

# 論 說 報 告

第 28 卷 第 8 號 昭 和 17 年 8 月

## 射 流 の 擴 散

正會員 本 間 仁\*

要 旨 直線水路を流下する射流が急激な擴散をする場合を實驗したものであつて、常流の場合とは全く違つた幾つかの性質を指適し、特にこの場合の Mach の角に就て論じた。

### 目 次

- |                      |               |
|----------------------|---------------|
| 1. 緒 論               | 4. 速度と速度水頭の分布 |
| 2. 擴りの角と Mach の角に就いて | 5. 水壓の分布に就いて  |
| 3. 流線 の 形            |               |

### I. 緒 論

この報告は藏中活雄<sup>1)</sup>、田中政甫<sup>2)</sup>、比留間豊<sup>3)</sup>、義輪健二郎<sup>4)</sup>の 4 君が東京帝國大學在學中、その卒業論文として當大學工學部土木教室に於て行つた實驗の報告を、筆者が整理して要點を纏め、更に若干の計算及び説明を附加したものである。従つて實驗觀測は總て以上 4 君の努力によるものであつて、本報告にはその全部を再録してはゐない。

實驗裝置は圖-1 に示した様な幅 80 cm、長さ約 130 cm の矩形水路の上流部約 70 cm を幅 30 cm に縮め、途中から急に全幅に擴大して、此處で水流が自由な擴散をする様にした。擴散は左右對稱に起る様にし、底勾配は 3 種類に變化させた。水路末端では水は下の水槽に自由に落下し、この水槽にある流量測定堰によつて流量を測定する。測定堰は臨時的な木製三角堰であつたから、實驗前に充分な檢定を行つた。

圖-1. 實 驗 裝 置

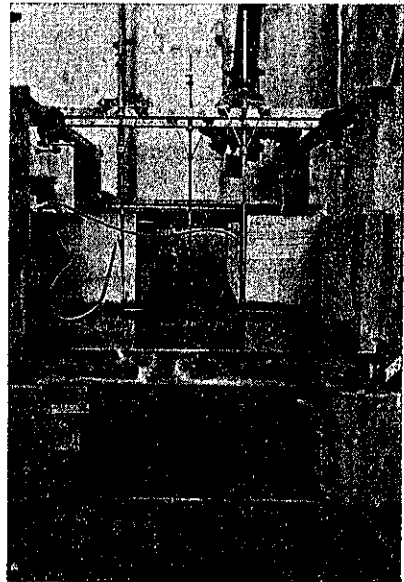


表-1.

實驗番號	流量 (l/sec) (概略値)	勾 配	實驗番號	流量 (l/sec) (概略値)	勾 配
I	10	1/5.7	VI	16	1/10
II	12	"	VII	8	1/28
III	14	"	VIII	10	"
IV	16	"	IX	12	"
V	4	1/10	X	16	"
VI	12	"			

\* 東京帝國大學第一工學部助教授

- 1) 准會員, 工學士, 日本窒素株式會社勤務  
 2) " " 華北交通株式會社勤務  
 3) " " 內務省仙臺土木出張所勤務  
 4) " " 內務省勤務

測定は次の 11 種の場合に就いて行つてゐるが、特に詳細にその結果を掲げたのはその中の實驗番號 II, VI 及び X の場合である (表-1)。

2. 擴りの角と Mach の角に就いて

射流が自由な擴散をする場合に、流水は隅角 A<sup>1)</sup> (圖-2) に於て急激な變化を受ける。流れの幅は曲線 AB の様な形で大きくなつて行くが、同時に隅角によつて起された急變は線 AC よりも上流には傳はらない。即ち AC は急變によつて起つた波の傳はり得る最上流端の線であり、AC と初めの流れの方向とのなす角  $\alpha$  は所謂 Mach の角である。之を常流状態に於ける擴散と比較すると、常流では下流からの背水の影響が及ぶ爲に壁面 AD と流れの端の線 AB との間の部分も水で満されて、此處では一般に渦が起つてゐる。然し射流ではこの部分は常に空虛である。又常流では波の傳播速度が水の水速よりも大きい爲に隅角の影響は幾らでも上流まで傳播して行き、波の線 AC の様なものは全然現れない。

射流に於ては AD と AB との間の部分が空虛になるのは射流に背水現象がない爲であり、波の線 AC を生ずるのは常流の場合と反對に射流では水の水速の方が波の傳播速度よりも大きい爲である。

そこで流れの水速を  $v$ 、水深を  $h$  で表はせば、波の傳播は  $\sqrt{gh}$  で表はされるから、Mach 角  $\alpha$  は次の様に與へられる。

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{gh}}{v} = \frac{1}{Fr} \dots \dots \dots (1)$$

圖-2. 流れの擴散と波の線

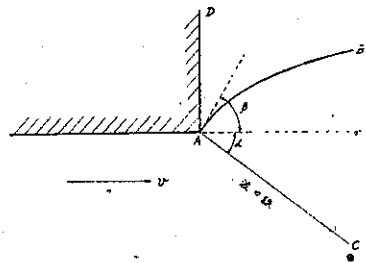


圖-3.

