

論 說 報 告

第 29 卷 第 1 號 昭和 18 年 1 月

機械的圖上計算法による複合三角網の迅速 且つ嚴密なる調整計算に就て (其の 1)

正會員 板 倉 忠 三*

概 概 三角測量に於て一般に考へられる各種複合三角網の形態を分類吟味し、これらの調整計算に對し筆者が曩に提案した基本三角網に對する機械的圖上計算法¹⁾の應用を述べ、計算例を以てその詳細を説明し、更に數十種の各種複合三角網の調整計算に必要なコリレート方程式の作表例を示した。

尙圖上計算の第 1 値を求める際更に直截簡明な方法を提案した。

主 要 目 次

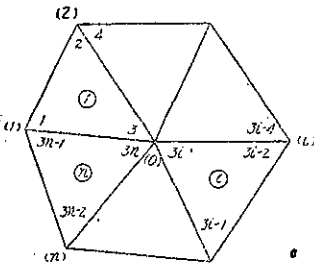
- | | |
|----------------|--------------------------------|
| 1. 概 説 | 5. コリレート方程式の圖上計算法 |
| 2. 複合三角網の分類 | 6. 結 説 |
| 3. コリレート方程式の誘導 | 7. 各種複合三角網に關するコリレート方程式の
作表例 |
| 4. コリレート方程式の作表 | |

1. 概 説

三角網は如何に複雑な形態であつても、(1) 閉多角形、(2) 開多角形、(3) 單列三角網及び (4) 四邊形の 4 種の基本三角網の集合と見ることが出来る。従つてそれらの調整計算には筆者が曩に提案した「基本三角網に對する機械的圖上計算法¹⁾」を應用することによつて極めて迅速且つ嚴密な結果を得られる。

圖-1. 基本三角網のコリレート方程式

(1) 閉 多 角 形



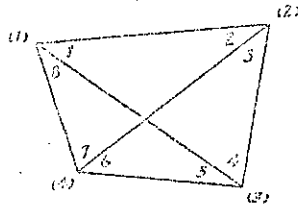
方程式 符号	方 程 式 左 辺						方 程 式 右 辺		
	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	K_7	K_8	K_9
(0)	n								
(1)		3							
(2)			3						
(n-1)				3					
(n)					3				
1	1	1	1	1	1				
2		1	1	1	1				
(n-1)				1	1				
n					1				
S									

(方程式左邊中の數字又は文字は上欄のコリレートの係數)

* 北海道帝國大學助教授

1) 北海道帝國大學工學部紀要, 第 5 卷第 3 號, 222~329 頁
土木學會誌, 第 26 卷第 9 號, 863~889 頁

圖-1. (4) 交 叉 4 邊 形



方程式 符号	方程式左邊						方程式 右邊
	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7
(1)	1				7	7	d_{17}
(2)		2			7		d_{27}
(3)			3		7	2	d_{37}
(4)				4	7	3	d_{47}
1	1	2	7		5	5	d_1
2		1	6	7	2	4	d_2
3			1	2		4	d_3
5					d_{17}	d_{27}	d_5

(方程式左邊中の數字又は文字は上欄のコリレートの係數)

又複合三角網に於てもその調整に必要な多數のコリレート條件方程式群は、三角網の點及び三角形に番號を附したのみで機械的に、直截簡明に作成し、更にコリレート圖の上に於て迅速に嚴密なる計算を行ひ得るのである。

これらの性質には二、三特殊な點はあるが、根本的には基本三角網と全く同様である。今前圖の基本三角網(圖-1)に就てコリレート方程式の性質を再述すれば次の通りである。

- (1) 方程式左邊の大きな値の係數は左上から右下に向つて對角線狀に並び、その他の係數はこの對角線を軸として對稱に配列されてゐる。
- (2) 而してこの大きな値の係數は點、角及び邊の各方程式に於て夫々その條件式の成立した點、角及び邊コリレートに對するもので、各方程式中必ず 1 ケである。
- (3) この大きな係數の値は
 - (イ) 點方程式中の點コリレートに於てはその點を頂點とする觀測角の數
 - (ロ) 角方程式中の角コリレートに於てはこの角條件の成立する三角形内の觀測角の數(通常 3、交叉四邊形にあつては 4)
 - (ハ) 邊方程式中の邊コリレートに對しては d_5 と云ふ特殊なものである
- (4) 點及び角方程式中に於ける夫々角及び點コリレートの係數は凡べて 1 であつて、そのコリレートは
 - (イ) 點方程式に於てはその點條件の成立する測點を頂點とする三角形の角コリレート
 - (ロ) 角方程式に於てはその角條件の成立する三角形の 3 頂點の點コリレートである。
- (5) 點及び角方程式に於ける邊コリレートの係數は $d(i)$ 又は d_i である。
- (6) 閉又は開多角形に於て極點に於ける點方程式には邊コリレートは含まれない。
- (7) 方程式右邊は凡べて w である。

斯の如く係數とコリレートとの關係が判明すれば機械的に作表し得、従つて圖上計算法も出来るわけであつて、本篇に於ては作表上の性質から複合三角網を分類し、それらの性質を究明し且つその作表の方法を説明すると共に、數種の複合三角網に就て計算例を以て圖上計算法を詳述せんとするものである。

而して圖上計算に當つて次々と求められる逐次近似値の收斂を迅速にする爲、基本三角網の場合には各點及び三角形の閉合誤差 w に特定の係數を乗じ代數的に加へ合はせることを提案したが、圖形が複雑化するに伴ひ煩雜となる惧れがあるので本篇には如何なる圖形にも應用され一層直截的に簡單に求める方法を提唱した。

而して各觀測値の重みはすべて 1 とする。

2. 複合三角網の分類

複合三角網は次の 4 型に分類される。

1. 第 1 型複合三角網 (圖-2, (1))

