

論 說 報 告

第 29 卷 第 4 號 昭和 18 年 4 月

流 砂 に 關 する 研 究 (第 1 編)

(昭和 17 年 10 月 10 日第 4 回年次學術講演會に於て)

准會員 永 井 莊 七 郎*

要 旨 先づ従來發表された流砂量式に就て批判検討し、然る後に流砂量實用式を誘導してその適否を實驗により確め、次に流砂の分布に就て理論的並びに實驗的に研究した結果を記述した。

目	次
第 1 章 流砂量式	第 3 節 水路に於ける流砂の分布
第 1 節 緒 言	第 3 章 流砂分布の實測
第 2 節 在來の研究及びその批判	第 1 節 水路に於ける實験結果
第 3 節 限界掃流力と始動流速に就て	第 2 節 自然河川に於ける實験結果
第 4 節 流砂量式に就て	第 4 章 平均流砂點
第 5 節 著者の實験	第 1 節 概 説
第 2 章 流砂分布の理論	第 2 節 平均流砂點の位置
第 1 節 渦流に於ける砂粒濃度の擴散	第 3 節 水路に於ける實験結果
第 2 節 渦亂運動のみをなせる水中に於ける砂粒濃度の擴散	第 4 節 自然河川に於ける實験結果

第 1 章 流 砂 量 式

第 1 節 緒 言

移動床河川に於て、堰堤を築造する場合、河川より取水する場合、舟運のため航路を維持せんとする場合、或は河口港のある場合等に於ては、流砂問題が極めて重要である。

従つて移動床河川の多いドイツ、アメリカ等に於て多くの人によつて調査研究されて來た。然し乍ら流砂問題が本格的に研究され始めたのは西紀 1910 年頃以後であつて、未だ研究の日も淺く、満足なる解決をなし得ずして今日に至つてゐる。従來の研究の多くは水路床が單一粒径の砂粒から成つてゐて、而も床面の砂が流水中に浮遊せずして水路床上を移動する場合に關するものであつた。水路床が混合砂礫から成つてゐる場合に就ては僅かに中山秀三郎博士及び Gilbert が、やはり砂礫が水路床上を移動する場合について實驗を行つてゐるに過ぎない。

然るに實際の水路或は河川に於ける流砂には河床上を移動する所謂河床流砂のみではなく、一般に必ず浮游流砂を伴つてゐる。此の浮游流砂の量は渦流の程度が激しくなる程益々増加するものにして、出水時等に於ける此の量は實に夥しいものと考へられる。今河川に於ける全流砂量に對する浮游流砂量及び河床流砂量の割合を例示すれば次の如くである。

	浮游流砂 (%)	河床流砂 (%)
Mississippi 河河口に於て	90	10

* 工學士 京城帝國大學助教授

Colorado 河筋 Yuma に於て	80	20
Rio Grande 河筋 San Marcial に於て (メキシコ)	86	14

(Stevens: "The Silt Problem", Proc. A.S.C.E., Oct. 1934)

それ故河川或は水路に於ける流砂量を調べるには河床流砂及び浮游流砂の兩者に就て究明しなければならない。著者は此の兩種の流砂に就て根本的に研究し、最後に河川或は水路に於ける流砂量を算定する實用公式を誘導せんと考ふるものである。

第2節 在來の研究及びその批判

(1) 概説

水路或は自然河川に於ける流砂量に就ては從來多くの人々により研究されて來た。然し自然河川に於て流砂量を正確に測定することは極めて困難であるため、研究者の多くは小實驗水路に於ける實驗によつて此の問題を究明せんとし、その實驗結果より流砂量(主に河床流砂量)を表はす實驗式を求めた。

一般に流砂量 G は潤邊を構成する砂礫の粒徑 d 、混合割合 M (均等係數)、比重 w_s 等並びに水路の勾配 I 、水深 H 、斷面の形狀等により變化する。即ち流砂量は一般に次式で表はされる。

$$G = f(w_s, d, M, I, H) \dots\dots\dots(1)$$

(1) 式に於ける函數の形は各實驗者により夫々異つた式を與へてゐて、從つて從來多數の式が發表されてゐる。今それ等を大別すると大體次の2種類に分け得ると思ふ。

(a) 流速或は流量の函數で表はした式

流砂量 G を平均流速 v_m 或は底流速 v_b の函數として表はしたもの、即ち

$$G = f_1(v_m \text{ 或は } v_b) \dots\dots\dots(2)$$

v_m 或は v_b の代りに流量 Q で表はしたもの

$$G = f_2(Q) \dots\dots\dots(3)$$

(b) 掃流力の函數で表はした式

掃流力を F で表はすと

$$G = f_3(F) \dots\dots\dots(4)$$

(2) 流速或は流量の函數で表はした流砂量式

河床或は水路床に於ける砂礫の運動は主として底流速によるものであると言ふ考へから出發したものである。即ち一定粒徑の砂礫に對しては一定の始動流速が存在し、流速が此の値を越えると砂礫は一般に砂漣を描き乍ら移動し、更に流速が増大すると砂礫は浮游して流動すると考へるのである。

1. G. K. Gilbert の實驗⁽¹⁾ Gilbert は實驗水路の床面に細組混合砂礫を敷き實驗した結果、水路幅 B 、流量 Q 、砂礫の粒徑 d が一定なる時は流砂量 G は勾配 I に比例し

$$G \propto (I - I_0)^{0.93 \sim 2.37} \dots\dots\dots(5)$$

にして、又 B, d, I が一定の時 G は Q に比例し

$$G \propto (Q - Q_0)^{0.81 \sim 1.24} \dots\dots\dots(6)$$

(1) Gilbert: "The Transportation of Debris of Running Water," Professional Papers 36, Washington, 1914.

なる關係がある。此の實驗の結果によると、流砂量は流量よりも勾配の影響を強く受け、又砂粒の大小の影響は勾配及び流量程著しくないやうである。此のことは定性的には妥當であると考へられる。

2. Schaffernak の實驗⁽²⁾ 一定の限界掃流力に於て一定粒徑の粒子が運動するとは限らぬ。掃流力が同じでも河床の粗度が異なれば河床の流速も異つて来る。實驗によると、河床砂礫を流送するのは底流速 v_b である。従つて流砂量 G は底流速 v_b の函數であると考へた。即ち

$$G = f_1(v_b) \dots\dots\dots (7)$$

底流速 v_b は水深 H 或は水位 h の函數であるとの考へから、 G は結局 H 或は h の函數であるとし、

$$G = f_2(H) \quad \text{或は} \quad G = f_3(h) \dots\dots\dots (8)$$

Schaffernak は (7) 式の關係を實驗により求め、 v_b と H 或は h との關係は河川に於ける實測により求めて、兩關係より (8) 式を求めると言つてゐる。しかし同一地點に於ても v_b は H 或は h のみの函數ではなくて H (嚴密には徑深) 及び勾配 I の函數である。それ故 G は H 或は h のみの函數ではない。Schaffernak の考へには賛成し難い。

3. 中山秀三郎博士の實驗⁽³⁾⁽⁴⁾ 中山博士は Schaffernak と同様、一定の砂礫に對しては一定の始動流速が存するものであるとの考へから、流砂量を流速の函數で表はしてをられる。即ち Loire 河に於ける砂礫の進行速度より求めた Lechales の式

$$q_s = a(v_b^2 - 0.82^2) \text{ [ft}^2\text{/sec]} \dots\dots\dots (9)$$

- 式中 q_s : 單位幅を流過する流砂量
- v : 河床附近の流速 [ft/sec]
- 0.82: 0.04 inch 徑の砂粒の始動流速 [ft/sec]
- a : 常 數

を同博士の混合砂礫に就ての實驗結果より修正して次式を提案されてゐる。

$$Q_s = Q(v^2 - v_r^2)(\alpha + \beta I) \dots\dots\dots (10)$$

- 茲に Q_s : 一斷面を流過する河床流砂量 [立方尺/秒]
- Q : 一斷面の流量 [立方尺/秒]
- v : 斷面の平均流速 [尺/秒]
- v_r : 砂礫の平均始動流速 [尺/秒]
- I : 水面勾配

α 及び β の値は同博士の實驗によると、砂礫の種類、水面勾配等により異なるのみならず、同一の砂礫に於ても測點の場所により相當大きく變化してゐる。

中山博士は $v^2 - v_r^2$ の形を $k(F - F_0)$ の形にすると實用上便利であると考へて同博士の實驗値を用ひて試みられたが、勾配 I の變化が僅少なるため、その適否を判斷することが出来なかつたと記してをられる。之に依れば同

(2) F. Schaffernak: Neue Grundlagen für die Berechnung der Geschiebeführung in Flussläufen. Leipzig in Wien, 1922.

(3) 中山秀三郎: 「自成水路内の砂の運動に關する模型實驗報告」, 土木學會誌, 第 10 卷, 第 2 號, 大正 13 年 4 月

(4) 同 : 「河床を轉動, 又は跳動する砂礫の量に關する一考察」, 土木學會誌, 第 14 卷, 第 6 號, 昭和 3 年 12 月

博士は、流砂量を流速の函数で表はすよりは掃流力の函数として表はす方が實用上便利であると考へてをられたやうである。此の點に就ては著者も同感である。

又 $v_r = mH^a$ と置いて實驗により各種の砂礫に對して m 及び a を求めてをられる。 a は大體 0.5 前後にして、 m は砂礫の種類により異なる係數であるが、兩者の關係を一般的に表はすことは出來なかつたやうである。尙後になつて⁽⁵⁾、高水時には (10) 式よりも (II) の如き式が適當ではないかと思考されると記してをられる。

$$Q_s = Q \left(\frac{v^2 - v_r^2}{v^2} \right) (\alpha' + \beta'I) \dots\dots\dots (11)$$

(11) 式及び (10) 式に於ける Q_s は河床を轉動する砂礫の量である。

4. Schoklitsch 式⁽⁵⁾ 河床の砂礫が全體的に移動し始むる時の流量を限界流量と稱し、次式で表はした。

$$q_0 = \frac{1944 \cdot 10^{-8}}{I^{4/3}} d \dots\dots\dots (12)$$

式中 q_0 : 水路單位幅當りの限界流量 [m³/sec/m]
 d : 粒徑一様なる砂の直徑 [mm]
 I : 勾 配

流砂量 G は限界流量以上の超過流量 $Q - Q_0$ に比例すると考へ、粒徑が一様なる砂に對して次の關係を求めてゐる。

$$\left. \begin{aligned} q &= \frac{7000}{\sqrt{d}} I^{2/3} (q - q_0) \text{ [kg/sec/m]} \\ G &= \frac{7000}{\sqrt{d}} I^{2/3} (Q - Bq_0) \text{ [kg/sec]} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

式中 B : 水路幅 [m], d : 粒徑 [mm]

混合砂礫に對しては、粒徑により a, b, c, \dots, h の群に分類し、その各群の平均直徑 $d_a, d_b, d_c, \dots, d_h$ に對する流砂量 G_a, G_b, G_c, \dots を (13) 式より求め、それ等を加へ合せて全流砂量を次式により算出する。

$$G_{a-h} = aG_a + bG_b + cG_c + \dots + hG_h \dots\dots\dots (14)$$

式中 a, b, c, \dots, h = 粒徑 $d_a, d_b, d_c, \dots, d_h$ なる砂の重量百分率 [%]

Schoklitsch は (14) 式による計算値と混合砂礫に關する Gilbert の實驗値⁽¹⁾とを比較してゐるが良く合つてゐる。

限界流量を d 及び I の函数で表はしたる點は妥當であると考へるが、(12) 式の適否は疑問である。著者の實驗値により檢したるに全然合はなかつた。即ち

(i) 柳河河床砂礫 ($d_m = 0.125$ mm)

$I = 0.00133$, $H = 0.0238$ m の時、限界掃流力時にして $F_0 = 31.7$ gr/m², 此の時の流量 $Q_0 = 3954.6$ cm³/sec であつた。今 $d \approx d_m$ とおいて (12) 式より q_0 を求めると

$$q_0 = \frac{1944 \cdot 10^{-8}}{(0.00133)^{4/3}} \cdot 0.125 = 0.02337 \text{ m}^3/\text{sec/m}$$

$$\begin{aligned} \therefore Q_0 &= q_0 B = 0.02337 \times 0.55 = 0.012854 \text{ m}^3/\text{sec} \\ &= 12854 \text{ cm}^3/\text{sec} \end{aligned}$$

(5) A. Schoklitsch: Stauraumverlandung und Koikabwehr. 1926, S. 17~26.

