討　議

第29巻第8號　昭和18年8月

載荷架構の上下振動週期に對する實用算定公式の提案

（第29巻1號所載）

正會員　岡　本　舜　三*

酒井博士が架構の振動と云ふ複雑なる問題に對して，不撓の研究を續けられ，その貴重な結果を實用的な形に變へて屢々吾々の前に示される事に對しては深き敬意を拂ふものであります。架構振動の解法についての原則は殆んど一定して居りますが，漫然とこれを應用すれば終止すべからざる冗長なものとなる事は誰しも經驗する所であつて，その解決は一に重要ならざる因子の除去と不靜定量の選び方と計算簡易化の巧拙にあると思ひます。著者はこの論文に於て機械基礎の振動なる命題を通じて振動問題の實用的解決に對する手段を與へられ，之により吾々の稗益さるゝ所大なるものがあります。勿論結果そのものも斯界にとつて貴重なものとは思ひますが。

只讀後に二，三の疑問が湧きましたので之をお尋ねしたいと存じます。

1. (4) 式が良き精度を與へる例として單純支承と固定支承の無載荷棒の撓振動が擧げられてゐますが，かなり大きな，場合によつては架構質量に匹敵する樣な機械が載荷されてゐる時にも（機械臺座ではこの樣な場合もありさうです）猶この例が適用され得ませうか。極端な例で恐縮ですが機械の質量に比し臺座の質量が無視される場合には運動エネルギーは機械に集り位置エネルギーは梁に集るので，假定曲線形の如何が大きく影響しさうです。從つて (4) 式の用ひられる限界がありさうに思ひます。

2. 機械の重心が梁の中央にない場合，又は動輪の廻轉等によるイナーシャが梁の中央に作用せざる場合は，水平振動も誘起される可能性はないでせうか。

3. 計算の結果はプラゲル氏の結果と比較されてはゐますが實驗の結果とはどの程度に合ふのでせうか。私はこの問題に限らず振動理論の結果の實證された例が少い事を常に不安に思つてゐます。殊に材料がコンクリートであり，又著者の例の如き厚い桁の場合猶その感を深めます。適當の機會に實驗又は實例による驗測の結果をお示し下されば，理論に對する信頼が益々强くなると存じます。猶些細の事ですが最後の例題にて著者の振動週期がプラゲル氏の正解より長い事と 7 頁 3 行目の積分の中の W は w なる事に氣付いたのでお知らせします。

以上望蜀の感がありますが愚感をのべて御教示を願ふ次第です。　（昭. 18. 5. 5. 受付）

著者　正會員　工學博士　酒　井　忠　明**

岡本氏よりの御質疑に對し御答へ致します。

1. (4) 式の第一近似解として振動曲線が，部材中央に單一力 P が作用する場合の撓み曲線に相似な形をとる

---

* 東京帝國大學助教授
** 北海道帝大教授

ものと考へても高い精度の結果が得られるものでありますが，この事實の例として最も極端な場合として機械の如き集中荷重のない場合を取扱つてこの方法の精度を検討したものであります。

機械の質量が構造物のそれより大なる程上述の近似解は正しき結果に近き値を與へるもので，岡本氏の御懸念される様な臺座の質量が機械のそれに比し無視し得る場合には上述の方法，從つて著者提案の公式は近似解でなしに正に正解を與へるものであります。

即ち假定の振動曲線が眞の振動曲線と一致するからであります。又は次の如く式によつても證明出來ます。

桁でも架構でも何んでも差支へないが一つの構造物に於て，その載荷點に考へる振動方向に單位力の働いた時の載荷點の撓みを η_0 とします。その點に P なる力の働く場合には $P\eta_0$ となります。この時この構造物に蓄積せられる歪エネルギー $\frac{1}{2}\int EI\left(\frac{p^2\eta}{dx^2}\right)^2 dx$ は η 曲線から直接面倒な計算をして求めなくとも，本文に於ても屢々採用してゐる通り，P のなした仕事と等しきを以て

$$\frac{1}{2}\int EI\left(\frac{d^2\eta}{dx^2}\right)^2 dx=\frac{1}{2}P^2\eta_0 \cdots\cdots(1)$$

と簡單に求まります。

次に載荷點に W なる荷重を擔つて此の點が $P\eta_0$ なる振幅を以て振動する場合を考へるに，その最大運動エネルギー $\frac{1}{2}P^2\int \rho\eta^2 dx$ は構造物の質量は之を無視する場合なる故載荷の質量丈を考へ

$$\frac{1}{2}P^2\int \rho\eta^2 dx=\frac{1}{2}P^2\frac{W}{g}(P\eta_0)^2 \cdots\cdots(2)$$

