

論 說 報 告

第 29 卷 第 5 號 昭和 18 年 3 月

隧道内の氣流に關する理論的考察

(昭和 16 年 10 月 31 日第 3 回年次學術講演會に於て)

正會員 村 山 朔 郎*

要 旨 鐵道隧道の排煙の資料として、坑内氣流を自然通風、人工的機械通風、及び列車通過により生ずる氣流即ち所謂ピストン作用に分けて述べ、就中 Saccardo 式通風法と列車のピストン作用について詳述したものである。

目	次
1. 緒 言	4. 列車の通過に伴ふ隧道内氣流
2. 自然に存する隧道内氣流	5. 結 尾
3. 機械通風に依る隧道内氣流	

1. 緒 言

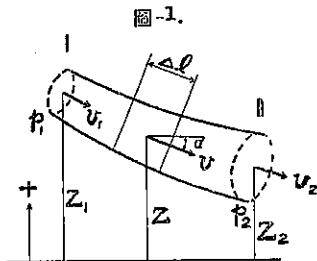
最近長大鐵道隧道が電化される傾向にあり、蒸氣列車よりうける煤煙の苦痛が消滅しつつあるが、猶多くの煙に悩まされる隧道があり、又隧道換氣の問題は排煙問題の他に地下鐵道、特別長大隧道等に猶研究を要す可きものがある。

本文はこの中先づ鐵道隧道に於て排煙に關聯ある坑内氣流の諸量の關係を 2, 3 の基礎的な場合に就て考察したものである。

2. 自然に存する隧道内氣流

1. 隧道内氣流の一般方程式

形狀に急激な變化のない管路を單位容積の重量 γ (kg/m³) の一定なる流體が渦流として I 断面 (距離 $l=0$) より II 断面 ($l=lm$) へ流れる時 (圖-1 参照)、この流れの途中に距離 dl を隔てた 2 断面にてはさまれた微小部分を考へ、この部分に就き直斷面積を A (m²)、上流並に下流側断面に於ける流體の靜壓力を夫々 p , $p + \frac{\partial p}{\partial l} dl$ (kg/m²)、基準水平面よりの重心高を Z (m)、平均流速を v (m/sec)、流れの方向が水平となす角度を α 、單位長に對する管の摩擦抵抗係數を f_l 、該點の地球重力の加速度を g (m/sec/sec) とすれば、微小部分に作用する流れ方向の力は



$$\text{流體壓に依り} \quad = p \cdot A - \left(p + \frac{\partial p}{\partial l} dl \right) \cdot A = - \frac{\partial p}{\partial l} dl \cdot A$$

$$\text{重力に依り} \quad = \gamma \cdot A \cdot dl \sin \alpha$$

$$\text{摩擦抵抗に依り} \quad = -f_l \frac{\gamma v^2}{2g} \cdot A \cdot dl$$

* 工學士 鐵道官 鐵道省施設局線路課

之等 3 力に依り微小部分は流れの方向に dv/dt なる加速度を得るが故に、

$$-\frac{\partial p}{\partial l} \cdot A \cdot \Delta l + \gamma \cdot A \cdot \Delta l \cdot \sin \alpha - f_l \frac{\gamma v^2}{2g} \cdot A \cdot \Delta l = \frac{\gamma}{g} \cdot A \cdot \Delta l \cdot \frac{dv}{dt}$$

即ち
$$-\frac{1}{\gamma} \frac{\partial p}{\partial l} + \sin \alpha - f_l \frac{v^2}{2g} = \frac{1}{g} \frac{dv}{dt}$$

一方
$$\sin \alpha = -\frac{\Delta Z}{\Delta l} = -\frac{\partial Z}{\partial l}$$

且
$$\frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial l} \frac{dl}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial l}$$

なる故上式は更に次の如くなる。

$$\frac{\partial Z}{\partial l} + \frac{1}{\gamma} \frac{\partial p}{\partial l} + \frac{\partial}{\partial l} \left(\frac{v^2}{2g} \right) + \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + f_l \frac{v^2}{2g} = 0$$

依つて今 I, II 兩斷面に於ける流體靜壓力, 重心高, 平均流速を夫々 p_1, Z_1, v_1 及び p_2, Z_2, v_2 とせば次の方程式を得る。

$$Z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{1}{g} \int_0^l \frac{\partial v}{\partial t} dl + \int_0^l f_l \frac{v^2}{2g} dl \dots \dots \dots (1)$$

今限界流速に對する Reynolds 數を $R_c \doteq 2000$ とし, 20°C の空氣の動粘性係數を $\nu = 0.15 \text{ cm}^2/\text{sec}$, 隧道の徑深を $r = 1.25 \text{ m}$ と假定すれば, 限界流速 v_c は,

$$v_c = R_c \nu / (4r) = 2000 \times 0.15 / (4 \times 1.25 \times 100) = 0.6 \text{ cm/sec}$$

となる故, 隧道内氣流は普通は渦流と見做して充分である。

更に隧道内氣流に就て, (1) 隧道内各位置の高低の差異並に 温濕度の差異等より生ずる 空氣密度の變化を無視し, 且實際の流速は普通音波に比しては遅き爲空氣の壓縮性を無視して γ を一定と考へ, 又 (2) 隧道斷面を全長に互り一様とし, 更に (3) 坑門以外の 隧道中間部よりは 氣體の出入なきものとする。かくすれば或瞬間に於ては v は全長に互り一様即ち $\partial v / \partial l = 0$ となり, 依つて $dv/dt = \partial v / \partial t$ となる。この時 dv/dt も亦全長に互り或瞬間では一様である。

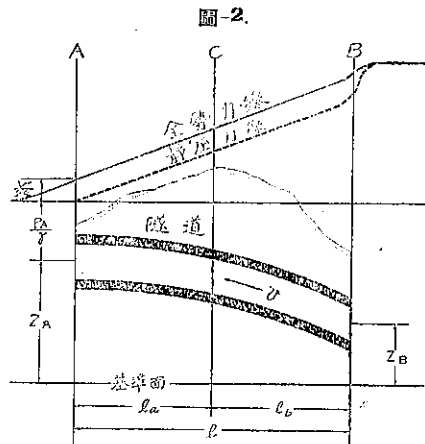
次に圖-2 の如く坑口の一方を A, 他方を B, 隧道中間の I 斷面を C とし, 氣流が B より A へ向ふを正方向の流れと約束すれば, 前記假定のもとに (1) 式より AC 間の氣流に就ては

$$\left\{ \left(Z_C + \frac{p_C}{\gamma} \right) - \left(Z_A + \frac{p_A}{\gamma} \right) \right\} + \frac{v^2}{2g} = \frac{v^2}{2g} + \frac{l_A}{g} \frac{dv}{dt} + \frac{v^2}{2g} \int_0^{l_A} f_l dl$$

茲に $\left\{ \left(Z_C + p_C/\gamma \right) - \left(Z_A + p_A/\gamma \right) \right\}$ なる値は C 點が A 點より以上に有する靜壓氣頭を示すものであつて, 此の値を h_{cA} 空氣柱 m (此の壓力強度は $\rho c_A \text{ kg/m}^2$) なる記號で表すとすれば,

$$h_{cA} + \frac{v^2}{2g} = \frac{\rho c_A}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} = \left(1 + \int_0^{l_A} f_l dl \right) \frac{v^2}{2g} + \frac{l_A}{g} \frac{dv}{dt} \dots \dots \dots (2)$$

次に B 點を考慮するに際して, B 點の坑外にては流速なきものとし, 且坑内に於て空氣が坑内へ流入する時には $\lambda \frac{v^2}{2g}$ を損失として失ふとすれば, 前と同様にして AB, CB 間の氣流に就ては



$$h_{BA} = \frac{p_{BA}}{\gamma} = \left(1 + \lambda + \int_0^l f_i \cdot dl\right) \frac{v^2}{2g} + \frac{l}{g} \frac{dv}{dt} \dots\dots\dots(3)$$

$$h_{BC} = \frac{p_{BC}}{\gamma} = \left(1 + \lambda + \int_0^l f_i \cdot dl\right) \frac{v^2}{2g} + \frac{l}{g} \frac{dv}{dt} \dots\dots\dots(4)$$

2. 自然坑内氣流

坑内には多少の自然氣流が存在する。之は兩坑口間に静壓氣頭差を生じて居るからである。B 坑口より A 坑口へ向ふ正方向の自然坑内氣流があるとし、且之を定常であると見做す。この平均速度 v_0 (m/sec) と之の原因たる静壓氣頭差 h_{BA} との關係は、流動する氣體の單位容積の重量を γ とせば前節より

$$h_{BA} = \frac{p_{BA}}{\gamma} = \left(1 + \lambda + \int_0^l f_i \cdot dl\right) \frac{v_0^2}{2g} \dots\dots\dots(5)$$

本式は h_{BA} なる静壓氣頭差が坑門入口にて $\lambda \frac{v_0^2}{2g}$ を、坑内にて隧道壁の摩擦抵抗に抗する爲 $\int_0^l f_i \cdot dl \frac{v_0^2}{2g}$ を、坑門出口にて速度勢力を放散する爲 $v_0^2/2g$ なる量を消費する事を示すものである。今隧道全長に亙る摩擦抵抗係數に流入抵抗係數をも加へた抵抗係數の單位長當りの平均値を f とすれば、上式は次の如くなる (圖-3)。

$$h_{BA} = (1 + fl) \frac{v_0^2}{2g}$$

A より B へ流れる負方向の定常流に就ては、

$$h_{BA} = -(1 + fl) \frac{v_0^2}{2g}$$

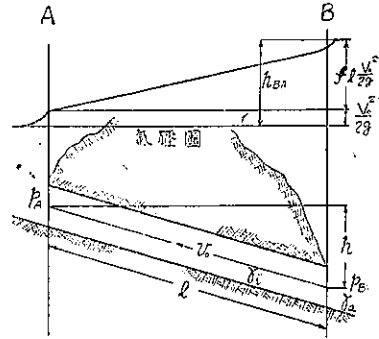
故に v_0 の正負に對して一般に次の如く表すを得。

$$h_{BA} = \frac{p_{BA}}{\gamma} = \frac{v_0}{|v_0|} (1 + fl) \frac{v_0^2}{2g} \dots\dots\dots(6)$$

但し

$$f \cdot l = \lambda + \int_0^l f_i \cdot dl$$

圖-3.



