論説報告

第20卷第11號　昭和18年11月

港灣の水深に關する理論的研究

正會員　藤野義男*

要旨　波浪を受ける港灣の水深を決定するに當り，船の動搖に依る吃水增加を考慮するの要を說き，船舶の動搖の性質と種類とを擧げて各種の場合に付き吃水增加量を理論的に算出せるものである。

目　次

1. 緒　言

港灣の水深は普通には船舶の滿載吃水に若干の餘裕を加へた深さであるが，波浪の著しい港では餘裕水深として波高の幾割かを更に追加する必要がある。何故ならば波に依り船舶は動搖を起し，原吃水よりも幾分かの增減を生ずる結果，船の安全を期する爲には之に相當する餘裕水深を必要とするからである。然し乍ら如何なる場合に幾何の餘裕水深を要するやは從來より頗る曖昧であり又餘り研究もされてゐない憾がある。

元來船の動搖は航洋に於ける船舶の動力學的安定問題に非常に關聯してゐるので，船舶工學上の重要問題として過去一世紀の間多くの人々に依て研究されてゐるが，問題の複雜性の爲に未だに完全なる解決をみてゐない。此の問題に最も早く手を付けたのは W. Froude[1] で歷史的に有名な波の橫搖の理論がある。此の理論からも動搖による餘裕水深の量が推定出來るが，此の理論そのものに種々の缺陷が指摘せられて實用上の價値は少い。後 A. Kriloff[2] が波の軌道運動を考慮に入れて船の重心の運動の一般的性質を明らかにした。最近に於ては九大の渡邊博士[3]が更に進歩した結果を發表しておられる。然し何れも船の外洋に於ける安定問題が目的であつて，我々の必要とする港灣の餘裕水深などに關しては全く省みられてゐない。本文に於ては船舶の港灣內に於ける動搖の性質と種類を擧げて，之に起因する吃水の增加が港灣の水深に如何に影響するかを明らかにしたい。

船舶の動搖の種類は大體6種類[4]に分ち得る。即ち前後，左右，上下の3方向の直線的繰返し運動及其の3軸の周圍の廻轉的運動とである。然し最も普通に起ろのは橫搖 (rolling)，縱搖 (pitching)，上下動搖 (dipping & heaving) 及び上下軸の周圍の廻轉的動搖即ち搖航 (yawing) の4通りである。然し各動搖が單純に區別出來る場

---

*　工學士　運輸通信技師　運輸通信省第二港灣建設部

(1) W. Froude: On the rolling of ships. T. I. N. A (1861)
(2) A. Kriloff: A general theory of the Oscillations of a ship on Waves. T. I. N. A (1898)
(3) 渡邊博士: 橫動搖に於ける船の重心の運動と有效傾斜に就て. 造船協會年報 49 號
(4) 妹澤博士: 振動學

合は稀であり，多くは其の2つ以上の動搖が同時に組合される。船の吃水に影響する動搖は最初の3通りである。即ち横搖は動搖角が可なり大きいものであり，縱搖は動搖角が小さいけれども，船の前後端の振幅は大きくなり，又上下動搖は横搖及び縱搖の何れにも伴つて起る現象であり船全體の吃水を增す作用がある。屢々横搖は上下動搖を通じて縱搖を起しがちであるが船の重心と吃水面の浮心とが同一垂直線内にある場合即ち滿載吃水のときに限り此の現象を起さない。本文に於ては滿載吃水の船舶が動搖に依り生ずる吃水の增加量を論ずるのであるから，以下單純に横波に依り横搖と上下動搖とを起し，縱波に依り縱搖と上下動搖とを起す場合に就き論究することとする。

2. 波の浮力

港灣內に起る波に淺海波の理論が完全に適用出來るものとせば，波動なき靜水時に於て表面より深さ c なる一水平線上に並ぶ水分子が波動時に配列する波線は楕圓トロコイド曲線であり，次式にて表し得る[5]（圖-1）。

$$\left.\begin{aligned} x&=a-r'\sin\theta_0 \\ z&=c-r\cos\theta_0 \end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

r, r'： 深さ c なる水分子の軌道の半短軸及半長軸

r_0, r_0'： 表面波 ($c=0$) 水分子の軌道の半短軸及半長軸

h_0： 波 高 $h_0=2r_0$

$2L$： 波 長

$2T_0$： 波の周期

ω_0： 水分子廻轉の角速度

θ_0： 水分子の廻轉角度 H： 水 深

R： 轉動圓の半徑 $R=L/\pi$

圖-1. 楕圓トロコイド波

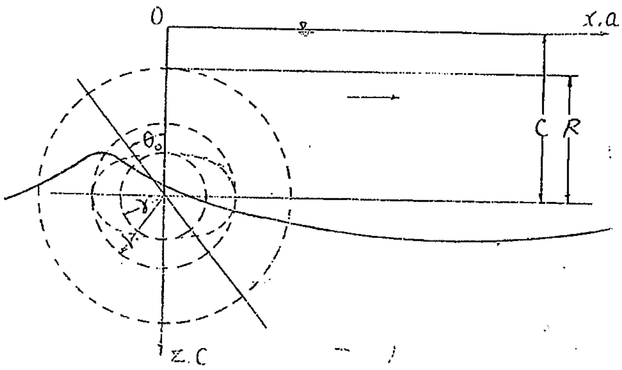
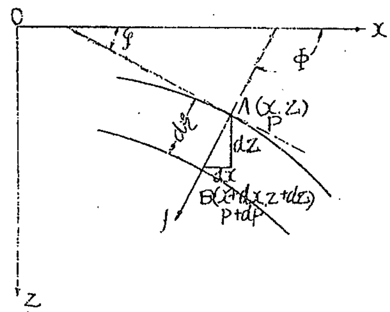


圖-2. 波浪水分子の合成力



而かるときは

$$\theta_0=a/R-\omega_0 t$$

$$\omega_0=\pi/T_0=\sqrt{g/R\cdot\tanh H/R}$$

$$r'=r_0\cosh\frac{H-c}{R}\Big/\sinh\frac{H}{R}$$

$$r=r_0\sinh\frac{H-c}{R}\Big/\sinh\frac{H}{R}$$

次に波浪中の各水分子には重力と軌道運動に伴ふ加速度と合成力 f が作用するから，f はその點の水準面即ち波線に垂直でなければならぬ。圖-2 に於て今 f の方向に微小なる距離 dh を隔てゝ A, B なる 2 つの波線を考へ A, B 2 點の壓力の强さを夫々 $p, p+dp$ とすれば f との間には[6]

$$(p+dp)-p\equiv dp=\rho f\cdot dh\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

但し ρ は海水の重量

(5) 物部博士： 水理學 p. 502
(6) 〃 ： 水理學 p. 17

A 點の座標を (x, z)，B 點の座標を $(x+dx,\ z+dz)$ とすれば，全微分 dx と dz とのなす角 $\varPhi$ と，A 點に於ける A 波線の切線の x 軸となす角 φ との間には

$$\varPhi=\pi/2+\varphi$$

故に

$$\frac{dx}{dz}=-\frac{\partial z}{\partial a}\Big/\frac{\partial x}{\partial a}$$

又 A, B は軌道を異にせる點であるから a と c とを變數として一般に

$$dx=\frac{\partial x}{\partial a}da+\frac{\partial x}{\partial c}dc$$

$$dz=\frac{\partial z}{\partial a}da+\frac{\partial z}{\partial c}dc$$

故に兩式より

$$-\frac{\dfrac{\partial z}{\partial a}}{\dfrac{\partial x}{\partial a}}=\frac{\dfrac{\partial x}{\partial a}da+\dfrac{\partial x}{\partial c}dc}{\dfrac{\partial z}{\partial a}da+\dfrac{\partial z}{\partial c}dc}$$

