

土木學會誌論文集三月號内容梗概

凝集力を有する土の支持力

正會員 水 野 高 明*

著者は先に二次元問題として取扱ひ得る場合に於ける凝集力なき砂の支持力及び滑り面を求めた。本文に於ては、同一の場合に就きて、之に Caquot の方法を組合せて凝集力を有する土の支持力の問題へ擴張した。

今、土砂の内部摩擦角を ρ 、凝集力を c とすれば、凝集力を有する場合の限界釣合の條件は、全ての方向に $h=c \cot \rho$ なる假想の静水壓を附加したる場合の凝集力なき砂の限界釣合の條件に一致すると云ふ原理が Caquot によつて示された。そして Caquot は此原理を Reissner の支持力式に應用して土の支持力式を求めた。但し此場合は土砂の自重 γ の影響を無視して居るから、その適用の範圍は Reissner の場合と同様な制限を受ける。併し Caquot の理論を著者の方法に組合すれば、全ての場合に擴張し得るのである。

即ち之は地表に働く實荷重 p 及 q の外に地表面全體に假想の等布荷重 h を一様に加へて考へればよい事になる。此事は全區域に、

$$\chi^{(h)} = -\frac{h(x^2 + y^2)}{2} = -\frac{hy^2}{2}$$

* 工學士 九州帝國大學教授

なる應力函數を加へて考へる事となり、 $\chi^{(h)}$ による直應力は全區域全ての方向に $-h$ となり、剪斷應力は全ての方向に零である。よつて一般に任意の點の實際の直應力を σ 、剪斷應力を τ とし、 h を附加せる場合の夫等を夫々 $\bar{\sigma}$ 及 $\bar{\tau}$ とすれば、

$$\bar{\sigma} = \sigma - h, \quad \bar{\tau} = \tau$$

となり、此 $\bar{\sigma}$ 及 $\bar{\tau}$ について凝集力なき場合の釣合條件及び滑りの條件を適用する事が出来るのである。然も $\bar{\sigma}$ 、 $\bar{\tau}$ によつて求めた滑り面は實際の滑り面と一致する事も證明し得る。故に支持力 p を求めるには次の如き方法を取ればよい。

$$\text{今 } p+h=K(q+h)$$

と置けば、凝集力なき場合の支持力圖表に於て、 $(q+h)$ を過載荷重と見做す事によつて之に對應する $(p+h)$ が見出される。よつて

$$p=K(q+h)-h=K(q+c \cot \rho)-c \cot \rho$$

なる式から p が得られる。

以上により、凝集力なき場合の支持力圖表さへ作製して置けば、之を利用して凝集力ある場合の支持力をも見出し得る事になるのである。

(昭. 18. 10. 14. 受付)

構造力學の原理を應用せる線型 2 階微分方程式

$\ddot{y} + \rho(x)y = 0$ の解表示器に就て

正會員 工學博士 安 宅 勝*

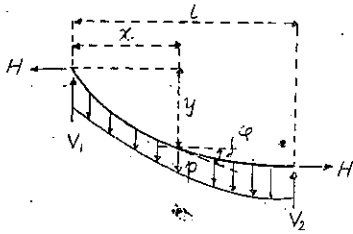
要 旨

撓屈理論、振動論其他に應用の廣い微分方程式 $\ddot{y} + \rho(x)y = 0$ 、さらに一般的には $\ddot{y} + f_1(x)\dot{y} + f_2(x)y = 0$ の解を簡單なる機械によつて求める方法を論じたものである。上述の第 2 の微分方程式は變換によつて \dot{y} の項を消すことが出来るから専ら第 1 の形即ち $\ddot{y} + \rho(x)y = 0$ に就て論ずることとする。微分方程式の解表示器は Integrator 或は differential analyzer と稱し既に一部には使用されて居るがその原理は簡單であるが