かゝる自然氣流の原因である兩坑口間の静壓氣頭差を發生すべき場合として列挙し得るものは次の通りである。

(1) 氣象上生ずる氣壓分布の爲、或は坑外氣温が兩口に於て異なり空氣密度の差を生じて居る爲等により、兩坑口間に絶對的静壓氣頭差ある場合。

(2) 坑門に吹き付ける風が山腹に當り風の速度氣頭の一部が静壓に變化する場合。 今風速を w とすれば

$$p_{BA} = \delta \gamma \frac{w^2}{2g}$$

の形で示さる可く、 δ は風向、山腹の傾斜又その表面性状、坑門附近の地形、隧道の形狀及び寸法等にて變る係數とする。

(3) 隧道内外の温濕度に差ある場合。

この時隧道内外の空氣に比重差を生じ兩坑口間に静壓力差を生ずる。坑内外の空氣單位容積の重量を夫々 γ_a 、 γ_b (γ_a は一定とす)、兩坑口間の高差を h とすれば

$$p_{BA} = \gamma_a h - \int_0^h \gamma_a dh \quad ; \quad h = Z_A - Z_B$$

にて示され、且温度 $t^{\circ}\text{C}$ 、比湿度 κ の時の空氣密度 $\gamma_{t,\kappa}$ は

$$\gamma_{t,\kappa} = \frac{p}{R_a(273+t)} \left\{ 1 + \kappa \frac{p_s}{p} \left(1 - \frac{R_a}{R_s} \right) \right\}$$

である¹⁾。式中 p は濕り空氣の全壓力、 p_s は $t^{\circ}\text{C}$ に於ける飽和蒸氣の壓力、 R_a, R_s は夫々純粹空氣及び過熱蒸氣に對する瓦斯恒數である。今湿度及び壓力による密度の變化を無視し且坑内氣温を一様に t_i 、坑外氣温を t_a 、 0°C の時の空氣單位容積の重量を γ_0 とすれば

$$\gamma_t = \gamma_0 \cdot 273 / (t + 273) \quad \text{なる故に}$$

$$p_{s,i} = \frac{273 \times (t_i - t_a)}{(t_a + 273)(t_i + 273)} \gamma_0 t_i$$

となり、本式より温度により生ずる兩坑口間の靜壓力差は坑内外の温度差及び兩坑口間の高低差に比例し、氣流の方向は坑内が坑外より高温なれば下より上方へ、低温なれば上より下方へ流れる事を知る。かゝる温度差は主として坑内が年中は恒温なるに反し外氣が季節により變化する爲で、又時には地熱、通過列車による加熱等の影響による事もある。猶この温濕度による氣流は、空氣が流れるにつれて坑内空氣の密度分布状態が變化し、加熱空氣の坑内分布状況とその状況に基く氣流とが平衡した所でその状態を繼續するものである。

猶上記 (1), (2), (3) の原因が獨立して同時に發生した時の兩坑口間の靜壓力差は、各個別の靜壓力差の代數和として求められる。

3. 機械通風による隧道内氣流

道路隧道の機械換氣には横斷式 (Transverse system)、半横斷式 (Semi-transverse system) 等の型式の用ひられることがあるが、鐵道隧道の排煙方式としては次の如きものがある。

1. 通風用分岐隧道によるもの

之は圖-4 [A] の如く主隧道より分岐せる通風用分岐隧道を作り主隧道の坑門を垂幕にて閉ざせる後、通風用隧道の入口に設けた換氣機により吹込み又は吸出して排煙するもので、効率良好にして設備費低廉なる利あるも、垂幕を以て坑口を閉鎖することを必要とする爲列車回數の多き所では交通支障が多く、殊に煤煙を吸出して運轉する型式は煤煙にて換氣機を腐蝕する不利がある。Grenzenberg (8 565 m)、Loetschberg (14 536 m)、Moffat (9 800 m)、Simplon (19 827 m) 等の隧道に使用された。

2. 堅坑によるもの

之は圖-4 [B] の如く隧道中途に堅坑を設け、之に換氣機を置き堅坑と坑口間に氣壓差を生ぜしめて坑内空氣を排除するもので、堅坑による自然換氣が幾らか利用される利があるが、堅坑の位置として適當なる可き隧道中央部は多く山岳の頂上附近に當り、之を設けることが地形上困難の事多く、Mersey (4 000 m)、St. Clair (1 812 m)、Severn (7 012 m) 等の舊式の水底隧道に多く見られ山岳隧道には稀である。

唯山岳隧道の例として有名なるものは Hauenstein 隧道 (8 134 m 隧道斷面積 24.5 m^2) で、兩口より 4 540 m、

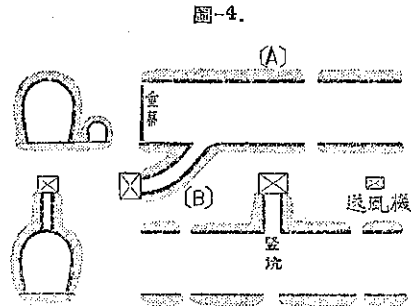


圖-4.

1) 内丸最一郎著；送風機及壓縮機 p. 23.

北口より 3594 m の所に直徑 5.60 m (斷面積 24.6 m²) の圓形豎坑を設け、之に 180 HP. の電動機を動力とする風量 260 m³/sec, 負壓 25 水柱 (m.m) の能力ある換氣機を設備した。

前節並に本節の設備に對する氣流は使用換氣機特性 (風壓と風量の相關々係) 並に通風用隧道内或は豎坑自身内並に之等と本隧道との合流部に於ける氣流の抵抗損失を知ればその他は皆前章第 1 節に準ずるから詳記を避けることにする。又豎坑に於ける自然換氣については前章第 2 節 (3) に準じて求められる。

3. Saccardo 式風道によるもの

之は Saccardo (伊國人) により考案され、最初伊太利の Prachia 隧道に使用され、後 1898 年スキスの St. Gotthard 隧道の北口に設備されてより有名となつたものである。此の風道は送風機より出た氣流を隧道内に導き、之を隧道周壁に沿つて建築限界外に開いて居る噴出孔より高速度にて噴出せしめ、隧道内でこの速度氣頭を靜壓力に轉換せしめ、他端の坑口との間に氣壓差を生ぜしめて坑内換氣をせしめるものである。圖-5 はこの風道を模式的に示せるものであつて、噴出孔よりの高速度氣流は B 點にて整流されてこの靜壓を高め、A より B へ向ふ氣流を生ぜしめるものである。

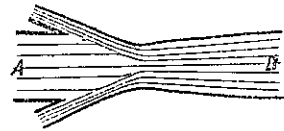


圖-5.

この風道は隧道の坑口に繼ぎ足して作ることがあり、又隧道中間部に施設することもある。坑口に繼ぎ足して作る場合 B 點の右側に隧道が來る様にすれば吹込式となり、A 點の左側に隧道がある様にすれば吸出式となる。吸出式の場合に於て送風機の吸入する空氣として隧道外の空氣を用ひるものと隧道内の空氣を用ひるものがある。吹込式のものゝ Druckgebläse、吸出式のもので外氣を吸入して行ふものを Direkt Saugende Gebläse、坑内氣流を吸入するものを Doppelwirkende Gebläse と稱し、隧道中間部に作るものは多くこの最後の型式である。之等の方式は効率の低い缺點はあるが垂幕等列車の運行上支障となるが如き構造物を必ずしも要しないから、列車入坑中も送風が繼續出来る便利があつて廣く用ひられ、我國にも東山、逢坂山隧道に吹込式として用ひられて居る。Doppelwirkende Gebläse は伊太利の Piteccio 隧道 (1773 m) に用ひられた例がある。然し吹込式 Saccardo 風道のみで坑内通過中の列車に強力なる對向風を與へようとすれば、送風機側の坑門より逆流を生じて列車前方の氣壓を高く保つことが不可能である。この爲、この側の坑門を垂幕で閉ざして幕の内方を高壓たらしめる様にしたものがあつた。この垂幕は列車が之に接近すれば自動的に開く様作られ、開幕後は純然たる Saccardo 式として送風する様になつて居る。而もこの幕は帆布を以て作り、列車が萬一之に衝突しても豫め作られた弱點より裂けるのみで何等列車に害を與へぬ様保安上の工作がしてある。柳ヶ瀬、冠着隧道はこの例である。

この風道を用ひて定常に送風した時の諸量の關係を計算するには、獨人 Wiesmann の誘導した公式があるが、之に對して著者の求めた方法を述べて比較検討をしよう。

(a) Wiesmann による公式²⁾

圖-6 の如く A_B, A_1, A_2 及び A_3 を夫々繼足隧道部、噴出孔、縮少斷面部及び隧道部に於ける直斷面積 (m²)、 v_B, v_1, v_2 及び v_3 並に p_B, p_1, p_2 及び p_3 を夫々 B, I, II (縮少斷面部) 及び III 斷面に於ける平均流速 (m/sec) 及び靜壓力 (kg/m²) とする。但し III なる斷面は隧道内にて

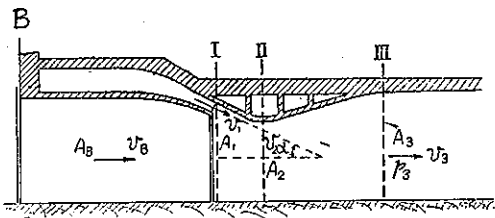


圖-6.

2) Dr. Wiesmann; Künstliche Lüftung im Stollen-u-Tunnelbau より抄記する。

II より來た送風が整流された所とする。今空氣の密度は變化しないものとして靜壓力及び動壓力（速度氣頭）の合計即ち全勢力を空氣柱 (m) を以つて示した値を B, I, II, III 及び A の各斷面について夫々 H_B, H_1, H_2, H_3 及び H_A とする。

噴出孔 A_1 にて H_1 の全勢力を有した氣流が II 斷面にて v_1 より v_2 に減速し、その際擴散の爲勢力を失ひ斷面 II に於て隧道軸方向に有する全勢力は H_2 となつたものとするれば

$$\begin{aligned} H_2 &= \left\{ H_1 - \frac{1}{2g} (v_1 - v_2)^2 \right\} \cos \alpha \\ &= \left\{ \frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g} \left(1 - \frac{A_1}{A_2} \right)^2 \right\} \cos \alpha = \frac{v_1^2}{2g} \left\{ 2 \frac{A_1}{A_2} - \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2 \right\} \cos \alpha \\ &= H_1 \left\{ 2 \frac{A_1}{A_2} - \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2 \right\} \cos \alpha \dots\dots\dots (a) \end{aligned}$$

$$\therefore H_1 = \frac{v_1^2}{2g} \quad \text{及び} \quad A_1 v_1 = A_2 v_2$$

送風機より送風するに伴つて A 坑口よりは空氣を吸込む場合、又此處より逆流して吐出する場合、或は出入なき場合が生ずる。V を隧道内を流れる空氣の流量 (m³/sec), V_0 を A 坑口よりの吸入量 (m³/sec) とし

$$V : V_0 = 1 : \epsilon \quad \text{とすれば}$$

$$v_1 : v_2 = (1 - \epsilon) A_2 : A_1$$

この吸入空氣の爲 II 斷面にて失ふエネルギー損失を B_{A-2} (空氣柱 m) とすれば

$$B_{A-2} = \frac{\{(V_0/A_2) - v_2\}^2}{2g} \cdot \frac{\epsilon(1-\epsilon)}{1.00} \dots\dots\dots (b)$$

又 II-III 斷面間で失ふエネルギー損失 B_{2-3} は

$$B_{2-3} = \frac{1}{2g} (v_2 - v_3)^2 = \frac{1}{2g} (A_3/A_2 - 1)^2 v_2^2$$

故に之等より各箇所勢力損失が求められたから、之等を用ひて原隧道の側より考へて II 斷面に於て有す可き氣流の全勢力を算出すれば

$$H_2 = \frac{(H_3 + B_{A-2} + B_{2-3})}{(1-\epsilon)} \dots\dots\dots (c)$$

ここに (a), (c) 兩式を等置せば

$$H_1 = \frac{H_2 + B_{A-2} + B_{2-3}}{(1-\epsilon) \{2(A_1/A_2) - (A_1/A_2)^2\} \cos \alpha}$$

噴出孔に於ける流出係数を φ とせば、B 點の靜壓力を基準として送風機出口に於ける全勢力 H_F は

$$H_F = \frac{1}{\varphi^2} \cdot \frac{H_2 + B_{A-2} + B_{2-3}}{(1-\epsilon) \{2(A_1/A_2) - (A_1/A_2)^2\} \cos \alpha}$$

この式による計算値と實際値とは開きがある爲係數 K を以て修正するとすれば

$$H_F = \frac{K}{\varphi^2} \cdot \frac{H_2 + B_{A-2} + B_{2-3}}{(1-\epsilon) \{2(A_1/A_2) - (A_1/A_2)^2\} \cos \alpha} \dots\dots\dots (d)$$

實驗上 $K=1.2, \varphi=0.95$ とする。

この場合 H_3 は B 點の靜壓力を基準とすれば次の通りである。

$$H_0 = (1 + f) \frac{v_a^2}{2g} + \frac{pA}{\gamma}$$

(b) 著者の方法

(i) 氣流に関する運動量方程式

定常なる氣流中の微小部分の質量 dm を考へ、その速度がベクトル V で示されるものとし、この氣流中に恒に同一氣體を包含する如き閉曲面 A を考へる。即ちこの閉曲面は該氣流と共に動き、此の閉曲面内の氣體は常に同一氣體よりなつて居るものとする。然らば閉曲面 A 内の氣體の全運動量の單位時間當りの變化は、此の閉曲面に働く外力 P に等しいから

$$\frac{d}{dt} \int_A V dm = \Sigma P \dots\dots\dots(7)$$

上式左邊で示されて居る閉曲面内部の氣體の運動量の時間的變化は或一瞬間 A の占めて居た位置（假に此の位置を A 位置と稱する）に於ての閉曲面内部に於ける時間的變化と A 位置より閉曲面が dt 時間後に A' 位置へ變位することによつて起る變化との2つに分けて考へられる。

