報　文

非對稱鐵筋を有する矩形斷面が偏心荷重を受ける場合の一般解法に就いて

正會員　武　田　英　吉*

要　旨　偏心荷重を受ける鐵筋コンクリート矩形斷面に於いて壓縮鐵筋と引張鐵筋の面積が異なる場合の應力算定法，鐵筋量決定法，斷面決定法に就いて述べたものである。本法は二枚の圖表を一組とし其等を相對的に移動させて計算を行ふものであつて此方面の研究の一助ともなれば幸甚である。

目　次

1. 緒　言
2. 基本計算公式
3. 基本圖表の作成
4. 重合移動圖表の作成
5. 鐵筋量決定法
6. 應力算定法
7. 斷面決定法
8. 特殊圖表
9. 結　言

1. 緒　言

偏心荷重を受ける鐵筋コンクリート矩形斷面に關する應力算定，鐵筋量決定，斷面決定の方法は對稱鐵筋並に單鐵筋に對しては既に多くの實用的な數表，圖表が出來てゐる。

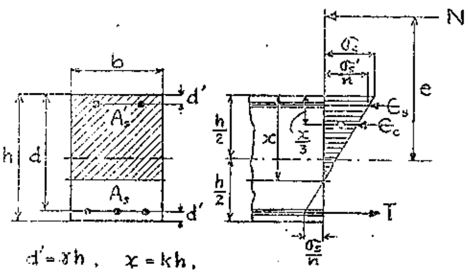
筆者も對稱鐵筋に對する圖表として昭和 15 年計算圖表を發表した[1]。しかしながら壓縮側と引張側に異つた量の鐵筋を有する矩形斷面に對してはそれほどには研究されてゐないやうである。

非對稱鐵筋斷面の場合，應力算定に關しては柴田氏著書[2]に計算圖表があり，他に計算公式による方法もあるが何れも試算又は三次方程式の解法をしなければならない。筆者が今回提唱せんとする方法は下準備に時間を要するけれども一旦用意が出來れば斷面應力をたゞ一度で算定することが出來る點興味深いものと考へる次第である。次に鐵筋量決定に關しては壓縮側と引張側の鐵筋量に特別の關係を持たせない場合の解法としては公式計算又は圖表計算により容易に各々の鐵筋量を別箇に求めることが出來ることは柴田氏著者，永田氏著書[3]，田口氏著書[4]等に記載の通りである。此問題に對しても筆者の方法は幾分簡單になる。最後に斷面決定の問題であるがこれは一般解法は最も難儀なものである。しかしながら斷面の適否を吟味するのに是非とも研究しておく必要がある。此問題を解くには筆者の方法に於いても試算を行はねばならない。

2. 基本計算公式

圖-1 に於いて引張鐵筋及壓縮鐵筋の重心を各々原點にとり，$\Sigma M=0$ を考へれば次式を得る。

圖-1.



$d'=\gamma h$,　$x=kh$,
$d=(1-\gamma)h$

$$\frac{N\left\{e+\left(\frac{1}{2}-\gamma\right)h\right\}}{bh^2\sigma_c}=\frac{k}{2}\left(1-\gamma-\frac{k}{3}\right)+\frac{n}{k}(k-\gamma)(1-2\gamma)p'\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

$$\frac{N\left\{e-\left(\frac{1}{2}-\gamma\right)h\right\}}{bh^2\sigma_c}=\frac{k}{2}\left(\gamma-\frac{k}{3}\right)$$

---

*　工學士　神戸高等工業學校教授

1)　セメント界彙報第 385 號（昭和 15 年 4 月）
2)　柴田直光著：ノモグラムに依る鐵筋コンクリートの計算
3)　永田　年著：鐵筋コンクリート設計法
4)　田口文雄編：鐵筋コンクリート計算表

$$+\frac{n}{k}(1-\gamma-k)(1-2\gamma)p \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

上式中，$\gamma=\frac{d'}{h}$，$k=\frac{n(1-\gamma)}{n+m}$，$m=\frac{\sigma_s}{\sigma_c}$ である。

今 $\gamma=0.10$，$n=15$ とゝれば

$$\frac{N(e+0.4h)}{bh^2\sigma_c}=\frac{k}{2}\left(0.9-\frac{k}{3}\right)+\frac{12}{k}(k-0.1)p' \equiv \delta' \quad \cdots\cdots(3)$$

$$\frac{N(e-0.4h)}{bh^2\sigma_c}=\frac{k}{2}\left(0.1-\frac{k}{3}\right)+\frac{12}{k}(0.1-k)p \equiv \delta \quad \cdots\cdots(4)$$

$$k=\frac{13.5}{15+m}$$

3. 基本圖表の作成

公式 (3),(4) 中の δ' は m,p' の函數，δ は m,p の函數となつてゐる。そこで m,p',p 等を適當に選び δ',δ の値を計算し兩對數方眼紙上におけば圖-2 及び圖-3 に示す圖表を得る。

之等圖表の p'-曲線群，p-曲線群は各々別箇に作成するものであつて，これにより鐵筋量決定をすることが出來ることは多くの著書にある通りである。しかしながら筆者の方法はかくの如く p' 及び p を別箇に求めずして之等を同時に讀取らうとするのである。後に述べる筆者の方法と比較するために，こゝに先づ普通の方法による例題を擧げる。

例題 (1)