之より da と dc との關係を求むれば

$$da=-\frac{\dfrac{\partial x}{\partial a}\dfrac{\partial x}{\partial c}+\dfrac{\partial z}{\partial a}\dfrac{\partial z}{\partial c}}{\left(\dfrac{\partial x}{\partial a}\right)^2+\left(\dfrac{\partial z}{\partial a}\right)^2}\cdot dc$$

(1) より各偏微分量を計算して代入すれば

$$=-\frac{2\dfrac{r}{R}\sin\theta_0}{\left(1-\dfrac{r'}{R}\cos\theta_0\right)^2+\left(\dfrac{r}{R}\sin\theta_0\right)^2}\cdot dc$$

淺海波の理論は波高が波長に比して割合緩なるものとして r/R は一次の微分量と見做し $(r/R)^2$ 以上の項を省略する假定に依り成立してゐるから，本文に於ても二次以上の微分量は省略する。然るときは

$$=-2\frac{r}{R}\sin\theta_0\cdot dc$$

或は

$$=-2\frac{\partial z}{\partial a}\cdot dc \qquad \cdots\cdots(3)$$

而して

$$\overline{dh}^2=\overline{dx}^2+\overline{dz}^2$$

之に (2), (3) 式を代入して

$$\overline{dh}^2=\left[\left\{-2\frac{\partial x}{\partial a}\frac{\partial z}{\partial a}+\frac{\partial x}{\partial c}\right\}^2+\left\{-2\left(\frac{\partial z}{\partial a}\right)^2+\frac{\partial z}{\partial c}\right\}^2\right]\overline{dc}^2$$

各偏微分量を計算して $(r/R)^2$ 以上の項を省略せば

$$=\left[1+2\frac{r'}{R}\cos\theta_0\right]\overline{dc}^2$$

$$dh=\left(1+\frac{r'}{R}\cos\theta_0\right)dc \qquad \cdots\cdots(4)$$

故に

$$f=\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dh}=\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dc}\frac{dc}{dh}$$

$$=\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dc}\left(1-\frac{r'}{R}\cos\theta_0\right)\quad\cdots\cdots(5)$$

一方波浪中の1水分子の有する壓力 p は次式にて表し得る。

$$p=\rho g\left[c+\left(\frac{\pi L}{gT_0^2}r'-r\right)\cos\theta_0\right]$$

之より

$$\frac{dp}{dc}=\rho g\left[1-\left(\frac{\pi L}{gT_0^2}\frac{r}{R}-\frac{r'}{R}\right)\cos\theta_0\right]\quad\cdots\cdots(6)$$

$\dfrac{\pi L}{gT_0^2}=\tanh\dfrac{H}{R}$　　なる故 (5) と (6) 式より

$$f=g\left(1-\frac{r_0}{R}\frac{\sinh(H-c)/R}{\cosh H/R}\cos\theta_0\right)\quad\cdots\cdots(7)$$

(7) 式に示す如く水分子に働く力 f は重力 g とは多少異り，波頭 ($\theta_0=0$) に於ては g よりも小さく，波底 ($\theta_0=\pi$) に於ては g よりも大きく，且その差は深さ c の増加と共に減少して海底 ($c=H$) に於ては消えて g に等しい。波浪中に在る dv なる容積の水は f と大さ等しく方向反對なる浮力を受ける。之を δF とせば

$$\delta F=-\rho g\left(1-\frac{r_0}{R}\frac{\sinh(H-c)/R}{\cosh H/R}\cos\theta_0\right)dv\quad\cdots\cdots(8)$$

δF の方向は時間と場所に依て一定でない，依て2方向に分力を分ち，垂直方向を δF_z とせば，

$$\delta F_z=+\delta F\sin\Phi$$

$$=+\delta F\cos\varphi$$

$$=+\delta F\frac{\partial x/\partial a}{\sqrt{(\partial x/\partial a)^2+(\partial z/\partial a)^2}}$$

偏微分量を計算し $(r/R)^2$ 以上の項を省略せば

$$=+\delta F$$

同時に水平方向の分力を δF_x とせば

$$\delta F_x=+\delta F\cos\Phi$$

$$=-\delta F\sin\varphi$$

$$=-\delta F\frac{dz/da}{\sqrt{(\partial x/\partial a)^2+(\partial z/\partial a)^2}}$$

$$=-\delta F\frac{r}{R}\sin\theta_0$$

故に

$$\delta F_z=-\rho g\left[1-\frac{r_0}{R}\frac{\sinh(H-c)/R}{\cosh H/R}\cos\left(\frac{a}{R}-\omega_0 t\right)\right]dv\quad\cdots\cdots(9)$$

$$\delta F_x=+\rho g\frac{r_0}{R}\frac{\sinh(H-c)/R}{\sinh H/R}\sin\left(\frac{a}{R}-\omega_0 t\right)dv\quad\cdots\cdots(10)$$

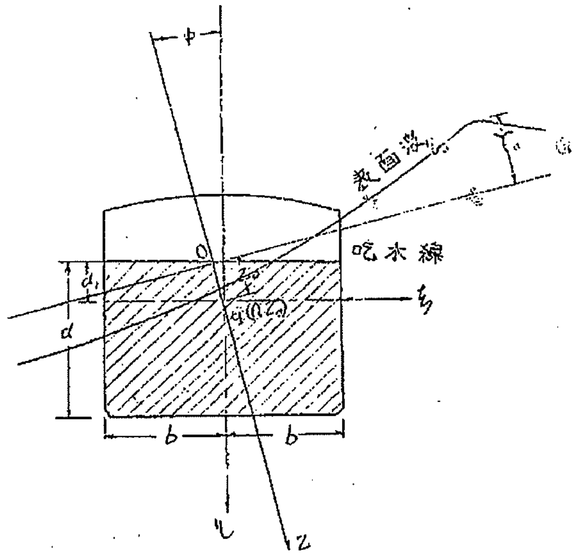
3. 横波に依る上下動搖

a. 座標の轉換

横波を受けた船の位置を考ふるに，船の重心を通る鉛直軸と靜水面との交點を原點 O とし，x を波の進行方向，y を船首方向，z を鉛直下方にとる（圖-3）。又船の重心 G に原點を定め船に固定せる座標を (ξ,ζ,η) とし夫々 ξ を船の幅，ζ を船首，η を深さの方向にとる。横搖に依る傾斜角 ϕ を小なりとせば，(x,y,z) と (ξ,ζ,η) との間には次の關係あり。

$$\left.\begin{aligned} x&=\xi-\eta\phi \\ z&=z_0+\xi\phi+\eta=z_1+d_1+\xi\phi+\eta \\ y&=\zeta \end{aligned}\right\}\cdots\cdots(11)$$

圖-3. 横波による動搖



但し z_0 は或瞬間に於ける重心 G の鉛直座標，d_1 は靜水時に於ける G の鉛直座標とし，$z_1=z_0-d_1$ とおき上下動搖の量を表す。又 $2l, 2b, d$ は夫々船の長さ，船の幅及滿載吃水を示す。