此の値は實驗値の約 3 倍である。

(ii) 松花江河床砂礫 ($d_m = 0.318$ mm)

$I = 0.000325$, $H = 0.1407$ m の時, 限界掃流力時にして $F_0 = 45.7$ gr/m², 此の時の流量 $Q_0 = 30935.4$ cm³/sec であつた。然るに (12) 式より q_0 を求めると

$$q_0 = \frac{1.944 \cdot 10^{-8}}{(0.000325)^{4/3}} \cdot 0.318 = 0.2767 \text{ m}^3/\text{sec/m}$$

$$\begin{aligned} \therefore Q_0 &= q_0 B = 0.2767 \times 0.55 = 0.152185 \text{ m}^3/\text{sec} \\ &= 152185 \text{ cm}^3/\text{sec} \end{aligned}$$

となり, 實驗値の約 5 倍である。

5. Meyer-Peter 等の式⁽⁶⁾⁽⁷⁾

大水路と小水路との床面に粒径が夫々 $d = 28.6$ mm 及び $d = 5.05$ mm の単一粒径の砂粒を敷き實驗を行つた結果, 流砂量と流速及び掃流力との間には何等一定の關係は存せず, 流砂量は流量及び砂粒径の函數で表はさる可きものとして次式を誘導してゐる。

$$\begin{aligned} \frac{q^{2/3} I}{d} &= a + b \frac{q^{2/3}}{d} \\ \text{或は} \quad q &= \left(\frac{q^{2/3} I}{b} - \frac{a d}{b} \right)^{3/2} \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\frac{q^{2/3} I}{d}} \right\} \dots \dots \dots (15)$$

式中 q : 流量 [kg/sec/m]
 q : 流砂量 [kg/sec/m]
 d : 粒径

I : 勢力線の勾配 (普通は河床勾配と一致する)

a 及び b は常數である。幾何學的に相似なる砂礫に於ては a 及び b は比重にのみ關係する。實驗によると, 比重が 2.6 なる河砂に對しては $a = 17$ 及び $b = 0.4$ であつた。

(15) 式は單一粒径の砂に就て得た流砂量式であるが, 混合砂礫の標準粒径 d を, 粒度曲線に於ける重量百分率が 5% なる點の粒径にとれば, $d = 6 \sim 40$ mm の混合砂礫にも適用出来ると言つてゐる。然し Gilbert の $d = 4.94$ mm 及び $d = 3.17$ mm の實驗値等には合つてゐない。又著者の實驗値に就て, 近似的に $\gamma = 2.6$, $a = 17$ 及び $b = 0.4$ として計算して見たが, 實驗結果には全然合はなかつた。

6. その他の式

Owens⁽⁸⁾ は Hun 河に於ける砂漣の移動速度 v_s を測定した處, v_s は平均流速 v の 6 乘に比例した。即ち

$$v_s = \frac{v^6}{5} \quad [\text{ft}/\text{sec}]$$

(6) E. Meyer-Peter, H. Favre und A. Einstein: "Neuere Versuchsergebnisse über den Geschiebetrieb," Schweiz. Bauz. März 1934, S. 147~150.

(7) Meyer-Peter, Favre und R. Müller: "Beitrag zur Berechnung der Geschiebeführung und der Normalprofilbreite von Gebirgsflüssen," Schweiz. Bauz., März. 1935, S. 95~99 und S. 109~113.

(8) J.S. Owens: "The Settlement and Transport of Sand in Water," Engineering, 1912 Dec., p. 862~864.

従つて砂が河床を砂漣を描き乍ら移動してゐる時の河床流砂量 Q_{sb} は

$$Q_{sb} = 0.0476 v_s^3 \text{ [ft}^3/\text{hr]} \dots\dots\dots(16)$$

を得た。之に對して G. F. Deacon は實驗の結果、表面流速 $v_s \leq 10 \text{ ft/sec}$ の時の流砂量 (重量) G は

$$G \propto v_s^5$$

であつたと記してゐる。

M. Fabre は Zürich に於て、 $\rho = 1$ なる木炭粒から $\rho > 4.0$ なる酸化バリウム粒に就て實驗を行ひ次式を得てゐる。

$$\left. \begin{aligned} G &= 2.16 \frac{I^{1.5} Q}{w^{1/3}} - 20.70 d w_e^{7/3} \\ \text{限界流量 } Q_0 &= k \frac{w^{7/3} d}{I^{3/2}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(17)$$

限界流量

式中 w は砂粒の水中に於ける單位體積の重量にして

$$w = w_s - w_0$$

Mac Dougall (1934 年) は Massachusetts Institute of Technology に於て集めた資料より Schoklitsch の (18) 式に類似した次式を得てゐる。

$$G = a I^b (Q - Q_0) \dots\dots\dots(18)$$

a, b は相關した常數にして、共に粒徑 d 及び均等係數 M とにより變る。 $a = 100 \sim 1,000$, $b = 1.25 \sim 2.00$ に變化してゐる。 a が之だけ大きく變化しては實用上不便であらう。又 a 及び b と d 及び M との關係も不明である。

Griffith⁽⁹⁾ は印度の灌漑水路に於ける實測より平均流速 v と水深 H との間に次の關係を得てゐる。

$$v = c H^{0.57} \text{ [ft/sec]} \dots\dots\dots(19)$$

式中の c は流砂量により異なる係數にして、今流砂比 (重量比) を $\lambda (1/10,000)$ とすれば

$$c = \frac{\lambda}{7.5}$$

$$\therefore \lambda = 7.5 c = \frac{7.5 v}{H^{0.57}} \text{ [ft-sec 單位]} \dots\dots\dots(20)$$

(20) 式は大體彼自身の實測結果に合つてゐるが相當違ふ場合もある。Griffith は (20) 式は粒徑が非常に小さいものには適せず、大體 $d \geq 0.05 \text{ mm}$ のものに就て成立すると言つてゐる。

此の關係は同じく印度の水路に於て、R. G. Kennedy (1895 年) 及び B. A. Etcheverry (1931 年) が見出した「流水の土砂による飽和速度⁽¹⁰⁾」に就ての關係式に類似してゐる。

$$v = 0.84 \frac{a}{40} H^{0.64} \dots\dots\dots(21)$$

式中 a : 水中に於ける沈降速度が 3 cm/sec 以上なる粒子の重量百分率

(20) 式及び (21) 式は $I = \text{一定}$ にして水路潤邊の性質が一樣なる印度の水路に於てのみ成立するものであらうと考へられる。

(9) W. M. Griffith: "A Theory of Silt Transportation," Proc. A. S. C. E., May 1933, p. 859~874.
 (10) 著者: 「流砂, 沈澱及び洗掘 (1)」, 土木技術, 第 3 卷第 11 號, 昭和 17 年 11 月

L. Straub⁽¹¹⁾ は彼自身及び他の人々の実験に基いて次式を誘導してゐる。

$$g = k \left(\frac{1.486}{nM} \right)^{-4} H^{-2/3} v^2 (v^2 - v_0^2) \quad [\text{lbs/sec/ft}] \quad \dots\dots(22)$$

茲に v_0 は限界掃流力時の平均流速にして Manning 式

$$v_0 = \frac{1.486}{nM} H_0^{2/3} I_0^{1/2} \quad [\text{ft/sec}]$$

で求める。 k は砂澁が形成されなければ砂の種類にのみよる値である。

(3) 掃流力の函数で表はした流砂量式

河床或は水路床の砂礫は、その抵抗力が水流の掃流力に打勝ち得なくなつた時運動を始むるものである。従つて一定粒径の砂礫に對してはその砂礫が運動を始むる一定の限界掃流力が存在し、掃流力の大きさによつて大體砂礫の運動の程度も定まつて来る。それ故流砂量は掃流力の函数として表はさる可きものであると言ふ考へから出發したものである。

1. du Boys 式 (1879 年) 河床が一樣なる粒径 d の砂層からなり、單位床面に作用する掃流力 F (限界掃流力 F_0 より大) が nd 層の摩擦抵抗と釣合ひ、第 n 番目即ち最下層は靜止し、第 $(n-1)$ 層は u なる速度で移動し、上層に向ふにつれて移動速度は等差級數的に増加するものと假定して次式を導いた。

$$\left. \begin{aligned} g &= \psi F (F - F_0) \quad [\text{kg/sec/m}] \\ \psi &= \frac{1}{2} \frac{w_0 u d}{F_0^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots(23)$$

或は

$$\left. \begin{aligned} Q_s &= \varphi F (F - F_0) \quad [\text{m}^3/\text{sec/m}] \\ \varphi &= \frac{1}{2} \frac{u d}{F_0^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots(24)$$

然し實際には河床は大小粒径の混合砂礫から成つてゐる。又砂礫の移動も du Boys の言ふ如く、 nd 層の砂礫が同時に、而も等差級數的に増加する移動速度を以て行はれるものではない。著者は実験により檢してみたがやはり du Boys の考へ方は正しくないと考へられた。Schoklitsch⁽¹²⁾ 及び安藝氏⁽¹³⁾ もその実験結果より同様のことを報告してゐる。従つて (23) 式乃至 (24) 式の誘導に用ひた du Boys の假定には誤りがあると考へられるが Schoklitsch が粒径の一樣なる砂に就て行つた実験の結果によれば、結局流砂量 (河床流砂量) は (23) 式の形式になつた ((25) 式参照)。又 Schaffernak は G_{cor}^2 であると稱してゐる一方、 $d < 5 \text{ mm}$ なる如き自然河川に於て水面勾配 I が一定であれば (23) 式が適用出来ると記してゐる。

2. Schoklitsch 式⁽¹²⁾ du Boys の (23) 式中の ψ の値を粒径が一樣なる 4 種の砂 (陶器製球, 石英砂, 片麻岩質の砂及び鑽石砂) に就て求め次式を得てゐる。

$$\psi = 0.54 \frac{w_s}{w_s - w_0}$$

(11) L. G. Straub: Discussion on "Laboratory Investigation of Flume Traction,"⁽¹⁴⁾ Proc. A. S. C. E. Oct., 1938, p. 1769~1703.

(12) A. Schoklitsch: Über Schleppekraft und Geschiebebewegung, 1914.