然るに運動は定常であるから、一定位置では時間要素の経過に際し、同じ速度の氣體が入れ換るのみであつて、 A 位置に於ての閉曲面内部に於ける運動量の時間的變化は起らない。故に A 位置の A なる閉曲面に圍まれた氣體が dt 時間後に占める新しい位置 A' に於て、どれ程運動量が増加せるかを調べれば充分である。この A より A' への位置の移動によつて生ずる運動量の増加は圖-7 より分る如く、 A 位置に於て A の表面を通過して外へ出る運動量と之を通して内に入る運動量の差即ち A 位置にて A の表面を通過する運動量の代數和となる。之を式示すれば次の如くである。

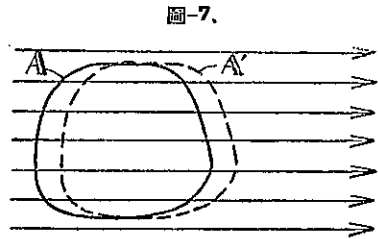


圖-7.

$$\frac{d}{dt} \int_A V \cdot dm = \oint \frac{\gamma}{g} (dA \cdot V) V \dots\dots\dots(8)$$

即ち $(\gamma/g)(dA \cdot V)dt$ は dA を通じて dt 時間に押出される質量であり、 $(\gamma/g)(dA \cdot V)V \cdot dt$ はその運動量であるからである。但し \oint は A に関する面積積分を示し、 $(dA \cdot V)$ は dA と V なる兩ベクトルのスカラー積である。

次に (7) 式の右邊即ち外力の項中重力、粘性抵抗を無視し且つ他物體より受ける外力が無い時即ち氣體壓力のみが外力として働くものとし、氣體壓力 p は A 閉曲面に對して内向きのものを正の壓力とすれば

$$\Sigma P = - \oint p \cdot dA \dots\dots\dots(9)$$

今氣體密度を一定と假定すれば (8), (9) 兩式より

$$(\gamma/g) \oint (dA \cdot V) V + \oint p \cdot dA = 0 \dots\dots\dots(10)$$

(ii) Saccardo 風道への應用

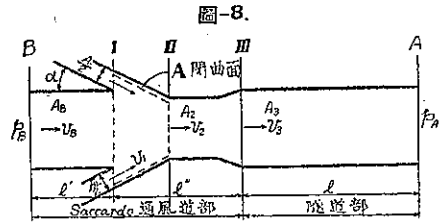
前記 Wiesmann による式中 (a)(b) 等の式の取扱には猶疑義がある様に思はれる爲、この間の關係を前項の運動量方程式を應用して求めることとする。

今前項の A 閉曲面の外向きの方線を正とし、その單位ベクトルを n 、 A_n を A の n に直角なる面積とせば

10) 式の隧道軸 \vec{BA} の方向 (ベクトル i とす) に於ける成分は次式の如くなる。

$$(\gamma/g) \oint dA_n |V|^2 \cos(n \cdot V) \cos(V \cdot \hat{i}) + \oint p dA_n \cos(n \cdot \hat{i}) = 0 \dots\dots\dots (11)$$

Saccardo 風道は複雑なる立體性を有しその氣流も亦複雑であるが、解の簡單化の爲基本形として圖-Bの如き二次元の風道を假想し、之に圖示の如く A 閉曲面を採り (11) 式により速度と靜壓との關係を求めんとする。



各斷面に於ける斷面幅及び平均流速を圖示の如くなし、噴出孔の軸は隧道軸と對稱に角 α をなすものとし各速度の方向は矢の方向を正とする。

更に次の假定を加へるが、之等に就ては考究の餘地が多いことは勿論であつて、後に改めて考察を加へたいと思ふ。

- (1) 氣體密度を不變とする。
- (2) 噴出孔及び繼足隧道よりの氣流は A_2 斷面にて完全に合流して隧道軸方向の速度 V_2 なる流れとなる。
- (3) 方向の異なる氣流が合流する際の摩擦、衝突等に依る勢力損失を無視する。
- (4) I 斷面上の各點は (噴出孔上も隧道部に於ても) 同一靜壓力 p_1 を呈するものとする。
- (5) I, II 兩斷面上の靜壓力は夫々 p_1, p_2 にしてその間は直線的に變化するものとする。
- (6) I~III 斷面間の摩擦抵抗を無視する。

以上の諸假定の下に (11) 式を變化すれば、

$$\frac{\gamma}{g} \left\{ 2 \frac{A_1}{2} \frac{1}{\cos \alpha} v_1^2 \cos(\alpha + \pi) \cdot \cos \alpha + A_B v_B^2 \cos \pi \cos \alpha + A_2 v_2^2 \cos^2 0 \right\} + p_1 \left(A_B + 2 \frac{A_1}{2} \frac{1}{\cos \alpha} \right) \cos \pi + p_2 A_2 \cos 0 + \frac{p_2 + p_1}{2} \left(A_B + 2 \frac{A_1}{2} \frac{1}{\cos \alpha} - A_2 \right) \frac{1}{\sin \alpha} \cos \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) = 0$$

故に

$$\frac{1}{g} \{ A_1 v_1^2 \cos \alpha + A_B v_B^2 - A_2 v_2^2 \} - \frac{p_2 - p_1}{\gamma} \cdot \frac{A_B + A_1 / \cos \alpha + A_2}{2} = 0 \dots\dots\dots (12)$$

更に一方

$$H_2 = H_1 - \frac{1}{2g} (v_2 - v_3)^2,$$

但し、

$$H_2 = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} \quad \text{及び} \quad v_2 = \frac{A_3}{A_2} v_3 \dots\dots\dots (13)$$

なる故上式より

$$\frac{p_2}{\gamma} = H_1 - \frac{v_3^2}{2g} \left(2 \frac{A_3}{A_2} - 1 \right) \dots\dots\dots (14)$$

次に p_1 と p_B との間の關係については、送風と同時に B 坑口より坑外へ向ふ逆流の生ずる場合は、上述の假定 (3) を満足しないから此處にて取扱はない事とし、B 坑口より外氣を吸入する場合の範圍に於ては、

$$\frac{p_1}{\gamma} = \frac{p_B}{\gamma} - \beta \frac{v_B^2}{2g} \quad \text{茲に} \quad \beta = 1 + \lambda' + f' V \dots\dots\dots (15)$$

但し λ' は B 坑口の流入抵抗係數、 f' は V 部の摩擦抵抗係數とする。

(13), (14), (15) の各關係を (12) 式へ代入すれば

$$\left. \begin{aligned} & \frac{A_1 \cos \alpha}{A_n} v_1^2 + \left\{ \frac{A_B}{A_n} - \beta \right\} v_B^2 - \left\{ \frac{A_3^2}{A_2 A_n} - \left(2 \frac{A_3}{A_2} - 1 \right) \right\} v_3^2 = 2g \left(H_1 - \frac{p_B}{\gamma} \right) \\ & \text{但し} \quad A_n = \frac{1}{4} \left(A_B + \frac{A_1}{\cos \alpha} + A_2 \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

別途原隧道のみの側より H_0 を見れば

$$H_0 = (1 + fl) \frac{v_3^2}{2g} + \frac{p_A}{\gamma}$$

故に (16) 式の右邊はこの H_0 を用ひると次の如くなる。

$$\begin{aligned} 2g \left(H_0 - \frac{p_B}{\gamma} \right) &= 2g \frac{\bar{h}_0}{\gamma} \\ &= (1 + fl)v_3^2 + 2g \left(\frac{p_A}{\gamma} - \frac{p_B}{\gamma} \right) = (1 + fl)v_3^2 + 2g \cdot \frac{p_{AB}}{\gamma} \\ &= (1 + fl)v_3^2 - \frac{v_0}{|v_0|} (1 + fl)v_0^2 = (1 + fl) \left\{ 1 - \frac{v_0}{|v_0|} \left(\frac{v_0}{v_3} \right)^2 \right\} v_3^2 = cv_3^2 \dots \dots \dots (17) \end{aligned}$$

但し

$$\begin{aligned} \bar{h}_0 &= \gamma H_0 - p_B \\ c &= (1 + fl) \left\{ 1 - \frac{v_0}{|v_0|} \left(\frac{v_0}{v_3} \right)^2 \right\} \end{aligned}$$

上式の \bar{h}_0 なる値は B 坑口の静壓力を基準とせる時の III 断面の全勢力の値を水柱(mm) で示したものである。然らば (16) 式は \bar{h}_0 を用ひて示せば

$$\frac{A_1 \cos \alpha}{A_n} v_1^2 + \left\{ \frac{A_B}{A_n} - \beta \right\} v_B^2 - \left\{ \frac{A_3^2}{A_2 A_n} - 2 \frac{A_3}{A_2} + 1 \right\} v_3^2 = \frac{2g}{\gamma} \bar{h}_0 \dots \dots \dots (18)$$

或は又 c なる値を用ひて示せば

$$\frac{A_1 \cos \alpha}{A_n} v_1^2 + \left\{ \frac{A_B}{A_n} - \beta \right\} v_B^2 - \left\{ c + \frac{A_3^2}{A_2 A_n} - 2 \frac{A_3}{A_2} + 1 \right\} v_3^2 = 0 \dots \dots \dots (19)$$

(19) 式に於て A_1, A_B は他方、隧道限界より決まるもので既知であり、又 A_2 は建築限界として許容の出来る限り小なる斷面積として、又 α は設計上出来るだけ 0 に近い角度として、設計上決定されるものである。之等については猶次の (20) 式なる連続の式が成立する。

$$A_1 v_1 + A_B v_B = A_3 v_3 \dots \dots \dots (20)$$

故に A_1, v_1, v_B 及び v_3 の 4 未知量はこの中の 2 量を假定すれば (19), (20) 兩式より他の 2 未知量間の關係を定める事が出来る。

例へば v_0 なる自然風ある時 $v_B = 0$ として、坑内換氣々流速度が v_3 (v_3 は坑内作業員の保健上 5 m/sec 以下たる様設計する) となる様にするには、此の條件に合ふ可き A_1 としては (19), (20) の兩式より

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \left[\sqrt{1 + \frac{4}{de^2}} - 1 \right] e \cos \alpha \cdot A_3 \\ \text{茲に} \quad d &= c - 2 \frac{A_3}{A_2} + 1, \quad e = \frac{A_B + A_2}{2A_3} + \frac{2}{d} \frac{A_3}{A_2} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (21)$$

次に送風機出口に於ける全勢力 (B 坑口の静壓力を基準とせる静動兩壓力の和) H_F (空氣柱 m) を求める。今送風機出口より噴出孔迄の間に於て失はれる勢力損失が v_1^2 に比例するとし、その係數を φ^2 ($\varphi^2 < 1$) とすれば、

$$H_F = \frac{1}{\varphi^2} \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} = \frac{1}{\varphi^2} \frac{v_1^2}{2g} - \beta \frac{v_B^2}{2g} \dots \dots \dots (22)$$

但しこの時の v_1 は (20) 式より、

$$v_1 = \left(\frac{A_3}{A_1} \right) v_3$$

故にこの場合の送風機は全勢力 H_r , 送風量 $v_1 \cdot A_1$ の能力あるものを用ひると充分である。

尙 φ なる値は後記の Schumann の實測値より求めてみると 0.90~0.93 にして、その平均は 0.92 となるから

$$\varphi = 0.92 \dots\dots\dots (23)$$

として置く。但し之は送風機より噴出孔迄の風道の形状、寸法、表面性状で異なる可きものである。

(c) Dössen 隧道に於ける實測

R. Schumann は Dössen 隧道に於て Saccardo 風道に關する諸量を實測した³⁾。測定は送風機氣流と同方向の 2.25 m/sec 及び異方向の 2.20 m/sec の自然坑内風のある時、並に坑内無風の時の三種の状況に於て、送風機廻轉數を 60 r. p. m より 140 r. p. m の間にて變化せしめて送風し、隧道内各要點に於て風量、風壓等を實測せるものである。

この Dössen 隧道に於ける各部寸法、其他については

- 延長 $l = 860 \text{ m}$ (勾配 24%)
- 噴出孔直斷面積 $A_1 = 5 \text{ m}^2$
- 縮少部直斷面積 $A_2 = 20 \text{ m}^2$
- 原隧道部直斷面積 $A_3 = 26.52 \text{ m}^2$
- 繼足隧道部直斷面積 $A_B = 26.52 \text{ m}^2$ (文献に不詳故 A_3 に等しいと假定する)
- 射出角 $\alpha = 23^\circ$ ($\therefore \cos \alpha = 0.92$)

表-1.