δF_z を (ξ,ζ,η) にて表す爲，先づ (a,c) を (x,z) に置換する。(1) 式を變形して

$$c=z+r\cos\theta_0$$

$$a=x+r'\sin\theta_0$$

之を δF_z の c,a を含む第二項に代入せば

$$\sinh(H-c)/R\cdot\cos(a/R-\omega_0 t)$$

$$=[\sinh H/R\cdot\cosh(z+r_0\cos\theta_0)/R-\cosh H/R\cdot\sinh(z+r_0\cos\theta_0)/R][\cos(x+r'\sin\theta_0)/R$$

$$\cdot\cos\omega_0 t+\sin(x+r'\sin\theta_0)/R\cdot\sin\omega_0 t]$$

r/R を含む各函數を展開すれば，r/R の掛る項と然らざるものとに別れる。δF_z の第3項は既に r_0/R が掛つてゐるから r/R の掛る項は總て $(r/R)^2$ 以上の微分量となるから全部省略して

$$\fallingdotseq[\sinh H/R\cdot\cosh z/R-\cosh H/R\,\sinh z/R][\cos x/R\,\cos\omega_0 t+\sin x/R\cdot\sin\omega_0 t]$$

$$=\sinh(H-z)/R\cdot\cos(x/R-\omega_0 t)$$

更に (x,z) に (11) 式の (ξ,η) を代入して $z_1/R,\phi$ の掛る函數を展開せば

$$=[\sinh(H-d_1-\eta)/R\cdot\cosh(z_1+\xi\phi)/R-\cosh(H-d_1-\eta)/R\cdot\sinh(z_1+\xi\phi)/R]$$

$$\times[\cos(\xi/R-\omega_0 t)\cdot\cos\eta\phi/R+\sin(\xi/R-\omega_0 t)\sin\eta\phi/R]$$

z_1 は後で分る樣に r_0' と同位又は夫以下の値であり，又 ϕ のかゝる項も同樣に極めて小さい値とみて，z_1/R 及 ϕ の掛る項を更に展開し第1位のみをとれば

$$=\sinh(H-d_1-\eta)/R\cdot\cos(\xi/R-\omega_0 t)$$

從て δF_z は

$$dF_z=-\rho g\left[1-\frac{r_0}{R}\frac{\sinh(H-d_1-\eta)/R}{\cosh H/R}\cos\theta\right]dv\quad\cdots\cdots(12)$$

但し $\theta=\xi/R-\omega_0 t$

同様に δF_x に就ても

$$\delta F_x = +\rho g \frac{r_0}{R}\frac{\sinh(H-d_1-\eta)/R}{\sinh H/R}\sin\theta\cdot dv \cdots\cdots(13)$$

次に表面波を (X, Z) にて表せば (1) 式にて $c=0$ とおき兩式より α を消去すれば

$$Z = -r_0\cos(X/R-\omega_0 t) + (r_0 r_0'/R)\cdot\sin^2(X/R-\omega_0 t) + \cdots\cdots$$

となり楕圓トロコイド波は圓函數として表し得るが，爾後の計算に於て上式の第 2 項以下は $(r_0/R)^2$ 以上の微分量となるから第 1 項のみをとり，之を更に船に固定せる座標に轉換して (η_0, ξ) にて表せば表面波は

$$\eta_0 = Z - z_1 - d_1 - \xi\phi$$
$$\fallingdotseq -(r_0\cos\theta + z_1 + d_1 + \phi\xi) \cdots\cdots(14)$$

b.　運動方程式

横波を受けた船は横搖と同時に上下動搖をもする。その內先づ上下動搖のみに就て考究する。運動方程式を建てるに當つて次の假定を設ける。

1. 船の中心線は波頭に平行してゐる。
2. 船と波との摩擦抵抗は無視する，從て船により波の構造は破壞されないものとする。
3. 波浪中に働く水分子の浮力は船の浸水部分にも同様作用する。
4. 波長は船の幅に比して可なり大なること。

船に働く垂直方向の力は船の自重と波の浮力以外には作用しないから，船の重心の運動は次式にて表し得る。

$$\frac{W}{g}\frac{d^2z_0}{dt^2} = W + \iiint_V \delta F_z \cdots\cdots(15)$$

但し W は船體の重量とし，積分 V は船の或瞬間に波に浸れる浸潤船體全體に及ぶものとす。之に (12) 式の δF_z を代入し

$$\frac{W}{g}\frac{d^2z_0}{dt^2} = W - \rho g\left[\iiint_V dv - \frac{r_0}{R}\frac{1}{\cosh H/R}\iiint_V \sinh(H-d_1-\eta)/R\cos\theta\, dv\right] \cdots\cdots(16)$$

上式の計算に當り積分を 2 分し，船の靜水時の吃水線下の體積 V_0 と，波浪に依る浸潤體積 V_1 とに分つ。例へば

$$\iiint_V dv \equiv \iiint_{V_0} dv + \iiint_{V_1} dv \equiv \int_{-\zeta}^{+\zeta} d\zeta \int_{-\xi}^{+\xi} d\xi \int_{-d_1}^{+a} d\eta + \int_{-\zeta}^{+\zeta} d\zeta \int_{-\xi}^{+\xi} d\xi \int_{\eta_0}^{-d_1} d\eta$$

船の船型が與へらるれば積分は決定する。茲には或る簡單な船型を假想して極力積分を簡單化して運動の一般的性質を吟味してみる。普通の船型では船體中央の 2/3 は船側略〻垂直であるが，先づ之を船の長さ全體に亙つて船側垂直とする。吃水は滿載の場合船首尾に於て差がないのが普通であるから，吃水一様と考へて差支ない。さすれば η の積分は獨立して計算し得る。又 ξ の積分は船型が中心線にて左右對稱であるから一般に

$$\int \psi(\zeta, \eta)\sin\xi d\xi = 0, \qquad \int \psi(\zeta, \eta)\xi d\xi = 0$$

故に

$$\rho g \iiint_{V_0} dv = \rho g A_0 d = W$$

$$\rho g \iiint_{V_1} dv = \rho g \iint d\xi d\zeta \int_{\eta_0}^{-d_1} d\eta$$

$$=\rho g\iint(-d_1+r_0\cos\theta+z_1+d_1+\phi\xi)\,d\xi d\eta$$

$$=\rho g(z_1A_0+r_0A_1\cos\omega_0 t)$$

但し，A_0, A_1 は船型が決まれば一定の常數にして

$$\left.\begin{aligned}A_0&\equiv\int\!\!\int d\xi d\zeta\\ A_1&\equiv\int\!\!\int\cos\frac{\xi}{R}\,d\xi d\zeta\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(17)$$

$$\iiint_{V_0}\sinh(H-d_1-\eta)/R\cdot\cos\theta\,dv$$

$$\fallingdotseq-R\{\cosh(H-d)/R-\cosh H/R\}A_1\cos\omega_0 t$$

$$\iiint_{V_1}\sinh(H-d_1-\eta)/R\cos\theta\,dv$$

$$\fallingdotseq0$$

之等を (16) 式に代入して，且 $d^2z_0/dt^2=d^2z_1/dt^2$ なる故

$$\ddot{z}_1+\frac{g}{d}z_1=-\frac{g}{d}r_0\frac{A_1}{A_0}\frac{\cosh(H-d)/R}{\cosh H/R}\cos\omega_0 t\cdots\cdots(18)$$

(18) 式の一般解は

$$z_1=-\frac{\beta^2}{\beta^2-\omega_0^2}r_0\frac{A_1}{A_0}\frac{\cosh(H-d)/R}{\cosh H/R}\cos\omega_0 t+B\sin\beta t+C\cos\beta t$$