(問) $M=600\,000$ kg cm，$N=8\,000$ kg，$b=40$ cm，$h=50$ cm，$d'=5$ cm，$\sigma_s=1\,200$ kg/cm²，$\sigma_c=40$ kg/cm² なる時 A_s 及 A_s' を求む。

(解) $\gamma=d'/h=5/50=0.10$

$e=M/N=600\,000/8\,000=75$ cm

$$\frac{N(e+0.4h)}{bh^2\sigma_c}=\frac{8\,000(75+0.4\times50)}{40\times50^2\times40}=0.190$$

$m=\sigma_s/\sigma_c=1\,200/40=30$

圖-2 より　$p'=0.0087$

次に，

$$\frac{N(e-0.4h)}{bh^2\sigma_c}=\frac{8\,000(75-0.4\times50)}{40\times50^2\times40}=0.110$$

$m=30$

圖-3 より　$p=0.0046$

從つて

$$A_s'=p'bh=0.0087\times40\times50=17.4\ \text{cm}^2$$

圖-2.　p'-曲線群（移動圖表）$\gamma=0.10$

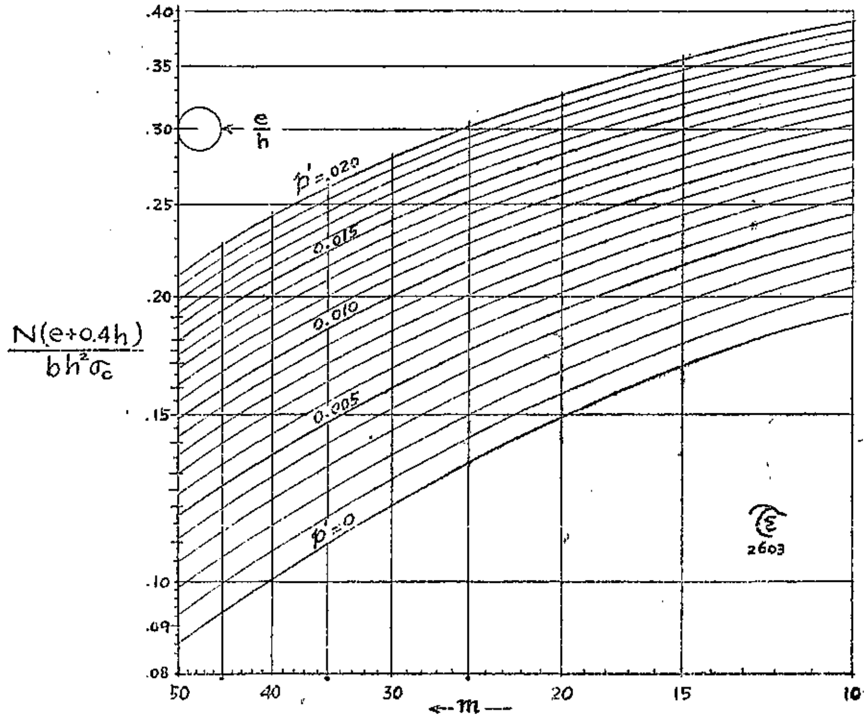
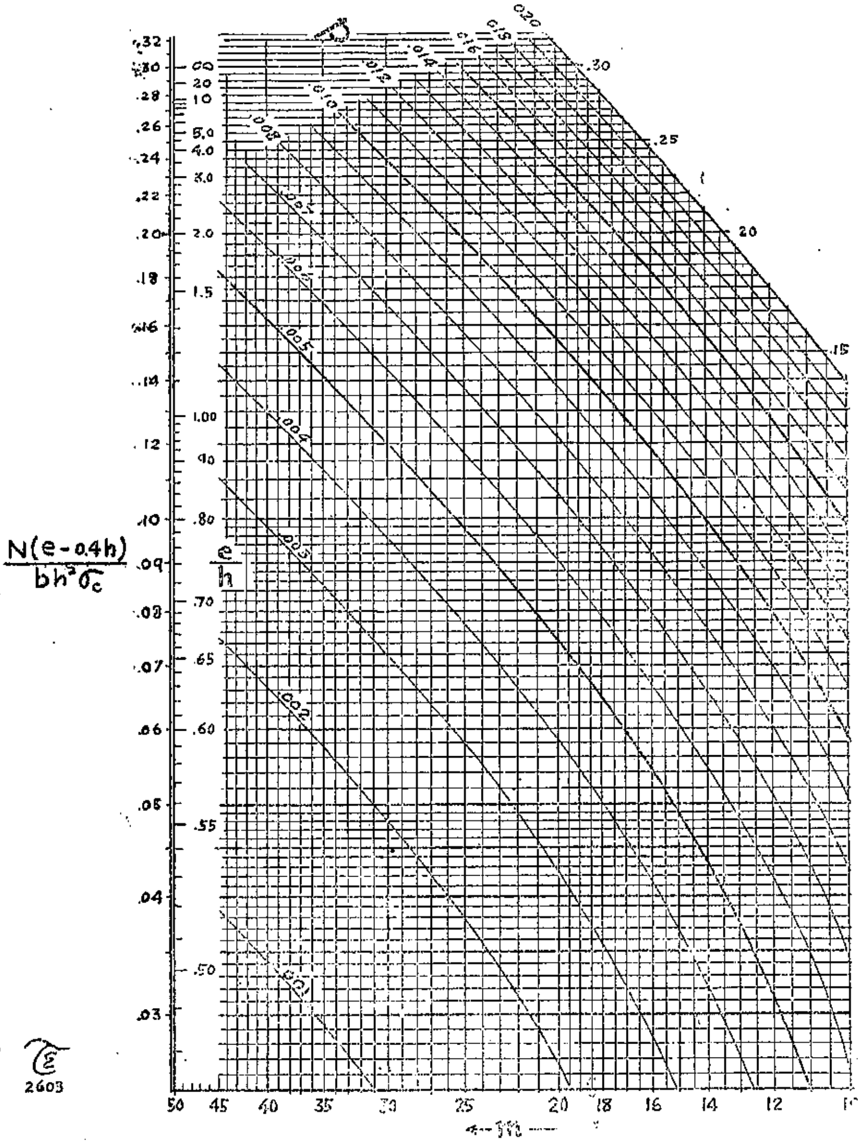