(13) 安藝一: 「河相論主として河相と河川工法との關聯性に就ての研究 (其の 2)」, 土木學會誌, 第 27 卷 第 11 號 1030 頁

茲に w_s は砂粒の比重である。故に (23) 式は

$$g = 0.54 \frac{w_s}{w_s - w} F(F - F_0) \text{ [kg/sec/m]} \dots\dots\dots (25)$$

(25) 式は床面が石質及び粒徑の一樣なる砂から成つてゐて而も砂粒が浮遊せず床面上を轉動或は滑動してゐる際のみ適用し得るものである。

Schoklitsch は 1914 年に此の式を發表したが、その後他の人々の實驗及び實測結果より、流砂量は流量を以て表はすべきであると考へたやうで、1926 年には (18) 式を提唱してゐる。

3. アメリカ水路實驗所の式 (西紀 1935 年) United States Waterways Experiment Station で行つた實驗結果より次式を得てゐる。

$$g = \frac{k}{n_M} (F - F_0)^{1.5 \sim 1.8} \dots\dots\dots (26)$$

式中 n_M : Manning 流速式中の粗度係數

同所報告によると、「混合砂礫の粒徑 d が小なる程砂澁は大となる」と記してゐる。若し然りとすれば、 d が小なる程 n_M は大となり、従つて (26) 式より g は小となることになる。然るに實際には砂の粒徑が微細になる程流砂量は大であるから、(26) 式は事實に反してゐると考へられる。

4. Chang 式⁽¹⁴⁾ Chang は (26) 式に於ける矛盾を指摘し、 G と n_M とは比例す可きであると考へ、實驗により兩者の關係を求めたるに大體 $g \propto n_M^0$ であつた。又水路床に於ける砂澁の移動速度 v_s を測定した結果

$$v_s = (0.000125 \sim 0.001085) v^5 \text{ [ft/sec]}$$

であつた。式中の v は斷面の平均流速である。河床流砂量 g は v_s に比例するから $g \propto v^5$ となる。

$$\therefore g \propto n_M^0 \cdot v^5 = n_M^0 \frac{1}{n_M^5} R^{10/3} I^{5/2} = n_M F^{2.5}$$

となる。故に實驗により g/n_M と $F(F - F_0)$ との關係を求めると極く大體ではあるが次の關係が得られた。

$$\frac{g}{n_M} = k F(F - F_0)$$

$$\therefore g = k n_M F(F - F_0) \text{ [lbs/sec/ft]} \dots\dots\dots (27)$$

茲に k の値は

金鋼砂に對して ($w_s = 3.89, d_m = 0.31 \text{ mm}$) $k = 50\,000$

$w_s = 2.65, d_m = 0.23 \text{ mm}$ なる砂に對して $k = 100\,000$

輕石の砂 ($w_s = 2.02, d_m = 0.32 \text{ mm}$) に對して $k = 210\,000$

(27) 式を書直すと

$$g = \frac{K n_M}{F_0^2} F(F - F_0) \dots\dots\dots (28)$$

Chang の式は砂粒の徑が一樣なる實驗より得たものである。(27) 式或は (28) 式及び Schoklitsch の (25) 式より判斷すれば、少くとも單一粒徑の砂より成る水路に於て、砂粒が浮遊せず砂澁を描き乍ら流動する場合には、流砂量は du Boys の (23) 式の形式で表はされると考へられる。

(14) Y. L. Chang (支那): "Laboratory Investigation of Flume Traction and Transportation," Proc. A. S. C. E., Nov. 1937, p. 1701~1739.

5. Einstein 式⁽¹⁵⁾ Einstein は河床の流砂に関して限界掃流力とか始動流速を正確に定義することは困難或は不可能であるから、之等の限界条件を含めぬ流砂量式を導かんと考へた。一樣なる沈澱物或は一樣な沈澱物と同様な働きをなす混合沈澱物からなる河床上を浮遊せずして移動する流砂量は一断面に於ける河床の單位幅を 1 秒間に流過する粒子量に等しく、之は河床上の (L×1) なる面積より 1 秒間に移動する粒子量に等しいと考へて次式を誘導してゐる。但し L は粒子が 1 秒間に歩み終へる歩長である。

$$\begin{aligned} \Delta\phi &= f(B\psi) \\ \phi &= \frac{1}{\mu} \frac{g}{(\rho_s - \rho_w)g} \sqrt{\frac{\rho_w}{\rho_s - \rho_w}} \frac{1}{\eta^{0.5} d^{1.5}} \\ \psi &= \frac{\rho_s - \rho_w}{\rho_w} \frac{d}{R.I} \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \Delta\phi &= f(B\psi) \\ \phi &= \frac{1}{\mu} \frac{g}{(\rho_s - \rho_w)g} \sqrt{\frac{\rho_w}{\rho_s - \rho_w}} \frac{1}{\eta^{0.5} d^{1.5}} \\ \psi &= \frac{\rho_s - \rho_w}{\rho_w} \frac{d}{R.I} \end{aligned}} \right\} \dots\dots\dots (29)$$

- 式中 g: 重さで表はした毎秒の流砂量
 ρ_s: 砂粒の密度
 ρ_w: 水の密度
 μ: 砂粒の種類による係数

水路床が単一粒径の砂粒から成る彼自身の實驗及び Gilbert の實驗⁽¹⁾に依れば、粒径 d=0.315~28.65 mm, 比重 ρ_sg=1.25~4.22, 水深 H=1.8~110 cm の範圍に於ては

$$A=0.465, \quad B=0.391, \quad f(x)=e^{-x}$$

であつた。故に (29) 式は

$$\begin{aligned} 0.465 \phi &= e^{-0.391\psi} \\ \text{或は} \quad \phi &= 2.15 e^{-0.391\psi} \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} 0.465 \phi &= e^{-0.391\psi} \\ \phi &= 2.15 e^{-0.391\psi} \end{aligned}} \right\} \dots\dots\dots (30)$$

(30) 式は床面が単一粒径の砂から成つてゐて、φ<0.4 の時は實驗値に比較的良く合つてゐる。Einstein は、(30) 式を更に混合砂礫に関する實驗値 (アメリカ水路實驗所が Vicksburg に於て行つた實驗値) と比較してゐる。その結果では、半分は大體合つてゐるが、他の半分は合つてゐない。但し d は粒度曲線に於て 40% の點の粒径 (mm) を用ひてゐる。(30) 式は可なり無理な假定のもとに而も水路床が単一粒径の砂から成つてゐるものとして誘導されたものであるから、混合砂礫から成る水路床に於ける實驗値に合はれないのは當然であらうと思はれる。又 Einstein 自身も凡ての流砂に関する法則を簡単な一つの數學式で表すことは出来ないとしてゐる。

第 3 節 限界掃流力と始動流速に就て

河床の砂礫が全體的に運動を始むる時の水流の掃流力を一般に限界掃流力と稱する。此の限界掃流力に就ては、F. Kreuter の河川に於ける實測 (1898 年), Gilbert⁽¹⁾, Scholditsch⁽¹²⁾, Kramer⁽¹⁶⁾, Krey⁽¹⁷⁾, Indri (1936 年), 石原藤次郎氏⁽¹⁸⁾及び著者⁽¹⁹⁾の實驗の結果、「水路床を構成する砂礫が一定であれば一定の限界掃流力が存在

(15) H. A. Einstein: "Formula for the Transportation of Bed Load," Proc. A. S. C. E., March 1941, p. 351~367.

(16) Hans Kramer: "Sand Mixtures and Sand Movement in Fluvial Models," Proc. of A. S. C. E., April 1934, p. 443~483.

(17) H. D. Krey: Modellversuche für einen Fluss mit starker Geschiebebewegung ohne erkennbare Bankwanderung, 1935.

(18) 石原藤次郎: 「橋脚による河床洗掘に関する實驗的研究」, 土木學會誌, 第 24 卷, 第 1 號。

(19) 永井: 「遼河河床砂礫の移動に関する研究」, 土木學會誌, 第 27 卷, 第 1 號。

する。而してその値は水路床を構成する砂礫の比重、粒径、混合状態、空隙率、形状等により異なることが證明されてゐる。唯問題は一定の限界掃流力が存在する勾配の範囲であるが、従来は 1/400~1/800 位と考へられてゐたが、著者が 1/1 000以下の緩勾配に就て實驗したるに、大體 1/3 000位までは一定の砂礫に對して略一定の限界掃流力が存すると考へて差支ないと思はれた。然し勾配が之より緩かになると限界掃流力の値は稍々減少するやうに思はれた。例へば

(1) 遼河河床砂水路に於て

$$I \geq 1/1 000$$

(i) 水面勾配 $I=1/750=0.00133$, 水深 $H=0.0238$ m の時

$$F_0 = 10^6 \cdot HI = 10^6 \times 0.0238 \times 0.00133 = 31.7 \text{ gr/m}^2$$

(ii) $I=1/804=0.00124$, $H=0.0271$ m の時

$$F_0 = 10^6 \times 0.0271 \times 0.00124 = 33.6 \text{ gr/m}^2$$

$$I < 1/1 000$$

(iii) $I=0.000708$, $H=0.0464$ m の時

$$F_0 = 10^6 \times 0.0464 \times 0.000708 = 32.9 \text{ gr/m}^2$$

(iv) $I=0.000760$, $H=0.0417$ m の時

$$F_0 = 10^6 \times 0.0417 \times 0.000760 = 31.7 \text{ gr/m}^2$$

此の砂礫に於ては $I < 1/1 000$ の時も $I > 1/1 000$ の時と限界掃流力は略同じ値である。然し勾配が非常に緩かになると限界掃流力の値は小さくなるやうである。即ち

(v) $I=0.000240$, $H=0.0802$ m の時限界掃流力時にして

$$F_0 = 10^6 \times 0.0802 \times 0.000240 = 19.3 \text{ gr/m}^2$$

(2) 松花江河床砂水路に於て

$$I > 1/1 000$$

(i) $I=0.00172$, $H=0.0295$ m の時

$$F_0 = 50.7 \text{ gr/m}^2$$

(ii) $I=0.00196$, $H=0.0279$ m の時

$$F_0 = 54.7 \text{ gr/m}^2$$

$$I \leq 1/1 000$$

(iii) $I=0.0010$, $H=0.0426$ m の時

$$F_0 = 42.6 \text{ gr/m}^2$$

(iv) $I=0.000425$, $H=0.0997$ m の時

$$F_0 = 42.4 \text{ gr/m}^2$$

(v) $I=0.000325$, $H=0.1407$ m の時

$$F_0 = 45.7 \text{ gr/m}^2$$

(vi) $I=0.000340$, $H=0.1162$ m の時

$$F_0 = 39.5 \text{ gr/m}^2$$

此の砂礫に於ては $I=1/500$ の時と $I=1/1 000 \sim 1/3 000$ の時とでは稍々前者の方が F_0 の値が大となつてゐる。

その差は比較的僅少であるから、之等を平均して大體 $F_0=45.9 \text{ gr/m}^2$ 一定と見て差支ないであらう。最近安藝氏の實驗⁽¹³⁾に於ては底勾配が $1/2000$ までは F_0 の値が一定であつたと報告してゐる。

以上よりして一定種類の河床砂礫に對しては必ず一定の限界掃流力が存在し、水流の掃流力が限界掃流力に達すると河床砂礫は全體的に移動を始め、掃流力が増加するにつれて砂礫の運動は激しくなる。従つて流砂量は水流の掃流力が河床砂礫の限界掃流力以上に増加した割合に比例すると考へるのは妥當である。然し後に述ぶる如く、砂礫の浮遊には掃流力と共に流速が關係してゐると考へられるから、流砂量は掃流力と流速との函數であらう。

上記の掃流力説に對して、Schaffernak は河床の砂礫を流送するのは掃流力に非ずして底流速である。従つて一定種類の砂礫にはその砂礫が全體的に移動を始むる一定の始動底流速が存在し、流砂量は底流速の函數で表はさる可きであると主張してゐる (然し何故限界掃流力が存在しないかに就ては理論的にも實驗的にも證明は少しも行つてゐない)。中山博士も Schaffernak と同様に始動流速の存在を認め、流砂量を流速の函數で表はされた。

扱つて掃流力説と流速説との岐れ目は、結局河床砂礫に働く水流の力を掃流力で表はすか又は流速の函數で表はすかにあると考へられる。即ち水流の力を K で表はすと

$$K = w_0 H I \dots\dots\dots (31)$$

であると考へるのが掃流力説にして、

$$K = \psi w_0 \frac{v^2}{2g} \dots\dots\dots (32)$$

であると考へるのが流速説である。(32) 式に於て砂礫が激しく移動しない時は ψ は砂礫の種類が一定であれば大體一定の値であるから、一定種類の砂礫に對しては一定の始動流速が存在するであらうと考へられる。實際に著者が實驗により調べたに、大體一定の始動流速があるやうである。即ち

(1) 遼河河床砂水路に於て

- (i) 限界掃流力 $F_0=31.7 \text{ gr/m}^2$ の時、平均流速 $v_r=0.302 \text{ m/sec}$
- (ii) $F_0=32.9 \text{ gr/m}^2$ の時、 $v_r=0.318 \text{ m/sec}$
- (iii) $F_0=31.7 \text{ gr/m}^2$ の時、 $v_r=0.333 \text{ m/sec}$