茲に $2T_1$ を船の自由上下動の周期とせば

$$\beta^2=g/d=(\pi/T_1)^2$$

B, C は初期條件に依て決まる常數。

一般解の第 1 項は强制動搖，他の 2 項は自由動搖を示す。

然るに一般振動理論の教ゆる處に從へば，强制振動と自由振動との組合された運動に於ては，最初の條件が與へられた直後に於ては自由振動は可なり有力な役を演ずるけれども時間が經過すると共に摩擦抵抗に依り減衰し，結局强制振動となる傾向がある。本文に於ては一應摩擦抵抗は除外してゐるが，波と船との摩擦抵抗を適當に考慮すれば當然自由振動は減衰する解を得る筈であるし又波は規則正しいものでないから，特定の初期條件を與へて强ひて B, C を決定しても，夫は船の動搖の一般性を論ずる解とはならないから茲に一應自由動搖は除外する。

$$z_1=-\frac{r_0}{1-(d/R)\tanh H/R}\cdot\frac{A_1}{A_0}\cdot\frac{\cosh(H-d)/R}{\cosh H/R}\cdot\cos\omega_0 t\cdots\cdots(19)$$

c. 運動の吟味

船の吃水 d，幅 $2b$，長さ $2l$ 並に所要水深 H は舊來より大體一定してゐる。港灣協會の設計資料は表-1 の如きものである。

表-1 より各寸法の比をとると

$b/d=1.0\sim1.07$	貨物船
$=1.1\sim1.20$	貨客船
$H/d=1.04\sim1.07$	貨物船

表-1. 汽船寸法及所要水深

純噸數		1 000 t	2 000 t	3 000 t	4 000 t	5 000 t	6 000 t	8 000 t	10 000 t
長 (m) $2l$		63	82	96	108	117	125	140	150
幅 (m) $2b$		10	12	14	15	16	17	18	20
吃水 (m) d	貨物船	4.9	6.0	6.6	7.1	7.6	8.0	8.7	9.3
	貨客船	3.5	5.0	6.0	6.6	7.1	7.5	8.1	8.6
水深 (m) H	貨物船	5.2	6.4	7.0	7.5	8.0	8.5	9.2	9.9
	貨客船	3.8	5.3	6.4	7.0	7.5	8.0	8.6	9.1

$H/d=1.05\sim1.06$ 貨客船

$l/d=\ 7\sim8.5$

今假に

$$b/d=1.1\ ,\quad H/d=1.05\ ,\quad l/d=8$$

とせば

$$\cosh (H-d)/R \fallingdotseq 1\ ,\quad \cosh H/R \fallingdotseq \cosh d/R$$

次に A_0, A_1 の値を計算するの要あり，A_0, A_1 は元來船型により異なるもその差異は僅少であるから，今簡單の爲に前節の積分に當り假定したものに更に次の如く加へた假想船型にて考へる。長さの方向に船首，船尾は對稱であり，舷側は中央と船首尾は共に三次拋物線で結ばれたものとする（圖-4)。

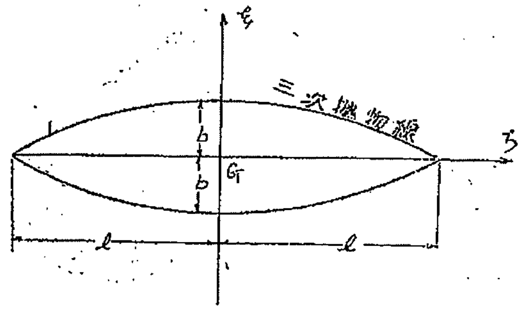
$$\xi/b=1-(\zeta/l)^3 \qquad b/R\leqq 1 \text{ とす}$$

$$A_0=\int_{-l}^{+l}\int_{-\xi}^{+\xi}d\zeta d\xi=3bl$$

$$A_1=\int_{-l}^{+l}\int_{-\xi}^{+\xi}\cos \xi/R\, d\xi d\zeta$$

$$=3bl\left[1-\frac{9}{70}\left(\frac{b}{R}\right)^2+\frac{81}{14\,560}\left(\frac{b}{R}\right)^4-\cdots\cdots\right] \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(20)$$

圖-4. 假想船型



大型船が動搖を受ける波は外洋の「うねり」に起因する場合が多く從てその波長は大きく，之に對して船の幅は小さいから $b/R\leqq 0.7$ と考へて差支ない。然るときは (19) 式の

$$\frac{1}{1-(d/R)\tanh H/R}\cdot\frac{A_1}{A_0}\cdot\frac{\cosh (H-d)/R}{\cosh H/R}\fallingdotseq 1$$

となるから，

$$z_1=-r_0\cos\omega_0 t=-h_0/2\cos\omega_0 t\ \cdots\cdots\cdots\cdots(21)$$

船の重心は波高の半分に相當する上下動搖をなすことが分る。水深の餘裕は $h_0/2$ 以上なれば，船底は海底と接觸して損傷を受けることゝなる。

尙波長と船の幅との比が増すと船の自由動搖周期と波の周期とが一致することがあり，所謂共振の現象を生じ振幅は著しく增大する。實際に於ては波の抵抗の爲に無闇に增大はしない。然し斯る場合は特別な場合として水深の餘裕をそれまでに取る必要はない。波長と船の幅との比 b/L が更に大きいときは振幅に $h_0/2$ より著しく小

さくなり $b/L>0.8$ では殆んど 0 に近い。即ち港内に立つ小さな波に對しては大型船は少しも動搖を起さない筈である。

d. 岸壁に横付けせる船舶の上下動搖

波が傳播方向に直角なる岸壁に遮られて反射波を生じ，原波と逆方向に傳播して兩者重り合ふ時は重複波を生ずる。岸壁に横付けせる船は重複波に依り動搖を受けるから，前節の場合とは異つた運動をなす筈である。

今重複波の式を求むるに座標原點を岸より沖側に 1/4 波長の點に於て靜水面にとり，x 軸を岸方 (+)，z 軸を鉛直下方に，y 軸を岸に平行にとれば(7)

$$\left.\begin{aligned} x&=a+2r'\sin\omega_0 t\cos a/R \\ z&=c_0-(4rr'/2R)\sin^2\omega_0 t-2r\sin\omega_0 t\sin a/R \end{aligned}\right\}\cdots\cdots(22)$$

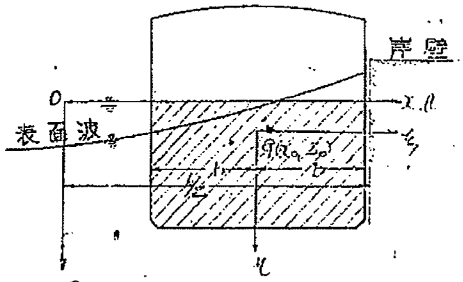
但　c_0：靜水時に於ける水分子の深さ

深さ c_0 なる一點の水分子の浮力の垂直分力 δF_z を (9) 式と同樣な方法により誘導すれば

$$\delta F_z=-\rho g\left[1-\frac{2r_0}{R}\frac{\sinh(H-c_0)/R}{\cosh H/R}\sin\omega_0 t\cdot\sin a/R\right]dv\cdots\cdots(23)$$

座標 (x,y,z) に對して船の重心 G に固定せる座標を前節の如く (ξ,ζ,η) とし，且或瞬間に於ける G の座標を (x_0, z_0) とすれば（圖-5）

圖-5. 岸壁繋留船の上下動搖



$$\left.\begin{aligned} x&=x_0+\xi-\eta\phi \\ z&=z_0+\eta+\xi\phi \end{aligned}\right\}\cdots\cdots(24)$$

且

$$x_0=\frac{L}{2}-b=\frac{1}{2}\pi R-b\quad\cdots\cdots(25)$$

(23) 式を船の座標に轉換し $(r_0/R)^2$ 以上の項を省略し又 ϕ を小とすれば

$$\delta F_z'=-\rho g\left[1-\frac{2r_0}{R}\frac{\sinh(H-\eta-d_1)/R}{\cosh H/R}\sin\omega_0 t\cdot\cos\frac{\xi-b}{R}\right]dv\cdots\cdots(26)$$

(15) 式と同樣に運動方程式を求むれば

$$\frac{W}{g}\frac{d^2z_2}{dt^2}+\rho g z_2 A_0=-\rho g\cdot 2r_0 A_2\cdot\frac{\cosh(H-d)/d}{\cosh H/d}\sin\omega_0 t$$