* 京城帝國大學教授

装置は複雑且龍大なものとなり且その取り扱ひに技術を要し一般的でない。著者の考案した機械はいさゝか原始的? な嫌が無いでもないがその使用目的が主として線型 2 階微分方程式の解法に限定されるけれども概略の解を迅速に求め得る點に於て特長がある様に思ふ。又所謂 non-homogeneous の場合即ち $\ddot{y} + \rho_1(x)y = \rho_2(x)$ の如き場合の解も容易に求め得られ、變斷面の柱の撓屈荷重、或は桁の撓み等を求める場合にも便利である。本考案はゴム絲の撓みを利用して微分方程式の解を階差的見地よりして近似的に表示せんとする

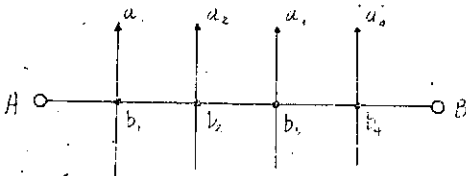
圖-1.



ものである、今糸に荷重 $p=f(x, y)$ が作用するときは $H \frac{d^2y}{dx^2} = -p$ となる。又任意の一點に於る糸の引張りは $T=H \sec \varphi$ となる。但 φ は切線の傾斜角である。従つて糸に $p=\rho(x)y$ なる如き荷重變化を與ふれば糸の變形は微分方程式の解を與える筈である。

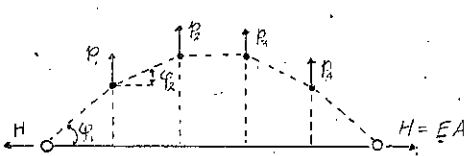
この目的のために平面上の 2 點 A, B 間に細いゴム糸を張り等間隔にこれと直交する伸びざる糸 a_1, b_1, a_2, b_2 等を張りこの糸の末端に所定の荷重變化を與ふれ

圖-2.



ばゴム糸の變形は微分方程式の解を與える筈である。ゴム糸はその長さの倍だけ即ち $H=EA$ なる¹⁾ 應力状態に引き張らねばならぬ。かくすればゴム糸の移動は圖-3 の如くになり、ゴムの應力はたとへば $T_1=$

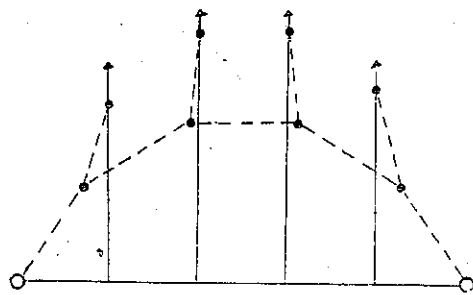
圖-3.



$H \sec \varphi_1, T_2=H \sec \varphi_2$ の如くになり $H=EA$ は變らず、 $H \frac{d^2y}{dx^2} = -p$ なる状態を現出する。断面 1mm 角位の 模型飛行機用ゴム糸にてこの初應力は 100 gr 程度のものである。ゴム糸の變形は略々弾性的で長さの約 5, 6 倍の伸長に耐える。ゴム糸に勝手な初張力を與えたのではその變形が圖-4 の如くになつて不都合である。 $p=\rho(x)y$ なる荷重變化を與ふるには滑車又は横杆を使用する。例へば滑車を使用せる場合には臺上にゴム糸を張り臺の兩側に等間隔に滑車を並べ伸

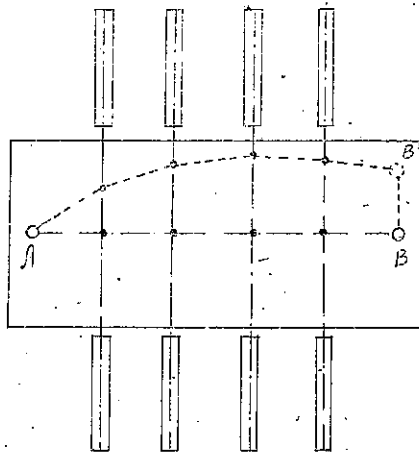
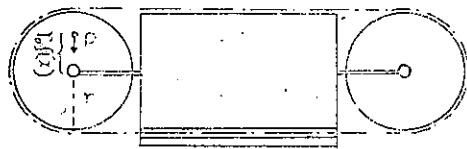
1) EA はそれぞれゴムのヤング率、断面積を示す

圖-4.