坑内自然 風速度 v_0 (%)	試 験 番 号 (%)	Schumann 實測値					算出の風速			
		送風機 同轉數 (r.p.m.)	送風機に おける風量 (m^3/sec)	隧道内 通過風量 (m^3/sec)	坑内通過風 (m^3/sec)	送風機出口 坑内全勢力 (mm.w.s.)	送風機入口 坑内全勢力 (mm.w.s.)	v_1 $\frac{V_1}{A_1}$ (m^3/sec)	v_2 $\frac{V_2}{A_2}$ (m^3/sec)	v_3 $\frac{V_3}{A_3}$ (m^3/sec)
順風 +2.25	1	60	50.83	40.00	19.17	7.2	1.6	10.17	3.39	1.45
	2	80	67.50	106.00	38.50	11.8	2.9	13.50	4.00	1.45
	3	100	84.17	125.00	40.83	15.4	4.4	16.83	4.71	1.54
	4	120	100.80	143.50	42.70	26.9	6.3	20.16	5.41	1.61
	5	140	117.50	167.00	49.50	37.3	8.5	23.50	6.30	1.87
0	6	60	50.83	61.00	16.17	7.2	1.4	10.17	2.30	0.38
	7	80	67.50	82.20	14.70	11.8	2.6	13.50	3.10	0.65
	8	100	84.17	106.17	22.00	15.4	4.3	16.83	4.00	0.83
	9	120	100.80	132.50	31.70	26.9	6.3	20.16	5.00	1.20
	10	140	117.50	156.70	37.20	37.3	8.7	23.50	5.91	1.48
逆風 -2.20	11	60	50.83	37.33	13.50	7.2	2.0	10.17	1.41	0.51
	12	80	67.50	6.33	1.17	14.8	3.5	13.50	2.50	0.04
	13	100	84.17	9.17	9.00	18.4	5.1	16.83	3.51	0.34
	14	120	100.80	12.200	21.20	26.9	7.5	20.16	4.60	0.80
	15	140	117.50	14.83	31.33	37.3	14.0	23.50	5.61	1.18

3) 註 2) に同じ。

空氣單位容積の重量 $\gamma = 1.112 \text{ kg/m}^3$
 地球重力の加速度 $g = 9.81 \text{ m/sec}^2$

表-1 はこの場合の實測風量 (V_F, V_0, V) 及び風壓 (\bar{h}_F, \bar{h}_0) にして、同表中の各断面の風速はこれらの風量を直断面積にて除して求めたものである。

前項 (18) 式の左邊は送風機より出た氣流が III 断面に至りこゝで有す可き全勢力を計算より求めたもので、之の値を水柱 (m.m) で示し \bar{h}_0' とすれば

$$\frac{2g}{\gamma} \bar{h}_0' = \frac{A_1 \cos \alpha}{A_n} v_1^2 + \left\{ \frac{A_B}{A_n} - \beta \right\} v_B^2 - \left\{ \frac{A_3^2}{A_2 A_n} - 2 \frac{A_3}{A_2} + 1 \right\} v_3^2 \dots \dots \dots (a)$$

今前記の v_1, v_B, v_3 の實測値を用ひて (a) 式により \bar{h}_0' を算出し、之と實測値 \bar{h}_0 との比を求め、Schumann の實測を基としての (18) 式の正確度を求めてみる。各數値を (a) 式に代入すれば、

$$17.644 \bar{h}_0' = 0.354 v_1^2 + 1.042 v_B^2 - 1.055 v_3^2$$

但し、(15) 式に示した β の値は $\beta = 1 + \lambda' + f'/n = 1$ と假定することにした。

$$\therefore \bar{h}_0' = (v_1^2 + 2.944 v_B^2 - 2.98 v_3^2) / 49.842$$

之により \bar{h}_0' と \bar{h}_0 との比を求めると表-2 の如くなる。

次に Weismann の公式による計算値と實際値との比較については前記 Weismann の著書中に在る計算値を轉記することにした。之は本節 (a) 項の (d) 式に實測せる v_B, v_3 及び H_0 ($H_0 = \bar{h}_0/\gamma$) 等を用ひて H_F (實は $\bar{h}_F/\gamma = \gamma \cdot H_F$) を求めたもので、表-3 左欄は之等を示せるものである。

本計算中修正係數として K に 1.2 なる値を用ひて居るのは、第 12 號試驗 ($v_B = 0$ の場合) に於て計算値と實測値とを一致せしむる様係數を決定せる爲である。表-3 右欄は著者の公式により求めた H_F 及び v_1 の計算値である。

表-2.

表-3.

試驗番号	第一表の値を用ひて求めたる數値			\bar{h}_0' (a)+(b)+(c) + 49.842	\bar{h}_0 (第一表の値)	$\frac{\bar{h}_0'}{\bar{h}_0}$	第一表の v_B, v_3 を公式に代入して求めたる計算値						
	Weismann 式による		著者の公式による										
	v_1 (m/sec)	\bar{h}_F (mm-ws.)	\bar{h}_F (mm-ws.)				\bar{h}_F の實測値との比	v_1 (m/sec)	\bar{h}_F (mm-ws.)	\bar{h}_F の實測値との比			
1	103.429	6.447	34.240	1.52	1.6	1.05	10.17	7.2	10.3	0.700	10.37	7.06	1.018
2	182.250	6.182	47.680	2.82	2.9	1.03	13.50	11.8	11.3	0.725	13.64	12.31	0.958
3	283.249	6.977	66.096	4.50	4.4	0.98	16.83	18.4	23.4	0.786	16.68	18.46	0.976
4	406.426	7.625	87.225	6.56	6.3	0.96	20.16	26.9	32.0	0.841	19.83	26.14	1.030
5	552.250	10.304	118.276	8.91	8.5	0.95	23.50	37.3	43.2	0.864	23.05	35.31	1.055
6	103.429	0.412	15.764	1.77	1.4	0.79	10.17	7.2	5.9	1.220	9.22	5.68	1.266
7	182.250	0.883	28.638	3.10	2.6	0.84	13.50	11.8	11.2	1.052	12.54	10.49	1.125
8	283.249	2.031	47.680	4.77	4.3	0.90	16.83	18.4	19.1	0.963	16.12	17.32	1.060
9	406.426	4.239	74.500	6.74	6.3	0.94	20.16	26.9	27.1	0.925	19.60	25.68	1.051
10	552.250	6.447	104.091	9.12	8.7	0.95	23.50	37.3	41.0	0.910	23.04	35.36	1.053
11	103.429	—	—	—	2.0	—	10.17	7.2	5.3	1.360	—	—	—
12	182.250	0	18.625	3.28	3.5	1.07	13.50	11.8	11.8	1.000	13.89	12.90	0.915
13	283.249	0.353	36.714	4.95	5.1	1.03	16.83	18.4	19.3	0.953	17.04	19.40	0.948
14	406.426	1.884	63.057	6.93	7.5	1.08	20.16	26.9	31.4	0.858	20.85	29.02	0.927
15	552.250	4.092	93.781	9.28	10.0	1.08	23.50	37.3	44.4	0.841	24.24	39.20	0.953

之等兩計算値を比較するに、實測値そのものにもいくらかの測定上の誤差はあらうが、Wiesmann による計算値は表-3 に示した如く之と +36.0% より -30.0% にわたる開きが見られる。而も之等の計算値は、第 12 號試驗の場合に於て計算、實測兩値を一致させる可き K なる修正係數を以て補正したものである。この修正係數がなければ誤差は猶増加する。又修正係數自身の内容が明かにされてない爲、本實驗に基く係數をその儘他の形狀寸法の風道に應用する爲には不安の憾をまぬかれない。著者の計算に於ては此の様な係數を用ひてなく、唯前記の假定の下に理論的に算出したものであり、その實測値との最大開きは +26.6%, -8.5% を示し、Wiesmann 式によるものよりは更に實測値に近い結果を與へて居るものと思はれる。

4. 列車の通過に伴ふ隧道内氣流

1. 列車出坑後の氣流

後述の如く列車が坑内通過中は氣流は列車方向に加速され、列車の出坑後もこの加速された坑内氣流は慣性により流れ続けようとするが、隧道の抵抗及び列車入坑前より在る 通風の作用により次第に減衰して遂には入坑前の通風に還る。この場合呈示される隧道の抵抗についてはその抵抗係數に次の關係がある。

管の單位長に對する摩擦抵抗係數 f を徑深 r で除した (f/r) は Reynolds 數 R と、管壁の粗度 (r/ϵ) との函數である。茲に ϵ は管壁の小突起層の平均高さである。渦流に對する (f/r) の値に就ては Prandtl, Kármán, Nikuradse 等諸氏の研究により突起の高さが層流薄層の厚みより小さい場合即ち所謂滑かな管路については (f/r) は R のみの函數であり、又不規則な突起がある粗面管では R が大なる場合には粗度のみの函數となつて R には無關係となると言はれて居る。又同一の粗度の粗面管については、 R が大なる値より次第に減少するにつれ常數の域を脱し、 (f/r) は減少し滑かな管路の (f/r) に、或は層流のそれに移行することが實驗されて居る。この隧道氣流の計算に用ひる f としてもかくの如き變化が考へられるが隧道の如き斷面にて表面性狀の不規則な管路には完全な式がないため、こゝでは便宜 (24) 式を用ひる。之は相似則より見ては充分でないが、Illinois 大學で道路隧道の通風試驗のため實測した實驗式⁴⁾である。

$$f = \frac{1}{r} \left\{ a + \frac{b}{r^{2.5}} \right\} \dots\dots\dots (24)$$

茲に v は平均流速 (m/sec), r は徑深 (m), a, b は常數である。

今列車は B 坑口より A 坑口へ正方向に進み、坑内には正の氣流が流れて居たとする。この場合の關係式は (3) 式の P_{BA} へ (6) 式の値を代入すればよく、即ち

$$(1+f/l) \frac{v^2}{2g} + \frac{l}{g} \frac{dv}{dt} = \frac{v_0}{|v_0|} (1+f/l) \frac{v_0^2}{2g} \dots\dots\dots (a)$$

但し $v_0 < 0$ の場合に於ては列車出坑時 v が正であつても、漸減して $v=0$ となつてからは v は負となる。或は出坑時に於て既に負であることがある。之等の v の負の部分に對しては (a) 式の代りに (b) 式を用ひねばならない。即ち

$$-(1+f/l) \frac{v^2}{2g} + \frac{l}{g} \frac{dv}{dt} = \frac{v_0}{|v_0|} (1+f/l) \frac{v_0^2}{2g} \dots\dots\dots (b)$$

(a), (b) 兩式は正負の v に對して一般に次の如くなる。

4) Old Singstad: "Ventilation of Vehicular Tunnels." Proceeding of the World Engineering Congress Tokio, 1929.

$$\frac{v}{|v|}(1+fl) \frac{v^2}{2g} + \frac{l}{g} \frac{dv}{dt} = \frac{v_0}{|v_0|}(1+fl) \frac{v_0^2}{2g} \dots\dots\dots(25)$$

之を解くと

(a) v_0 が正なる場合 ($v_0 > 0$)

