彙　報

第28卷第9號　昭和17年9月

河川の自然勾配に就て

准會員　佐　藤　清　一*

河川の未だ手を着けざるものを仔細に觀察するに，その河床の縱斷形が極めて美しい曲線をなしてゐるのを知る。地形甚しく急峻なる山岳地に見受ける如き幼年期にある河川は別として，幾年月かの永きに亙る營みに依りて既に落着きを見せてゐる河川に於ては非常に美麗なる縱斷曲線を持つに至つてゐるのである。此の樣な自然の美こそ自然の意志であつて自然の眞理であらう。吾々建設部門に携はる人間の實踐面の一つとして河川工事なるものがあるが，此の河川工事も自然の意志をよく呑み込んで始めて行ふ事が出來，自然に對して語る事が出來，而して自然と共に生きる事が出來るものと信ずる。此の自然の意志の現はれの一つを吾々は河床の縱斷形に於て見る事が出來る。

吾々のまことに至らざる頭を以て偉大なる自然の心を計らうなどとは固より大それた考へではあらうが，吾々技術者の立場からは其の心の片鱗にても窺ひ知らんと欲するの情止み難きものがあるのである。

河川は如何にして落着くに至るであらうか。先づ考へられるものは氣象の條件であつて地方的降雨の狀況である。それから地質，地形が考へられる。之等の諸條件に依つて高地より低地への水流の流下があり，その勢力の爲めその地形を形成する土砂及び砂礫は低部へ低部へと押し流される。此の樣にして水流それ自身が運んだ土砂又は砂礫の爲めに平地部は段々高められ，又水源に近き上流部に於ては地質をけづり取られるが故に段々と低下するに至り，玆に山岳部と平地部との間に一つの緩和曲線とも見られる傾斜地形が現出するに至る。されど上流部に於ては傾斜急なるため流水の勢力も大きく，爲めに粒徑の小なる土砂礫は直ちに下流に運ばれ，必然的に抵抗の大なる礫質のみが殘りて河床を形成する事となる。而して之を下るに從ひ水勢によりて土砂礫は自然陶汰され細かいもの程下流へ運ばれ，その運ばれて生ずる土砂礫の堆積の爲めに地形の傾斜は緩となり，その故に流勢は小となりてその掃流力を減殺され，河川を下流へ下るに從つて河床の土砂礫の粒徑は小となり河川の勾配は緩となるに至る。而して此の營みが長年月續きたる時氣象地質に格別の變動の無き限りに於て河川は落着きを見るに至り玆に河川は平衡の狀態に入つて行く。

之は勿論動的安定の狀態であつて，單に地質の，卽ち河床材料の關係のみよりしては解き難きもので，水流の動的力を考慮に入れて行かねばならないであらう。

斯くの如き考への基に筆者は次の如き考察を行つた。

河床材料は流水のもつ底面の勢力，卽ち掃流力の大なる程運搬移動されるであらう。卽ち掃流力の大なる程河床の勾配は緩和される傾向を有つであらう。然るに此の掃流力は河川の Δx なる區間の上下流の流速の差の大なる程大であるに違ひない。卽ち，掃流力を S とする時 Δx なる區間のもつ掃流力 $S\Delta x$ は流速の差 Δv の大なる程大であるに違ひない。そこで此の兩者の相關が單なる比例關係にあるものと假定し——此の樣に假定するも區間を河川長の一部に取つて考へる時は充分であらう——掃流力 S を γHI (γ＝水の單位重量) にて表はす時は上の關係は次の如くに表示する事が出來る。

*　工學士　內務省土木試驗所

$$\gamma HI\Delta x = C\Delta v$$

茲に C は比例常數である。そこで Δx を dx に Δv を dv に直し Δv を Δx にて割り，C を γ で割つて新なる比例常數として k とおく時は上式は次の如くに書かれる。

$$HI = k\frac{dv}{dx} \quad \cdots\cdots(1)$$

但し k は負號をとる。此の河床自然勾配の條件式を用ひて不等速定流の式

$$I = i - \frac{dH}{dx} = \alpha\frac{d}{dx}\left(\frac{v^2}{2g}\right) + \frac{v^2}{C^2R^{2n}} \quad \cdots\cdots(2)$$