びざる糸をこれに圍繞せしめこの糸をゴム糸に結び付ける。滑車には $f(x)$ なる變化に應じて $\rho_0 f(x)$ なる位置に錘 P を釣る。端條件に應じてゴム糸の兩端を移動せしむれば滑車は廻轉して臺上に微分方程式の解を現はす¹⁾。ゴム糸の兩端を移動せしめぬ場合はゴム糸は直線を維持する¹⁾。即ち $x=0, y=0, x=l, y=0$ なる端條件に該當する²⁾。

圖-5.

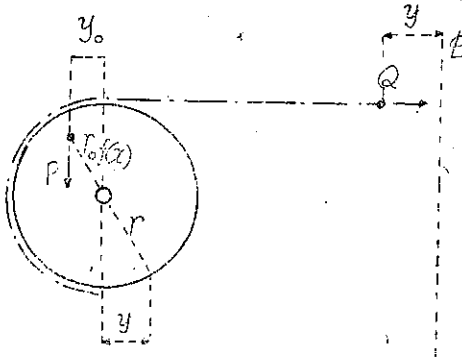


滑車の廻轉が小なるときは廻轉に伴ひ糸の末端に $Q = \frac{Pr_0}{r^2} f(x)y$ なる引張りを生ずる。即ち $f(x)y$ に比例する荷重變化を與えたことになる。

1) 圖-5 は $x=0, y=0, x=l, y=b$ に當る。

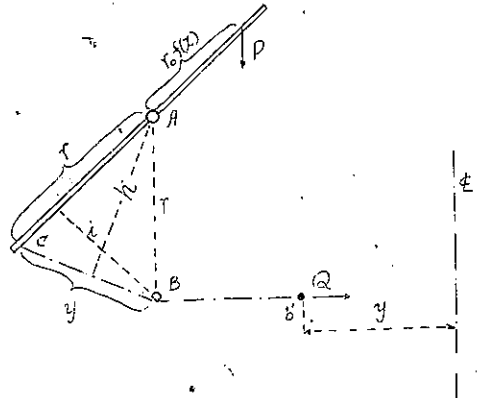
2) 錘 P の特定値に對してはゴム糸は不平衡の状態となり不定の變形をなす。所謂固有値の問題に歸する。

圖-6.



$$Q = \frac{Pr_0}{r^2} \rho(x)y \text{ となる。}$$

圖-7.



槓秤を利用せば正しく $Q = \frac{Pr_0}{r^2} \rho(x)y$ となる。圖-7 に於て槓秤は A 點を軸として廻轉する。B は滑點であつて aBb' は伸びざる糸である。b' が y だけ移動すれば

$$Q = \frac{Py_0}{h}, \quad hy = ir, \quad i = y_0 \times \frac{r}{r_0 \rho(x)} \text{ 故}$$

(昭. 18. 10. 19. 受付)

射流現象、特に射流の流體抵抗に就て (2)

正會員 工學博士 本 間 仁*

前回の報告に於ては、流れの抵抗を單位長さ當りに

$$h = \lambda \frac{1}{R} \frac{v^2}{2g}$$

で表はした時に、射流に於ては係數 λ が Reynolds 數 Re によつてのみならず、Froude 數 F_r によつても變化する事を指摘した。今回は更に前回と類似の實驗によつてこの事實を確かめると共に、前回にも豫想された様に Reynolds 數が一定に保たれてゐれば F_r が増加すると共に λ は一旦増加して最高値に達し、

その後は F_r の増加と共に λ が減少する傾向のある事を實驗的に認めた。

この様に抵抗係數が Froude 數に影響される事の一つの原因として、射流の流れ方が Froude 數によつて變化するであらうと言ふ事は前回の報告でも注意した。今回は水面に於ける亂れの程度を觀測して、 F_r の増加に伴つて亂れ方はかなり小さくなる事を認めた。又亂れに關聯して射流の速度分布を測定して之から λ の變化に就ての一考察を行つた。