この時生じ得る v は正のみである。(25) 式の $f \sim$ (24) 式を代入すれば

$$\left\{ 1 + \left(a + \frac{b}{r^2 v^2} \right) \frac{l}{r} \right\} \frac{v^2}{2g} + \frac{l}{g} \frac{dv}{dt} = \left\{ 1 + \left(a + \frac{b}{r^2 v_0^2} \right) \frac{l}{r} \right\} \frac{v_0^2}{2g}$$

故に

$$\left. \begin{aligned} F(v^2 - v_0^2) &= -dv/dt \\ F &= (1 + al/r)/(2l) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(26)$$

但し

此の微分方程式を解いて列車出坑完了の時を時間に関する起算点となし、この時 ($t=0$) に於ける坑内風速を v_A とすれば、時間 t を経過せる時の坑内風速 v は

$$v = v_0 \cdot \coth \left\{ \frac{1}{2} \log \left(\frac{v_A + v_0}{v_A - v_0} \right) + v_0 Ft \right\} \dots\dots\dots(27)$$

(b) v_0 が負なる場合 ($v_0 < 0$)

この時には坑内風速 v に正負の部分が生じる場合がある。

(i) $v > 0$ の部分に對して

前項と同様 (24), (25) 式を用ひれば次式を得。

$$(1 + al/r)(v^2 + v_0^2) + 2bl/r^2 = -2l(dv/dt)$$

今

$$\sqrt{b/(2r^2 F)} = B \dots\dots\dots(28)$$

$$\sqrt{v_0^2 + 2B^2} = W \dots\dots\dots(29)$$

とすれば

$$F(v^2 + W^2) = -(dv/dt)$$

此の方程式を解き $t=0$ (列車出坑完了時) に於て $v=v_A$ とすれば、

$$v = W \cdot \tan \{ \tan^{-1}(v_A/W) - W Ft \} \dots\dots\dots(30)$$

本式より $v=0$ となる迄の時間 t_0 は

$$t_0 = \{ 1/(W \cdot F) \} \tan^{-1}(v_A/W) \dots\dots\dots(31)$$

(ii) $v < 0$ の部分に對して

(1) 列車出坑時の風速 v_A が正なる時

この時は出坑後 (31) 式にて示される t_0 なる時間を経過すれば、 $v=0$ となりその後は v は負となる。この負の v に對し前項と同様に (24), (25) 兩式より

$$F(v_0^2 - v^2) = -\frac{dv}{dt}; \quad \int_0^t F \cdot dt = -\int_0^v \frac{dv}{v_0^2 - v^2}$$

$$\therefore v = v_0 \cdot \tanh(-v_0 Ft) \dots\dots\dots(32)$$

但し上式中経過時間 t は $v=0$ になつた時を起算点とする。

(2) 列車出坑時の風速 v_A が負なる時

この時も前項と同様にして

$$\int_0^t F \cdot dt = - \int_{v_A}^v \frac{dt}{v_0^2 - v^2}$$

$$\therefore v = v_0 \cdot \tanh \left(\frac{1}{2} \log \frac{v_0 + v_A}{v_0 - v_A} - v_0 F t \right) \dots \dots \dots (33)$$

但しこの t は列車出坑完了時を起算點とする。

(c) $v_0 = 0$ なる場合

(24), (25) 兩式より

$$(1 + al/r)v^2 + bl/r^2 + 2l(dv/dt) = 0$$

$$\therefore \int_0^t F \cdot dt = - \int_{v_A}^v \frac{dv}{v^2 + B^2}$$

$$\therefore v = B \cdot \tan \{ \tan^{-1}(v_A/B) - BFt \} \dots \dots \dots (34)$$

本式により $v=0$ となる迄の経過時間 t_0 は

$$t_0 = \{ 1/(BF) \} \tan^{-1}(v_A/B) \dots \dots \dots (35)$$

但し (34) 式は $P_{BA} = 0$ とせるものであるが, (24) 式がこゝでも正しきものとせば一般に (6) 式より

$$\frac{P_{BA}}{\gamma} = \frac{v_0}{|v_0|} (1 + fl) \frac{v_0^2}{2g} = \frac{v_0}{|v_0|} \left\{ \left(1 + \frac{\alpha}{r} l \right) \frac{v_0^2}{2g} + \frac{bl}{r^2 2g} \right\}$$

であるから v_0 が極めて 0 に近くなり遂に $v_0 \rightarrow 0$ となつたものと考へれば, 坑内の自然通風は見掛け上無くなり $v_0 = 0$ なるも P_{BA} は

$$\frac{P_{BA}}{\gamma} = \frac{v_0}{|v_0|} \frac{1}{2g} \frac{bl}{r^2}$$

だけの静壓力差が残留することがあり得る。

故に $v_0 (> 0)$ が 0 に漸近せるものとすれば, (26) 式より

$$Fv^2 = - (dv/dt)$$

$$F \int_0^t dt = - \int_{v_A}^v \frac{dv}{v^2}$$

$$\therefore v = v_A / (1 + v_A F t) \dots \dots \dots (36)$$

又 $v_0 (< 0)$ が 0 に漸近したとすれば (30) 式より

$$v = W \cdot \tan \{ \tan^{-1}(v_A/W) - W F t \} \dots \dots \dots (37)$$

但し $W = \sqrt{2} \cdot B$

故に減衰曲線は $P_{BA} = 0$ であれば (34) 式によるも, 見掛け上 $v_0 = 0$ の時は (36) 式と (37) 式の曲線で縁取られた領域の範圍内に在ることになる。

2. 摩撻抵抗係数の測定

本係数は通常は隧道の 1 坑口に送風機を設けて坑内に定常流を流し延長上に取つた 2 直断面間の壓力降下と平均風速とを測定して算出する。こゝに求められた係数は該 2 断面間の平均風速に對する氣流抵抗で, 覆工面の摩擦抵抗の他に隧道自身の屈曲, 待避孔, 架線腕木等よりの各種の抵抗が合せ含まれて居る。かくして求められた係数を f とし (24) 式の形にて示されるものとすれば, 更に 2 常數 α 及び b を求める必要がある。之等 α , b の値の測定は前記の定常流による測定を 2 回以上行ふ事にも求められるが隧道全長に對する平均抵抗係数の

値は前節の氣流の減衰曲線を解析しても求められるので以下この方法について説明しよう。

(i) α の値の測定

$v_0 > 0$ の場合の減衰式 (27) より

$$F = \frac{1}{2tv_0} \log \frac{(v+v_0)(v_A-v_0)}{(v-v_0)(v_A+v_0)} \dots\dots\dots (38)$$

なる故、本式の右邊の各項を測定すれば F を求められ、之より (26) 式にて α を求める事を得。即ちこの場合の測定は時間 t の他に v_0, v_A 及び v なる流速を測るのであるが、流速の測定箇所は隧道の延長方向については入口方坑門、屈曲部、坑内支障物附近等流れの亂れる所は避ける可きである。

次に横断面上について注意すべき事は、 f なる抵抗係数が平均風速に對する係數であるから、流速測定點は平均風速を呈示する點上に於て行はなければならない。平均風速を呈示する箇所は一般に不明の場合が多い。この場合には隧道の直横断面上の各點で v_0, v_A, v 等の流速を測り、之を (38) 式に代入しそれに対する F を算出して F の等値線群を作製し、これ等よりその平均値を示す F の等平均値線を求めれば、その値は平均風速に對する F を與へ、又その位置は平均風速の位置を示す。但しこの風速の測定は流速が相當に速い間で行ふことが必要である。然らば直横断面に關しては附記の如き理論より推して、隧道に於ても亦流速の大きさにかゝらず、平均風速 v (或は v_0, v_A) と該直横断面上の任意の 1 點 P に於ける流速 v_P (或は v_{0P}, v_{AP}) との比が點 P の位置のみの函數で表されるから

$$\frac{v}{v_P} = \frac{v_0}{v_{0P}} = \frac{v_A}{v_{AP}}$$

なる關係が存在し、 F は v の一次に逆比例すると考へられるからである。本測定中自然風の消長が兩坑口間に働く靜壓力を變へ誤差の一因ともなるが、短時間なる測定に於ては消長の實際は微量の様である。圖-9 は氣流の等速度線圖の一實例⁵⁾である。

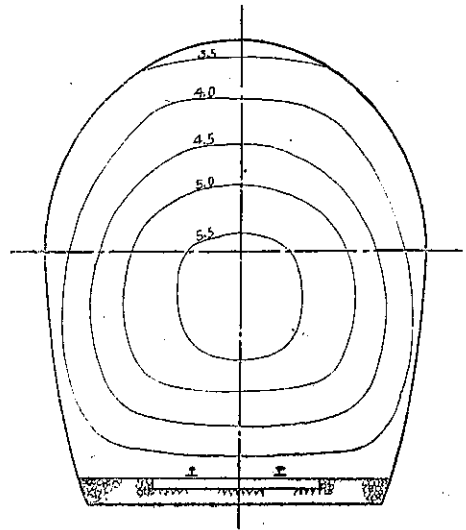
(附記)

山本氏は Nikuradse の實驗値に基づいて圓管に於ては粗度に無關係に次式が成立することを報告⁶⁾して居る。

$$\begin{aligned} \frac{v_P}{c} &= \frac{v_{max}}{c} \cdot e^{-2n\phi} \\ \frac{dv_P/c}{dy} &= -2n \frac{v_{max}}{c} \cdot e^{-2n\phi} \cdot \frac{\sqrt{y}}{1-y^2} \\ \phi &= \tanh^{-1}\sqrt{y} - \tanh^{-1}\sqrt{y'} \\ n &= 0.218 - 0.0231 \cdot \log \frac{cr}{v} \end{aligned}$$

茲に v_P は P 點の速度、 r_P は P 點の中心よりの距離、 c は $\sqrt{\tau_0/\rho}$ 、 τ_0 は管壁に於ける剪斷力、 ρ は流體の密度、 v_{max} は管内の最大速度、 v は管内の平均流速、 r は管の半徑、 y は r_P/r 、 ν は流體の動粘性係數である。

圖-9.



5) 鐵道省 業務研究資料 第 17 卷, 第 6 號 下川技手: 隧道通風に於ける摩擦係數の測定
6) 名古屋高工 學術報告 第 3 號 山本純如: 粗い管内における亂流の研究

然し Nikuradse の實測によつて $d(vp/c)/dy$ は $\log(cr/\nu)$ が 3.5 以上になれば殆ど一定値となることが認められて居る。であるから $\log(cr/\nu) > 3.5$ の部分を扱ふならば n の値が變化しても $d(vp/c)/dy$ は大差が生じないことになる。又山本氏によれば v_{max}/c 及び v/c は $\log(ce/\nu)$ が 1.8 以上であれば、粘性の影響がなくなり粗度のみの函數となることが示されて居る。故に同一粗面の圓管で $\log(cr/\nu) > 3.5$ 且 $\log(ce/\nu) > 1.8$ の如き相當速い流速だけを扱ふとすれば $d(vp/c)/dy$ は唯 y のみの函數となる。

即ち $d(vp/c)/dy = (y \text{ の函數})$

故に $vp/c = (y \text{ の函數})$

又一方平均流速に對しても亦上記範圍では

$$v/c = (\text{粗度のみの函數}) = (\text{定數})$$

故に $\frac{v}{vp} = \frac{v}{c} \cdot \frac{c}{vp} = (y \text{ の函數})$

依て前記の如き相當速い流れでは平均流速と任意の一點 P に於ける流速との比は單に P 點の位置のみの函數と考へられる。

(ii) b の値の測定

v と v_0 とが同方向の時には減衰式は (27), (32), (33) 式の如くなつて係數 b には無關係である爲、結果としては f が單なる常數の場合と異なる所がない。然し v_0 が 0 又は v と v_0 とが異方向の時は b の影響が伴つて来る。 b の測定は v_0 が v と異方向の場合平均風速の測定値と前項で求めた F を用ひて (30) の減衰の式より求めることが出来る。然し注意すべきは v が 0 に近づくに従ひ氣流の分布状態が變化しその上、對流、渦等を生じて不規則となり測定に誤差を生じ易い。