圖-3.　p-曲 線 群 (固定圖表) $\gamma=0.10$



$A_s=pbh=0.0046\times 40\times 50=9.2\ \mathrm{cm}^2$

4. 重合移動圖表の作成

前に述べた p'-曲線群と p-曲線群は δ' 及 δ を決定すべき函數が異るからそのまゝでは重ね合せて一つの圖表とすることは出來ない。今 δ と δ' との比をとれば

$$\frac{\delta}{\delta'}=\frac{e-0.4\,h}{e+0.4\,h}=\left(\frac{e}{h}-0.4\,h\right)\Big/\left(\frac{e}{h}+0.4\right)$$

$$\therefore\quad \delta=\delta'\times\left(\frac{e}{h}-0.4\right)\Big/\left(\frac{e}{h}+0.4\right)\equiv\delta'\cdot\mu$$

卽ち δ' に縮小乘數 μ を乘じたものを作れば，これを δ と同じ目盛でおいて，p'-曲線群と p-曲線群とを同じ函數目盛で讀取つて差支へないことになる。此縮小乘數 μ は表-1 に示す如く e/h に關聯して定まるものである。

縮小乘數を圖-2 の p'-曲線群に乘じたものを圖-3 の p-曲線群のところにおくといふことは，換言すれ

ば對數目盛を使つてゐるのであるから，圖-2 の p'-曲線群を圖-3 の p-曲線群に對して適當に下方へ移動して畫けばよいといふことになる。今，移動量を測る基準線を對數方眼目盛の 1 にとれば $e/h=\infty$ のときに乘數は 1 となり移動量は 0 であるから方眼目盛 1 のところに $e/h=\infty$ と記入する。又 $e/h=1$ では乘數 μ は 0.4285 となるから方眼目盛の 0.4285 のところに $e/h=1$ と書入れる。同様にして方眼目盛 0.8518 のところには $e/h=5$ とする。

表-1.

$\frac{e}{h}$	μ
0.5	0.1111
0.6	0.2000
0.7	0.2727
0.8	0.3333
0.9	0.3846
1.0	0.4285
1.5	0.5789
2.0	0.6666
2.5	0.7241
3.0	0.7647
4.0	0.8181
5.0	0.8518
6.0	0.8750
7.0	0.8918
8.0	0.9047
9.0	0.9148
10	0.9230
20	0.9607
50	0.9841
∞	1.0000

かくの如くして e/h 目盛が出來上ることになるが此目盛は出來上つてしまへば其後は圖表中の適當な場所に畫いて差支へないのである。今 p'-曲線群の方に e/h を讀取るべき指示線を畫き，p-曲線群の方に e/h 目盛をつけて兩曲線群を $e/h=1.5$ の狀態で重ね合せたものを示せば圖-4 の如くなる。

次に圖-4 の狀態に適合する例題を用ゐて其使用法を説明することにしたい。

5. 鐵筋量決定法

例題 (2)

（問） 例題 (1) と同じものとする。

（解） 題意により $e/h=75/50=1.5$ 其故に圖-4 を利用する。

$$\delta=\frac{N}{bh\sigma_c}\left(\frac{e}{h}-0.4\right)=\frac{8\,000}{40\times50\times40}(1.5-0.4)$$

$$=0.110$$

$$m=\sigma_s/\sigma_c=1\,200/40=30$$

圖表より直ちに $p'=0.0087$，$p=0.0046$ を得る。從つて前同様，$A_s'=17.4\ \mathrm{cm}^2$，$A_s=9.2\ \mathrm{cm}^2$ となる。此例題で分る如く計算の手數は前にくらべ幾分簡單となる。

一般に p', p の間に關係をつけ度い場合は以上の如く簡單に鐵筋量を定めることが出來る。次に p' と p の間に或條件をつけた場合を考へることにする。

例題 (3)

（問） $M=600\,000\ \mathrm{kg\,cm}$，$N=8\,000\ \mathrm{kg}$，$b=40\ \mathrm{cm}$，$h=50\ \mathrm{cm}$，$d'=5\ \mathrm{cm}$，$\sigma_{ca}=40\ \mathrm{kg/cm^2}$，$\sigma_{sa}=1\,200\ \mathrm{kg/cm^2}$，$A_s'=\frac{1}{3}A_s$ として A_s' 及 A_s を求む。