個々の閉多角形の外周の點のみを共有することによつて隣接閉多角形と連絡するものである。形は比較的細長く 1~2 列の三角形から構成されるが、1 ヶの閉多角形の周囲に連絡する閉多角形の數が増加すれば次第に第 2 型に近づく。

而してこの型の複合三角網のコリレート方程式は、共通點の點方程式以外は個々の閉多角形に於て、單獨に作製したコリレート方程式を單に集めただけで作製される。又共通點の點方程式にはそれらの極の邊コリレートが入る。

2. 第 2 型複合三角網 (圖-2, (2))

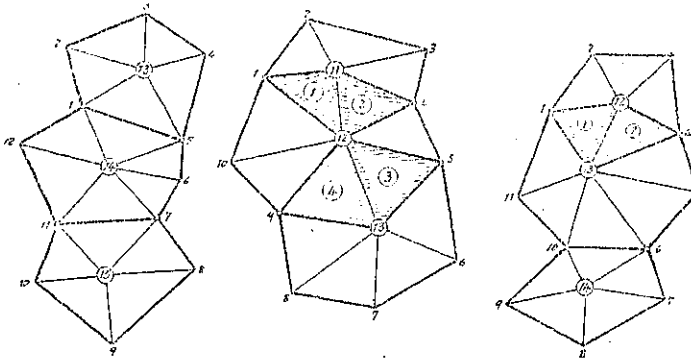
個々の閉多角形を構成する三角形の若干、從つて隣接多角形の少くとも 3 點を共有することによつて隣接閉多

圖-2. 複合三角網の 3 型

(1) 第 1 型

(2) 第 2 型

(3) 第 3 型



角形と連絡し、1 つの閉多角形の中央點即ち邊方程式作製の際の極點は隣接多角形の外周點をなすものである。

而して多くの複合三角網はその構成が複雑化するに伴つてこの型となる。從つてこの型の三角網は複合三角網の大部分を占めることとなる。

この型の三角網のコリレート方程式に於ては、個々の閉多角形の數だけの邊方程式及び邊コリレートを含むことは第 1 型と同様であるが、各極點に於ける點方程式並に共通三角形の角方程式には隣接閉多角形の邊コリレートが入り、更に邊方程式には隣接多角形の邊コリレートが加はる。これが單獨の基本三角網及び第 1 型複合三角網と異なる所である。

3. 第 3 型複合三角網 (圖-2, (3))

第 1 型及び第 2 型の混合した複合三角網でその性質はこれら兩者の性質を集成したものである。

4. 第 4 型複合三角網

交叉四邊形を含んで構成した複合三角網で、交叉四邊形を切離して別個に取扱へば第 1~3 型の何れかに包含される。

斯の如く複合三角網は 4 型に分類されるが、その中第 3 型は第 1 及び第 2 型の混合形であり、第 4 型は多

く基線網の個所であつて基線の擴大に用ひられるのが普通であり、且つ大三角網としては四邊形は別個に取扱ふことが通常である。かくすればこの型も第 1~3 の何れかに包含されるのである。本篇に於ては主として複合三角網の基本型たる第 1 及び第 2 型の複合三角網に就て論ずることとする。

3. コリレート方程式の誘導

1. 概 説

複合三角網の基本型たる第 1 及び第 2 型についてコリレート方程式の誘導を説明する。

而して以下用ひる記號は凡べて前項のものと同様であつて、點に關係した番號、數値等は括弧で包む。即ち

$K(i)$ = 點 (i) の點コリレート

$w(i)$ = 點 (i) を頂點とする角の閉合誤差 等。

又三角形に關係したものは單にその番號のみを用ひる。

即ち

K_i = 三角形 i の角コリレート

w_i = 三角形 i の閉合誤差 等。

但し邊コリレートは各閉多角形に就いて 1 ケづゝ生じ各閉多角形の極點の番號を附して區別すべきで、その番號は括弧で包むのが本來であるが符合の複雑化するのを避けて單に K_{si} とした。即ち

K_{si} = 點 (i) を極點とする閉多角形の邊コリレート

を表はすこととする。

2. 第 1 型複合三角網

この型の複合三角網は單獨閉多角形をその儘連ねたものであるから、前述の諸原則をその儘用ひてコリレート方程式を作製し得る。今有心三角形 2 ケより成る複合三角網 (圖-3) に就いて條件方程式を誘導する。

而して各外周の點 (2), (3), (4) 及び (6) に於ては外角を觀測し測點調整をも同時に行ふものとする。

測點條件:

極點 (1) に於て
$$\sum_{i=1}^3 v_{3i} = v_3 + v_6 + v_9 = w(1)$$

外周點 (2) に於て
$$v_{(2)} + v_1 + v_8 + v_{10} + v_{17} = w(2)$$

" (3) "
$$v_{(3)} + v_2 + v_4 = w(3)$$

" (4) "
$$v_{(4)} + v_5 + v_7 + v_{11} + v_{13} = w(4)$$

極點 (5) "
$$\sum_{i=4}^6 v_{3i} = v_{12} + v_{15} + v_{18} = w(5)$$

外周點 (6) "
$$v_{(6)} + v_{14} + v_{16} = w(6)$$

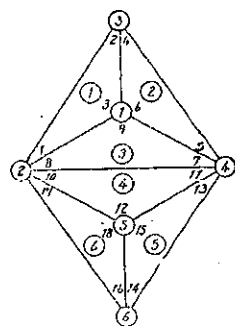
角條件:
$$v_{3i-2} + v_{3i-1} + v_{3i} = w_i$$

($i = 1, 2, \dots, 6$)

邊條件:

點 (1) を極として
$$\sum_{i=1}^3 (d_{3i-2} \cdot v_{3i-2} - d_{3i-1} \cdot v_{3i-1}) = w_{s1}$$

圖-3.