故に風速計を前項で求められた平均風速呈示點に置き、列車出坑後の或瞬間に於ける流速 v_1 を測り、この時より坑内氣流が全體として静止せりと認められる迄の時間 t_0 を測り式 (31) より b を求めた方がよい。

この測定法には多少不正確の嫌はあるが、かくて a, b 兩値が求められると式 (24) より f が求められる。

3. 列車の坑内通過に伴ふ氣流

(1) 坑内通過中の列車の前後部に生ずる氣壓差

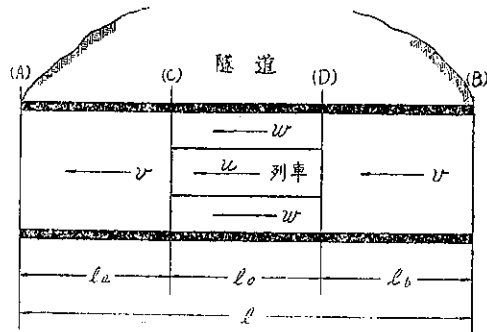
列車は坑内を B より A に向つて通過するものとする。通過中の列車を超越して吹くが如き強力なる追風のある場合は普通起らないから除外して、坑内氣流の速度が列車の速度よりも小さい間を扱ふとする。然らば列車の坑内速度を等速として u (m/sec) とし、之の時生ずる坑内氣流の速さを v (m/sec) とすれば、次の關係式となる。

$$u > v \dots \dots \dots (39)$$

この時列車は前頭部 (圖-10 にて C 點とする) にて前方の空氣を壓し、後尾部 (D 點とする) にて後方の空氣を吸ひ込む爲、C 點の靜壓力は D 點より高くなり兩點に靜壓力差 p_{CD} (kg/m²) を生ずる。

この時列車周圍に生ずる間隙風の速さを隧道に關して w (m/sec) とする。第 1 章第 1 節の假定をここにも用ひ、更に列車よりは氣體の出入無きものとすれば、AC 兩斷面

圖-10.



に於ける dt 時間の空氣の出入量等しき故次式が得られる。

$$A v dt = A_0 u dt + (A - A_0) w dt$$

故に

$$w = u - A(u-v)/(A-A_0) \dots\dots\dots(40)$$

茲に A, A_0 は夫々隧道及び列車の直斷面積 (m^2) とする。列車前後に生ずる靜壓力差 p_{CD} は正確に算出し難いが、假に次の如く考へられるものとする。即ち p_{CD} は列車の中間部を考へに入れない列車前頭部及び後尾部のみによる影響と、列車周壁面より受ける影響と、隧道周壁面より受ける影響及び間隙風速を加速する影響とに分けられ、次の如く考へられるものとする。

第 1 の列車前後頭部のみより生ずる靜壓力差は無限に擴つた定常流中をその流れに沿ひ等速度運動する物體の前後頭部に生ずる靜壓力差と近似的に同等と考へて、其の相對速度の自乗、即ち $(u-v)^2$ に比例するものとする。

第 2 に列車周壁面は其の摩擦等依り列車と隧道との間にある空氣を列車方向に加速せんとして前頭部を後尾部より高壓たらしめる様作用し、その大きさは間隙風の列車に對する風速 (此の場合間隙風は列車に對してその後方に向ひ流れる) の自乗、即ち $(w-u)^2$ 従つて (40) 式から $(u-v)^2$ に比例すると考へられる。

第 3 の覆工周壁についてはその空氣との摩擦力が w を減速する方向に作用する故、前後頭部の靜壓力差 p_{CD} を高めるには $\{-w/|w|w^2\}$ に比例する作用をする。然し實際の w の値は他の速度に比して相當小さい⁷⁾、又隧道壁の氣流抵抗が列車のそれより普通小さい爲にこの影響を無視すれば、以上については p_{CD} は $(u-v)^2$ に比例することとなる。更に間隙風の加速の影響を考慮すれば次の關係式を得る。但し l_0 は CD 間の距離 (m) とする。

$$\frac{p_{CD}}{\gamma} = K \frac{(u-v)^2}{2g} - \frac{l_0}{g} \frac{dw}{dt} = K \frac{(u-v)^2}{2g} - \frac{1}{g} \frac{A l_0}{A - A_0} \frac{dv}{dt} \dots\dots\dots(41)$$

本式は又別に次の如くにしても得られる。即ち列車と同速度にて等速度に動く點を原點とすれば、この原點に關し列車は靜止し、間隙氣流は $(u-w)$ の速度で列車後方に流れる。列車前後頭部のみの影響で失ふ抵抗損失を $K_1(u-v)^2/(2g)$ 、列車周面の抵抗係數を f_0 とすれば、(2) 式と同様に考へて、

$$\frac{p_{CD}}{\gamma} = K_1 \frac{(u-v)^2}{2g} + f_0 l_0 \frac{(u-w)^2}{2g} + \frac{l_0}{g} \frac{d}{dt} (u-w)$$

$$u-w = A(u-v)/(A-A_0) \quad \text{なる故に、}$$

$$\frac{d}{dt} (u-w) = - \left(\frac{A}{A-A_0} \right) \frac{dv}{dt}$$

$$\therefore \frac{p_{CD}}{\gamma} = \left\{ K_1 + f_0 l_0 \frac{A^2}{(A-A_0)^2} \right\} \frac{(u-v)^2}{2g} - \frac{l_0}{g} \frac{A}{A-A_0} \frac{dv}{dt} = K \frac{(u-v)^2}{2g} - \frac{1}{g} \frac{A l_0}{A-A_0} \frac{dv}{dt}$$

前記の係數 K は隧道及び列車の寸法、形狀並に表面性状及び隧道と列車との位置の相互關係等に依つて變る可き變數で、實測に依り求む可き値である。又 CD 間の距離 l_0 は近似的に列車長に等しきものとし、猶 w は所て變るも l_0 の間を通じて一樣として扱つた。

(2) 氣流方程式

列車入坑前の坑内通風 v_0 の方向によつて式の扱が變はる故に、 v_0 の正負即ち p_{BA} の正負により別個に考へることにする。

7) 第 4 節の實例の如くである。

(a) $p_{BA} \geq 0$ 即ち $v_0 \geq 0$ の場合

圖-9 の l_a 區間に就ては (2) 式を, l_b 區間に就ては (4) 式を應用すれば,

$$l_a \text{ 區間に就て, } \frac{p_{CA}}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} = \left(1 + \int_0^{l_a} f_i dl\right) \frac{v^2}{2g} + \frac{l_a}{g} \frac{dv}{dt}$$

$$l_b \text{ 區間に就て, } \frac{p_{BD}}{\gamma} = \left(1 + \lambda + \int_0^{l_b} f_i dl\right) \frac{v^2}{2g} + \frac{l_b}{g} \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{p_{CA}}{\gamma} + \frac{p_{BD}}{\gamma} = \left(1 + \lambda + \int_0^{l_a} f_i dl + \int_0^{l_b} f_i dl\right) \frac{v^2}{2g} + \frac{l_a + l_b}{g} \frac{dv}{dt} \dots\dots\dots (a)$$

(6) 式と同様の考へ方をして

$$1 + \lambda + \int_0^{l_a} f_i dl + \int_0^{l_b} f_i dl = 1 + f(l_a + l_b)$$

一方 $l_a + l_b = l - l_0$

$$\frac{p_{CA}}{\gamma} + \frac{p_{BD}}{\gamma} = \frac{1}{\gamma} (p_C - p_A + p_B - p_D) = \frac{1}{g} (p_{CD} + p_{BA})$$

故に (6), (41) 式を上式の p_{CD}, p_{BA} に入れて (a) 式を整理すれば,

$$K \frac{(u-v)^2}{2g} + \frac{v_0}{|v_0|} (1+f) \frac{v_0^2}{2g} = \{1+f(l-l_0)\} \frac{v^2}{2g} + \frac{1}{g} \left(l-l_0 + \frac{Al_0}{A-A_0}\right) \frac{dv}{dt} \dots\dots\dots (b)$$

(b) $p_{BA} < 0$ 即ち $v_0 < 0$ の場合

$v \geq 0$ の部分に對しては前項 (b) 式にて $v_0 < 0$ とすれば足りる。 $v < 0$ の部分に對しては v が負方向に流れるので摩擦抵抗の働く方向も逆となり、之に對して前項と同様に式を處理すれば,

$$K \frac{(u-v)^2}{2g} + \frac{v_0}{|v_0|} (1+f) \frac{v_0^2}{2g} = -\{1+f(l-l_0)\} \frac{v^2}{2g} + \frac{1}{g} \left(l-l_0 + \frac{Al_0}{A-A_0}\right) \frac{dv}{dt} \dots\dots\dots (c)$$

以上 (b), (c) 兩式を 1 つにまとめて簡略に記せば,

$$K(u-v)^2 + \frac{v_0}{|v_0|} (1+f) v_0^2 - \frac{v}{|v|} \{1+f(l-l_0)\} v^2 - 2 \left(l-l_0 + \frac{Al_0}{A-A_0}\right) \frac{dv}{dt} = 0 \dots\dots\dots (42)$$

此の式の第 1 項は列車に依り氣流に加へられる力を示し, 第 2 項は自然風の氣流に與へる力を, 第 3 項は速度氣頭と隧道よりうける氣流抵抗の爲消費される力を, 第 4 項は氣流を加速する爲に消費される力を示して居る。

今

$$l-l_0 + \frac{A}{A-A_0} l_0 = l + \frac{A_0}{A-A_0} l_0 = l + \epsilon l_0 \dots\dots\dots (43)$$

$$\left. \begin{aligned} q &= \frac{v}{|v|} \frac{1+f(l-l_0)}{K} \equiv \frac{v}{|v|} Q \quad \text{但し} \quad Q = \frac{1+f(l-l_0)}{K} > 0 \\ p &= \frac{v_0}{|v_0|} (1-g) \frac{1+f l \left(\frac{v_0}{u}\right)}{K} \equiv \frac{v_0}{|v_0|} (1-g) R, \quad \text{但し} \quad R = \frac{1+f l \left(\frac{v_0}{u}\right)}{K} \geq 0 \\ n &= \frac{K}{2(l+\epsilon l_0)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (44)$$

とせば (42) 式は次の如くなる。

$$n \left\{ (1-g) v^2 - 2uv + \left(1 + \frac{p}{1-g}\right) u^2 \right\} = \frac{dv}{dt} \dots\dots\dots (45)$$

列車完全入坑後列車先頭が出坑を始める迄の間の坑内風速 v と, 入坑完了の時よりの経過時間 t との関係は (45)

式を解いて求められる。此の時計算の簡略の爲と v が相當大きい爲、 f に關して摩擦係數中 v の影響即ち係數 b を無視することにする。

(45) 式を解くに於て $1-q \neq 0$ ならば、 $q-p \geq 0$ により v の變化式を異にし、又 $1-q=0$ ならば左邊第 1 項は消滅する。之等の場合について解けば次の如くなる。

$q > p$, 且 $q \neq 1$ なる時

$$v = \beta u \left\{ e^{mut} - \frac{\alpha (v_0 - \beta u)}{\beta (v_0 - \alpha u)} \right\} / \left\{ e^{mut} - \frac{(v_0 - \beta u)}{(v_0 - \alpha u)} \right\} \dots\dots\dots(46)$$

$$\text{茲に } m = 2n\sqrt{q-p}, \alpha = \frac{1+\sqrt{q-p}}{1-q}, \beta = \frac{1-\sqrt{q-p}}{1-q}$$

$t \rightarrow \infty$ と置いた時の v を v_∞ とすれば、

$$v_\infty = \beta u$$

$q = p (\neq 1)$ なる時、

$$v = \frac{u}{1-q} \left[1 + 1 / \left\{ \frac{1}{(1-q)(v_0/u) - 1} - nut \right\} \right] \dots\dots\dots(47)$$

$q < p$, 且 $q \neq 1$ なる時、

$$v = \frac{u}{1-q} \left[1 + \sqrt{p-q} \tan \left\{ \sqrt{p-q} nut + \tan^{-1} \frac{(1-q)(v_0/u) - 1}{\sqrt{p-q}} \right\} \right] \dots\dots\dots(48)$$