を解けば河床の自然勾配を求める事が出來る。但し流量としては之が河床の勾配を支配するに最も卓越した流量を考へ之を平均支配流量と名付け Q_0 とする。

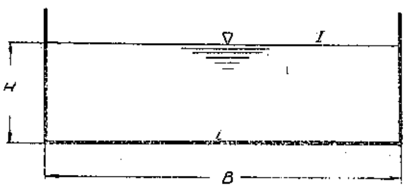
然る時

$$Q_0 = A\cdot v \quad \cdots\cdots(3)$$

なる連續の式が成立する事勿論である。以上の式中の記號及び以下の式に於て用ひる記號は次の如くである。

i：河床の自然勾配	k：比例常數＝地方係數	Z_0：$x=0$ に於ける河床高
I：水面勾配	H：水　深	H_0：　〃　水深
x：河川の延長距離	A：流　積	B_0：　〃　水面幅
Z：河 床 高	B：水 面 幅	v_0：　〃　流速
λ：平均流速に對する補正係數≒1.1	R：徑　深	v：一斷面全體に對する平均流速
Q_0：平均支配流量	g：重力の加速度	
v_m：一斷面幅		

圖-1.



1. 幅一樣なる矩形開水路

$$B = 一定 = B_0 \quad \cdots\cdots(4)$$

(4) と (3) とより $H = \frac{q_0}{v}$ $\left(但し\ q_0 = \frac{Q_0}{B_0}\right)$，$R = \frac{B_0q_0}{B_0v + 2q_0}$ を (2) に代入し，

$$K_1 = C^2B_0^{2n}q_0^{2n-1}(kg - \alpha q_0) \quad \cdots\cdots(5)$$

とおき，$\left(\frac{2q_0}{Bv}\right)^2$ 以下の項を無視すれば

$$gx = K_1B_0^{-2n}\left[\frac{1}{2n}(v_0^{-2n} - v^{-2n}) - \frac{4nq_0}{(2n+1)B_0}(v_0^{-2n-1} - v^{-2n-1})\right. \quad \cdots\cdots(6)$$

を得るから之より i を求めてもよいが，$R = \gamma H_\beta$ とおく時は (2) と (1) と (3) とにより v を求め，(3) より H を求めて河床の自然勾配を求める事が出來る。

$$i = \frac{k}{H}\frac{dv}{dx} + \frac{dH}{dx} = \frac{g\left[k - q_0^2\left(v_0^{-2n\beta} - \frac{2n\beta g}{K_2}x\right)^{3/2n\beta}\right]}{K_2q_0\left(v_0^{-3n\beta} - \frac{2n\beta g}{K_2}x\right)^{n\beta+1/n\beta}} \quad \cdots\cdots(7)$$

河幅の相當に大なる場合には $\gamma=1$，$\beta=1$，而して Manning の流速型式を考ふる時は $k=2/3$ であるから

$$i = \frac{g\left[k - q_0^2\left(v_0^{-4/3} - \frac{4g}{3K_2}x\right)^{9/4}\right]}{K_2q_0\left(v_0^{-4/3} - \frac{4g}{3K_2}x\right)^{5/2}} \quad \cdots\cdots(8)$$

となる。而して此の場合の河床の縦斷形は $i=-\dfrac{dz}{dx}$ であるから

$$z=z_0+\left[\frac{kv_0^2}{2q_0}+\frac{q_0}{v_0}\right]-\left[\frac{k}{2q_0}\left(v_0^{-4/3}-\frac{4g}{3K_2}x\right)^{-3/2}+q_0\left(v_0^{-4/3}-\frac{4g}{3K_2}x\right)^{3/4}\right] \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(9)$$

となる。(9) 式に依つて，既に落着きを見せた荒川の舊河川，20 里 10 町（熊谷）から 6 里 10 町（岩淵）（圖-2）に至る約 84 km の區間について k を求むれば -50 となり，圖-3 の如くである。圖中白點を連ねる鎖線は實河

圖-2.