但し $z_2=z_0-d$ にして z_1 と同樣なるも原波の場合と區別して z_2 となす。又

$$A_2=\iint\cos\frac{\xi-b}{R}\,d\xi d\zeta$$

$$=A_1\cdot\cos b/R\cdots\cdots(27)$$

解は

$$z_2=-2r_0\frac{1}{1-(d/R)\tanh H/R}\cdot\frac{A_1}{A_0}\cdot\frac{\cosh(H-d)/R}{\cosh H/R}\cos\frac{b}{R}\sin\omega_0 t\cdots\cdots(28)$$

z_2 と前節の z_1 とを比較すれば，位相の差 $\pi/2$ があるけれども，各振幅を比較すれば

$$\left|\frac{z_2}{z_1}\right|=2\cos\frac{b}{R}\cdots\cdots(29)$$

---

(7) 物部博士：水理學 p. 510

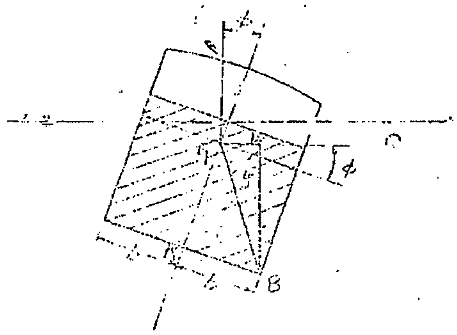
岸壁に横付せる船は沖の船より $2\cos b/R$ 倍の動搖を受ける。$b/R<0.7$ なる普通の場合 $\cos b/R \fallingdotseq 2$ となるから，沖の船よりも 2 倍の動搖を受けることゝなり，岸壁前面の水深には沖よりも更に餘裕が大きくなければ船は顚る危險である。

4. 横　搖

a. 横搖に依る吃水の增加

船が横波を受けた場合上下動搖と共に横搖を生ずる。而して横搖の結果傾斜した側の舷側は吃水が增しそれだけ餘裕水深に影響する。

圖-6. 横　搖



横搖が船の重心 G を中心として運動するものとすれば圖-6 に於て重心以下の吃水 $\overline{GK}$ が $\overline{BH}$ となり，その差が卽ち增加吃水となる。之を Δd とおく。船底隅角部 B, C は普通彎曲されてゐるが，此の部分には「ビルヂキール」なる動搖減衰材が突出してゐるから船の横斷形は矩形と考へる。ϕ を小とせば，

$$\begin{aligned}\Delta d &= \overline{HB}-\overline{GK}\\ &= \overline{GB}\{\sin(\phi+\varphi)-\sin\varphi\}\\ &= \phi\,\overline{GB}\cos\varphi,\\ &= b\phi\end{aligned}$$

大型船では，b が可成り大きいから ϕ の如何により Δd は無視出來ない値となる。

b. 横搖の吟味

横搖の運動も上下動搖と同樣な假定の下に考へ，且ビルヂキールの横搖減衰效果も無視すれば運動方程式は

$$I_1\frac{d^2\phi}{dt^2}=\iiint_V\{x\delta F_z+(z-z_0)\delta F_x\} \quad\cdots\cdots\cdots(31)$$

I_1： G を通り ζ 軸の周りの船の慣性能率

之に (11), (12), (13) 式を代入し且 ϕ を小として $\phi\dfrac{r_0}{R}$ のかゝる項を省略すれば

$$I_1\frac{d^2\phi}{dt^2}=-\rho g\Big\{\iiint_V\xi dv-\phi\iiint_V\eta dv-\frac{r_0}{R}\frac{1}{\cosh H/R}\iiint_V\xi\sinh(H-d_1-\eta)/R\cos\theta\,dv$$
$$-\frac{r_0}{R}\frac{1}{\sinh H/R}\iiint_V\eta\sinh(H-d_1-\eta)/R\sin\theta\,dv\Big\}$$

各積分を V_0 と V_1 とを同時に計算すれば

$$\iiint_V\xi dv=\phi\frac{9}{35}b^2A_0+r_0RA_3\sin\omega_0t$$

但　$$A_3=\iint\frac{\xi}{R}\sin\frac{\xi}{R}\,d\xi d\zeta$$

$$\phi\iiint_V\eta dv=\phi\frac{d(d-2d_1)}{2}A_0-\frac{\phi}{2}\iint\{(r_0\cos\theta+z_1)^2+2d_1(r_0\cos\theta+z_1)\}\,d\xi d\zeta$$

上下動搖の結論より $z_1\fallingdotseq -r_0\cos\omega_0t$ を入れ且 $A_0\fallingdotseq A_1$ とおけば第二項は省略されるから

$$=\phi\frac{d\,(d-2d_1)}{2}A_0$$

$$\frac{r_0}{R}\frac{1}{\cosh H/R}\iiint_V \xi\sinh\frac{H-d_1-\eta}{R}\cos\theta dv=r_0R\left(1-\frac{\cosh(H-d)/R}{\cosh H/R}\right)A_3\sin\omega_0 t$$

$$\frac{r_0}{R}\frac{1}{\sinh H/R}\iiint_V \eta\sinh\frac{H-d_1-\eta}{R}\sin\theta dv$$

$$=-r_0R\left(1-\frac{\sinh(H-d)/d}{\sinh H/R}-\frac{d_1}{R}\coth\frac{H}{R}-\frac{d-d_1}{R}\frac{\cosh(H-d)/R}{\sinh H/R}\right)A_1\sin\omega_0 t$$

となるから運動方程式は

$$I_1\frac{d^2\phi}{dt^2}+\phi W m_1=-W\frac{r_0}{R}\frac{R^2}{d}K_1\sin\omega_0 t \quad\cdots\cdots(32)$$

但し

$$\begin{cases}K_1\equiv\dfrac{\cosh(H-d)/R}{\cosh H/R}\cdot\dfrac{A_3}{A_0}-\left(1-\dfrac{\sinh(H-d)/R}{\sinh H/R}-\dfrac{d_1}{R}\coth\dfrac{H}{R}-\dfrac{d-d_1}{R}\dfrac{\cosh(H-d)/R}{\sinh H/R}\right)\cdot\dfrac{A_1}{A_0}\\ m_1\equiv\dfrac{1}{d}\left\{\dfrac{9}{35}b^2-\dfrac{d(d-2d_1)}{2}\right\}\end{cases}$$

(32) 式右邊の強制力を零とおけば，横搖の自由動搖の週期 $2T_2$ を求めらる。

$$T_2=\pi\sqrt{\frac{I_1}{Wm_1}}\quad\cdots\cdots(33)$$

(32) 式を書き換へれば

$$\frac{d^2\phi}{dt^2}+\left(\frac{\pi}{T_2}\right)^2\phi=\left(\frac{\pi}{T_2}\right)^2\frac{r_0}{R}\frac{R^2}{d}\frac{K_1}{m_1}\sin\omega_0 t$$

となり此の解は

$$\phi=-\frac{r_0}{R}\frac{R^2/d\cdot K_1/m_1}{1-(T_2/T_0)^2}\cdot\sin\omega_0 t\quad\cdots\cdots(34)$$

r_0/R は表面波の最急勾配である。T_2 或は m_1, K_1 は船型と積荷の狀況に依つて大幅に變る値であり，今直に假想船型に依り數字的に決定し難い。然しその概算値は r_0/R と同程度の値と考へてよい。r_0/R は緩傾斜の波では 1/10 以下であるから横搖に依る吃水の増加 $b\phi$ は特に大型船でない限り餘り大きくはならない。

横波に依る船の動搖を上下動搖と横搖と別々に考察して來たが，元來兩者は一現象の盾の二面であるから今之を総合して考察してみると，兩者の動搖には $\pi/2$ の位相の差異があり從て同時に極大の値に達することは無い。又振幅は前者に於ては波高に比例し後者は波高と波長との比及船の幅に比例し兩者多少性質を異にする故一概には斷じ難いけれども，多くの場合特に横搖の爲の餘裕水深を考慮しなくとも上下動搖に依る振幅卽ち波高の半分を餘裕水深にとれば充分であらう。