$q = 1$ なる時、

$$v = \frac{u}{2} \left\{ 1 + \frac{v_0}{|v_0|} R - \left(1 - 2 \frac{v_0}{u} + \frac{v_0}{|v_0|} R \right) / e^{2nut} \right\} \dots\dots\dots(49)$$

但し此の時 R は $R = \left(1 + \frac{fL_0}{k} \right) \left(\frac{v_0}{u} \right)^2$ となる。

故に特に $v_0 > 0$ であれば

$$v = \frac{u}{2} \left[1 + R - \left\{ \left(1 - \frac{v_0}{u} \right)^2 + \frac{fL_0}{k} \left(\frac{v_0}{u} \right)^2 \right\} / e^{2nut} \right]$$

$t \rightarrow \infty$ と置いた時の v を v_∞ とすれば、

$$v_\infty = (u/2) \{ 1 + (v_0/v_0) R \}$$

以上を實際の場合について吟味すると次の如くである。

(3) 實際の場合に對する氣流方程式の吟味

(a) v_0 が 0 又は正なる場合

此の時生ずる坑内氣流は列車の進行方向にしか起らない爲、 $v > 0$ である。故に (44) 式から p, q の値は、

$$\left. \begin{aligned} q &= (v/v_0)Q = Q \\ p &= (v_0/v_0)(1-q)R = (1-Q)R \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(a)$$

(i) $q > p$, 且 $q \neq 1$ なる時

$q > p$ であるから (a) 式の結果を用ひると、

$$q-p = Q - (1-Q)R = Q(1+R) - R > 0$$

となる可き故、 $(1+R)Q > R \dots\dots\dots(b)$ である事を要する。

更に一方、 $q > p$ の時は前項に示した如く、 v は (46) 式に依り變化する。式中の α, β 等へ (a) 式の値を代入

すれば、 v は正であつて $dv/dt > 0$ である事が容易に證明出来る故、 v は正にして t とともに増加する函数となり、次の關係が成立つ。

$$v = \beta u \left\{ e^{mut} - \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{v_0 - \beta u}{v_0 - \alpha u} \right) \right\} \left\{ e^{mut} - \left(\frac{v_0 - \beta u}{v_0 - \alpha u} \right) \right\} < \beta u (= v_\infty)$$

故に (39) 式の條件を充す爲には、次の式が成立すれば充分である。

$$u > \beta u$$

依つて

$$1 > \beta, \text{ 但し } \beta = \{1 - \sqrt{Q - (1-Q)R}\} / (1-Q)$$

となり、此の不等式を解いて次式を得る。

$$R < Q \dots\dots\dots (c)$$

以上 (b), (c) 兩式を要するに、 $q > p$ であるのみの爲には $R < (1+R)Q$ 、(但し $1+R > 1$) である事を要し、更に (39) 式の條件に對しても充分である爲には、 $R < Q$ となり、結局 R は Q より大なる値は取扱はない事となる。

(ii) $q \leq p$, 且 $q \neq 1$ なる時

上と同様に $q \leq p$ に (a) 式の關係を入れれば、

$$q - p = Q(1+R) - R \leq 0$$

故に $(1+R)Q < R$

となる事が必要であるが、この R の條件は (i) の結論より推して (39) 式の條件に反する故、かゝる大きな R は取扱はない。

(iii) $q = 1$ なる時

この時の v は (49) 式に依り變化し、且 v は次の關係がある。

$$v = \frac{u}{2} \left[1 + R - \left\{ \left(1 - \frac{v_0}{u} \right)^2 + \frac{f l_0}{K} \left(\frac{v_0}{u} \right)^2 \right\} e^{2mut} \right] < \frac{u}{2} (1+R)$$

前記と同様に、この他更に (39) 式の條件を充すには次式が成立すれば充分である。

$$u > (u/2)(1+R)$$

故に $R < 1 (= Q)$, 即ち $R < Q \dots\dots\dots (d)$

以上を要するに、 $v_0 \geq 0$ の時、列車を追越して吹くが如き坑内風の存在を考へないとすれば、自然坑内風の大きさは、大體 $R < Q$, 即ち $v_0 < \sqrt{\{1 + f(l-l_0)\} / (1 + fl)} \cdot u \dots\dots (50)$ の範圍となり、此の限りでは、 $Q \neq 1$, 即ち $l \neq l_0 + (K-1)/f$ なる長さの隧道では、 v は (46) 式にて變化し、 $Q = 1$, 即ち $l = l_0 + (K-1)/f$ なる時には、 v は (49) 式の變化をすることを知る。

この中 $v_0 = 0$ の時は (46), (49) 式は更に簡単になる。

即ち $Q \neq 1$ であれば (46) 式の v_0 に 0 を代入して、

$$v = \frac{u}{1 + \sqrt{q}} \left\{ e^{mut} - 1 \right\} \left\{ e^{mut} - \frac{1 - \sqrt{q}}{1 + \sqrt{q}} \right\} \dots\dots\dots (51)$$

茲に $m = 2n\sqrt{q}$

又 $Q = 1$ 且 $v_0 = 0$ であれば (49) 式は、

$$v = (u/2)(1 - e^{-2mut}) \dots\dots\dots (52)$$

(b) v_0 が負なる場合

(i) $v \leq 0$ の部分に對して

此の部分に對しては (44) 式から、

$$\left. \begin{aligned} q &= (v/v)Q = -Q \\ p &= (v_0/v_0)(1-q)R = -(1+Q)R \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (a)$$

故に $q-p = -Q + (1+Q)R = (1+Q)\{R-Q/(1+Q)\}$

之より次の場合によつて v の變化が異なる。

$$0 < R < Q/(1+Q), \text{ 即ち } |v_0| < \sqrt{K/(1+fl)} \sqrt{Q/(1+Q)} \cdot u$$

であれば、 $q < p$ となるから v は (48) 式にて變化する。

$R = Q/(1+Q)$, 即ち $|v_0| = \sqrt{K/(1+fl)} \sqrt{Q/(1+Q)} \cdot u$ であれば、 $q = p$ となるから v は (47) 式にて變化する。

$Q/(1+Q) < R$, 即ち $|v_0| > \sqrt{K/(1+fl)} \sqrt{Q/(1+Q)} \cdot u$ であれば、 $q > p$ となるから v は (46) 式にて變化する。而してこの時、 v_0 の大きさにより v が負方向で終始する時と、然らざる時とが生ずる。之について追究しよう。(46) 式に於て列車出坑時に於ける v は (46) 式の t に $t=l/u$ を代入したものであるが、曲線の性質上出坑時の v の値は v_∞ に非常に近い。特に l が大きい時は一層である。故に出坑時の v を v_∞ に等しいと假定すれば、 v が $v_0 (< 0)$ より始まり負の範圍で終始する爲の條件としては、次式が成立すれば充分である。

$$v_\infty = \beta u \leq 0$$

即ち $\beta \leq 0$, 但し $\beta = \{1 - \sqrt{(1+Q)R - Q}\} / (1+Q)$

之を解いて次式を得る。

$$1 \leq R, \text{ 或は } |v_0| \geq \sqrt{K/(1+fl)} \cdot u \dots\dots\dots (b)$$

以上を要するに、列車と逆方向の v_0 が存在する時、その大きさが大體 $|v_0| < \sqrt{K/(1+fl)} \cdot u$ の範圍であれば、列車入坑當時 $v_0 (< 0)$ であつた坑内風は次第に減速されて遂には $v=0$ となり、更に列車方向の正の坑内風となり加速される事を知る。而して v の負の部分に於ける變化は、 $|v_0| < \sqrt{K/(1+fl)} \sqrt{Q/(1+Q)} \cdot u$ であれば (48) 式に依り $|v_0| = \sqrt{K/(1+fl)} \sqrt{Q/(1+Q)} \cdot u$ であれば (47) 式に依り、又 $|v_0| > \sqrt{K/(1+fl)} \sqrt{Q/(1+Q)} \cdot u$ であれば (46) 式に依る。

然し大體 $|v_0| \geq \sqrt{K/(1+fl)} \cdot u$ である位 v_0 が強い逆風であれば、 v は (46) 式にて變化するが負方向にて終始して列車によつて方向の變化を受けない。

(ii) $v > 0$ の部分に對して

此の部分に對しては (44) 式から

$$\left. \begin{aligned} q &= (v/v)Q = Q \\ p &= (v_0/v_0)(1-q)R = (Q-1)R \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (c)$$

$v > 0$ の部分が生ず可き條件は (b) 式より $1 > R$ であるから、この關係を用ひると $(q-p)$ の正負は、

$$q-p = Q - (Q-1)R = Q(1+R) + R > 0$$

故にこの部分に對しては、 $Q \neq 1$ であれば v は (46) 式に依り變化する。但し本式中 $(v_0 - \beta u) / (v_0 - \alpha u)$ の項中の v_0 には 0 を代入し、且 t の起算點は $v=0$ になつた時を用ひる。即ち次式で表はされる。

$$v = \beta u (e^{mut} - 1) / (e^{mut} - \beta/\alpha) \dots\dots\dots (53)$$

又 $Q=1$ であれば v は (49) 式の變化に従ふ。

4. 實 例

本例は昭和 15 年 6 月 4 日及び 5 日の 2 日間某隧道に於ける著者の簡単な實測に基くものである。當隧道は延長 3117 m, 10/1000 の勾配中に在る單線隧道にして、鐵道省 1 號型斷面を有し、その斷面積は 21.65 m², 覆工周圍長 17.21 m, 徑深 1.258 m にして、勾配下方にある坑口より約 650 m の所よりは延長約 200 m に互る半徑 600 m の曲線部がある。覆工はコンクリートを以つて造り、側壁には中型(高さ 2.5 m, 幅 3.0 m, 奥行 2.0 m) 7 個, 小型(高さ 2.0 m, 幅 1.2 m, 奥行 0.8 m) 32 個の待避所がある。又地質良好なる岩石部分は、合計 441 個所に互り側壁を拱狀に剝出し岩盤を露出せしめてある。この剝拔の寸法は長さ 3.70 m, 高さ 2.23 m にして、隣接剝拔部との中心間隔は 4.90 m である。又坑内道床は兩口各々約 100 m の普通道床部を除く外は、全部コンクリート道床になつて居る。

風速の測定は隧道中央部にある大型待避孔に於て、この待避孔の凹みの爲生ずる渦の影響無き側にピラム型風速計を置き、上下列車の通過によつて引き起される風速を測定せるものである。猶風速計の直横斷面に對する關係位置は隧道中心より 179 cm 左方, R.L. 以上 150 cm の所であつて、平均風速呈示點としての照査は未測であるが、東山隧道の等速度線群³⁾より相似的に割出して、車輛限界外にして而も平均風速を與へる點と近似的に考へたものである。又本測定には列車入坑前後の坑内自然氣流, 列車入坑中及び出坑後の風速の變化を 30 秒毎に測れる他, 列車速度, 列車編成, 坑内外の氣温をも記録した。

之等より先づ列車と同方向の坑内自然氣流ある場合について、列車出坑後の減衰曲線より隧道抵抗係數中の 1 常數 a を (38) 式を利用して求め、次に之を用ひて列車と異方向の自然氣流ある場合の氣流減衰曲線より常數 b を (31) 式を用ひて求めた。次に風速 5.0 m/sec. の時の f を用ひて、坑内をほぼ等速度にて通過せる 6 月 4 日の B 列車及び 6 月 5 日の A 列車の 2 旅客列車について、(42) 式より求めた次式により列車抵抗係數 K を求めた。

$$K = \left[\{1 + f(l - l_0)\} v^2 - \frac{v_0}{|v_0|} (1 + fl)v_0^2 + 2(l + el_0) \frac{dv}{dt} \right] / (u - v)^2$$

これら算出値を少くも 2 つ以上求め、その平均値を求めて之を係數の値とした。採用値と算出値の實際は表-4 の如くである。

表-4.