(昭. 18. 11. 4. 受付)

* 東京帝國大學教授

撓角法による開脚多角形ラーメンの彈性方程式表

正會員 工學博士 酒・井 忠 明*

開脚多角形ラーメン構造は各種の土木建築構造物に使用せられてゐるが、茲に撓角法を用ひ極めて簡潔にして規則正しい彈性方程式表を作成しこの種ラーメンを機械的に且無雜作に解決し得る様にした。

本法は變斷面部材よりなるのみならずアーチの如き曲線部材を有する場合にも之を多角形と見做しその儘適用出来るものである。

表-1 は圖-1 の如き n 個の部材よりなる最も一般形の鉸端開脚多角形ラーメンを解くべき彈性方程式表

* 北海道帝國大學教授

表-1.

式	方 程 式 左 辺																				方 程 式 右 辺	
	φ_1	φ_2	φ_3	\dots	φ_{n-2}	φ_{n-1}	φ_n	φ_{n+1}	ψ_1	ψ_2	ψ_3	\dots	ψ_{n-2}	ψ_{n-1}	ψ_n	ψ_{n+1}	ψ_{n+2}	ψ_{n+3}	ψ_{n+4}	ψ_{n+5}		
節 點 方 程 式	(1)	(2)	(3)																		C_1	
																						C_2
																						C_3
																						C_4
																						C_{r+1}
																						C_{r+2}
																						C_n
																						C_{n+1}
支 座 方 程 式																						S_1
																						S_2
																						S_3
																						S_r
																						S_{r+1}
																						S_{r+2}
																						S_{n-1}
																						S_n
支 座 方 程 式																						0
																						0

$$\begin{aligned}
 & l_r = 2(M_{r+1} + M_r) \quad (r=2 \sim n) \quad j_r = 2M_r \quad j_{n+1} = 2M_n \\
 & C_r = C_{r+1} + C_{r+2} \dots + C_{n+1} \quad (r=2 \sim n) \quad C_1 = C_{r2} \quad C_{n+1} = -C_{n+2} \\
 & S_r = \frac{1}{2} M_r \cdot \left(\sum_{i=1}^r P_i \right) x_r + \left(\sum_{i=1}^r M_i \right) y_r + (C_{r+1} - C_{r+2}) \quad (r=2 \sim n)
 \end{aligned}$$

である。
 この表中節點方程式は各節點に於ける節點平衡條件式と鉸端に於ける鉸條件式に撓角式を代入して得られるものであり、部材方程式は各部材を別々に取り出しこの平衡を考へ部材平衡條件式を作り之に撓角式を代入して得られる。

又最後の二つの角方程式は幾何學的關係から直ちに得られるところのものである。

茲に φ_r は節點廻轉角の $2E$ 倍、 ψ_r は部材廻轉角の $-6E$ 倍、 K_r は部材斷面の慣性モーメントを部材長にて除したるもの即ち剛度、 E は弾性係數、 $C_{r,r+1}$ 、 $C_{r+1,r}$ は荷重項で部材 $r-r+1$ 上の荷重のみに關するもので、節點 r 及 $r+1$ が固定せる場合この荷重により是等固定端に生ずる曲げモーメントはこの $-C_{r,r+1}$ 及 $C_{r+1,r}$ で衆知の所である。 V 及 H は右支點の反力で V は上向き、 H は左向きに働くものとする。

尙表中 x_r 、 y_r は r 番目部材の水平長及垂直長を表はし、部材の向きを節點番號順に考へて上及右向きの

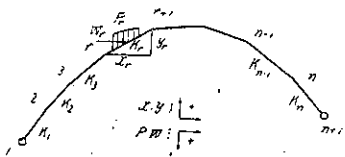
時は正值、下及左向きの時は負値をとるものとする。

又 P_r 、 W_r は部材 r 上の垂直荷重の總和及水平荷重の總和を表はすもので、圖には r 部材上のものより示してゐないが他部材のものは省略してあるのである。 M_r は r 部材上の荷重による節點 r の廻りのモーメントを表はす。

固定端ラーメンの場合には φ_1 、 $\varphi_{n+1} = 0$ で表-1中、節點方程式 (1) と $(n+1)$ を除く丈でその彈性方程式表が得られる。

その他、溫度變化、支點沈下、對稱ラーメン等に關する彈性方程式表、各節點の變位計算及表-1 の如き方程式の取扱ひ方については本文に詳述する。

圖-1.