I が非常に緩かになると F_0 の場合と同様 v_r も又多少變つて來るやうである。

- (v) $F_0=19.3 \text{ gr/m}^2$ ($I=0.00024$) の時、 $v_r=0.361 \text{ m/sec}$ であつた。

(2) 松花江河床砂水路に於て

- (i) $F_0=50.7 \text{ gr/m}^2$ の時、 $v_r=0.319 \text{ m/sec}$
- (ii) $F_0=54.7 \text{ gr/m}^2$ の時、 $v_r=0.289 \text{ m/sec}$
- (iii) $F_0=42.6 \text{ gr/m}^2$ の時、 $v_r=0.326 \text{ m/sec}$
- (iv) $F_0=42.4 \text{ gr/m}^2$ の時、 $v_r=0.368 \text{ m/sec}$
- (v) $F_0=45.7 \text{ gr/m}^2$ の時、 $v_r=0.400 \text{ m/sec}$
- (vi) $F_0=39.5 \text{ gr/m}^2$ の時、 $v_r=0.336 \text{ m/sec}$

それ故兩説の適否は結局 (31) 式と (32) 式との優劣に歸すると考へられる。而して (31) 式と (32) 式との優劣

(13) 安藝氏は水路の關係で $1/2000$ 以下の緩勾配の實驗は行つてゐない。

に就ては理論的には判定し難きも、河川に於ては H 及び I の測定は底流速或は平均流速の測定よりは容易にして且正確であるから、實用的見地より (31) 式の方が有利であると考へられてゐる。實際問題として、底面附近の流速は測定が極めて困難にして且、底附近の流速の變化は著しいから、單に底流速といつても、底面からの距離が僅か違つても流速の値は著しく異つて來るから底流速なるものは甚だ不明瞭である。又限界掃流力に就ては詳細に研究され、諸種の砂礫に對して限界掃流力を求める式⁽¹⁹⁾⁽²⁰⁾が作製せられ、且それ等の式が實驗値に合ふことが確められてゐる。然るに始動流速に就ては $v_r = mH^\alpha$ にて表はさんと試みられてゐるが、 m 及び α の値は砂礫の種類により變化して定まつてゐない。又 v_r を m 及び H のみで表はすのは可なり無理があり、 I の影響をも考慮しなければならない。

以上論じたところより、水流の力を表はす式としては (31) 式が有利であると考へられる。従つて流砂量式に就ても始動流速を用ひず限界掃流力を用ひた方が有利であると言ひ得る。

第4節 流砂量式に就て

(1) 理論式

(a) 勢力論に因る式

固定床水路の周壁面に働く摩擦抵抗力を τ_{10} とすれば、等速流に於ては、 l 區間に流水の失ふ位置の勢力は流水がその區間の接觸面に作用する摩擦抵抗に抗してなした仕事の量に等しきを以て

$$\tau_{10}Sl = w_0 AI I \dots\dots\dots (33)$$

式中 S : 水路の潤邊, A : 流水斷面積,

移動床水路に於ける壁面の摩擦抵抗力を τ_s , 水路單位長に就ての流砂量を V_s/l とし、且流砂量は水の流量 Q に比して遙かに僅少にしてそのために斷面積 A に殆んど變化を與へないとする。即ち

$$w_0 A \gg w_s \frac{V_s}{l}$$

然るときは

$$\tau_s \cdot S \cdot l = w_0 A I I + w_s \frac{V_s}{l} \cdot l I = w_0 A I I + w_s V_s I \dots\dots\dots (34)$$

故に流砂のある水路の壁面に作用する摩擦抵抗力 τ_s は流砂なき水路に於ける摩擦抵抗力 τ_{10} より (34) 式に於ける第 2 項だけ大である。之は流砂のある水路に於ては、砂礫を流送することに流水の勢力が消費されると同時に床面に砂漣を生じて粗度を増加し、又そのために渦流をも増大して流水の抵抗を増大するからである。

(33) 及び (34) 式より

$$w_s \cdot V_s \cdot I = (\tau_s - \tau_{10}) l S$$

今單位時間 (秒) についての流砂量 (容積) を λQ とすれば

$$V_s = \frac{\lambda Q}{v_s}$$

$$\therefore w_s \lambda Q = (\tau_s - \tau_{10}) v_s \frac{S}{l} \dots\dots\dots (35)$$

然るに

(20) 永井: 「移動床を有する小水路及び自然河川に於ける新流速公式」(後編), 土木學會誌, 第 28 卷, 第 7 號。

$$\left. \begin{aligned} \tau_{10} &= \psi_{10} w_0 \frac{v_{10}^2}{2g} \\ \tau_s &= \psi_{ws} (w_0 + \lambda w_s) \frac{v_{ws}^2}{2g} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (36)$$

$$\therefore w_s \lambda Q = \{ \psi_{ws} (w_0 + \lambda w_s) v_{ws}^2 - \psi_{10} w_0 v_{10}^2 \} \frac{v_s}{2g} \frac{S}{I}$$

今近似的に $v_s = v_{ws}$ とをけば

$$\text{流砂量 (重量)} = w_s \lambda Q = \{ \psi_{ws} (w_0 + \lambda w_s) v_{ws}^2 - \psi_{10} w_0 v_{10}^2 \} \frac{w_0}{2g} \frac{S}{I} v_{ws} \dots\dots\dots (37)$$

$w_0 = 1$ であるから

$$w_s \lambda Q = \{ \psi_{ws} (1 + \lambda w_s) v_{ws}^2 - \psi_{10} v_{10}^2 \} \frac{v_{ws}}{2g} \frac{S}{I} \dots\dots\dots (38)$$

$$\therefore \text{流砂率 } \lambda = \frac{(\psi_{ws} v_{ws}^2 - \psi_{10} v_{10}^2) \frac{v_{ws}}{2g} \frac{S}{I}}{w_s Q - \psi_{ws} w_s \frac{v_{ws}^2}{2g} \frac{S}{I}} \dots\dots\dots (39)$$

茲に

$$v_{10} = \frac{1}{n_N} R^{0.55} I^{0.20} \quad [\text{m/sec}] \dots\dots\dots (40)$$

$$\psi_{10} = \zeta_s I^{0.60} \dots\dots\dots (41)$$

$$v_w = \frac{1}{n_M} R^{2/3} I^{1/2} \quad [\text{m/sec}] \dots\dots\dots (42)$$

$$\psi_{10} = 0.0026 \left(1 + \sqrt{\frac{k''}{R}} \right)^2 \dots\dots\dots (43)$$

である。然し河川に於て ζ_s 及び k'' の値を求むることは極めて面倒なことである。従つて (39) 式は實用式として不便であると思はれる。

(b) 衝力論による式

固定床水路の流水と移動床水路の流水との間に於ける運動量の變化は

$$A(Mv) = \left(v_{10} - v_{ws} - \frac{w_s - w_0}{w_0} \lambda v_{ws} \right) \frac{w_0}{g} Q \dots\dots\dots (44)$$

兩流水に於ける外力の差は

$$-S = w_0 A l I - \psi_{ws} S w_s (w_0 + \lambda w_s) \frac{\left(\frac{v_{10} + v_{ws}}{2} \right)^2}{2g}$$

等速流に於ては

$$w_0 A l I = \psi_{10} S w_0 \frac{v_{10}^2}{2g}$$

今近似的に $S w_s = S w_0 = S$, $\left(\frac{v_{10} + v_{ws}}{2} \right)^2 = v_{10}^2$, $\frac{w_0 + \lambda w_s}{w_0} \psi_{ws} = \psi_{ws}'$ と置けば

$$-S = (\psi_{10} - \psi_{ws}') S l w_0 \frac{v_{10}^2}{2g}$$

今 $\frac{\psi_{10} - \psi_{ws}'}{2} = \psi'$ と置けば

$$-\dot{Q} = \mathcal{P} S l w_0 \frac{v_w^2}{g} \dots\dots\dots (45)$$

兩流水に於ける運動量の變化は外力の差に等しいから

$$\Delta(Mv) = -\dot{Q}$$

(44) 及び (45) 式より

$$\left(v_w - v_{ws} - \frac{w_s - w_0}{w_0} \lambda v_{ws} \right) \frac{w_0}{g} Q = -\mathcal{P} S l w_0 \frac{v_w^2}{g}$$

$$\therefore v_w - v_{ws} - \frac{w_s - w_0}{w_0} \lambda v_{ws} = -\mathcal{P} l \frac{1}{R} v_w$$

$l = 1$ にとれば

$$\lambda = \frac{w_0}{w_s - w_0} \left\{ \frac{v_w}{v_{ws}} \left(1 + \mathcal{P} \frac{1}{R} \right) - 1 \right\} \dots\dots\dots (46)$$

$w_0 = 1$ であるから

$$\lambda = \frac{1}{w_s - 1} \left\{ \frac{v_w}{v_{ws}} \left(1 + \mathcal{P} \frac{1}{R} \right) - 1 \right\} \dots\dots\dots (47)$$

(48) 式は (39) 式よりは稍々簡単であるが、 \mathcal{P} の値を求むることが面倒である。従つて (48) 式も又 (39) 式と同様實用式としては不適當であると考へられる。次に著者が實驗した一つの場合に就て (47) 式より流砂率を計算して見る。

計算例. 遼河河床砂水路 (幅 20 cm) に於ける實驗第 III の場合, 平均流速 $v_{ws} = 0.35$ m/sec, $l = 0.001786$, $H = 0.105$ m, 従つて徑深 $R = 0.0512$ m, 砂礫の比重 = 2.65, $m = 0.010$ である。(42) 式より

$$v_w = \frac{1}{0.010} (0.0512)^{2/3} (0.001786)^{1/2} = 0.602 \text{ m/sec}$$

(47) 式より

$$\lambda = \frac{1}{1.65} \left\{ \frac{0.602}{0.350} \left(1 + \mathcal{P} \frac{1}{0.0512} \right) - 1 \right\}$$

今 $\mathcal{P} = -0.0212$ とすれば

$$\lambda = \frac{1}{1.65} \{ 0.720 - 0.71211 \} \approx 0.0048$$

即ち $\lambda = 0.48 \%$

此の時測定した平均流砂率 $\lambda_m = 0.42 \%$ であつた。

(2) 實用式

勢力論及び衝力論より導きたる (39) 式及び (47) 式は式中に値を決定するに困難なる係数を含んでゐるため、實用には甚だ不便なる式である。それ故、著者は成る可く合理的なる方法により實用に適したる公式を作製せんと考へた。

先づ河川或は水路に於ける流砂の種類を考ふるに、次の 2 種類に大別出来ると思ふ。即ち河床上或は河床附近を轉動、滑動或は跳動しながら流動する砂礫と、相當長い時間或は距離、流水中を浮遊して流動する砂礫とがある。前者を河床流砂、後者を浮遊流砂と稱することとする。河床砂礫が浮遊せずして河床附近のみを流動する時の流砂量は河床流砂量に等しいが、砂礫が浮遊して流動する時の流砂量は河床流砂量と浮遊流砂量との和である。言ひ換ふれば、一般に砂礫の移動が激しからざる時の流砂量は主に河床流砂量にして、砂礫の流動が激しい時の

流砂量は河床流砂量と浮游流砂量の和であると言ひ得る。而して我々の研究の対照となるのは流砂の激しい時の流砂量であるから、今求めんとする流砂量公式も河床及び浮游の兩種の流砂がある場合に於ける流砂量を與へる式たる可きであると考えへる。

扱て既に第3節で述べた如く、河床の砂礫を移動せしめる水流の力は掃流力 $F = w_0 H I$ であるから、河床流砂量を支配する要素は掃流力 F 及び砂礫の種類であると考へられる。又河床の砂礫を流水中に浮游せしむる力は水流の浮揚力 $\mathcal{Q} = C_a \frac{\rho v^2}{2}$ (C_a = 揚力係数) であるから、浮游流砂量を支配する要素は浮揚力 \mathcal{Q} を砂礫の種類であると考へられる。