（解） $\frac{d'}{h}=\frac{5}{50}=0.10$，$\frac{e}{h}=\frac{M}{Nh}=\frac{600\,000}{8\,000\times50}$

$$=1.5$$

其故に圖-4 より $\sigma_c=40$ とゝり

$$\frac{N}{bh\sigma_c}\left(\frac{e}{h}-0.4\right)=\frac{8\,000}{40\times50\times40}(1.5-0.4)=0.110$$

$$=\delta$$

今，$\delta=0.110$ なる水平線上に於いて $p'=(1/3)p$ なる點を見出し，其點の m を讀取れば，$m=16.5$ となる。從つて $\sigma_s=m\sigma_c=16.5\times40=660\ \mathrm{kg/cm^2}$ となり 1 200 以下となつてゐるから差支へない。此時，$p'=0.003$，$p=0.009$ であるから

$$A_s'=p'bh=0.003\times40\times50=6.0\ \mathrm{cm}^2$$

$$A_s=p\,bh=0.009\times40\times50=18.0\ \mathrm{cm}^2$$ となる。

此例題によつて明かな如くコンクリート斷面を與へ其上に壓縮，引張鐵筋量の比をも與へた場合には斷面應力 σ_c，σ_s を同時に許容應力にすることは出來ないのである。尚コンクリート斷面のとり方により，$\sigma_c=\sigma_{ca}$ と假定して $\sigma_s>\sigma_{sa}$ となる場合がある。此時は $\sigma_c<\sigma_{ca}$ と假定して $\sigma_s=\sigma_{sa}$ となる場合の p', p を用ゐなければならない。

例題 (2) と例題 (3) の鐵筋量を比較すると前者は

$p'+p=0.0087+0.0046=0.0133$ であり後者は

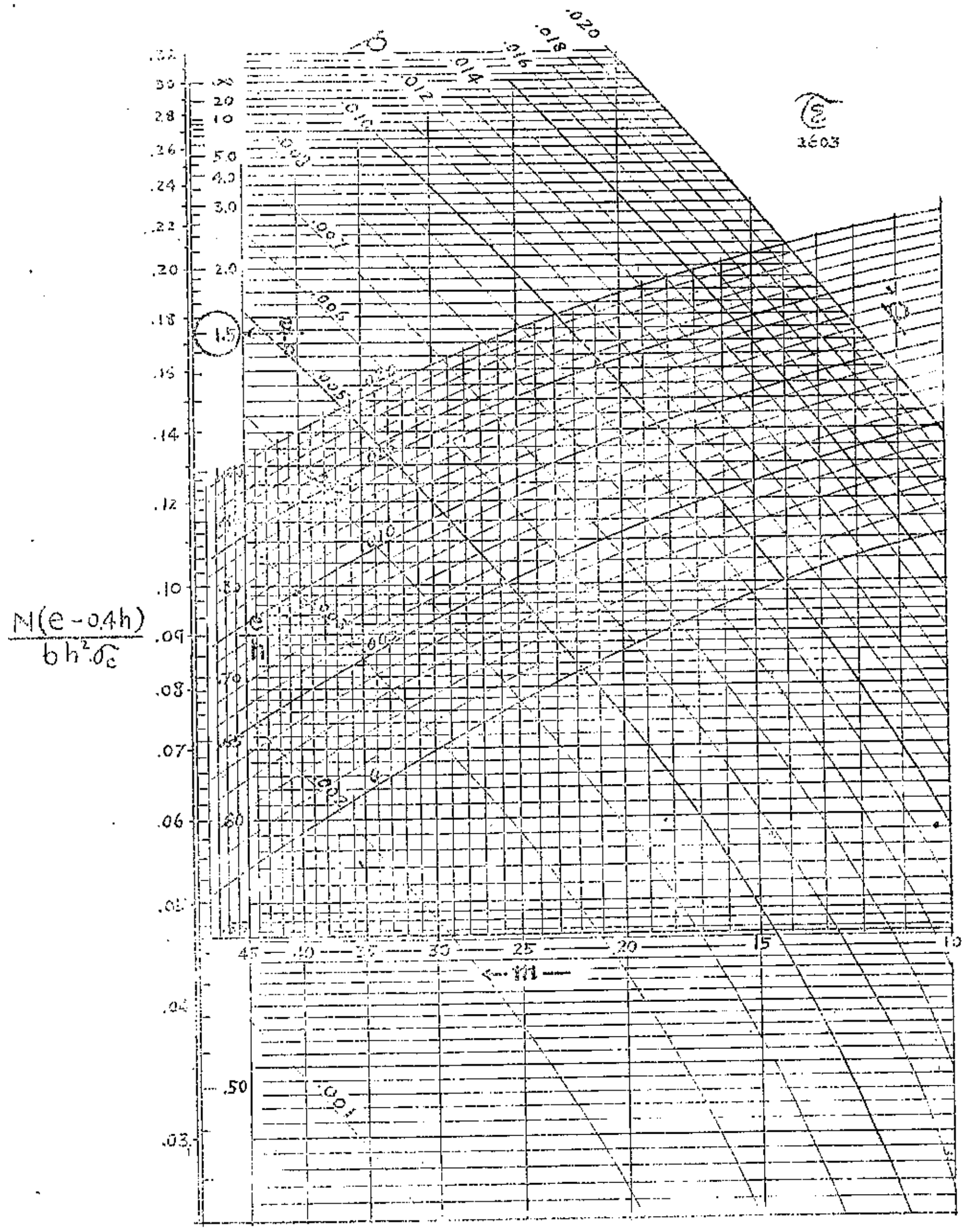
$p'+p=0.003+0.009=0.012$ である。其故に鐵筋量に於いては後者の方が少ない。しかも應力は前者に於いて $\sigma_c=40$，$\sigma_s=1\,200$ であり後者に於いて $\sigma_c=40$，$\sigma_s=660$ となつてゐる。從つて最小鐵筋量を與へる如き p' 及 p の値を求めるには，例題 (3) の場合についていへば $\delta=0.110$ 線上の $m=\sigma_{sa}/\sigma_{ca}=1\,200/40=30$ 以下の多くの點について吟味すればよい。しかるときは其結果圖-5 を得る。

