{l}\right)^{1/3}\left(\frac{b'}{l}\right)^{14/3}\right\}\\ -0.006859&\left\{\left(\frac{b'}{l}\right)^{1/3}\left(\frac{a'}{l}\right)^{17/3}+\left(\frac{a'}{l}\right)^{1/3}\left(\frac{b'}{l}\right)^{17/3}\right\}\end{aligned}$$

となる。尙此兩者の K を等置すれば此梁の撓みと體積の關係が得られる卽

$$\left(\frac{V}{\pi lS}\right)=\left(\frac{2qS}{E\pi\eta}\right)^{1/2}l^2 \quad \therefore \quad V^2=2\pi S^3\frac{ql^6}{E}\cdot\frac{1}{\eta}$$

(未完)(昭 21. 9. 20 受付)

石炭積出港に於ける肩荷役と埠頭形式

正員 後藤宇太郎

要旨 華北の諸港に行はれて居る石炭荷役は主として天秤棒又は張棒を用ゐる所謂肩荷役作業である。此作業を合理化すると共に肩荷役による石炭積出港の埠頭設備のあり方を知るのが筆者のねらひである。

〔1〕 肩荷役作業

華北の諸港に於ける肩荷役運搬作業の狀況を見るに作業人員が或は多きに過ぎ，或は少きに過ぎ，唯雜然と配置されてゐるかに見える。肩荷役作業は恰もバケット・コンベーヤーの如く少しのよどみもなく作業者が圓滑に運搬作業をなしうる如く作業班の構成をなすべきである。

さて，運搬通路には平坦區間と勾配區間とがあるを常とする。然るに步行速度は勾配の急なるほど低下するものであつて，勾配の緩急に應じて自然的に變化するものである。依て作業班員の配列間隔は此速度の變化によつて支障をきたすことなきやう考慮されねばならぬ。

次に，石炭の籠入れ，石炭の船艙投入個所等に於ては作業班員が一時立止り或は步行速度をゆるめる等のことが起るものである。

以上諸點を考慮に加へる時は作業班員の間隔は距離を以て表はすよりは時間間隔を以て表すを可とするものなるを以てこれを時隔と名づけ，次の算式を設定した。

$$t_0=\frac{T_g}{n_g}+\frac{l}{v_0} \qquad \cdots\cdots (1)$$

玆に

$t_0=v_0$ なる速度で步行する時の時隔

v_0＝肩荷にて籠入れ個所を去る時の步行速度

T_g＝石炭の籠入れに要する時間

n_g＝石炭の籠入れを同時に爲し得る擔棒數

（籠入れ作業の廣さによつて定まる數）

l＝擔棒一本當りに必要なる籠入れ場の間口幅

以上の如くにして時隔がきまれば作業班の構成は(2)式に依つて算定しうる(圖--1 參照)。

$$P_s=\frac{1}{v_0t_0}\left\{\begin{aligned}&\left\{l_s-\left(\frac{b}{2}+s+\frac{h_s}{\tan\theta}+\frac{h_t}{\sin\gamma}\right)\right\}\\ &\times\left(1+\frac{1}{\varepsilon}\right)+\frac{h_s}{\sin\theta}\left(\frac{1}{M_\theta}+\frac{1}{D_{\theta'}}\right)\\ &+\frac{h_t}{\sin\gamma}\left(\frac{1}{D_\gamma}+\frac{1}{M_{\gamma'}}\right)+\frac{b}{2}\left(\frac{1}{\varepsilon_\omega}+\frac{1}{\varepsilon_\omega'}\right)\\ &+s\left(\frac{1}{\varepsilon_s}+\frac{1}{\varepsilon_s'}\right)+v_0(T_g+T_h)\end{aligned}\right\} \qquad \cdots\cdots (2)$$

玆に