故に河床及び浮游の流砂量がある場合に於ける河川の流砂量は一般に掃流力、浮揚力及び砂礫の種類 of 函数であると考へられる。今砂礫の種類を平均粒徑 d_m 、比重 w_s 及び均等係數 M を以て表はせば、流砂量 g_s は

$$g_s = f_1(F, \mathcal{Q}, d_m, w_s, M) \dots\dots\dots (48)$$

にて表はされる。右邊に力の項を2つ含んでゐてはディメンジョン方程式が解けないから、浮揚力の代りに平均流速を入ると (48) 式は

$$g_s = f_2(F, v, d_m, w_s, M) \dots\dots\dots (49)$$

今各項のディメンジョンを考ふるに

$$\begin{aligned} [g_s] &= [MLT^{-2}/LT] = [MT^{-3}] \\ [F] &= [MLT^{-2}/L^2] = [ML^{-1}T^{-2}] \\ [v] &= [LT^{-1}], \quad [d_m] = [L] \end{aligned}$$

(49) 式よりディメンジョン方程式を作ると

$$\begin{aligned} [MT^{-3}] &= [ML^{-1}T^{-2}]^x [LT^{-1}]^y [L]^z \\ &= [M^x L^{-x+y+z} T^{-2x-y}] \end{aligned} \dots\dots\dots (50)$$

$$\therefore \left\{ \begin{array}{l} x=1 \\ -x+y+z=0 \\ -2x-y=-3 \end{array} \right. \quad \therefore \left\{ \begin{array}{l} x=1 \\ y=1 \\ z=0 \end{array} \right. \dots\dots\dots (51)$$

故に (49) 式は次の如くなる。

$$g_s = \varphi \cdot F \cdot v \dots\dots\dots (52)$$

$F > F_0$ の時に砂礫は流動するのであるから (52) 式は

$$g_s = \varphi \cdot (F - F_0) \cdot v \dots\dots\dots (53)$$

となる。(53) 式は明かに左右兩邊のディメンジョンが同一である。式中の φ は河床砂礫の種類により定る係數にして、流砂係數と名附ける。即ち

$$\varphi = f_3(d_m, w_s, M) \dots\dots\dots (54)$$

移動床の河川或は水路に於て流砂係數 φ の値が一定種類の砂礫に對して果して一定の値をとれば、(53) 式はディメンジョンの齊一なる點に於て、式中の F 及び v の算出が容易なる點に於て、更に式形が極めて簡單なる點に於て、實用公式として適當なる式であると考へられる。本文には實驗によつて (53) 式を檢討した結果を記述する。

第5節 著者の實驗

(1) 實驗設備

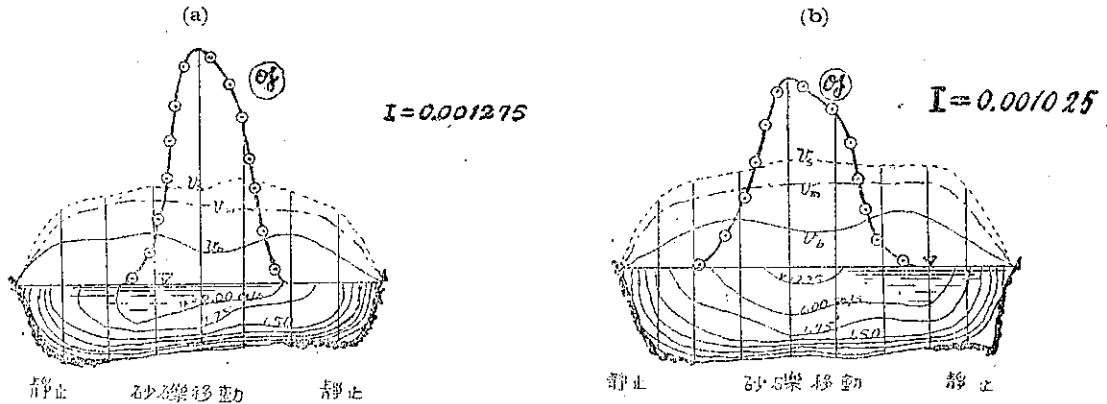
實驗設備は拙著「移動床を有する小水路及び自然河川に於ける新流速公式」(前編)(土木學會誌第 28 卷第 6 號 532 頁)の實驗に用ひたものと殆んど同一のものを使用した。唯此の實驗に於ては幅を 20 cm に縮小した。有效長 10 m, 深さ 50 cm のペンキを上塗した鉋削板張の矩形水路の床面に厚さ約 10 cm に遼河右支川の柳河筋新民に於ける河床砂礫(平均粒徑 $d_m = 0.125$ mm, 土木學會誌第 28 卷第 6 號 534 頁參照)を敷き、之を鍍によつて種々の勾配に均らして床面勾配を變じた。床面及び水面を測定する點は精確に 1 m 間隔とし、8 箇所定めた。又砂礫の流動狀況を觀察する目的で、水路中央 2 m 餘の片側の壁をガラス板とした。他は凡て前實驗と同じである。

(2) 實驗の目的及び方法

此の實驗に於て先づ第一に決定すべき問題は、實驗水路内の流砂量を如何なる方法により測定するかと言ふことであつた。著者は流砂量の測定方法に就ては種々考へて見たが、結局、流水をなるべく阻害しない方法により流砂の分布を測定するのが最も良い方法であらうと考へた。

扱へ一般に水路の一断面に於ける流砂の分布は深さの方向は勿論幅の方向にも變化してゐる。而して幅の方向に於て流砂の分布は著しく断面形の影響を受ける。Kurzmann 等の實測結果に依ると、断面から略矩形の直線水路に於て流砂は幅の中央が最大にして兩側壁に向ふにつれて急激に減少してゐるやうであるから、幅方向に於ける流砂の分布を水路幅の中央に於ける分布と同一であるとしても大過がないやうに思はれる。それ故著者の實驗に於ては、深さの方向の分布のみを考へ、水路幅の中央に於て垂直分布を測定し、幅の方向の分布は中央に於ける分布と同一であると假定した。

圖-1. Kurzmann の實測結果



流砂分布の測定断面は水路長の中央即ち測點 V に定め、測點 V を中心としてその前後 1 m 餘は一側壁をガラス張として、採水器の位置、流砂の移動狀態等を調べた。

流水採取器は出来る限り抵抗の少い形狀を有し、且任意の水深に於て流水を採取出来る如く作製した。即ち直徑 2 cm, 長さ約 17 cm の試験管を凡て圓形の鐵棒より作られた保持器にて支へ、試験管の口を閉ぢたまゝ口を上流に向けて所要水深に入れ、流水の方向に平行に置く。次に栓を取つて流水を試験管内に流入せしめ満水すると再び栓をして取り上げる。斯様にして一鉛直線上の幾個所かの所定水深で流水を採取し終れば、それ等の試料を夫々ビーカーに移して天秤にて計量し、然る後水のみを捨て、残りの砂礫を計量する。水を捨てる際に水中に

浮游した微細粒は濾紙にて濾して取つた。斯くして得た砂礫の重量と水の重量との比を求め、之を流砂率と名附けた。圖-2 及び圖-3 は採水器である。

圖-2. 採水器

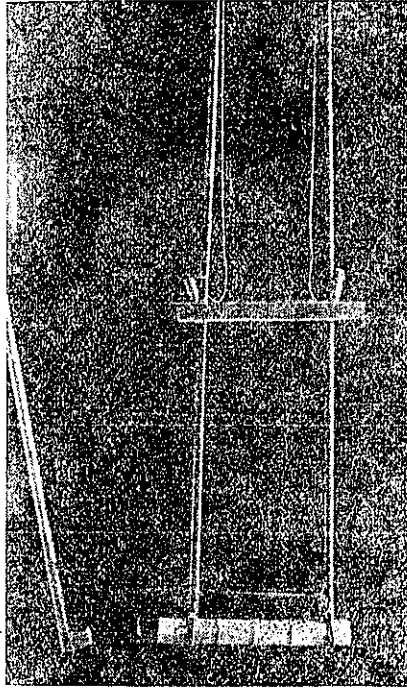
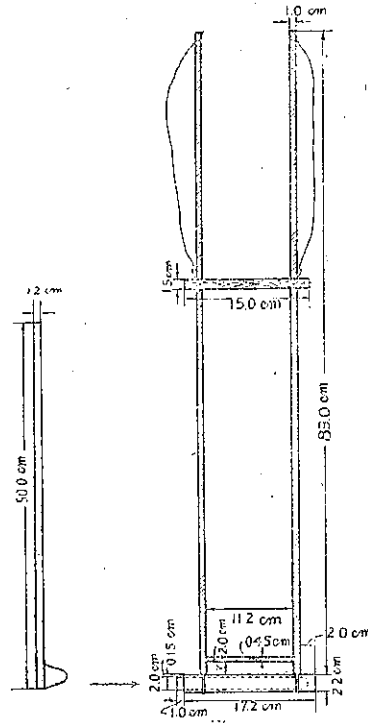


圖-3. 採水器の断面



試験管保持器の位置は上部の板を水路に固定すれば水路の中央に来るやうになつてゐる。又試験管の上下の位置は前後の鉋棒を同時に上下し、所定の水深に試験管の中心が来れば、棒の孔に栓を押し込んで固定する。

(3) 實驗結果

柳河筋新民に於ける河床砂礫 (平均粒径 $d_m = 0.125 \text{ mm}$, 比重 $w_s = 2.65$) を敷いた水路に於て水深を 10.85~

表-1. 實驗結果

實驗番號	水深 H (cm)	測點 V の水深 H_V	水面勾配 I	流量 Q (cm^3/sec)	平均流砂率 λ_m (%)	断面の全流砂量 G (gr/sec)
I	10.85	10.85	0.0023 00	9 858.2	0.81	79.85
II	17.29	17.27	0.0019 00	17 113.1	0.62	106.10
III	10.50	10.48	0.0017 86	7 341.3	0.42	30.83
IV	15.88	15.88	0.0012 25	12 026.2	0.47	56.52
V	21.52	21.53	0.0015 50	20 757.5	0.41	85.11
VI	12.30	12.20	0.0017 20	9 084.5	0.27	18.75
VII	17.17	17.16	0.0016 00	16 275.2	0.36	58.59
VIII	18.46	18.40	0.0020 00	18 812.4	0.46	86.54

21.52 cm に、水面勾配を 0.001225~0.002300 に變じて 8 種類の實驗を行つた。その結果は表-1 の如くである。

前記の方法によつて流砂の垂直分布を測定し、その結果により分布圖を描いた(圖-6 (a)~(h))。次に分布圖の面積をプランニメーターで計り、その値を水深で割つて平均流砂率 λ_m を求め、之より断面 V の全流砂量(重量/毎秒)を次式で算出した。

$$G = \lambda_m Q \dots\dots\dots (51)$$

斯くして得た λ_m 及び G の値は表-1 の如くである。

今次式により掃流力 F , 單位幅當りの流量 q , 平均流速 v , 單位幅當りの流砂量 g_s を計算すると表-2 の如くである。

$$\left. \begin{aligned} F &= 10^3 HI && (\text{gr/m}^2) \\ q &= Q/20 && (\text{cm}^3/\text{sec/cm}) \\ v &= q/H && (\text{cm/sec}) \\ g_s &= 0.01 \lambda_m q && (\text{gr/sec/m}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (52)$$

表-2.