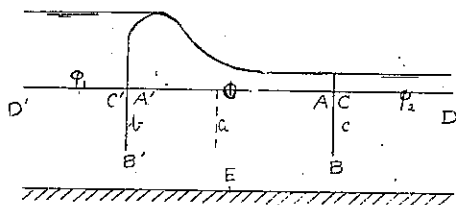
(昭. 18. 11. 24. 受付)

滲透性基礎の地下水流と揚壓力に就て

正會員 工學博士 本 間 仁*
濱 田 徳 一**

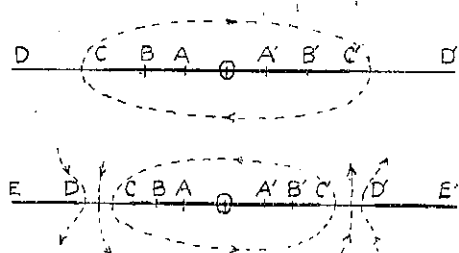
圖-1 の様な低堰堤基礎の透水の問題の中で、 a の様な 1 つの矢板がある場合に就ては不滲透層 NN の

圖-1.



ある場合、ない場合共に解が求められてゐる。そこで本論文では b, c の様な長さの等しい 2 つの矢板がある場合に就ての解を求めて、矢板の長さ及び不滲透層の深さを幾通りかに變へて數値計算を行ひ、底面及び矢板面に沿ふ速度分布、揚壓力分布等を求めた。解法は圖-1 の z 面 ($z=x+iy$) を一旦圖-2 の様な z_1 面に移して CC' の周りの循環流に變へるのである。

圖-2.



不滲透層のない場合は

$$\left. \begin{aligned} w = \varphi + i\psi &= \frac{\Delta\varphi}{\pi} \cos^{-1} \left[\frac{1}{n} \sin(u, k) \right] \\ z = x + iy &= \left(\frac{1}{k} - km^2 \right) u - \frac{1}{k} E(u) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(1)$$

但し $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$, $\sin(u, k)$ は Jacobi の楕圓函數、 E は第二種楕圓積分で、 k, m, n は堰堤底幅、矢

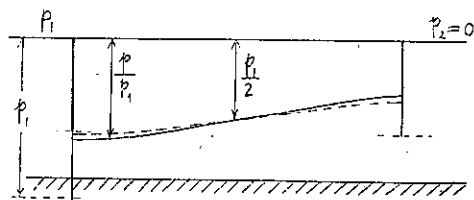
板の長さ等から定まる。尚 $z_1 = \sin(u, k)$ であつて $|z_1| > 1$ に對しては楕圓積分の數値表がないから適當な變換又は數値積分が必要である。

h の深さに不滲透層のある場合には

$$\left. \begin{aligned} z &= A \left(m^2 - \frac{1}{k^2 \sin^2 \alpha} \right) \frac{k^2 \sin^2 \alpha}{\text{cn} \alpha \text{dn} \alpha} \pi(u, \alpha) + Am^2 k^2 \sin^2 \alpha u \\ k \sin(u, k) &= \sin \left(\omega \frac{2K(\sin \alpha)}{\Delta\varphi}, \sin \alpha \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2)$$

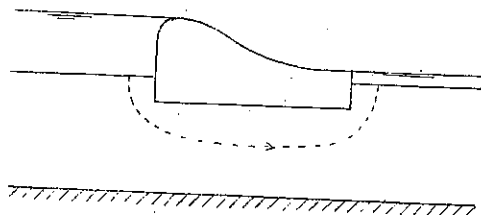
但し $z_1 = \sin(u, k)$, K は第一種完全楕圓積分である。計算された揚壓力分布の一例を圖-3 に示した。實線

圖-3.