..... (1)

點 (5) を極として $\sum_{i=4}^6 (\Delta_{3i-2} \cdot v_{3i-2} - \Delta_{3i-1} \cdot v_{3i-1}) = w_{s_5}$)

茲に

$$\left. \begin{aligned} w_{(1)} &= 360^\circ - \{ \underline{3} + \underline{6} + \underline{9} \}, & w_{(2)} &= 360^\circ - \{ \underline{(2)} + \underline{1} + \underline{8} + \underline{10} + \underline{17} \}, \\ w_{(3)} &= 360^\circ - \{ \underline{(3)} + \underline{2} + \underline{4} \}, & w_{(4)} &= 360^\circ - \{ \underline{(4)} + \underline{5} + \underline{7} + \underline{11} + \underline{13} \}, \\ w_{(5)} &= 360^\circ - \{ \underline{12} + \underline{15} + \underline{18} \}, & w_{(6)} &= 360^\circ - \{ \underline{(6)} + \underline{14} + \underline{16} \}, \\ w_i &= 180^\circ - \{ \underline{3i-2} + \underline{3i-1} + \underline{3i} \} & (i=1, 2, \dots, 6) \\ \omega_{s_1} &= \sum_{i=1}^3 (L \cdot \sin \underline{3i-1} - L \cdot \sin \underline{3i-2}), \\ \omega_{s_5} &= \sum_{i=1}^6 (L \cdot \sin \underline{3i-1} - L \cdot \sin \underline{3i-2}), \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2)$$

但し

$v(i), (i)$ = 夫々點 (i) の外角の補正值並に観測値

w, i = 夫々角 i の補正值並に観測値

$\Delta_{3i-2}, \Delta_{3i-1}$ = 夫々観測角 $\underline{3i-2}$ 及び $\underline{3i-1}$ の $L \cdot \sin 1''$ の表差で對數表の最後の桁を單位とした數値、或ひは

$$\log_{10} e/\rho'' \cdot \cot \underline{3i-2} \quad \text{及び} \quad \log_{10} e/\rho'' \cdot \cot \underline{3i-1}.$$

而して $\log_{10} e/\rho'' = (4.7494 \times 10^9)^{-1}$.

最小自乗法の原理により (1) 式中の $\sum v \cdot v$ を最小にする代はり、次式に示す M を最小にする。

$$\begin{aligned} M &= \sum v \cdot v - 2K_{(1)} \left(\sum_{i=1}^3 v_{3i} - w_{(1)} \right) - 2K_{(2)} (v_{(2)} + v_3 + v_8 + v_{10} + v_{13} - w_{(2)}) \\ &\quad - 2K_{(3)} (v_{(3)} + v_2 + v_4 - w_{(3)}) - 2K_{(4)} (v_{(4)} + v_5 + v_7 + v_{11} + v_{12} - w_{(4)}) \\ &\quad - 2K_{(5)} \left(\sum_{i=4}^6 v_{3i} - w_{(5)} \right) - 2K_{(6)} (v_{(6)} + v_{14} + v_{16} - w_{(6)}) \\ &\quad - \sum_{i=1}^6 2K_i (v_{3i-2} + v_{3i-1} + v_{3i} - w_i) \\ &\quad - 2K_{s_1} \left\{ \sum_{i=1}^3 (\Delta_{3i-2} \cdot v_{3i-2} - \Delta_{3i-1} \cdot v_{3i-1} - w_{s_1}) \right\} \\ &\quad - 2K_{s_5} \left\{ \sum_{i=1}^6 (\Delta_{3i-2} \cdot v_{3i-2} - \Delta_{3i-1} \cdot v_{3i-1} - w_{s_5}) \right\} \end{aligned}$$

M を最小とする條件 $\partial M/\partial v = 0$ より次の關係を得る。

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= K_{(2)} + K_1 + \Delta_1 \cdot K_{s_1} & v_{12} &= K_{(5)} + K_5 \\ v_2 &= K_{(1)} + K_1 & v_{13} &= K_{(4)} + K_4 - \Delta_{11} \cdot K_{s_5} \\ v_3 &= K_{(3)} + K_2 + \Delta_3 \cdot K_{s_1} & v_{14} &= K_{(6)} + K_6 - \Delta_{14} \cdot K_{s_5} \\ v_4 &= K_{(1)} + K_2 & v_{15} &= K_{(5)} + K_5 \\ v_5 &= K_{(4)} + K_3 + \Delta_7 \cdot K_{s_1} & v_{16} &= K_{(5)} + K_5 \\ v_6 &= K_{(1)} + K_3 & & \\ v_7 &= K_{(2)} + K_3 + \Delta_{10} \cdot K_{s_5} & & \\ v_8 &= K_{(2)} + K_3 - \Delta_8 \cdot K_{s_1} & & \\ v_9 &= K_{(1)} + K_3 & & \\ v_{10} &= K_{(2)} + K_4 + \Delta_{10} \cdot K_{s_5} & & \\ v_{11} &= K_{(4)} + K_4 - \Delta_{11} \cdot K_{s_5} & & \\ v_{12} &= K_{(5)} + K_4 & & \\ v_{13} &= K_{(4)} + K_4 + \Delta_{13} \cdot K_{s_5} & & \\ v_{14} &= K_{(6)} + K_6 - \Delta_{14} \cdot K_{s_5} & & \\ v_{15} &= K_{(5)} + K_5 & & \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3)$$

$$\begin{aligned}
 v_{16} &= \bar{K}_{(6)} + K_6 + d_{16} \cdot K_{s_6} & v_{17} &= \bar{K}_{(2)} + K_6 - d_{17} K_{s_6} \\
 v_{13} &= \bar{K}_{(5)} + K_5 \\
 v_{(2)} &= \bar{K}_{(2)} & v_{(3)} &= \bar{K}_{(3)} & v_{(4)} &= \bar{K}_{(4)} & v_{(6)} &= \bar{K}_{(6)}
 \end{aligned}$$