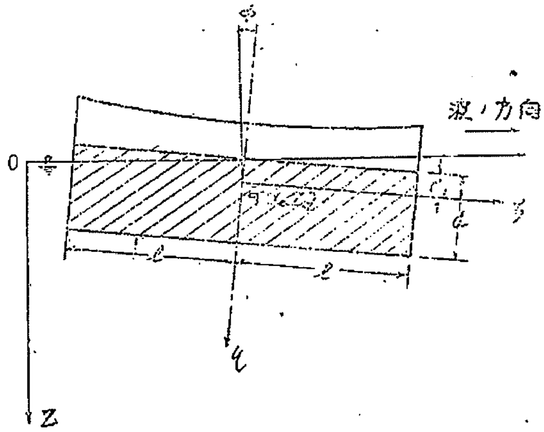
5. 縱波に依る上下動搖

外港航路を航行する船や波浪の進入する港内の碇舶船は外海の波に依り縱波を受けて動搖する。その結果船は吃水に變化を起し港の計畫水深に影響を及ぼす。縱波の動搖も横波と同様に重心の上下動搖と縱搖との二面から觀察し得るが先づ前者に就て考察する。

圖-7 に於て縱波を受けた船の位置を考へるに，(x, y, z) を空間に固定せる座標とし原點 O は靜水面上に定め

る。x 軸を波の進行方向，y 軸を船の舷の方向，z 軸を鉛直下方にとる。又船の重心 G (x_0, z_0) を原點とし船に固定せる座標を (ξ, ζ, η) とし夫々 ξ 軸を船の舷方向，ζ 軸を船首方向，η 軸を深さ方向にとる。船が航行してゐる場合をも考へて，座標 (ξ, ζ, η) は x 方向に v なる等速度運動をなすものとする。縱搖に依る角度 ϕ を小なりとせば兩座標內には

圖-7. 縱波による動搖



$$\left.\begin{aligned} x &= \zeta - \eta\phi + vt \\ z &= z_0 + \zeta\phi + \eta = z_3 + d_1 + \zeta\phi + \eta \end{aligned}\right\} \cdots\cdots(35)$$

但し $z_3 = z_0 - d_1$ とし上下動搖の量を示す。

波の浮力の垂直分力 δF_z を船に固定せる座標にて求むれば，

$$\delta F_z = -\rho g\left[1 - \frac{r_0}{R}\left(\frac{\sinh(H-d_1-\eta)/R}{\cosh H/R} - \phi\frac{\zeta}{R}\frac{\cosh(H-d_1-\eta)/R}{\cosh H/R}\right)\cos\left(\frac{\zeta}{R} - \alpha\omega_0 t\right)\right]dv$$

$\phi\zeta/R$ は一見二次の微分量の如く見ゆるも，ζ は R の數倍に達することある故，省略し得る微分量なるや否や判明する迄殘しておく必要がある。

茲に

$$d\omega_0 = \omega_0 - v/R = \omega_0(1 - v/\omega_0 R) = \omega_0(1 - v/v_0) \cdots\cdots(36)$$

但し $v_0 = L/T_0 = \omega_0 R \cdots\cdots\cdots$ 波の傳播速度

$\alpha \equiv 1 - v/v_0$

横波の假定と同様な假定の下に運動方程式を樹て之を計算すれば，

$$\frac{d^2 z_3}{dt^2} + \frac{g}{d} z_3 = -\frac{g}{d} r_0 \cdot \frac{A_4}{A_0} \cdot \frac{\cosh(H-d)/R}{\cosh H/R} \cdot \cos\alpha\omega_0 t + \phi\frac{g}{d} r_0 \cdot \frac{A_5}{A_0} \cdot \frac{\sinh(H-d)R}{\cosh H/R} \sin\alpha\omega_0 t \cdots\cdots(37)$$

但し

$$\left.\begin{aligned} A_4 &= \int_{-b}^{+b}\int_{-\zeta}^{+\zeta} \cos\frac{\zeta}{R}\, d\zeta d\xi \\ A_5 &= \int_{-b}^{+b}\int_{-\zeta}^{+\zeta} \frac{\zeta}{R}\sin\frac{\zeta}{R}\, d\zeta d\xi \end{aligned}\right\} \cdots\cdots(38)$$

方程式の右邊第二項は $\sinh(H-d)/R \fallingdotseq 0$ なる故省略し得る。A_4, A_5 は共に一定の船型に付き常數である。前述の假想船型に依り A_4/A_0 を求むれば

$$\frac{A_4}{A_0} = 4\left(\frac{R}{l}\right)^4\left[-\left(\frac{l}{R}\right)^2\cos\frac{l}{R} + 2\frac{l}{R}\sin\frac{l}{R} + 2\cos\frac{l}{R} - 2\right] \qquad 0 < \frac{l}{R} < \infty$$

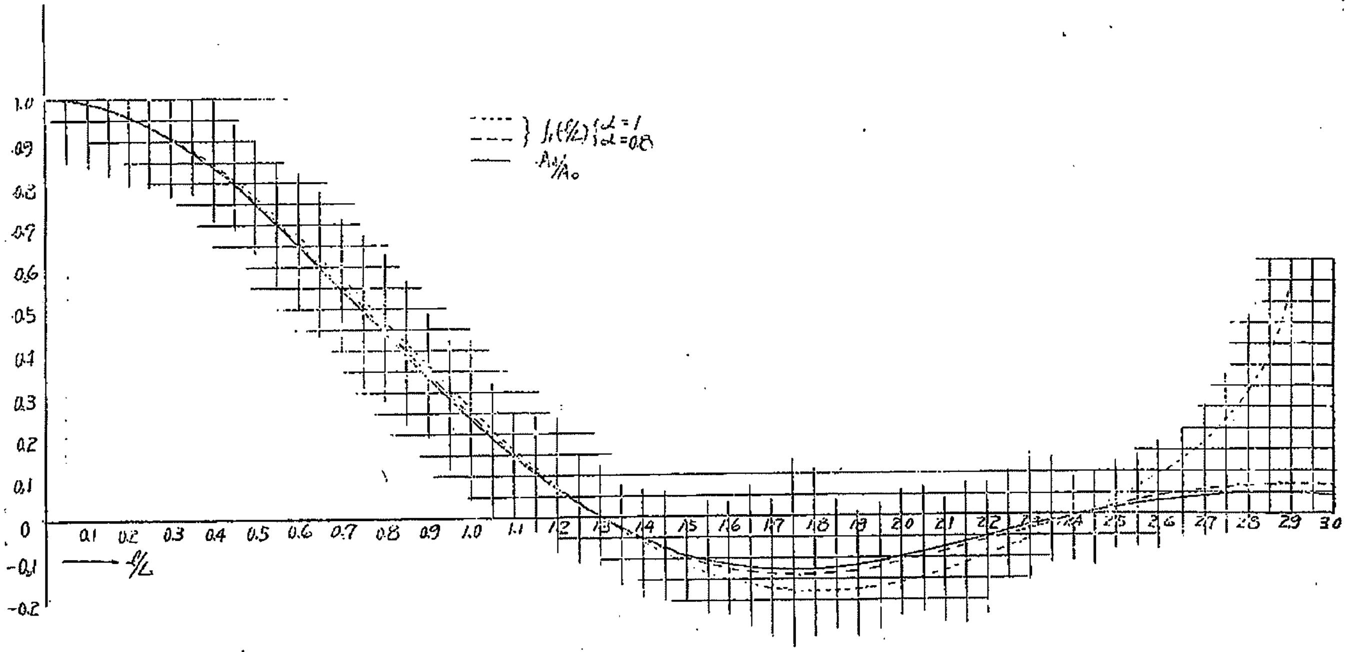
$$= 1 - \frac{1}{9}\left(\frac{l}{R}\right)^2 + \frac{1}{240}\left(\frac{l}{R}\right)^4 - \frac{1}{11\,700}\left(\frac{l}{R}\right)^6 + \cdots \qquad 0 < \frac{l}{R} < 1$$