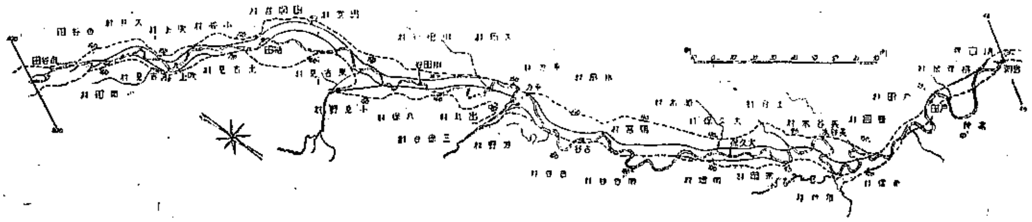
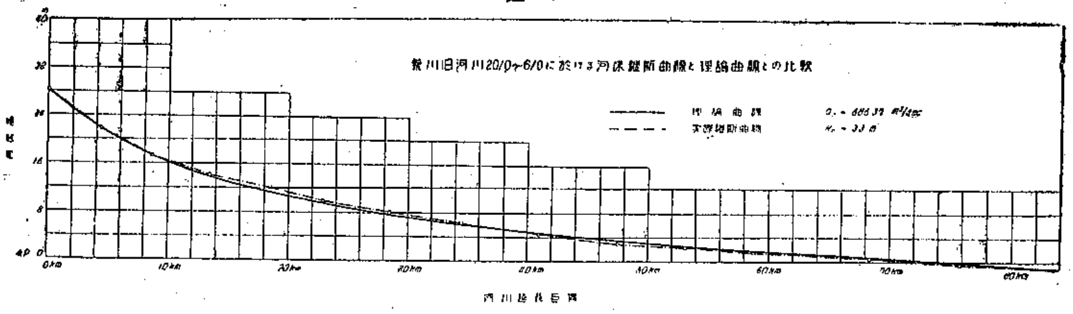


圖-3.



床であり，實線は (9) 式により $k=-50$ として求めた河床縦斷曲線である。之に依つて (8) 式は良く河床の自然勾配を表はす事が出來，從つて (1) 式は自然勾配の條件をよく表現し得る可能性のある事が分る。

2、 河幅の漸變する矩形開水路

$$B=B_0e^{ax} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(10)$$

とする。$R=rH^{\beta}$ として $\left(\dfrac{\alpha Q}{kgB}\right)^3$ 以下の項を省略すれば前と同樣にして自然勾配

$$i=\frac{ke^{ax}X_2-q_0^2e^{-ax}X_1^{3/2n\beta}(X_2+2n\beta aX_1)}{2n\beta q_0X_1^{1+1/n\beta}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(11)$$

を得る。但し

$$X_1=v_0^{-2n\beta}+\frac{L_3}{K_3}[1-e^{(2n\beta-1)ax}]+\frac{M_3}{K_3}[1-e^{(2n\beta-2)ax}]+\frac{N_3}{K_3}[1-e^{(2n\beta-3)ax}] \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(12)$$

$$X_2=\frac{L_3}{K_3}(2n\beta-1)ae^{(2n\beta-1)ax}+\frac{M_3}{K_3}(2n\beta-2)a\cdot e^{(2n\beta-2)ax}+\frac{N_3}{K_3}(2n\beta-3)a\cdot e^{(2n\beta-3)ax} \quad \cdots\cdots(13)$$

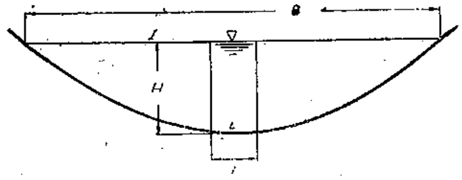
$$\left.\begin{aligned} K_3&=\frac{C^2\cdot r^{2n}\cdot Q_0^{2n\beta-1}\cdot k}{2n\beta} & L_3&=\frac{B_0^{2n\beta-1}}{(2n\beta-1)a} \\ M_3&=\left(\frac{\alpha Q_0}{kg}\right)\frac{B_0^{2n\beta-2}}{(2n\beta-2)a} & N_3&=\left(\frac{\alpha Q_0}{kg}\right)\frac{B_0^{2n\beta-3}}{(2n\beta-3)a} \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(14)$$