式 (3) は上の課程を経て求められたのであるが、次の様にして考へれば図を見ただけで直ちに書き下ろされる。

(1) 各三角形の内角の補正值

(イ) 各極點の周圍に集まる角 $3i$ の補正值 (v_{3i})

極點の點コリレートにその角の所屬する三角形の角コリレートの値を加へたもの。

(ロ) 外周の點の周圍の内角 $3i-2, 3i-1$ の補正值 (v_{3i-2}, v_{3i-1})

その頂點の點コリレートにその角の所屬する三角形の角コリレートの値を加へ、更にその屬する閉多角形の邊コリレートとその角の d との積を代數的に加へる。

この時極を中心にして各三角形内に於て外周の角に番號をつけ番號の若い方の角の d には正號を、番號の多い方の角の d には負號を與へる。例へば $+d_{3i-2}, -d_{3i-1}$ の通りである。

(2) 外周の點に於て觀測した外角の補正值はその頂點の點コリレート自身である。

今この (3) 式の v の値を (1) 式に代入すれば次のコリレート正常方程式を得る。

$$\begin{aligned}
 (1): & 3K_{(1)} + K_1 + K_2 + K_3 & & = w_{(1)} \\
 (2): & 5K_{(2)} + K_1 + K_3 + K_4 + K_6 + d_{(2)}K_{s_1} + d_{(2)'}K_{s_6} & & = w_{(2)} \\
 (3): & 3K_{(3)} + K_2 + K_4 & & = w_{(3)} \\
 (4): & 5K_{(4)} + K_2 + K_3 + K_4 + K_6 + d_{(4)}K_{s_1} + d_{(4)'}K_{s_6} & & = w_{(4)} \\
 (5): & 3K_{(5)} + K_4 + K_5 + K_6 & & = w_{(5)} \\
 (6): & 3K_{(6)} + K_5 + K_6 & & = w_{(6)} \\
 1: & \bar{K}_{(1)} + K_{(3)} + K_{(3)} + 3K_1 + d_1K_{s_1} & & = w_1 \\
 2: & \bar{K}_{(1)} + K_{(5)} + K_{(4)} + 3K_2 + d_2K_{s_1} & & = w_2 \\
 3: & \bar{K}_{(1)} + K_{(2)} + K_{(4)} + 3K_3 + d_3K_{s_1} & & = w_3 \\
 4: & \bar{K}_{(2)} + K_{(4)} + K_{(5)} + 3K_4 + d_4K_{s_1} & & = w_4 \\
 5: & \bar{K}_{(4)} + K_{(5)} + K_{(6)} + 3K_5 + d_5K_{s_6} & & = w_5 \\
 6: & \bar{K}_{(2)} + K_{(5)} + K_{(6)} + 3K_6 + d_6K_{s_6} & & = w_6 \\
 s_1: & d_{(2)}\bar{K}_{(2)} + d_{(3)}K_{(3)} + d_{(4)}K_{(4)} + d_1K_1 + d_2K_2 + d_3K_3 + d_{s_1}K_{s_1} & & = w_{s_1} \\
 s_6: & d_{(2)'}K_{(2)} + d_{(4)'}K_{(4)} + d_{(6)}K_{(6)} + d_4K_4 + d_5K_5 + d_6K_6 + d_{s_6}K_{s_6} & & = w_{s_6}
 \end{aligned} \tag{4}$$

(4) 式中 (2) 及び (4) 式がこの型の複合三角網に特殊な所である。

但し

$$\begin{aligned}
 d_{(2)} &= d_1 - d_3 & d_{(3)} &= d_4 - d_2 & d_{(4)} &= d_5 - d_6 \\
 d_{(2)'} &= d_{16} - d_{17} & d_{(4)'} &= d_{13} - d_{11} & d_{(6)} &= d_{16} - d_{14} \\
 d_i &= d_{3i-2} - d_{3i-1} & & & & (i=1, 2, \dots, 6) \\
 d_{s_1} &= \sum_{i=1}^3 [(d_{3i-2})^2 + (d_{3i-1})^2] = \sum_{(1)} d \cdot d \\
 d_{s_6} &= \sum_{i=1}^6 [(d_{3i-2})^2 + (d_{3i-1})^2] = \sum_{(6)} d \cdot d
 \end{aligned} \tag{5}$$

而して外周の測點に於て外角の觀測を省略したか或ひは單獨に測點調整を行つた後であるとすれば、外周の點に於ける點方程式 (2), (3), (4) 及び (6) 並に残りの角方程式、邊方程式に於てその點コレート $K_{(2)}, K_{(3)}, K_{(4)}$ 及び $K_{(6)}$ の項は消失する。

3. 第 2 型複合三角網

この型の複合三角網は隣接閉多角形がその構成する測點及び三角形の若干を共有するから、各閉多角形の極點は隣接閉多角形の外周の點となる。これが第 1 型複合三角網の場合と異なる所である。

圖-4 は閉四角形 [1(1)(2)(6)(4)] 及び [(2)(3)(4)(5)] が測點 (2), (6), (4), (5) の 4 ヶ及び三角形 2 及び 5 の 2 ヶを共有することにより連絡したものと考へることが出来る。故に有心 4 角形 [(1)(3)(6)(4)] の極點 (5) は隣接有心 4 角形 [(2)(3)(4)(5)] の外周點であり、有心 4 角形 [(2)(3)(4)(5)] の極點 (6) は隣接有心 4 角形 [(1)(2)(6)(4)] の外周點をなしてゐる。

而して複合圖形の各外周點 (1), (2), (3), (4) に於ては外周を觀測し測點條件を同時に取扱ふこととする。

この場合の全調整條件は次の通りである。

測點條件:

外周點 (1) に於て $v_{(1)} + v_1 + v_{17} = w_{(1)}$
 " (2) $v_{(2)} + v_2 + v_4 + v_7 = w_{(2)}$
 " (3) $v_{(3)} + v_8 + v_{10} = w_{(3)}$
 " (4) $v_{(4)} + v_{11} + v_{14} + v_{16} = w_{(4)}$
 極點 (5) " $v_5 + v_6 + v_{15} + v_{18} = w_{(5)}$
 " (6) " $v_5 + v_6 + v_{12} + v_{13} = w_{(6)}$

角條件:

$$v_{3i-2} + v_{3i-1} + v_{3i} = w_i \quad (i=1, 2, \dots, 6)$$

邊條件:

測點 (5) を極として $\sum (\Delta_{3i-2} v_{3i-2} - \Delta_{3i-1} v_{3i-1}) = w_{s_5}$
 $(i=1, 2, 5, 6)$

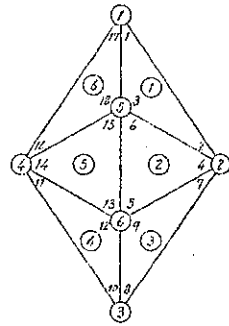
測點 (6) を極として

$$\Delta_6 \cdot v_6 + \Delta_7 \cdot v_7 + \Delta_{10} \cdot v_{10} + \Delta_{14} \cdot v_{14} - (\Delta_4 \cdot v_4 + \Delta_8 \cdot v_8 + \Delta_{11} \cdot v_{11} + \Delta_{16} \cdot v_{16}) = w_{s_6}$$

茲に

$$\begin{aligned} w_{(1)} &= 360^\circ - ((1) + \underline{1} + \underline{17}), & w_{(2)} &= 360^\circ - ((2) + \underline{2} + \underline{4} + \underline{7}), \\ w_{(3)} &= 360^\circ - ((3) + \underline{8} + \underline{10}), & w_{(4)} &= 360^\circ - ((4) + \underline{11} + \underline{14} + \underline{16}), \\ w_{(5)} &= 360^\circ - ((5) + \underline{6} + \underline{15} + \underline{18}), & w_{(6)} &= 360^\circ - ((6) + \underline{9} + \underline{12} + \underline{13}), \\ w_i &= 180^\circ - (3i - 2 + 3i - 1 + 3i) & (i=1, 2, \dots, 6), \\ w_{s_5} &= \sum (L \cdot \sin 3i - 1 - L \cdot \sin 3i - 2) & (i=1, 2, 5, 6) \end{aligned}$$

圖-4.



.....(6)

.....(7)

$$w_{s_0} = L \cdot \sin \underline{4} + L \cdot \sin \underline{8} + L \cdot \sin \underline{11} + L \cdot \sin \underline{15} \\ - (L \cdot \sin \underline{6} + L \cdot \sin \underline{7} + L \cdot \sin \underline{10} + L \cdot \sin \underline{14})$$

但し各種の符號は前と同じ。

最小自乗法の原理により (6) 式に於ける $\sum v \cdot v$ を最小ならしめる代はり、次式の M を最小とする。

$$M = \sum v \cdot v - 2K_{(1)}(v_{(1)} + v_1 + v_{17} - w_{(1)}) - 2K_{(2)}(v_{(2)} + v_2 + v_4 + v_7 - w_{(2)}) \\ - 2K_{(3)}(v_{(3)} + v_3 + v_{10} - w_{(3)}) - 2K_{(4)}(v_{(4)} + v_{11} + v_{14} + v_{16} - w_{(4)}) \\ - 2K_{(5)}(v_5 + v_6 + v_{15} + v_{18} - w_{(5)}) - 2K_{(6)}(v_6 + v_8 + v_{12} + v_{13} - w_{(6)}) \\ - \sum_{i=1}^6 2K_i(v_{3i-2} + v_{3i-1} + v_{3i} - w_i) \\ - 2K_{S_0} \left\{ \sum_{i=1,2,5,6} (A_{3i-2} \cdot v_{3i-2} - A_{3i-1} \cdot v_{3i-1} - w_{S_0}) \right\} \\ - 2K_{S_0} \{ A_4 \cdot v_4 + A_7 \cdot v_7 + A_{10} \cdot v_{10} + A_{14} \cdot v_{14} - (A_4 \cdot v_4 + A_7 \cdot v_7 + A_{11} \cdot v_{11} + A_{15} \cdot v_{15}) - w_{S_0} \}$$

を最小とする條件 $\partial M / \partial v = 0$ より次の關係を得る。

$$\begin{aligned} v_1 &= K_{(1)} + K_1 + A_1 K_{S_0} & v_2 &= K_{(2)} + K_2 - A_2 K_{S_0} \\ v_3 &= K_{(3)} + K_3 & v_4 &= K_{(2)} + K_2 + A_4 K_{S_0} - A_4 K_{S_0} & v_5 &= K_{(5)} + K_5 \\ v_6 &= K_{(5)} + K_6 & v_7 &= K_{(2)} + K_3 + A_7 K_{S_0} & v_8 &= K_{(3)} + K_3 - A_8 K_{S_0} \\ v_9 &= K_{(6)} + K_9 & v_{10} &= K_{(3)} + K_4 + A_{10} K_{S_0} & v_{11} &= K_{(4)} + K_4 - A_{11} K_{S_0} \\ v_{12} &= K_{(6)} + K_4 & v_{13} &= K_{(6)} + K_6 + A_{13} K_{S_0} & v_{14} &= K_{(4)} + K_5 - A_{14} K_{S_0} + A_{14} K_{S_0} \\ v_{15} &= K_{(5)} + K_6 & v_{16} &= K_{(4)} + K_4 + A_{16} K_{S_0} & v_{17} &= K_{(1)} + K_0 - A_{17} K_{S_0} \\ v_{18} &= K_{(5)} + K_6 & v_{19} &= K_{(5)} + K_6 \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (8)$$