之より $m=20$ に於いて $p'=0.0046$，$p=0.0072$ となるから最小鐵筋量は $p'+p=0.0118$ となる。かくの如くコンクリート斷面が與へられた場合の鐵筋量決定に於いては $\sigma_c=\sigma_{ca}$，$\sigma_s=\sigma_{sa}$ として決定した鐵筋量は必ずしも最小鐵筋量を與へるものではないのであるから $\sigma_c=\sigma_{ca}$，$\sigma_s<\sigma_{sa}$ として吟味すべきである。此點については吉田氏著書[5]，福田氏著書[6]に詳しい記載がある。例題 (3) の場合についていへば應力 $\sigma_c=40$，$\sigma_s=$

5) 吉田徳次郎著： 鐵筋コンクリート設計法

6) 福田武雄著： 鐵筋コンクリート理論

圖-4.　疊合移動圖表（$e/h=1.5$ とせるとき）$\gamma=0.10$



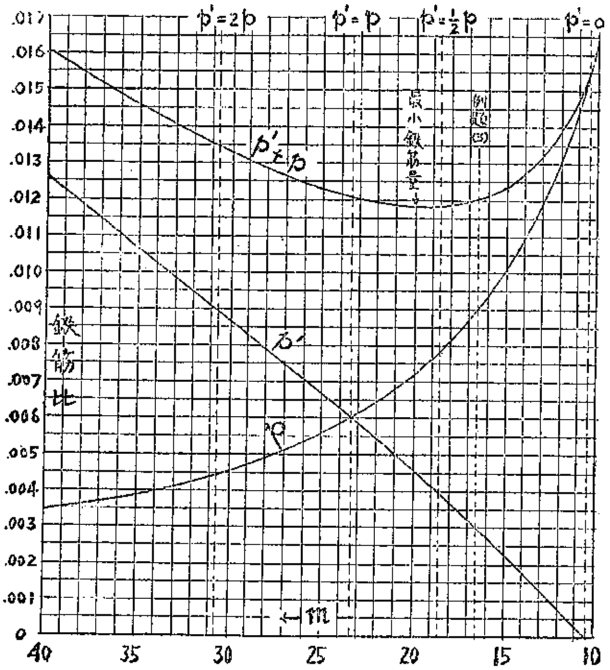
$m\sigma_c=20\times40=800$ となつてゐて $p'/p=0.64$ である。柴田氏著書によれば $\sigma_s=800\sim1\,000$ 位といふことになつてゐる。今 $\sigma_c=45$ とすれば $m=18\sim22$ となる。筆者は $p'>p$ なる如き斷面は明かに不適當なものと考へる。p'/p の適當なる値は 1/3〜2/3 位ではないかと思はれる。

6. 應力算定法

例題 (4)

（問）$M=450\,000$ kg cm, $N=6\,000$ kg, $b=30$ cm, $h=50$ cm, $d'=5$ cm, $A_s=18.0$ cm², $A_s'=6.0$ cm² なる時 σ_c, σ_s を求む。

圖-5.



(解) $\dfrac{d'}{h}=\dfrac{5}{15}=0.10,\quad \dfrac{e}{h}=\dfrac{M}{Nh}=\dfrac{450\,000}{6\,000\times 50}=1.5$

$$p'=\frac{A_s'}{bh}=\frac{6}{30\times 50}=0.004,$$

$$p=\frac{A_s}{bh}=\frac{18}{30\times 50}=0.012$$

故に圖-4 より

$$\frac{N}{bh\sigma_c}\left(\frac{e}{h}-0.4\right)=0.122=\delta,\quad m=14.1$$

を得る。

從つて

$$\sigma_c=\frac{N}{bh\delta}\left(\frac{e}{h}-0.4\right)=\frac{6\,000}{30\times 50\times 0.122}(1.5-0.4)$$

$$=36.1\ \text{kg/cm}^2$$

$$\sigma_s=m\sigma_c=14.1\times 36.1=509\ \text{kg/cm}^2$$

以上の如く應力算定は至極簡單明瞭である。單鐵筋の場合は $p'=0$ 曲線だけを使用すればあらゆる計算が出來る。

7. 斷面決定法

例題 (5)

(問) $M=450\,000$ kg cm, $N=6\,000$ kg, $b=30$ cm, $\sigma_c=40$ kg/cm², $\sigma_s=1\,200$ kg/cm², $A_s'=(1/3)A_s$ として h, A_s, A_s' を求む。但し $\gamma=0.10$ とす。