猶 4 日の B 列車の編成は C-53, マニ, マニ, マロネ以下スハ型 10 輛牽引, 5 日の A 列車は C-53, オニ, マニ, マロネ, オロ以下スハ型 9 輛牽引であつた。

今計算例として逆に上記の係數を用ひ、C-53 型機關車が鋼製ボギー車 13 輛を牽引して、長さ 3117 m の 1 號型隧道を 43.2 km/hr の速

係 數	採 用 値	算 出 値 例
a	0.0075 64	4 日 C 列車に對して 0.0078 52
		5 日 D " " 0.0073 25
b	0.0050 68	4 日 B 列車に對して 0.0051 32
		5 日 B " " 0.0049 89
K	12.30	4 日 B 列車に對して 12.37
		5 日 A " " 12.23

さで通過する時、坑内に +3 m/sec, 0, -3 m/sec の通風が存在したとして、列車通過に伴ふ坑内氣流の變化を算出する。

(計 算)

隧 道: 延 長 $l = 3117$ m, 斷面積 $A = 21.65$ m²

斷面周圍長 $P = 17.21$ m, 徑深 $r = 1.258$ m ($r = A/P$)

8) 註 5) の測定資料を用ふ。

列車：長さ $l_0 = 280 \text{ m}$ ($20 + 20 \times 13 = 280$)

断面積 (ボギー車に就て) $A_0 = 9.417 \text{ m}^2$

速度 $u = 43.2 \text{ km/hr} = 12 \text{ m/sec}$

係数: $a = 0.07564$, $b = 0.005068$, $k = 12.30$

列車の坑内通過時分: $T_1 = 3117 \div 12 \div 60 = 4.33 \text{ 分}$

列車長が入坑 (又は出坑) する間の時分: $T_2 = 280 \div 12 \div 60 = 0.39 \text{ 分}$

次に共通な係数の値を求めておく。(24) 式を用ひて

$$f = \{a + b/(rv)^2\} / r = 0.006013 + 0.002546/v^2$$

但し列車の坑内通過中の気流計算に用ひる f としては、第 3 節第 2 項にて述べた如く f を常数として扱ひ、 v を計算の結果より大體 5 m/sec に採りこの時の f を用ひる。

$$f = 0.006013 + 0.002546/5^2 = 0.006115$$

(43) 式を用ひて $l + \epsilon l_0 = 3332.56$

(44) 式を用ひて $Q = 1.4918$, $R = 1.6309 \times (v_0/12)^2$

採時の単位を分とし、 t (秒) の代りに T (分) を用ひれば

(44) 式にて $nt = 60nT = 0.1107T$

(26) 式にて $Ft = 60FT = 0.19T$

又 (28) を用ひて $B = \sqrt{b/(2r^3 f)} = 0.634$

(1) 列車の坑内通過中の気流

(a) $v_0 = 3 \text{ m/sec}$ の時

$$Q = 1.4918, \quad R = 0.1019 \quad \text{となる。}$$

$Q > 1$, 且 $R < Q$ であるから前節第 3 項に依り v は (46) 式にて變化する。

(46) 式中 $q = Q = 1.4918$, $p = (1 - Q)R = -0.0501$

$$\alpha = -4.559, \quad \beta = 0.492, \quad mit = 3.2997T$$

と計算されるから、之等の値を (46) 式へ代入すれば $v \text{ m/sec}$ の値は

$$v = 5.904 \times \frac{e^{3.2997T} - 0.466}{e^{3.2997T} + 0.05} \dots \dots \dots (i)$$

列車周囲を流れる気流の隧道に對する速さ $w \text{ m/sec}$ は (40) 式より

$$w = u - A(u - v)/(A - A_0) = 1.77v - 9.24 \dots \dots \dots (ii)$$

(b) $v_0 = 0$ の時

$Q = 1.4918 \neq 1$ なる故 v は (51) 式にて變化する。

諸數値を (51) 式へ代入すれば v は、

$$v = 5.388 \frac{e^{3.2447T} - 1}{e^{3.2447T} + 0.1} \dots \dots \dots (iii)$$

(c) $v_0 = -3 \text{ m/sec}$ の時

$$Q = 1.4918, \quad R = 0.1019, \quad Q/(1 + Q) = 0.5986$$

故に $0 < R < Q/(1 + Q)$ である故、 v は $v < 0$ の部分では (48) 式にて變化することを知る。(48) 式により $v = 0$ と

なる迄に要する時間 t_0 秒 (T_0 分) を求めると、

$$T_0 = \frac{t_0}{60} = \frac{1}{60 \cdot m \sqrt{p-g}} \left\{ \tan^{-1} \frac{1+(g-1)(v_0/u)}{\sqrt{p-g}} - \tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{p-g}} \right\} = 0.16 \text{ 分}$$

即ち列車が完全入坑後 0.16 分にして $v=0$ となる。而して T_0 以後は氣流方向は列車と同方向になり、その變化は (53) 式による。前と同様に p, q, α, β, m 等の諸數値を求め (53) 式に代入すれば v の値は、

$$v = 4.908 \frac{e^{8.1988(T-0.16)} - 1}{e^{8.1988(T-0.16)} + 0.091} \dots\dots\dots (iv)$$

式中指數に $(T-0.16)$ を用ひたのは、(53) 式では時間の起算點として $v=0$ の時を用ひる故、列車入坑完了時を時間の起算點とせる他の場合と同様の T を用ひた爲この補正を要する。

(i), (iii) (iv) の各式及び (ii) 式を用ひて T の各値に對する v, w を求めると表-5 の如くなる。

表-5.

$v_0 \backslash v, w$		T						
		0	0.16	0.3	0.6	1	2	4.33
3	v	3.00	—	4.79	5.49	5.79	5.90	5.90
	w	-3.93	—	-0.76	0.48	1.01	1.20	1.20
0	v	0	—	3.23	4.55	5.16	5.38	5.39
	w	-9.24	—	-3.52	-1.19	-0.11	0.28	0.30
-3	v	-3.00	0	1.67	3.62	4.54	4.89	4.91
	w	-14.55	-9.24	-6.28	-2.83	-1.20	-0.58	-0.55

(2) 列車出坑後の氣流

列車出坑直後の坑内氣流 v_A として假に $T_1=4.33$ 分に於ける v を用ひることとする。又ここでは列車出坑時を T の起算點とする。

(a) $v_0=3$ m/sec の時

前項より $v_A=5.90$ m/sec

(27) 式にて $\frac{1}{2} \log \left(\frac{v_A+v_0}{v_A-v_0} \right) = 0.5603, \quad v_0 F t = 60 v_0 F T = 0.57 T$

故に (27) 式より v を求めると

$$v = 3 \times \coth(0.5603 + 0.57 T) \dots\dots\dots (v)$$

(b) $v_0=0$ ($P_{B_A}=0$) の時

前項より $v_A=5.39$ m/sec でその他 B, F 等の數値を求めて (34) 式へ代入すれば、

$$v = 0.634 \tan \{1.4535 - 0.12046 T\} \dots\dots\dots (vi)$$

(c) $v_0=-3$ m/sec の時

前項より $v_A=4.91$ m/sec (>0)、且 (29) 式より $W=3.131$ であるから之等を (31) 式へ代入して $v=0$ となる迄の時間 T_0 を求めると、 $T_0=1.69$ 分

列車出坑の時より T_0 迄の間の v の變化は (30) 式より次の式を得る。

$$v = 3.131 \times \{1.003 - 0.5949 T\} \dots\dots\dots (vii)$$

$T_0 = 6.02$ 分以後は v は負方向となる。その變化は (33) に依りこの時の採時の起算點を列車出坑の時とすれば次の通りである。

$$v = -3 \tanh \{0.57 \times (T - 6.02)\} \dots\dots\dots (viii)$$

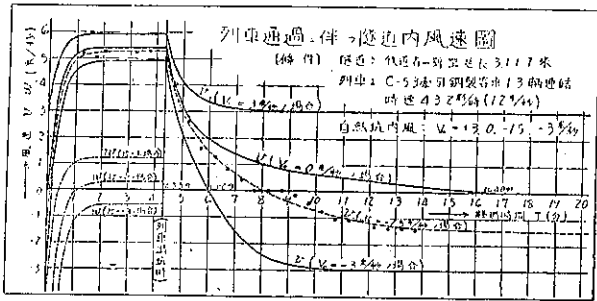
(v)~(viii) 式より各 T に對する v を求めると表-6 となる。

表-6.

列車入坑時より測つた時分	4.33	4.50	5.00	6.00	6.02	6.50	7.00	8.00	10.00	14.00	16.40
“ 出坑時 “	0	0.17	0.67	1.67	1.69	2.17	2.67	3.67	5.67	9.57	12.07
$v_0 = 3$ の時の v	5.90	5.20	4.08	3.31	—	—	3.10	3.03	3.01	3.00	3.00
$v_0 = 0$ の時の v	5.39	4.57	3.16	1.92	—	—	—	1.01	0.61	0.19	0
$v_0 = -3$ の時の v	4.91	3.96	2.16	—	0	-0.81	-1.53	-2.43	-2.94	-3.00	-3.00

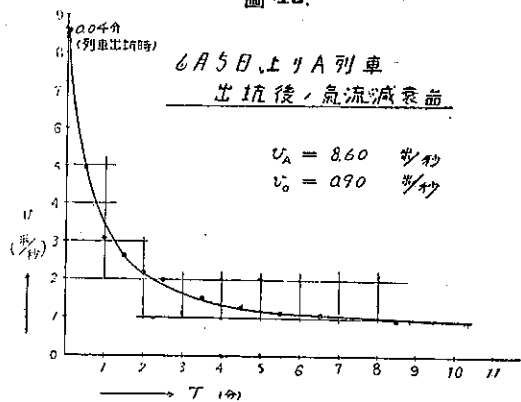
以上 2 表にて求めた列車入坑後の経過時分とその時の坑内風速 v 並びに列車周囲の風速 w との關係を圖示すると圖-11 の如くなる。次に實例を示す。

圖-11.



$v_0 < 0$ の例として 6 月 4 日 B 列車について述べる。之は此の計算例と略同一の條件を有し、當時の自然坑内風は $v_0 = -1.50$ m/sec であつた。故に上述と同一の算法によつて $v-T$ 圖を求め、圖-10 中、黒線を以て示した。列車についての實測値は點を以て示した通りである。實測に於て採時の基準は列車後尾部が出(入)坑した時を以て列車が出(入)坑した時とした。兩者を比較するとかなり一致して居るが、列車出坑後の $v-T$ 線中 v が 0 附近の負の部分に於て大分開きが見られる。之はこゝで氣流の方向が變つた爲、渦、對流等を生じて特異な流速分布となつた爲と思はれる。

圖-12.



$v_0 > 0$ の例としては 6 月 5 日 A 列車について述べる。この列車は坑内を下り勾配の爲加速度運轉をして、本解の等速度運轉と異なる爲出坑後の氣流のみについて見る。當時の v_0 は列車と同方向に 0.90 m/sec で出坑時の坑内風速は $v_A = 8.60$ m/sec

であつた。(27) 式に諸數値を代入して求めた計算値と實測値とを夫々實線及び點を以て圖-12 に示して比較した。この場合は $v_0 > 0$ の他の例でもさうであつたがかなりよく一致する。

以上の計算に於ては前記の如く、列車が完全に坑内に在ると假定して解いたもので、列車長が入(出)坑する間

の影響は考慮して居ない。この間の時間は前例では $T_2=0.39$ 分で全體の時間から見れば小さいが、列車の坑内通過中の氣流計算に於て、 $T=0$ に於て $v=v_0$ とした事、又列車出坑後の氣流計算に於て $T=T_1$ に於ける v を v_1 とした事は實際と相違する。之等の事項については更に機會を改めて吟味するつもりである。

5. 結 尾

本文は單に 2, 3 の基礎問點について論じたが、各種の他の狀況——例へば坑内の殘留煤煙の分布、運動、濃度、又之の排煙時分、或は機關車運轉室へ吹込む煙、延いては隧道斷面形の批判等——に對しては之を應用されと思はれる。その他にも之の理論的發展が考へられるが、本文には不足不備の所多く尙一層の研究により之を補ひ度いと念じて居る次第である。 (昭. 17. 11. 25. 受付)