(8) 式中 v_4 及び v_{14} はこの型の複合三角網に特異なるものである。

この式は上の誘導課程を経て求められたものであるが次の様にして圖を一見しただけで直ちに書き下ろされる。

(1) 隣接閉多角形に共通でない三角形の内角の補正值

例へば三角形 1, 3, 4, 及び 6 の如く隣接閉多角形に共通でないものに於ける内角の補正值は第 1 型複合三角網の場合と全く同じである。

(2) 隣接閉多角形に共通な三角形の内角の補正值

三角形 2, 5 の如く隣接閉多角形に共通な三角形の内角の補正值は (1) の場合より多少複雑となる。

(イ) 極點の周圍の角の補正值 (v_6, v_8, v_{12}, v_{16})

その極點を外周點とする隣接閉多角形の外周點の補正值として取扱へば第 1 型複合三角網の場合と全く同様である。

(ロ) 外周點を頂點とする角の補正值 (v_4, v_{14})

これが第 2 型複合三角網の特徴とする所で兩方の極に對する邊コリレートにその角の d を乗じたものが夫々の符號を異にしてゐる。而してその符號は各極點に就いて第 1 型の場合と同様に決定すればよい。

(8) 複合型としての外角の補正值は各點コリレート自身である。

今 (8) 式の v を (6) 式に代入すれば次のコリレート正常方程式を得る。

$$\begin{aligned}
(1): & 3K_{(1)} + K_1 + K_7, & & = w_{(1)} \\
(2): & 4K_{(2)} + K_1 + K_2 + K_3 + d_{(2)}K_{s_3} + d_{(2)}'K_{s_0} = w_{(2)}, \\
(3): & 3K_{(3)} + K_8 + K_9, & & + d_{(3)}K_{s_0} = w_{(3)} \\
(4): & 4K_{(4)} + K_{11} + K_{13} + K_{16} + d_{(4)}K_{s_5} + d_{(4)}'K_{s_0} = w_{(4)} \\
(5): & 4K_{(5)} + K_1 + K_2 + K_5 + K_6 + d_{(5)}K_{s_0} = w_{(5)} \\
(6): & 4K_{(6)} + K_2 + K_3 + K_4 + K_6 + d_{(6)}K_{s_5} = w_{(6)} \\
1: & K_{(1)} + K_{(2)} + K_{(6)} + 3K_1 + d_1K_{s_5} = w_1 \\
2: & K_{(2)} + K_{(5)} + K_{(6)} + 3K_2 + d_2K_{s_5} + d_2'K_{s_0} = w_2 \\
3: & K_{(2)} + K_{(3)} + K_{(6)} + 3K_3 & & + d_3K_{s_5} = w_3 \\
4: & K_{(3)} + K_{(4)} + K_{(6)} + 3K_4 & & + d_4K_{s_5} = w_4 \\
5: & K_{(4)} + K_{(5)} + K_{(6)} + 3K_5 + d_5K_{s_5} + d_5'K_{s_0} = w_5 \\
6: & K_{(1)} + K_{(5)} + K_{(4)} + 3K_6 + d_6K_{s_5} & & = w_6 \\
s_6: & d_{(1)}K_{(1)} + d_{(2)}K_{(2)} + d_{(6)}K_{(6)} + d_{(4)}K_{(4)} + d_1K_1 + d_2K_2 \\
& + d_5K_{s_5} + d_6K_6 + d_{s_5}K_{s_5} + d_{s_5-0}K_{s_0} = w_{s_6} \\
s_0: & d_{(2)}'K_{(2)} + d_{(3)}K_{(3)} + d_{(4)}'K_{(4)} + d_{(5)}K_{(5)} + d_2'K_2 + d_3K_3 \\
& + d_4K_4 + d_6'K_6 + d_{s_0-0}K_{s_0} + d_{s_0}K_{s_0} = w_{s_0}
\end{aligned} \tag{9}$$

茲に

$$\begin{aligned}
d_{(1)} &= \Delta_1 - \Delta_{17}, & d_{(2)} &= \Delta_4 - \Delta_2, & d_{(2)}' &= \Delta_7 - \Delta_4, & d_{(3)} &= \Delta_{16} - \Delta_8, \\
d_{(4)} &= \Delta_{40} - \Delta_{14}, & d_{(4)}' &= \Delta_{14} - \Delta_{11}, & d_{(5)} &= \Delta_0 - \Delta_{15}, & d_{(6)} &= \Delta_{12} - \Delta_6, \\
d_1 &= \Delta_1 - \Delta_2, & d_2 &= \Delta_4 - \Delta_6, & d_2' &= \Delta_7 - \Delta_4, & d_3 &= \Delta_7 - \Delta_8, \\
d_4 &= \Delta_{10} - \Delta_{11}, & d_5 &= \Delta_{12} - \Delta_{13}, & d_5' &= \Delta_{14} - \Delta_{15}, & d_6 &= \Delta_{16} - \Delta_{17}, \\
d_{s_0} &= \text{點 (5) を極とする閉多角形の外周角の } \Delta \text{ の自乗の和} \\
&= \Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \Delta_4^2 + \Delta_5^2 + \Delta_{15}^2 + \Delta_{14}^2 + \Delta_{16}^2 + \Delta_{17}^2 \\
d_{s_6} &= \text{點 (6) を極とする閉多角形の外周角の } \Delta \text{ の自乗の和} \\
&= \Delta_6^2 + \Delta_4^2 + \Delta_7^2 + \Delta_8^2 + \Delta_{10}^2 + \Delta_{11}^2 + \Delta_{14}^2 + \Delta_{15}^2 \\
d_{s_5-0} &= -(\Delta_4^2 + \Delta_{14}^2)
\end{aligned} \tag{10}$$

上式中 $d(i)$, $d(i)'$ 及び d_i , d_i' は夫々隣接閉多角形の極を點 (5) 及び (6) に撰んで考へれば之迄の考へ通りで解決される。