(解) 圖-4 を使用する。但し此場合は p'-曲線圖表を實際に移動させて運算をしなければならないので其經過を記述するにとゞめる。

$$e=\frac{M}{N}=\frac{450\,000}{6\,000}=75,\quad \sigma_c=40$$

とゝる。

第 1 次計算

今試みに $h=50$ cm と假定すれば

$$\delta=\frac{N}{bh\sigma_c}\left(\frac{e}{h}-0.4\right)=\frac{6\,000}{30\times 50\times 40}\left(\frac{75}{50}-0.4\right)$$

$$=0.110$$

$m=\dfrac{\sigma_s}{\sigma_c}=\dfrac{1\,200}{40}=30$, 此 δ, m により交點を見出し p を讀めば $p=0.0046$ 次に p'-曲線を重ね合せ移動させて $p'=(1/3)\,p=(1/3)\times 0.0046=0.0015\,3$ の線が同じ交點に來たときの e/h の値を讀取れば 4.4 を得るから, これより h を出せば $h=\dfrac{e}{4.4}=\dfrac{75}{4.4}=17<50$ 即ち假定値よりも小さく出た。これは h の假定が小さすぎたことを示す。

第 2 次計算

補正量として $\dfrac{50-17}{2}=16.5$ cm をとり h を次の通り假定する。$h=50+16.5=66.5$ cm しかるときは

$$\delta=\frac{6\,000}{30\times 66.5\times 40}\left(\frac{75}{66.5}-0.4\right)=0.0548,\quad m=30$$

此 δ, m より $p=0.0022$ なる故 $p'=(1/3)\times 0.0022=0.0007\,3$ 曲線を使用して $e/h=1.06$ を指示線により讀む。これより $h=75/1.06=70.7>66.5$ となり今度は h の假定値が大きすぎた。

第 3 次計算

$\dfrac{70.7-66.5}{2}=2.1$ cm だけ h を小さくとり $h=66.5-2.1=64.4$ とすれば前と同様にして $\delta=0.592$, $m=30$, $p=0.00245$, $p'=0.00082$, $e/h=1.17$ となり $h=64.1<64.4$ となる。大體等しくなつた。

第 4 次計算

$h=64.4+\dfrac{64.4-64.1}{2}=64.6$ ととつてやれば $\delta=0.588$, $m=30$. $p=0.0024$, $p'=0.0008$; $e/h=0\,116$ を得て $h=64.6$ cm となり假定値と一致したから之を採用する。尚 $A_s=pbh=0.0024\times 30\times 64.6=4.65$ cm², $A_s'=1/3\,A_s=1.55$ cm² である。d' は 6 cm 程になるが實用上は之以下にとれば差支へない。此例題は p 及 p' の値