實 番	驗 號	掃 流 力 F (gr/m ²)	流 量 q (cm ³ /sec/cm)	平 均 流 速 v (cm/sec)	流 砂 量 g_s (gr/sec/cm)
	I	249.6	492.91	45.4	3.993
	II	328.5	855.66	49.5	5.305
	III	187.5	367.05	35.0	1.542
	IV	194.5	601.31	37.9	2.826
	V	333.6	1 037.88	48.2	4.255
	VI	211.6	454.23	36.9	1.226
	VII	274.7	813.76	47.4	2.980
	VIII	369.2	940.62	51.0	4.327

之等の値を用ひて最小自乗法により (53) 式中の流砂係數 φ の値を求めると

$$\varphi = \frac{[(F-F_0)v \cdot q \lambda_m]}{[(F-F_0)v \cdot (F-F_0)v]} = 3.03 \dots\dots\dots (57)$$

故に (53) 式は

$$g_s = 3.03(F-F_0)v \dots\dots\dots (58)$$

となる。(57) 式を得るまでの計算結果は表-3 の如くである。但し實驗に使用した砂礫の限界掃流力 $F_0=32.7$ gr/m² である。

(58) 式により計算した g_s と實驗に於て測定した g_s とを比較圖示すれば圖-4 の如くである。

圖-4 に依れば、流砂係數 φ は一定種類の砂礫に對しては大體一定の値をとるやうである。然し此のことを確言するためには諸種の砂礫に就て同様の實驗を多數行ふ必要があるのであるが、都合により止むを得ず上記 8 種類の實驗のみで申止した。

次に自然河川に於ても (58) 式中の流砂係數 φ の値が 1 種類の砂礫に對して一定の値をとるか否かを検討して見なければならぬ。著者は成る可く最近に於て、大陸の移動床河川に於て詳細に流砂量を實測し、(58) 式を検討する考へである。

表-3.

実験番號	$(F-F_0)v$	$q\lambda_m$	$(F-F_0)v \cdot (F-F_0)v$	$(F-F_0)v \cdot q\lambda_m$
I	98.47	399.3	9 696.34	39 220.60
II	146.42	530.5	21 438.82	77 675.81
III	54.18	154.2	2 935.47	8 354.56
IV	61.32	282.6	3 760.14	17 329.03
V	145.03	425.5	21 033.70	61 710.27
VI	66.01	122.6	4 357.32	8 092.83
VII	114.71	293.0	13 158.38	33 610.03
VIII	171.62	432.7	29 453.42	74 259.97
			105 833.59	320 253.10

第 2 章 流砂分布の理論

第 1 節 渦流に於ける砂粒濃度の擴散

1). 重力なき空間に於て渦動による砂粒濃度の擴散方程

式

重力なき空間に於て渦亂運動をなしてゐる水流を想定し、その中の一點 x_i ($i=1, 2, 3$) に於ける流速を v_i とすれば、 v_i は一般に次式で表はされる。

$$v_i = \bar{v}_i + \xi_i \quad (i=1, 2, 3) \dots\dots\dots (59)$$

茲に \bar{v}_i は v の或時間 T に於ける平均値にして、

$$\bar{v}_i = \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} v_i dt \dots\dots\dots (60)$$

ξ は渦亂運動による各瞬間の速度の \bar{v}_i からの變動である。

渦動に於ては時間 T を十分大きく選べば此の速度の T 時間内の平均値は零であると考へる。即ち

$$\frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} \xi_i = \bar{\xi}_i = 0 \dots\dots\dots (61)$$

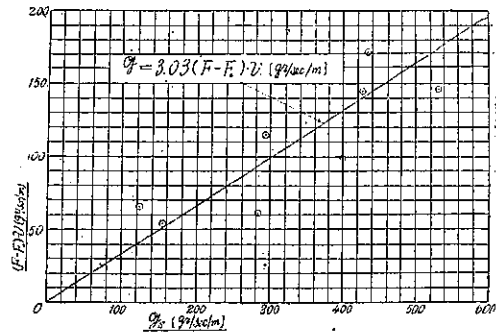
今水の單位體積内に含まれたる砂粒 (比重, 大き, 形状が凡て同一であると假定する) の總質量を水中に於ける砂粒の濃度と定義し、之を c にて表はせば、 c は x_i 及び時間 t の函數である。それ故水が v_i なる速度を以て等速運動をなしてゐる時には、その中に含まれたる砂粒は周圍の水と同一の運動をなしてゐるから、單位時間に單位面積を通過する砂粒の平均質量 \bar{c} は

$$\bar{c} = \overline{v_i c(x_{i0}, t_0)} \dots\dots\dots (62)$$

である。式中 x_{i0} は v_i なる速度を持った水分子 (或は砂粒) が出發したる位置にして、 t_0 はその時の時刻である。

今水中に水と同一の定常運動をなしてゐる 1 つの閉面 F を想定すれば、單位時間に F を通つて F の内部に流入する砂粒の數は

圖-4. \bar{c} と $(F-F_0)v$ との関係



$$\phi \mathbb{E} df$$

である。ベクトル df は F の面素を表はし、その方向は内部法線の方向をとる。Gauss の定理により此の面積積分は體積積分に變換出来るから

$$\phi \mathbb{E} df = - \int \text{div} \mathbb{E} du \dots \dots \dots (63)$$

之は閉面 F 内に於ける砂粒の數 (或は濃度) を増すから

$$\int \frac{dc}{dt} du = - \int \text{div} \mathbb{E} du$$

$$\therefore \frac{dc}{dt} = - \text{div} \mathbb{E}$$

$$\therefore \frac{\partial c}{\partial t} + \bar{v}_i \frac{\partial c}{\partial x_i} = - \frac{\partial \mathbb{E}}{\partial x_i} \dots \dots \dots (64)$$

今水分子が ξ_i なる速度を以て速度交換を行ひ得る距離を l とすれば

$$x_i = x_{i_0} + l_i$$

で表はされる。

$$\left. \begin{aligned} \therefore x_{i_0} &= x_i - l_i \\ \text{又} \quad t_0 &= t - (t - t_0) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (65)$$

と書けるから、 $c(x_{i_0}, t_0)$ を Taylor の式に展開し、二次以上の項を無視すれば

$$c(x_{i_0}, t_0) = c(x_i, t) - l \frac{\partial c(x_i, t)}{\partial x_i} - (t - t_0) \frac{\partial c(x_i, t)}{\partial t} \dots \dots \dots (66)$$

$$\therefore \overline{\xi_i c(x_{i_0}, t_0)} = \overline{\xi_i c(x_i, t)} - \overline{\xi_i l_i} \frac{\partial c(x_i, t)}{\partial x_i} - \overline{\xi_i (t - t_0)} \frac{\partial c(x_i, t)}{\partial t} \dots \dots \dots (67)$$

(67) 式に於て $c(x_i, t)$ 及び $(t - t_0)$ は ξ_i とは無關係なるを以て (61) 式より

$$\overline{\xi_i c(x_i, t)} = \bar{\xi}_i \overline{c(x_i, t)} = 0$$

$$\overline{\xi_i (t - t_0)} = \bar{\xi}_i (t - t_0) = 0$$

故に (67) 式は

$$\overline{\xi_i c(x_{i_0}, t_0)} = - \overline{\xi_i l_i} \frac{\partial c(x_i, t)}{\partial x_i} \dots \dots \dots (68)$$

となる。又 (62) 式より

$$\mathbb{E} = \bar{v}_i c(x_{i_0}, t_0) + \overline{\xi_i c(x_{i_0}, t_0)}$$

x_i で微分すると

$$\frac{\partial \mathbb{E}}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{v}_i c(x_{i_0}, t_0)) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{\xi_i c(x_{i_0}, t_0)}) \dots \dots \dots (69)$$

然るに水流連続の方程式より

$$\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_i} = 0 \dots \dots \dots (70)$$

(68) 式及び (70) 式を (69) 式に入れると

$$\frac{\partial \mathbb{E}}{\partial x_i} = - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\overline{\xi_i l_i} \frac{\partial c(x_i, t)}{\partial x_i} \right) \dots \dots \dots (71)$$

(64) 式及び (71) 式より

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \bar{v}_i \frac{\partial c}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\bar{\xi}_i \bar{\mu}_i \frac{\partial c}{\partial x_i} \right) \dots \dots \dots (72)$$

今 $\bar{\xi}_i \bar{\mu}_i = \bar{\mu}_i \dots \dots \dots (73)$

と置くと、 $\bar{\mu}_i$ は渦粘性係数 (或は Austauschgrösse⁽²¹⁾) にして、動粘性係数と同じディメンション $[\bar{\mu}] = [L^2 T^{-1}]$ を有してゐる。(72) 式を書變へると

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\bar{\mu}_i \frac{\partial c}{\partial x_i} \right) - \bar{v}_i \frac{\partial c}{\partial x_i} \dots \dots \dots (74)$$

となる。(74) 式は重力なき空間に於て渦動による砂粒濃度の擴散方程式である⁽²²⁾。

2). 重力ある空間に於て静止せる水中に於ける砂粒濃度の擴散方程式

次に重力のある空間に於て静止してゐる水中での砂粒の擴散に就て考へる。今原點を底面に x_3 軸を鉛直上向にとり、砂粒の沈降速度を u とすれば

$$u c \, dt - \left(u + \frac{\partial u}{\partial x_3} dx_3 \right) \left(c + \frac{\partial c}{\partial x_3} dx_3 \right) dt = - \frac{dc}{dt} dt dx_3$$

二次の項を無視すれば

$$c \frac{\partial u}{\partial x_3} dx_3 + u \frac{\partial c}{\partial x_3} dx_3 = \frac{\partial c}{\partial t} dx_3$$

$$\therefore \frac{\partial(u c)}{\partial x_3} = \frac{\partial c}{\partial t} \dots \dots \dots (75)$$

我々が普通に河川の流砂問題に就て考ふる流砂の直径は大體 0.01 mm 以上であるが、此の程度の大さの砂粒は靜水中に於ては非常に短時間内に限界沈降速度に達する。それ故斯る砂粒は一定の限界沈降速度を以て重力の方向に等速運動をなすと考へて差支ない。従つて限界沈降速度を u_0 にて表せば (75) 式は

$$u_0 \frac{\partial c}{\partial x_3} = \frac{\partial c}{\partial t} \dots \dots \dots (76)$$

となる。

3). 重力ある空間に於て渦動による砂粒濃度の擴散方程式

一般に重力が作用する空間に於て、定常速度 v_i を以て渦亂運動をなしてゐる砂粒濃度の擴散方程式は (74) 式及び (76) 式より次の如くなる。

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\bar{\mu}_i \frac{\partial c}{\partial x_i} \right) - \bar{v}_i \frac{\partial c}{\partial x_i} + u_0 \frac{\partial c}{\partial x_3} \dots \dots \dots (77)$$

河床が砂礫よりなる河川に於ては、水流の掃流力が河床砂礫の抵抗力より大となれば、流水の渦亂運動によつて砂礫は流水中に捲き上げられ、又同時に流水の定常運動によつて下流に流送される。今水深に比して河幅が十分大なる河川の中心部の縦断面に於ては全く兩岸の影響を受けざるを以て、斯る面に於ける砂粒の運動は二次元として考へて差支ないと考へられる。それ故、今座標の原點を河床上に、 x_1 軸を河床或は水流の方向に平行にとり、 x_2 軸を之に垂直上向にとると、(77) 式は次の如くなる。

(21) Handbuch der Experimentalphysik, IV, 1. Teil, S. 310.