この型の最も特異なものは d_{s_0-0} であつて之は兩閉多角形に共通で且つ兩方に外周角として入る角の Δ の自乗を加へて負號を與へたものであり、邊方程式 s_6 及び s_0 内に夫々邊コリレート K_{s_0} 及び K_{s_5} の係數として入る。之に關しては後節で詳述する。

而して外周の測點に於て外角を觀測しなかつたか或ひは單獨に測點調整を行つたものとすれば外周の點に於け

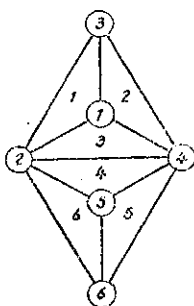
る點方程式 (1), (2), (3) 及 (4) は成立せず, 残りの角及び邊方程式に於てその點コリレート $K(1), K(2), K(3), K(4)$ の項は消失する。

4. コリレート方程式の作表

1. 概 説

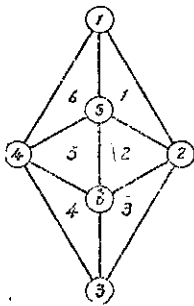
前述のコリレート方程式 (4) 及び (8) は, 各コリレートを上欄に置き, 係数のみを抜出して表示すれば表-1, 及び表-2 となる。而してこれらの表は前述の通り複雑な課程を経て出来上つたものであるが, 次に述べる方法に

表-1. 有心三角形 2 ケより成る第 1 型複合三角網のコリレート方程式表



方程式 番号	方 程 式 左 邊						方 程 式 右 邊					
	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6
(1)	3						1	1				d_{12}
(2)		5					1	1	1			d_{23}
(3)			3				1	1				d_{34}
(4)				3			1	1	1	1		d_{45}
(5)					3			1	1			d_{56}
(6)						3			1	1		d_{61}
1	1	1	1	1	1	1						d_1
2	1	1	1	1	1	1						d_2
3	1	1	1	1	1	1						d_3
4	1	1	1	1	1	1						d_4
5	1	1	1	1	1	1						d_5
6	1	1	1	1	1	1						d_6
S_1	d_{12}	d_{23}	d_{34}	d_{45}	d_{56}	d_{61}	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6
S_2	d_{12}	d_{23}	d_{34}	d_{45}	d_{56}	d_{61}	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6

表-2. 有心四角形 2 ケより成る第 2 型複合三角網のコリレート方程式表



方程式 番号	方 程 式 左 邊						方 程 式 右 邊					
	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6
(1)	3						1	1				d_{12}
(2)		5					1	1	1			d_{23}
(3)			3				1	1				d_{34}
(4)				3			1	1	1	1		d_{45}
(5)					3			1	1			d_{56}
(6)						3			1	1		d_{61}
1	1	1	1	1	1	1						d_1
2	1	1	1	1	1	1						d_2
3	1	1	1	1	1	1						d_3
4	1	1	1	1	1	1						d_4
5	1	1	1	1	1	1						d_5
6	1	1	1	1	1	1						d_6
S_1	d_{12}	d_{23}	d_{34}	d_{45}	d_{56}	d_{61}	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6
S_2	d_{12}	d_{23}	d_{34}	d_{45}	d_{56}	d_{61}	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6

より測點及び三角形に番號を附けた三角網の略圖を一見したのみで直截迅速に作製出来る。

先づ方眼紙上方に方程式符號と方程式右邊の欄を兩端に小さく, 方程式左邊の欄を中央に大きく作る。

而して左端方程式符號の縦欄には番號順に點, 角及び邊の各方程式番號を入れ中央方程式左邊の横欄には各點, 角及び邊コリレートを方程式符號欄の番號と同じ順序に書き込む。これで作表の準備は出来上り, 數字又は文字で欄を埋めて行けばよいのである。

2. 第 1 型複合三角網

(1) 作 表 法

(イ) 對 角 線

對角線は各方程式符號の横欄と, 之と同符號を有するコリレートの縦欄との交點で次の如くして書き入れる。

點方程式 (i): $K(i)$ の欄を點 (i) の周囲の觀測角の數。

例へば點方程式 (1) に於ては左欄の (1) と $K_{(1)}$ の縦欄との交點に 3 (内角 2 ケ, 外角 1 ケ), 點方程式 (2) に於ては左欄の (2) と $K_{(2)}$ の縦欄との交點に 5 (内角 4 ケ, 外角 1 ケ) 等

角方程式 i : K_i の欄を三角形内で觀測した内角の數, 通常は 3 である。

邊方程式 s_i : K_{si} の欄を K_{si} で塞ぐ。

(ロ) 對角線以外の點及び角コリレート $K(i)$ 又は K_i の欄

點方程式 (i): 點 (i) を頂點とする三角形の角コリレートの欄に數字 1 を記入する。

例へば點方程式 (1) に於ては點 (1) を頂點とする三角形 1, 2 及び 3 の角コリレート K_1, K_2, K_3 の欄, 點方程式 (2) に於ては點 (2) を頂點とする三角形 1, 3, 4 及び 6 の角コリレート K_1, K_3, K_4 及び K_6 の欄に 1 と書く。

角方程式 i : 三角形 i の 3 頂點の點コリレートの欄を數字 1 で埋める。

例へば角方程式 1 に於ては三角形 1 の 3 頂點 (1), (2) 及び (3) の點コリレート $K_{(1)}, K_{(2)}$ 及び $K_{(3)}$ の欄, 角方程式 2 にあつては三角形 2 の 3 頂點 (1), (3) 及び (4) の點コリレート $K_{(1)}, K_{(3)}$ 及び $K_{(4)}$ の欄に夫々 1 と書く。

邊方程式 s_i : 點 (i) を極とする閉多角形の外周點 (r) の點コリレート $K(r)$ の欄に $d(r)$, 又その閉多角形の三角形 r の角コリレート K_r の欄に d_r と書く。