而して $n=\dfrac{2}{3}$ とする時の河床の縱斷形は

$$z=z_0+H_0-q_0e^{-ax}X_1^{3/4\beta}+\frac{kB_m}{2Q_0}(v_0^2-X_1^{-3/2\beta}) \quad \cdots\cdots(15)$$

となる。但 B_m とは河川の考へる區間の平均幅である。

圖-4.



3. 河幅の漸變する拋物線形開水路

此の場合には河床面は平面ではないから (圖-4), 中央の最深部に就て考へる。此の斷面中中央部の單位幅を取つて考へ, 之の平均流速を v_m とする。然る時此の v_m について不等流の式及び (1) 式を作り, $v_m=\gamma v$ とおき (γ は比例常數で一定であるか又は一定ならざる時はその區間の平均をとる) (1) と (3) を用ひ $\left(\dfrac{3\alpha\gamma q_0}{2kge^{ax}}\right)^3$ 以下の項を省略して (2) を解けば河床の自然勾配は

$$i=\frac{9k\gamma e^{ax}\cdot X_2-4q_0^2e^{-ax}\cdot X_1^{3/2n}[2naX_1+X_2]}{12\,nq_0X_1^{1+1/n}} \quad \cdots\cdots(16)$$

となる。但し

$$X_1=v_0^{-2n}+\frac{L_4}{K_4}[1-e^{(2n-1)ax}]+\frac{M_4}{K_4}[1-e^{(2n-2)ax}]+\frac{N_4}{M_4}[1-e^{(2n-3)ax}] \quad \cdots\cdots(17)$$

$$X_2=\frac{L_4}{K_4}(2n-1)a.e^{(2n-1)ax}+\frac{M_4}{K_4}(2n-2)a\cdot e^{(2n-2)ax}+\frac{N_4}{K_4}(2n-3)a\cdot e^{(2n-3)ax} \quad \cdots\cdots(18)$$

$$\left.\begin{array}{ll} K_4=\dfrac{C^2(15q_0)^{2n-1}.k}{2n\gamma} & L_4=\dfrac{1}{(2n-1)a} \\ M_4=\dfrac{1}{(2n-2)a}\left(\dfrac{3\alpha\gamma q_0}{2kg}\right) & N_4=\dfrac{1}{(2n-3)a}\left(\dfrac{3\alpha\gamma q_0}{2kg}\right)^2 \end{array}\right\} \quad \cdots\cdots(19)$$

而して $n=\dfrac{2}{3}$ とせる時の河床の縱斷形は

$$z=z_0+H_0-\frac{2q_0}{3}e^{-ax}X_1^{3/4}+\frac{k\gamma B_m}{3Q_0}(v_0^2-X_1^{-3/2}) \quad \cdots\cdots(20)$$

となる。

以上に於て河幅の一樣なる開水路, 河幅の e^{ax} にて漸變する矩形開水路, 又幅が e^{ax} にて漸變し而も斷面が拋物線形なる開水路に就て夫々其の自然勾配又は河床の縱斷形を求めたのであるが, 之等の諸式の誘導は前述の如くに自然勾配を形成する條件式 (1) を用ひた所に基くのであるから, 此の (1) 式が正當なるものや否やが根本問題である。

之に就ては前述の如く, 特別なる出水は別として通常の流れに對して既に平衡の狀態にある荒川舊河川に就て, 玆に求めたる式の適合性に就て計算したる所よく成功し, $k=-50$ を得た。そこで問題は k の値は常に -50 なりや否やとなる。之に就ては今後實驗を行ふか又は實例について調べねばならない。k の値は地方的氣象條件, 地質地形の條件に依つて變化するであらうから, 地方係數とでも名付けたらよからうと考へる。