(22) 速水頌一郎:「流體の擾亂運動による細粒子傳搬の理論に就て」, 上海自然科學研究所彙報 第4卷, 1935年1月

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\bar{\mu} \frac{\partial c}{\partial z} \right) - \bar{v} \frac{\partial c}{\partial x} + u_0 \frac{\partial c}{\partial z}$$

今近似的に $\frac{\partial c}{\partial t} = 0$ と假定すれば

$$\bar{v} \frac{\partial c}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\bar{\mu} \frac{\partial c}{\partial z} \right) + u_0 \frac{\partial c}{\partial z} \dots\dots\dots(78)$$

第2節 渦亂運動のみをなす水中に於ける砂粒濃度の擴散

1) 砂粒濃度の擴散方程式

水が等速運動をなさず、唯渦亂運動のみをなし、従つて砂粒が此の渦亂運動のみによつて水中に浮遊してゐる場合に於ける砂粒の鉛直分布を考へる。此の場合は $\bar{v} = 0$ であるから (78) 式は次の如くなる。

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\bar{\mu} \frac{\partial c}{\partial z} \right) + u_0 \frac{\partial c}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots(79)$$

今渦亂の程度が一様であるとする、 $\bar{\mu} = \text{一定}$ となるから

$$\bar{\mu} \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} + u_0 \frac{\partial c}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots(80)$$

此の場合の境界條件は

$$\left. \begin{array}{l} z=0 \text{ の時} \\ z=\infty \text{ の時} \end{array} \right\} \begin{array}{l} c=c_0 \\ c=0 \end{array} \dots\dots\dots(81)$$

であるから、(80) 式の解は次の如くなる。

$$c = c_0 e^{-\frac{u_0 z}{\bar{\mu}}} \dots\dots\dots(82)$$

即ち水が渦亂運動のみをなしてゐる場合、水中の砂粒の分布は (82) 式の如き對數曲線で表はされると考へられる。(82) 式中の限界沈降速度は次式⁽²³⁾で與へられる。

$$u_0 = \left(\frac{2 w_s - u_0}{3k} \frac{\rho_s}{\rho_0} \right)^m \nu^{n/p} \quad (\text{cm/sec}) \dots\dots\dots(83)$$

式中 w_s : 砂の比重, ρ_0 : 水の密度, ν : 動粘性係數, k, m, n 及び p : Reynolds 數により異なる値

2) Hurst 及び Perrin の實驗

Hurst⁽²⁴⁾ は直立圓罎 (高さ 70 cm, 直徑 25 cm) 内に川砂大の粒子を混じた水を入れ、圓罎の中心を軸とするプロペラーを回轉して水に一様な渦亂運動を與へた時の粒子の鉛直分布を調べてゐる。

今 c を高さ z に於ける單位體積中の粒子數 (粒子の濃度) とすれば、 c と z との間には次式の如き關係が得られた。

$$c = c_0 e^{-\frac{3\eta}{5^2} \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho_s} \right) z} \dots\dots\dots(84)$$

茲に c_0 : $z=0$ の時の c の値, \bar{v}^2 : 粒子の渦亂運動に於ける速度の 2 乗の平均,

ρ_s : 粒子の密度

である。Hurst は $d=0.2, 0.4$ 及び 0.9 mm の 3 種類の粒子に就て (84) 式が成立することを示してゐる。

(23) 鶴見一之: 「沈降速度の理論及び實驗」, 土木學會誌, 第 18 卷第 10 號, 頁 1059~1094.

(24) H. E. Hurst: "The Suspension of Sand in Water," Proc. Roy. Soc. A. 124, 1929, p. 196~201.

此の (84) 式を擴散方程式から得た (82) 式と比較すれば

$$\left[\frac{3\eta}{\rho_s} \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho_s} \right) \right] = \left[\frac{u_0}{\mu} \right] = [L^{-1}]$$

にして良く類似してゐる。従つて (82) 式は妥當であると考へられる。

次に一般に静止せる液體中に浮游してゐる粒徑 $d < 0.004$ mm 位の微粒子は Brown 運動をなしてゐて, Perrin (佛人) の實驗に依れば, その鉛直分布は次式で表はされる。

$$c = c_0 e^{-\frac{Nm}{RT} \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho_s} \right) z} \dots\dots\dots (85)$$

茲に N : Avogadro の數, R : 氣體のモル數, T : 絶對溫度, m : 粒子の質量である。

(85) 式は (84) 式と良く類似してゐる。従つて, 一樣なる渦亂運動をなしてゐる水中に浮游せる砂粒の鉛直分布は, 静止せる水中に浮游してゐる極微細なる粒子の鉛直分布と略同様であると言ひ得る。

第 3 節 水路に於ける流砂の分布

嚴密に言へば (79) 式は水路或は河川の渦流に於ける砂粒濃度の擴散方程式ではないが, 今近似的に此の式を用ふることとし, 渦粘性係數を水深の 1 次函數であると假定すると

$$\bar{\mu} = az \dots\dots\dots (86)$$

茲に a は或速度である。(79) 式は

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(az \frac{\partial c}{\partial z} \right) + u_0 \frac{\partial c}{\partial z} \dots\dots\dots (87)$$

となる。境界條件は

$$\left. \begin{array}{l} z=0 \text{ の時 (床面)} \quad c = mc_s, \quad m > 1 \\ z=H \text{ の時 (水面)} \quad c = c_s \end{array} \right\} \dots\dots\dots (88)$$

とする。(87) 式を解き境界條件を入れると

$$c = c_s \{ m - (m-1)H^{-u_0/az} u_0/a \} \dots\dots\dots (89)$$

を得る。(89) 式は流砂の鉛直分布を表はす。

今 (86) 式に於て

$$a = u_0 \dots\dots\dots (90)$$

と置くと, (89) 式は

$$c = c_s \left\{ m - \frac{m-1}{H} z \right\} \dots\dots\dots (91)$$

となる。(91) 式に依れば, 流砂の鉛直分布は水深に反比例して直線的に減少する。又 m 及び c_s は砂礫の種類, 勾配及び水深 H 等により異なるものであるから, 流砂の分布も亦それ等の要素によつて變つて來ることになる。之等のことは第 3 章に於て示す如く實驗及び實測の結果と定性的に良く合致してゐる。

(91) 式で表はされる直線の傾斜を求めると

$$\frac{dc}{dz} = -\frac{H}{c_s(m-1)} \dots\dots\dots (92)$$

圖-5. 流砂の理論的分布

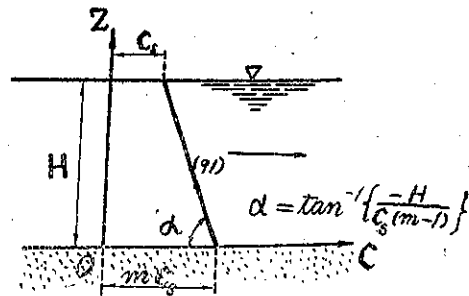
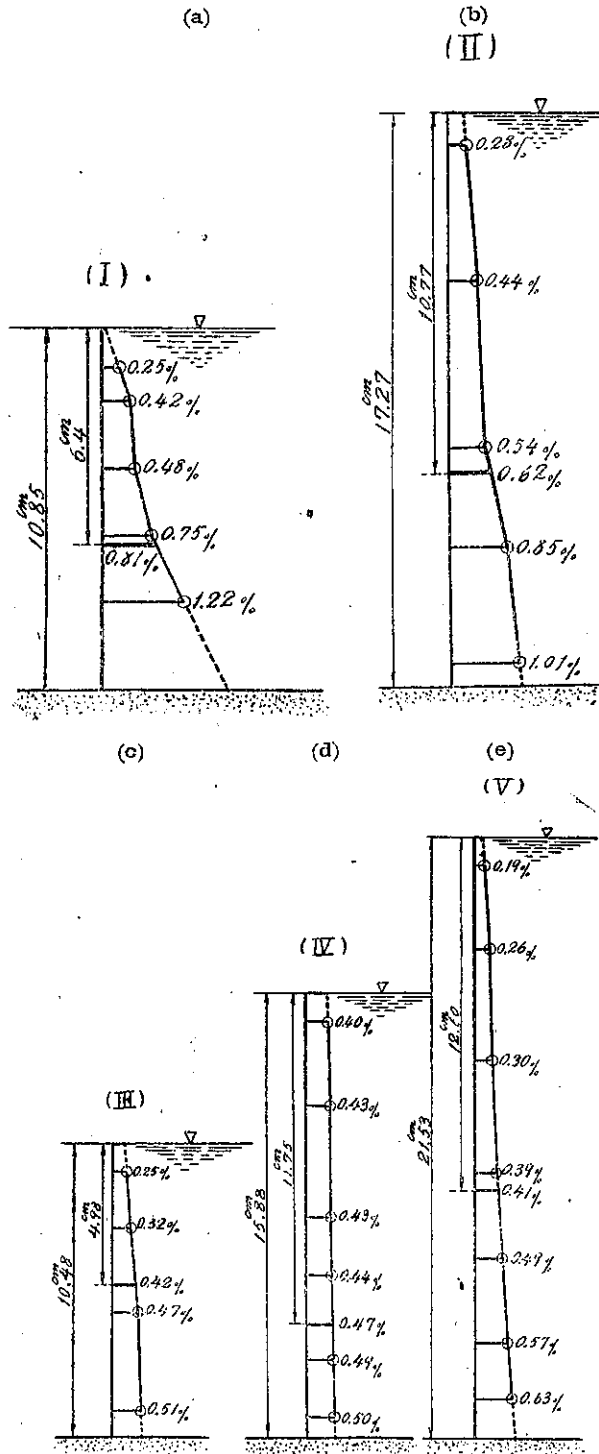


圖-6. (I) 流砂分布の實驗結果



となる。(92) 式に依れば、流砂の鉛直分布直線の傾斜は水深が大なる程大にして且砂礫の種類及び水路の勾配によつても異なることになるが、此のことも事實に合つてゐると考へられる。

次に(91) 式より河川或は水路の 1 横断面を単位時間に流過する流砂量 (重量) G は

$$G = \frac{(m+1)c_s}{2} gQ \dots \dots \dots (93)$$

となる。

第 3 章 流砂分布の實測

第 1 節 水路に於ける實驗結果

床面が混合砂礫よりなる水路にて行ひたる前記 8 種類の實驗に於て測定したる流砂の垂直分布は圖-6 (a), (b), (c), (d), (e), (f), (g), (h) の如くである。但し之等は凡て水路中央の測點 Γ に於て、その幅の中央で測定したるものである。

圖-6 に依れば、河床流砂及び浮游流砂のある場合には、流砂の分布は床面より水面に向つて直線的に減少すると考へて差支ない。而して之等の實驗結果は理論的に誘導したる (91) 式と定性的に良く一致してゐる。

第 2 節 自然河川に於ける實測結果

圖-6. (2) 流砂分布の實驗結果

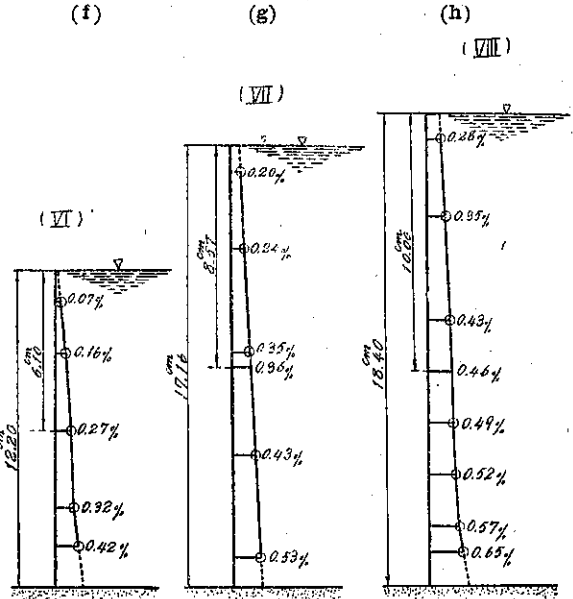
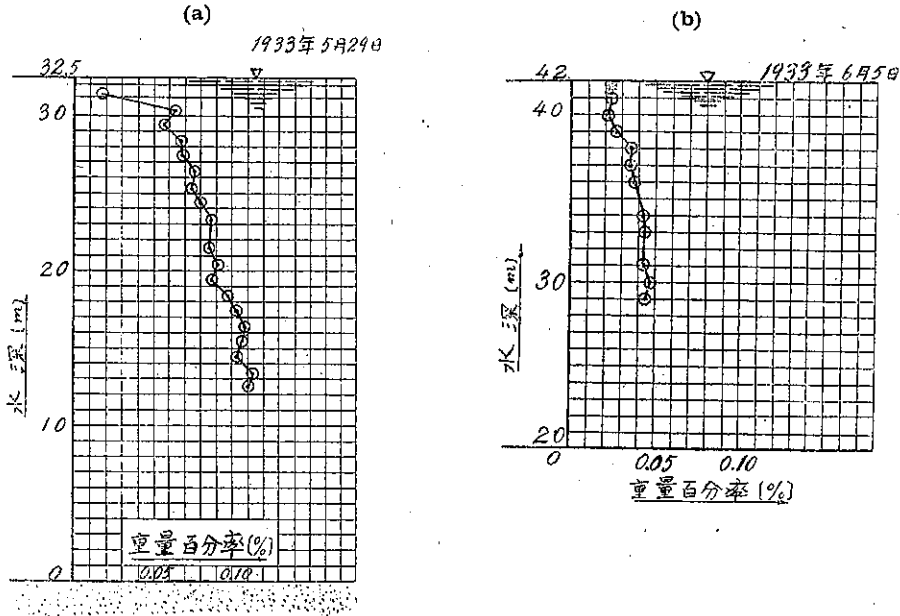