例へば邊方程式 s_1 に於てはその外周點 (2) の點コリレート $K_{(2)}$ の欄には $d_{(2)}$, 點 (3) の點コリレート $K_{(3)}$ の欄には $d_{(3)}$ とする。而して隣接閉多角形との連絡點即ち (2), (4) の如き場合には $d_{(2)}$ 又は $d_{(4)}$ は兩閉多角形の極點の符號を有する邊方程式 s_1 及び s_6 の兩方に關係する。即ち兩閉多角形の外周點を爲してゐるから兩式に入ることとなり後から出るものには dash を付けて $d_{(2)'}$, $d_{(4)'}$ の如くして區別する。

(ハ) 點及び角方程式中の邊コリレートの欄

點方程式 (i): 點 (i) が外周點となつてゐる閉多角形の極點の符號を有する邊コリレートの欄を $d(i)$ で塞ぐ。

例へば點方程式 (3) に於ては點 (3) が外周點をなす閉多角形 [(2)(3)(4)] の極點 (1) の符號を有する邊コリレート $K_{(3)}$ の欄に $d_{(3)}$ と書く。

此の時この外周點が隣接閉多角形の連絡點であればこれら隣接閉多角形の極點の符號を有する邊コリレートの欄を同時に塞ぎ, これらを區別する爲極點番號の多くなるに伴ひ d の値に dash を付ける。

例へば點方程式 (2) 及び (4) に於ては, 點 (2) 及び (4) は閉多角形 [(2)(3)(4)] 並に [(2)(4)(6)] の兩者に共通であるから, 夫々の極點 (1) 及び (5) の符號を有する邊コリレート $K_{(2)}$ 及び $K_{(4)}$ の欄も $d_{(2)}$, $d_{(4)}$ 及び $d_{(2)'}$, $d_{(4)'}$ で塞ぐ。

角方程式 i : 三角形 i の屬する閉多角形の極點の符號を有する邊コリレートの欄に d_i と書き入れる。

例へば角方程式 1 に於ては, その屬する閉多角形 [(2)(3)(4)] の極點 (1) の符號を有する邊コリレート $K_{(1)}$ の欄に d_1 , 角方程式 4 にあつては, その屬する閉多角形 [(2)(4)(6)] の極點 (5) の符號を有する邊コリレート $K_{(5)}$ の欄に d_4 と書く。

而して, 第 1 型複合三角網に於ては 1 ケの角方程式内の邊コリレートの欄は只 1 ケを塞ぐのみであつて, これが第 2 型複合三角網と違ふのである。

(ニ) 方程式右邊は全欄その方程式と同符號の w が入る。

これら $d(i), n(i), d_i, w(i), w_i$ 及び w_{si} 等は (2) 式, (5) 式にその内容を示す。

(2) コリレート方程式作表後の照査

方程式左邊の照査は次の如くして行はれる。

1. 表の左上から右下に走る對角線を軸として、その他係數で塞いだ欄は三角網の形又は點及び三角形の番號の順序如何に係らず常に對稱である。

2. 點方程式

(イ) 極點に於ける點コリレートの欄を塞ぐ數字の値はこの横列中で 1 を以て塞がれてゐる角コリレートの欄の數、或ひはこの點コリレートの縦欄中 1 を以て塞がれてゐる欄の數に等しい。

(ロ) 極點以外の點に於ける點コリレートの欄を塞ぐ數字の値は、この横列中 1 で塞がれてゐる角コリレートの欄の數、或ひはこの點コリレートの縦欄中 1 で埋められてゐる欄の數よりも多くその差は 1 である。

(ハ) その點が閉多角形 1 ケのみの外周點であれば、その閉多角形の極の符號を有する邊コリレートの欄 1 ケのみを塞ぐ。

(ニ) その點が隣接閉多角形に共通な外周點をなしてゐるならば、それら閉多角形の極の符號を有する邊コリレートの欄を同時に塞ぐ。

(ホ) 極點の點方程式中邊コリレートの欄は常に空欄である。

3. 角方程式

(イ) 角コリレートの欄を塞ぐ數字は常に 3 であつて、同一横列内に數字 1 で塞がれた點コリレートの欄の數と同一である。

(ロ) 邊コリレートの欄は、その屬する閉多角形の極點の符號を有するもの 1 欄を塞ぐのみである。

4. 邊方程式

塞がれた點コリレート及び角コリレートの欄の數は夫々その閉多角形を構成する外周點及びこれに含まれる三角形の數に等しく、邊コリレートの欄は常に 1 欄を塞ぐのみである。而して對角線を軸として縦欄に就いても全く同一の事が云へる。

3. 第 2 型複合三角網

(1) 作表法

この型の複合三角網にあつては閉多角形が相交錯し、外周の測定を共有するのみならずこれらに共通な三角形が存在する。従つて 1 つの閉多角形の極點が隣接閉多角形の外周點を形成してゐる。かゝる極點に於ける點方程式には交錯した隣接閉多角形の極點の符號を有する邊コリレートが入る。又交錯閉多角形に共通な三角形の角方程式にはこれら閉多角形の邊コリレートが入り、更に 1 つの極の邊方程式には隣接極點の邊コリレートが入る。後 2 者が第 1 型と異なる點であつて、第 2 型複合三角網の特徴と云ふことが出来る。

今主としてこれら特殊な作表上の關係を述べることにする。

1. 對角線をなす各コリレートの係數及び點方程式並に角方程式中の凡べての角及び點コリレートの欄は第 1 型複合三角網の場合と全く同様である。

2. 點方程式中の邊コリレートの欄

點 (i) に於ける點方程式 (i) に於ては點 (i) が外周點をなす閉多角形の極の符號を有する邊コリレートの欄を $d(i), d(i)', \dots$ で塞ぐ。而して點 (i) が n ケの閉多角形の外周點を兼ねてゐる時は同時に n ケの邊コリレート