は不滲透層のある場合、點線は不滲透層のない場合である。矢板の先端では理論上速度が無限大になるが、この附近で Reynolds 數の甚だしく大きくなるのは極めて小さい範圍であり、従つてその影響は極めて小さい事を述べて、實驗的にも之を確めた。

圖-4.



上の問題の他に圖-4 の様な場合に就ても同様の計算を行つた。この場合も不滲透層の影響は揚壓力に對しては甚だ小さいものである事が知られた。

(昭. 18. 12. 5. 受付)

* 東京帝國大學教授
** 海軍施設部員

砂の運動機構に就て (I)

正會員 工學博士 最上武雄*

砂の定常運動に對する研究は、一先づ一段落になつたが、今年度の實驗に依り、粒の揃つてゐない砂、濕つた砂についても、今迄の考察があてはまる事を確かめた。古典的土壓論に於て困難な問題を解決するには、

不定常運動の研究が重要であるが本文に於ては、不定常運動を 2 種に分ける可き事を提案し、夫々の運動機構を考へ、それに依つて在來の方法に依る剪斷試験の批判を行つた。(昭. 19. 1. 25. 受付)

* 東京帝國大學助教授

車輪に依り軌條に與へられる側壓應力に関する一試験

正會員 神谷修作*

車輪が、軌條より脱線する場合に、一般に考へられるのは車輪が軌條にのり上つて脱線する場合と、車輪が軌條を側方に押し倒して軌間を擴大して、車輪が軌間側に轉落して脱線する場合の二通りが考へられる。何れの場合も、軌條頭と車輪のフランジの間に作用する側壓力の大きさが大きな役割を示す事は周知の事である。

此の側壓力及び軌條の側壓應力に關しては、垂直力及び軌條の垂直應力が比較的判明してゐるのに比して未だ的確な理論も實驗もない様である。

滿鐵線に於いても此の側壓力及び軌條の側壓應力に關する資料は非常に少いので之が解決の一步として本試験を行つてみた。

本編に收むるものは、之が試験に關する報告の 1 部にして、次の 2 章から成る。

第 1 章には、靜力學試験と題し、實驗室的に、側壓力が加つた場合の軌條の移動、變位を測定した。即ち當所構内に、可及的に實際の營業線と條件を同じくする如き線路を構築し、之が軌條に各種の垂直力と同時に側壓力を加へて、軌條頭、低部の移動と同時に底部

外縁に於ける應力を測定して、垂直力、側壓力と軌條の移動、應力の間の關係を明らかにした。

これの結果に依ると、或る一定以上の垂直力を軌條上加へておけば、或る範圍内の側壓力に依る軌條の底縁應力は、側壓力と一定の關係にある事がわかつた。

次の章は、動力學的試験と稱し營業線に列車(機關車ミカイ、ミカロ、デカイ)を走行せしめ(5~65 km/hr)この車輪に依る軌條底部の動力學的應力を炭素板堆式歪を以て測定し、之の結果より側壓力に依り應力のみを求めて、この結果と、前章の靜力學的試験に依る關係を基本として、側壓力を推定してみたのである。

而して本試験に供試した線路は、當社使用の軌條中最も側方剛度の小さい、32 kg 軌條を擇び、又線路としては、曲線半徑 $R=\infty, 600, 300$ m の箇所就いて試験を行つた。

試験の結果に依れば、側壓應力は各機關車型に依り可成り其の量も、又速度に依る變化状態も異なる事がわかつた。而して本試験に依り前述の假定を基本として側壓力を求めれば、全試験を通じて應力としては最大 1500 kg/cm² 程度、推定側壓力としては、最大約 7t 程度の如くであつた。

* 工學士 滿鐵鐵道技術研究所員

(昭. 19. 1. 30. 受付)