となり之が構造物に蓄積された最大歪エネルギーと相等しきを以て，兩者を相等しとをいて

$$\frac{1}{p}=\sqrt{\frac{W}{g}\eta_0}$$

又は週期は，

$$T=\frac{2\pi}{p}=2\pi\sqrt{\frac{W}{g}\eta_0} \cdots\cdots(3)$$

即ち (4) 式の結果がこの様になります。

次にエネルギー法によらず他の正解を示します。

構造物の質量を考へぬ故機械を一つの質點とする一質點運動となります。從つてその運動方程式は

$$\frac{W}{g}\frac{d^2\eta}{dt^2}=-c\eta \cdots\cdots(4)$$

玆に c は振動方向に單位長丈變位せしむるために要する力であります。即ち

$$c=\frac{1}{\eta_0}$$

であります。かゝる運動をなす振動體の固有振動週期は

$$T=2\pi\sqrt{\frac{W}{gc}}\quad 又は\quad 2\pi\sqrt{\frac{W}{g}\eta_0} \cdots\cdots(5)$$

となることは衆知の所であります。この結果はエネルギーの方法による (3) 式の結果と一致します。この事は偶然の事柄ではないのでこの様な場合にはエネルギー法に於て假定する振動曲線が實際の振動曲線を與へてゐるからであります。

尚蛇足ではありますがこの機會に簡單な各種構造物に對する η_0 の値を示せば表-1 の如くになります。

尚 η_0 を W なる荷重のもとに於て生ずる振動方向の撓みとすれば (5) 式は

$$T=2\pi\sqrt{\frac{\eta_0}{g}}\fallingdotseq\sqrt{\frac{\eta_0}{5}}\cdots\cdots(6)$$

又は 1 分間の振動數として

$$N=\frac{60}{T}\fallingdotseq\frac{300}{\sqrt{\eta_0}}\cdots\cdots(7)$$

となり從來から用ひられてゐる式であります。この式に表-1 に示す η_0 を用ふる場合には當然之を W 倍して用ふべきであります。

2. 臺座の振動學的設計に於ては勿論臺座の水平固有振動をも考へに入れます。故に特に上下振動と斷つた次第です。表-1 中の (6) 又は (7) の如き架構の水平固有振動週期の最も簡單な方法として採用されてゐるのは，機械及桁の質量は勿論でありますが，柱の 3 分の 1 の質量も桁の所に作用するものとして，一質點運動として扱ひ (3) 式を用ひることであります。又は本論文に取扱つた如く上部を水平に單一力で引張つた時の撓み曲線を振動曲線に相似と考へ，同一の方法により本文の (4) 式より計算することも出來ます。この場合桁の各部分は上下にも動くが之は水平の動きに比し小なる故之による運動のエネルギーは普通省略致します。

3. 著者の用ひた例題は提案式がどの程度に理論式と一致するかの例證としてとつたものであります。鋼鈑で作られた架構模型の實驗ではよく理論結果とあつてゐる例を見ますが，本文に採用したやうな例に於て之を驗測の結果と一致せしめるためには，當然桁の長さを柱の中心から中心にとつて K を漫然と定めることは無理であります。剛域なりハンチの影響をも考へる可きであります。

然し乍ら是等の影響を考へれば構造物は更に剛となり振動數も多くなり機械の回轉に對し更に安全となります。從つて嚴正なることを要求しなければ是等の影響を考へなくとも設計せる構造物の振動學的檢討の目的を達成することに充分役立つことゝなります。但し簡單に解決可能のものなら是等の影響をも考慮することはより望ましき次第で，かゝる場合の公式を作り且つ實驗結果と比較せんと，學術振興會の補助を得て目下研究中であります。

4. 本文 7 頁 3 行中の積分中の W は次行の結果からも明な如く誤植であります。

例題 2 の Prager の與へた振動數 $N=4\,600$ は，御承知の如く正解法の frequency equation から 3 桁以上の結果を出すことは頗る面倒なため，方法は正しき方法であるが結果は概算値でした。この例題の記してある誌上に別のいろいろな結果が何れも 10 の單位の所までは出してゐないことからわかりました。この結果著者の結果より振動數が多くなつたものです。然し乍ら $N=4\,600$ と出てゐる以上，之が 4 550 より小なる場合は考へられませんから，著者の計算結果の精度の檢照には一向差支へをきたしてゐません。

斯道に深き御造詣を有せらるる岡本氏に對しては大變平易に說明しすぎて失禮とは思ひましたが，この機會に振動問題にあまり關心をもたれない方々に對しても，幾分なりとも振動問題を理解して戴くつもりで書きました。御討議に對し深く感謝致します。

（昭. 18. 6. 5. 受付）