圖-6. 對稱鐵筋斷面計算圖表

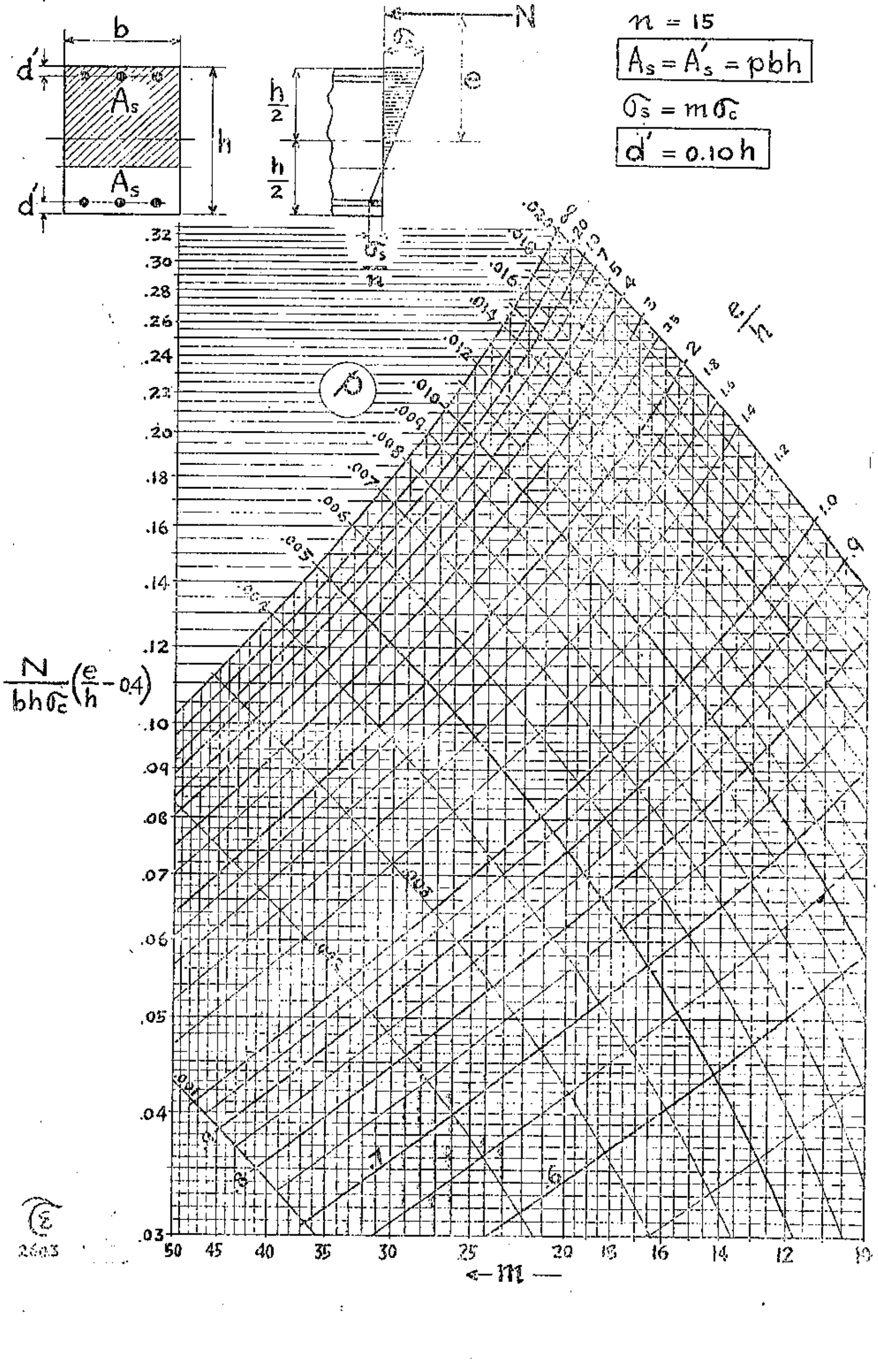


圖-7. 1:2 複鐵筋斷面計算圖表

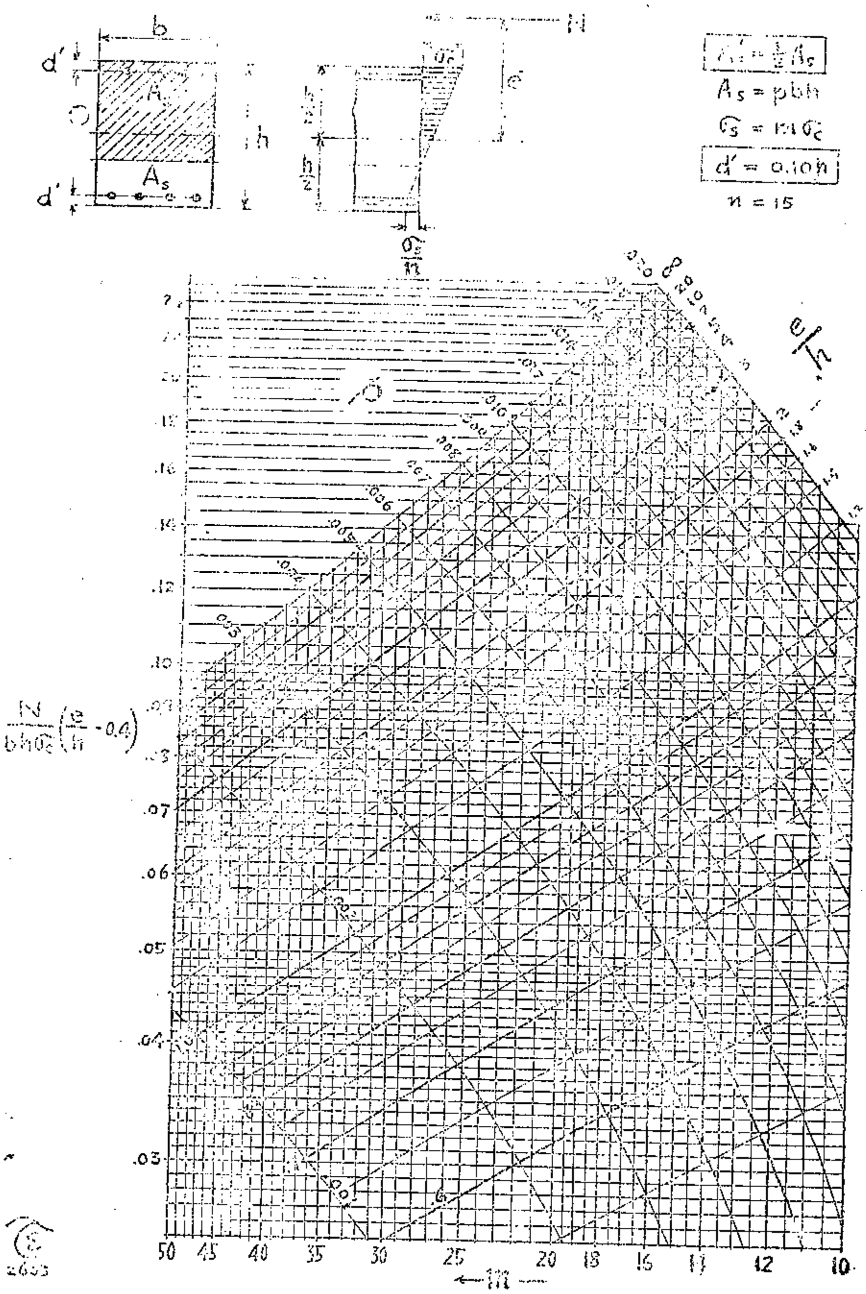
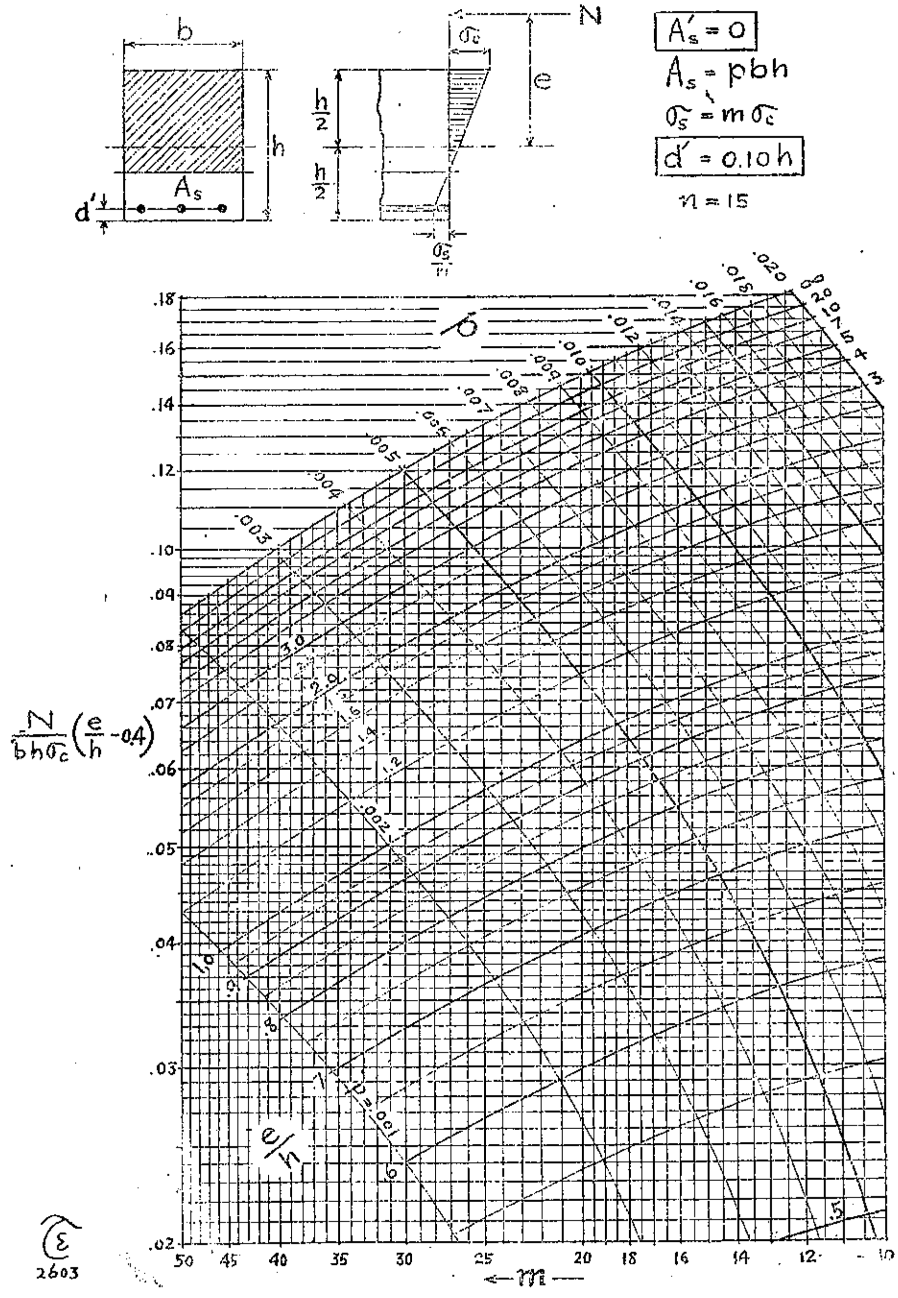