方程式の解は

$$z_3 = -r_0\frac{1}{1 - \alpha^2 \cdot d/R \cdot \tanh H/R} \cdot \frac{A_4}{A_0} \cdot \frac{\cosh(H-d)/R}{\cosh H/R}\cos\alpha\omega_0 t \cdots\cdots(39)$$

此の解に依り動搖の振幅を吟味する爲に $r_0 \cos\alpha\omega_0 t$ を除いて $f_1(l/L)$ とおけば，之は船の長 l と波長 L との

圖-8. 縱波による上下動搖



比の函數として表しうる。

$$f_1(l/L)=\frac{A_4}{A_0}\cdot\frac{1}{1-\alpha^2\cdot d/R\cdot\tanh H/R}\cdot\frac{\cosh(H-d)/R}{\cosh H/R}$$

$f_1(l/L)$ 及 A_4/A_0 の l/L との關係を圖-8 に示す。

f_1 は殆ど A_4/A_0 の値に支配せられ，又 A_4/A_0 は l/L に依り著しく異る。換言すれば船が幾何の波に乘るかに依て動搖が全く異つたものとなる。l/L が非常に小さい場合は f_1 は 1 に近付く，即ち船は波に翫弄せられる儘波の高低通りに動くことゝなり，又反對に l/L が大きい場合は動搖は殆ど起らない。併し本文で問題とする船は大型船舶であり，又波長は普通海灣に起るものは長くとも 90 m を出でないとされてゐるから l/L の範圍には自ら限度がある。最も多く表れる場合は $l/L>1.3$ とすれば，此の範圍に限れば振幅は $l/L=1.8$ の時極大となり，$l/L=1.3$ 及 2.42 のとき極小となる。而して極大振幅の大さは $\alpha=1$ の場合でも僅かに $0.13\,r_0$ であり橫波に依る上下動搖の振幅とは比較にならぬ程小さい。

次に船と波との相對速度に依る動搖の變化を吟味する。それには (36) 式の $\alpha=1-v/v_0$ を調べればよい。$\alpha=1$ は船の速度零であり，港內の碇泊船が縱波を受けた場合に相當する。$\alpha<1$ は船が波と同一方向即ち追波で走る場合であり，$\alpha=1$ の時より動搖は多少減ずる。$\alpha>1$ は船が向ひ波で走る場合であり，$\alpha=1$ に比して動搖は幾分增す。尙

$$1-\alpha^2\cdot\frac{d}{R}\cdot\tanh\frac{H}{R}=0$$

なるが如き α に於ては船の自由動搖の周期と波と船との相對の周期が合致して所謂共搖の現象を生じ，振幅は無限に增大することになるが，實際は波の抵抗の爲に振幅の大さは或限度で止る。然し斯樣な場合は船の速度を變へるか又は航航を多少でも蛇航することに依り此の危險を回避し得るから共搖の振幅增加は考慮外として差支ない。圖-8 に於ても $\alpha=1$ の場合は $l/D=3.0$ にて共搖となるので，その前後の振幅は增大してゐるけれども，α

$=0.8$ の場合では $l/L=3.0$ に於ても動搖は零に近い。

要するに縱波に依る上下動搖は特別の場合を除き一般に其の量は小さいと云ひ得る。

6. 縱　　搖

縱波に依つて起る動搖の他の一つは縱搖である。今縱搖の爲に生ずる吃水の增加量を Δd とせば

$$\Delta d = l\varphi$$

l は船の重心より船首又は船尾に到る長さである，ϕ は動搖角を示す。ϕ の如何に依つては，l が可なり大きい爲 Δd は相當の量に達する。動搖角 ϕ を求める爲上下動搖と同樣な假定の下に運動方程式を求むれば（圖-7）

$$I_2 \frac{d^2\phi}{dt^2} = \iiint_V \{(x-x_0)\delta F_z + (z-z_0)\delta F_x\} \quad \cdots\cdots (40)$$

I_2: G を通り ξ 軸の周りの船の慣性能率

$\delta F_z, \delta F_x$ を夫々船に固定せる座標にて表せば

$$\delta F_z = -\rho g\Big[1 - \frac{r_0}{R}\Big(\frac{\sinh(H-d_1-\eta)/R}{\cosh H/R} - \phi\frac{\zeta}{R}\frac{\cosh(H-d_1-\eta)/R}{\cosh H/R}\Big)\cos\Big(\frac{\zeta}{R}-\alpha\omega_0 t\Big)\Big]dv$$

$$\delta F_x = +\rho g\frac{r}{R}\Big(\frac{\sinh(H-d_1-\eta)/R}{\sinh H/R} - \phi\frac{\zeta}{R}\frac{\cosh(H-d_1-\eta)/R}{\cosh H/R}\Big)\sin\Big(\frac{\zeta}{R}-\alpha\omega_0 t\Big)dv$$

故に運動方程式は

$$I_2\frac{d^2\phi}{dt^2} + \phi W m_2 \fallingdotseq -W\frac{r_0}{R}\frac{\kappa_2}{d}\sin\alpha\omega_0 t - \phi W\frac{r_0}{R}\frac{\kappa'}{d}\cos\alpha\omega_0 t \quad \cdots\cdots (41)$$

玆に

$$\left\{\begin{aligned}
m_2 &= \frac{1}{d}\Big(\frac{2}{9}l^2 - \frac{d(d-2d_1)}{2}\Big)\\
\kappa_2 &= R^2\frac{A_5}{A_0}\frac{\cosh(H-d)/R}{\cosh H/R} - R^2\frac{A_4}{A_0}\Big(1-\frac{\sinh(H-d)/R}{\sinh H/R} - \frac{d_1}{R}\coth\frac{H}{R} - \frac{d-d_1}{R}\frac{\cosh(H-d)/R}{\sinh H/R}\Big)\\
\kappa' &= R^2\frac{A_4}{A_0}\Big(\tanh\frac{H}{R} - \frac{\sinh(H-d)/R}{\cosh H/R} - \frac{d_1}{R} - \frac{d-d_1}{R}\frac{\cosh(H-d)/R}{\cosh H/R}\Big)\\
&\quad + R_2\frac{A_6}{A_0}\Big(\tanh\frac{H}{R} - \frac{\sinh(H-d)/R}{\cosh H/R}\Big) + R^2\frac{A_5}{A_0}\Big(\frac{d_1}{R} + \frac{d-d_1}{R}\frac{\sinh(H-d)/R}{\sinh H/R}\Big)
\end{aligned}\right.$$

A_0, A_4, A_5 は前述と同樣であり

$$A_6 = \iint\Big(\frac{\zeta}{R}\Big)^2\cos\frac{\zeta}{R}\,d\zeta d\xi$$

κ' は κ_2 に比して同位又は夫以下の値であり，從て ϕ の掛る (42) 式右邊第 2 項は非常に小さい値となるから省略して差支ない。又 m_2 の第 2 項は第 1 項に比して著しく小さいから之も省略して

$$m_2 = \frac{1}{d}\cdot\frac{2}{9}l^2$$

次に I_2 は I_1 と同樣に船型及積荷の關係に依り一定でないがその差異が割合に少いから，船體の密度一樣であると假定して計算し得る。

$$I_2 = \frac{W}{g}\Big[\frac{2}{9}l^2 + \frac{1}{3}(d-d_1)^2\Big] \fallingdotseq \frac{W}{g}\cdot\frac{2}{9}l^2$$