圖-7. 揚子江に於ける浮游流砂の分布



自然河川に於て流砂の分布或は流砂量を詳細に測量した資料は甚だ僅少のやうである。次に著者が集め得た數個の實測資料中の主なるものを示す。

(1) 揚子江に於ける實測⁽²²⁾

揚子江筋南京に於ける浮游流砂の分布を圖示すれば圖-7 (a), (b) の如くである。此の地點附近に於ける浮游粒子の直径は 0.02~0.04 mm 位のものが多い。河床附近に於ける流砂の分布は測定してゐないので明かでないが、測定した範圍では少くとも略直線的に分布してゐる。

(2) Lech 河に於ける實測⁽²⁵⁾

西紀 1927 年 9 月 19 日、稍増水時で流量 $Q=220 \text{ m}^3/\text{sec}$ の時橋梁下で測量したもので、その結果を圖示すれば圖-8 の如くである。(a), (b) 及び (c) の 3 個所共直線的分布をなしてゐる。

(3) Colorado 河に於ける實測⁽²⁶⁾

Colorado 河筋 Yuma に於て西紀 1919 年~1922 年の間に浮游流砂の分布を測定してゐる。その内の數箇を圖示すれば圖-9 及圖-10 の如くである。圖-9 は重い粒子、圖-10 は軽い粒子の分布である。

圖-8. Lech 河に於ける實測

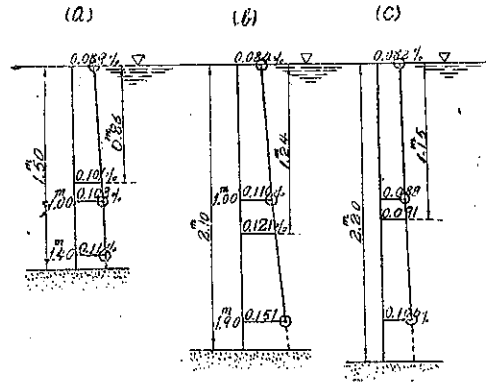


圖-9. Colorado 河に於ける實測

(重い粒子)

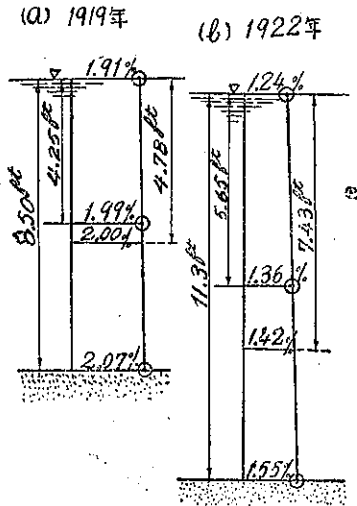
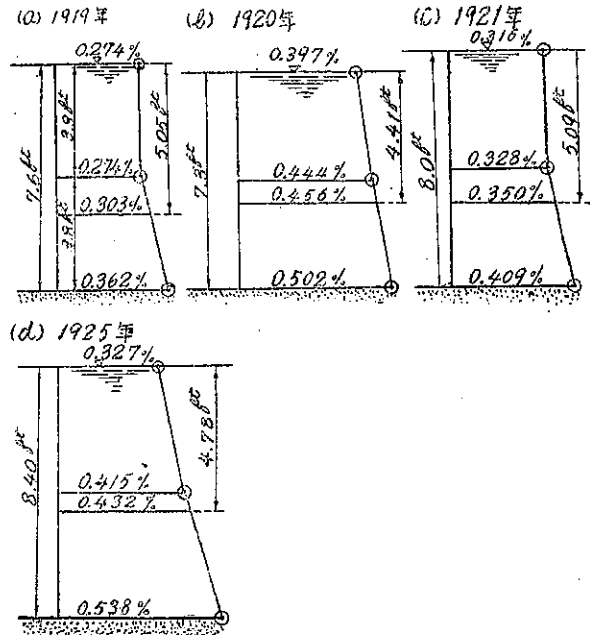


圖-10. Colorado 河に於ける實測

(軽い粒子)



(25) "Ermittlung der Schwemmstoffführung in natürlichen Gewässern," Bautechnik, August 1926.

(26) C.E. Grunsky: "Silt Transportation by Sacramento and Colorado Rivers by the Imperial Canal," Trans. A.S.C.E., Vol. 94, 1930.

以上示したる河川に於ける實測その他 1, 2 の實測⁽²⁷⁾及び著者の實驗結果より, 浮游流砂及び河床流砂のある場合には, 流砂の垂直分布は大體直線であると考へられる。而してその分布直線の傾斜は砂礫の粒徑, 比重等により異り, 一般に粒徑及び比重が小なる砂礫程, 分布直線の傾斜は大きくなると考へられる。

第 4 章 平均流砂點

第 1 節 概 説

自然河川或は水路に於ける流砂量を知るに當り, 横断面内に於ける水深方向及び幅方向の流砂の分布を詳細に測量することは相當面倒なことにして, 實際には殆んど行はれてみないらしく, 唯簡単に 1 横断面内の適當な 1 ~ 2 點に於ける流砂率を測定して, それを横断面の平均流砂率と見做し, 河川の流砂量を推定してゐるやうである。

簡単に 1 横断面を流過する大體の流砂量を推定せんとする場合, 出水時に流砂量を測定せんとする場合等には横断面内の 2 ~ 3 箇所の流砂率を測つて断面の平均流砂率を推定し, 以て横断面の流砂量を知ることが必要である。斯る場合に若し強め横断面の平均流砂率を示す點が大體分つてゐるならば甚だ便利であると考へられるので, 著者は自身の實驗結果及び他の實測結果から此の平均流砂點の位置に就て調べて見た。

第 2 節 平均流砂點の位置

流砂の水深方向の分布は一般に (91) 式で表はされるから, 流砂の水深方向に於ける平均濃度 c_m の値は明かに次の如くなる。

$$c_m = \frac{1}{H} \int_0^H c_s \left\{ m - \frac{m-1}{H} z \right\} dz = \frac{c_s(m+1)}{2} \dots\dots\dots (94)$$

此の點の水面からの深さを H_m とすれば

$$\frac{H_m}{H} = \frac{1+2m}{3(1+m)} \dots\dots\dots (95)$$

實驗及び實測の結果によると大體

$$\frac{H_m}{H} = 0.53 \sim 0.62 \dots\dots\dots (96)$$

であるから, (95) 式より

$$m = 1.44 \sim 6.14 \dots\dots\dots (97)$$

となる。

第 3 節 水路に於ける實驗結果

表-4. 平均流砂點の位置

實驗番號	平均流砂點の位置 (H_m/H)	實驗番號	平均流砂點の位置 (H_m/H)
I	6.4/10.85=59 %	V	12.60/21.53=59 %
II	10.77/17.27=62 %	VI	6.10/12.20=50 %
III	4.98/10.48=48 %	VII	8.57/17.16=50 %
IV	11.75/15.88=74 %	VIII	10.00/18.40=54 %

之等 8 箇の平均 $H_m/H=57 %$

(27) W. M. Griffith: "A Theory of Silt Transportation," Proc. A. S. C. E., May 1938, p. 859~874.

既に記したる如く、横断面内に於ける幅方向の流砂の分布は主に断面の形状により左右されて一定しないので、水深方向の分布のみを考へ、垂直分布に於ける平均流砂點を求めた。その結果を圖示すれば圖-6 (a)~(h) の如くである。

今平均流砂點の水深を H_m とし、 H_m/H の値を各圖に就て求めると表-4 の如くである。

第4節 自然河川に於ける實測結果

圖-8 に示したる Lech 河に於ける流砂分布の實測に就て平均流砂點の位置を求むれば表-5 の如くである。次に Colorado 河に於ける實測結果圖-9 及び圖-10 に就て平均流砂點の位置を求むれば表-6 及び表-7 の如くである。

又 Mithrao Canal (アメリカ) に於ける Silt 分布圖²³⁾ から H_m/H を求めてみると 45~65% で平均 53% であつた。

表-5. 平均流砂點の位置.

實験番號	H_m/H
(a)	0.86/1.50 = 57%
(b)	1.24/2.10 = 59%
(c)	1.15/2.20 = 52%
	平均 = 56%

表-6. 平均流砂點の位置 (大粒子)

實験番號	H_m/H
(a)	4.78/8.50 = 56%
(b)	7.43/11.30 = 66%
	平均 = 61%

表-7. 平均流砂點の位置 (小粒子)

實験番號	H_m/H
(a)	5.05/7.60 = 66%
(b)	4.41/7.30 = 60%
(c)	5.09/8.00 = 64%
(d)	4.78/8.40 = 57%
	平均 = 62%

W. Gluschkoff⁽²⁴⁾ はロシヤの河川に於ける實測結果より平均流砂點は河岸から河幅の 1/5 の點に於て、水面から水深の 60% の點にあると言つてゐる。今 (Syr Daria 河の Zaporojie に於ける浮游土砂の測定結果に上流の點を記入してみると圖-11 の如くである。

圖-11 に於て明かな如く、Gluschkoff の平均流砂點 4 箇の中で 3 點は略平均流砂を示してゐる。

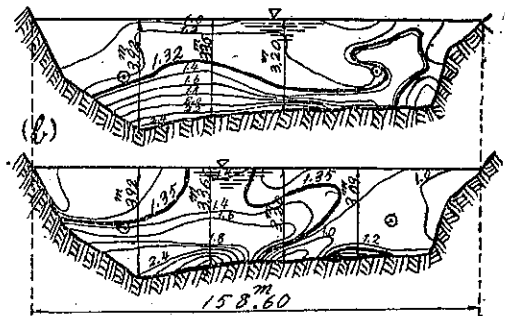
以上の結果より考ふれば、鉛直分布に於ける平均流砂點 (重量比) は水深の 60% 前後 (水面から) に存するやうである。而して流砂の平均直徑が小さく且比重の小なる場合には 60% より稍上方に、粒徑及び比重が大なる場合には 60% より稍下方にあると考へられる。それ故、河川に於て大體の流砂量を推定せんとする時は、横断面内に於て幅の中央及び左右兩岸から夫々河幅の 1/4 の點で水深の大體 60% (水面から) の點の流砂率を測定し、その 3 箇の流砂率を平均した値を以て横断面の平均流砂率 λ_m (重量比) と見做し、次式より流砂量 G_s を求むれば可なり實際に近い値が得られると思はれる。

$$G_s = \lambda_m Q \dots\dots\dots (98)$$

(昭. 17. 12. 28 受付)

圖-11. Syr Daria 河に於ける浮游土砂の分布

(圖中の太線は平均流砂の線にして
a) 1.32 kg/m³, b) 1.35 kg/m³)



(28) G. W. Howard: Discussion on "A Theory of Silt Transportation" (27), Proc. A. S. C. E., Oct. 1938.