圖-8.　單鐵筋斷面計算圖表



があまり小さく出るので數値を圖表から讀取るのに困難である。

8. 特殊圖表

斷面の一般計算用としては以上述べた曲線移動法を用ゐればよいわけであるが此際 p' 及び p の間に或關係を持たせて各種の計算を行ふ場合に便利な圖表を作れば圖-6, 圖-7, 圖-8 の如くなる。圖-8 を使つて例題をやる。

例題 (6)

(問) $M=1260\,000$ kg cm, $N=4\,000$ kg, $b=100$ cm, $h=45$ cm, $d'=4.5$ cm, $A_s'=0$, $A_s=27$ cm² なる時 σ_c, σ_s を求む。

(解) $\dfrac{d'}{h}=\dfrac{4.5}{45}=0.10,\quad \dfrac{e}{h}=\dfrac{M}{Nh}=\dfrac{1\,260\,000}{4\,000\times45}=7.0$

$$p=\frac{A_s}{bh}=\frac{27}{100\times45}=0.006$$

圖-8 より $\delta=0.1185$, $m=25.01$ を得る故

$$\sigma_c=\frac{N}{bh\delta}\left(\frac{e}{h}-0.4\right)=\frac{4\,000}{100\times45\times0.1185}(7.0-0.4)$$

$$=49.6\ \text{kg/cm}^2$$

$$\sigma_s=m\sigma_c=25.01\times49.6=1\,244\ \text{kg/cm}^2$$

9. 結 言

斷面の計算は先づ適宜なる方法によつて斷面を定め，しかる後斷面について應力算定をなすべきものである。筆者提唱の曲線移動法によれば應力算定が至極容易に出來る。p'-曲線は全部を書く必要はなくして與へられた p' に相當する曲線1本と指示線とを圖-2から透明な紙の上に寫しとり p-曲線群上を移動させればよいわけである。尚以上說明したのは $\gamma=0.10$ に對する場合についてであるから此値が異るときは p' 及 p 曲線群は多少のズレを生ずることになる。γ の種々なる値に對する基本圖表を豫め作成しておけば實用上便利なわけである。

（昭. 18. 11. 29. 受付）