結局 (41) 式は

$$\frac{d^2\phi}{dt^2}+\phi\frac{g}{d}=-\frac{r_0}{R}\cdot\frac{g}{d}\cdot\frac{\kappa_2}{m_2\cdot d}\sin\alpha\omega_0 t \cdots\cdots(42)$$

κ_2 の內 A_4/A_0 は前節に計算した。玆に A_5/A_0 を計算してみると

$$\frac{A_5}{A_0}=4\left(\frac{R}{l}\right)^4\left[-\left(\frac{l}{R}\right)^3\sin\frac{l}{R}-4\left(\frac{l}{R}\right)^2\cos\frac{l}{R}+8\frac{l}{R}\sin\frac{l}{R}+8\cos\frac{l}{R}-8\right]\qquad 0<\frac{l}{R}<\infty$$

$$=\frac{2}{9}\left(\frac{l}{R}\right)^2\left[1-\frac{3}{40}\left(\frac{l}{R}\right)^2+\frac{3}{1400}\left(\frac{l}{R}\right)^4-\frac{3}{90720}\left(\frac{l}{R}\right)^6+\cdots\right]\qquad 0<\frac{l}{R}<1$$

之を

$$\frac{A_5}{A_0}\equiv\frac{2}{9}\left(\frac{l}{R}\right)^2\frac{A_{10}}{A_0}$$

と書き換へ，且吃水 d は長 l の約 1/8 に當るとして，κ_2 內の各函數を展開してみると

$$\frac{\kappa_2}{m_2\cdot d}=\frac{A_{10}}{A_0}\left[1-0.55\left(\frac{d}{R}\right)^2+\cdots\right]-\frac{A_4}{A_0}\left[\frac{0.183-0.524\,d_1/d}{14}\right]$$

第 2 項は第 1 項に比して著しく小さいから之を省略して

$$=\frac{A_{10}}{A_0}\frac{\cosh(H-d)/R}{\cosh H/R}$$

從て (42) 式の解は

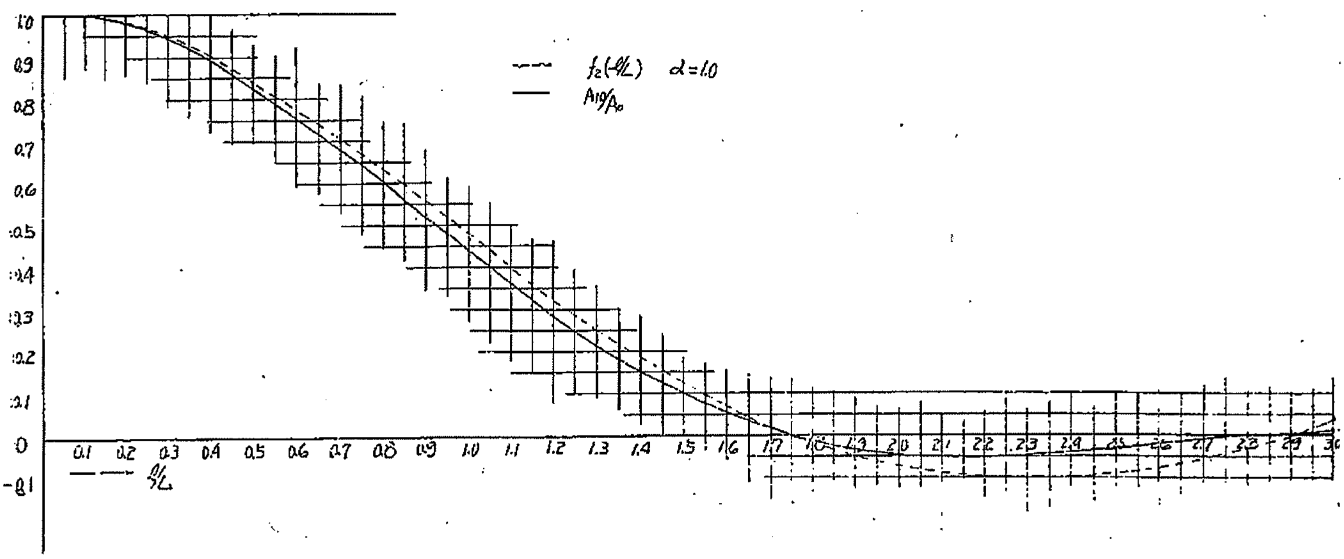
$$\phi=-\frac{r_0}{R}\cdot\frac{1}{1-\alpha^2\cdot d/R\cdot\tanh H/R}\cdot\frac{A_{10}}{A_0}\cdot\frac{\cosh(H-d)/R}{\cosh H/R}\cdot\sin\alpha\omega_0 t\cdots\cdots(43)$$

解は上下動搖と形が似てゐる。振幅を示す係數を $f_2(l/L)$ とし

$$f_2(l/L)=\frac{A_{10}}{A_0}\cdot\frac{1}{1-\alpha^2\cdot d/R\cdot\tanh H/R}\cdot\frac{\cosh(H-d)/R}{\cosh H/R}$$

とおき，f_2 及 A_{10}/A_0 を圖示すれば圖-9 となる。ϕ の値は A_{10}/A_0 の値に支配せられ，A_{10}/A_0 は亦 l/L に支配される。l/L が小さい時は ϕ は表面波の勾配 r_0/R に近づき，逆に l/L が大きい時は ϕ は非常に小さい。實

圖-9.　縦　　搖



際に大型船が海灣にて受ける波に於ては $l/L>1.3$ の場合が多いから其の範圍では $l/L=2.30$ の時 ϕ は極大となり，$l/L=1.75$ 又は 2.92 のときに極小となる。又上下動搖と同じく船が航行してゐる時向ひ波になるか，追波になるかに依て上記の値が多少變り又 ϕ の大さも多少增減するし或は又自由動搖と出遭の波の如何により共振を起すこともあり得るが，之は船の速度を變へたり航路を多少舵航すれば避け得られる。

要するに圖-9 から判斷して ϕ の最大振幅は大型船では $0.1\,r_0/R$，小型船で $0.15\sim0.25\,r_0/R$ とみてよい。

次に縱波に依る上下動搖と縱搖とを總合的に考へてみると兩者には $\pi/2$ の位相の差があり同時に振幅が極大に達することは無いから何れか大なる動搖を考察すれば良い。上下動搖の振幅は波高の 10％ 以下であり問題とするに足りぬ。寧ろ縱波の動搖は縱搖の如何によつて決まる。縱搖は波の表面波最大傾斜角 r_0/R の 10～20％ であるが，其の挺 l が長いから增加吃水 Δd は可なり大きく，r_0/R を 1/10 とすれば $(0.01\sim0.025)\,l$ となり Δd は 1.0 m を要求することもあり得る。

7. 結　　論

以上を要約すれば，波浪を受ける港灣の水深には動搖に依る吃水の增加を普通の餘裕水深とは別に考慮せねばならぬ。動搖は橫波を受けた場合と縱波を受けた場合と 2 通りに分れる。前者に依ては橫搖と上下動搖とを起し，その內上下動搖に依る吃水の增加を考へれば良く，之は其の海面に起る波の高さの 1/2 に相當する。但し岸壁に橫付けせる船はその 2 倍の吃水增加を生ずる。又縱波に依ては縱搖と上下動搖とを惹起し，其の內上下動搖は非常に小さいから問題とするの要なく，縱搖に由る船首尾の吃水增加を考慮すれば良く，之は其の海面に起る波の最急勾配に支配せられるが大略 1.0 m 位に達することがある。

（昭. 18. 8. 6. 受付）