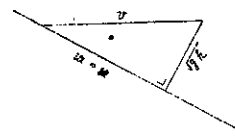


圖-4.  $i=1/5.7, Q=12 \text{ l/sec}$



圖-5.  $i=1/10, Q=12 \text{ l/sec}$



1) 模型の隅角に半徑 2mm 程度の丸味を持つ

但し  $F_1$  はその場所での Froude 数である。射流であるから勿論  $F_1 > 1$  になつてゐる (圖-3 参照)。

圖-4, 5 及び 圖-6 は流量が何れもほぼ 12 l/sec であつて、床勾配が夫々 1/5.7, 1/10 及び 1/28 になつた場合の流れの状態を示すものである。波の線の兩側で水面が急に低くなつて居り、又底勾配が小さく従つて流れの速度の小さい場合には、Mach 角が比較的大きくなつて左右の波の線が交叉してゐるのが見られる。この場合の波の線に沿つた波はむしろ段波の様な性質のものであるから、その傳播速度を  $\sqrt{gh}$  で表はすのは或程度の誤差があり、又段波の速度は下流側の状態等によつて變化するから波の線も正しい直線にはなつてゐない。

上に述べた II 種の實驗の結果から先づ擴りの部分での水面の形狀を畫けば 圖-7, 8 及び 圖-9 の様になる。圖中の點線は隅角附近での想像される波の線であつて、擴る場所の断面に於ける數字は其處での平均水深、各曲線は等高線であつて、夫々に附記した數字が底からその線までの高さを示す。従つて水深 0 の線は流れの擴る限度を示したもので 圖-1 の曲線 AB に當る。

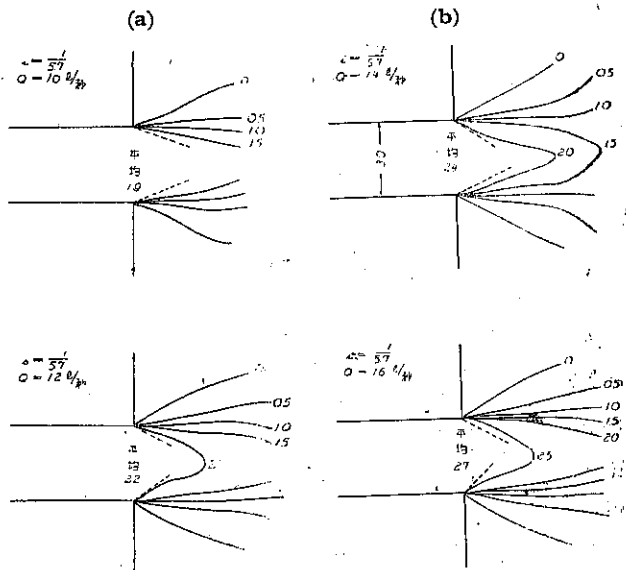
流れの兩側の隅角部に於ける  $\alpha$  及び  $\beta$  の値を夫々  $\alpha_1, \beta_1$  及び  $\alpha_2, \beta_2$  として、各實驗毎に上の 圖-7~9 から夫々に  $\tan \alpha_1, \tan \beta_1, \tan \alpha_2, \tan \beta_2$  を測り、左右の平均値  $\tan \alpha$  及び  $\tan \beta$  を計算すれば 表-2 の様になる。従つて之から  $\sin \alpha$  及び  $\sin \beta$  も計算される。又擴りの断面 (断面 0 と名付ける) に於ける水深及び平均流速を夫々  $h_0$  及び  $v_0$  とすれば (1) 式で與へられる  $\sqrt{gh_0}/v_0$  の値も表-2 の右方に示された値になる。従つて表の中で同じ實驗に對する  $\sin \alpha$  の値と、計算で求められた  $\sqrt{gh_0}/v_0$  とを比較する事によつて、この様な場合の Mach 角の大きさを (1) 式で與へる事の是非を検討する事が出来る。

この表-2 からわかる様に實測の Mach 角の値と (1) 式から計算される値とは可成りの相違がある。 $\sin \alpha$  の實測値と計算した  $\sqrt{gh_0}/v_0$  との比を  $m$  で表はし、之を 表-2 の最後の欄に載せた。この數字は (1) 式で計算した Froude 数と實際の Froude 数との比を表はすものであつて、この様な場合には (1) 式の與へる Froude 数は實際の値の 1.5~2 倍になる事を示してゐる。

圖-6.  $i=1/28, Q=12 \text{ l/sec}$



圖-7. 實驗 I, II, III, IV の水面の形 (cm 單位)



Mach 角の計算値が小さく出る理由は前にも述べた様に大體波の形が段波の様になつてゐる爲と見る事が出来る。水深  $h'$  の静水に向つて傳播する高さ  $h-h'$  (従つて段波の部分の水深  $h$ )、流速  $v$  の段波の傳播速度  $w$  は次の様にして計算される。

連続方程式

$$v = \frac{h-h'}{h} w \dots\dots\dots (2)$$

運動量方程式

$$\frac{h'}{g} w v = \frac{h^2}{2} - \frac{h'^2}{2} \dots\dots\dots (3)$$

この兩式から

$$w = \sqrt{g \frac{h(h+h')}{2h'}} \\ = \sqrt{gh \left(1 + \frac{h-h'}{2h'}\right)}$$

$h-h' < 2h'$  ならば

$$w = \sqrt{gh} \left[ 1 + \frac{h-h'}{4h'} - \frac{1}{8} \left( \frac{h-h'}{2h'} \right)^2 + \dots\dots \right]$$

即ち  $h-h'$  が  $2h'$  に比して可成り小さい場合でなければ  $w = \sqrt{gh}$  と見做す事は出来ない。例へば  $h' = h/3$  ならば (4) の初めの式から

$$w = \sqrt{2gh}$$

従つてこの時の  $\sin \alpha$  の値は (1) 式による計算値の約  $\sqrt{2}$  倍になる。即ち表-2 の  $m$  の値はおよそ  $\sqrt{2}$  であつて、 $h'$  が更に小さくなれば  $m$  の値は可成り大きくなる可能性がある<sup>1)</sup>。

流れが擴り初めて後は内部壓力の強さが低下し、従つて平均流速は増すから、隅角の影響は受けてゐない部分でも水深は流下と共に減少して行く。その結果波の線 AC に

圖-8. 實驗 V, VI, VII の水面の形 (cm 單位)

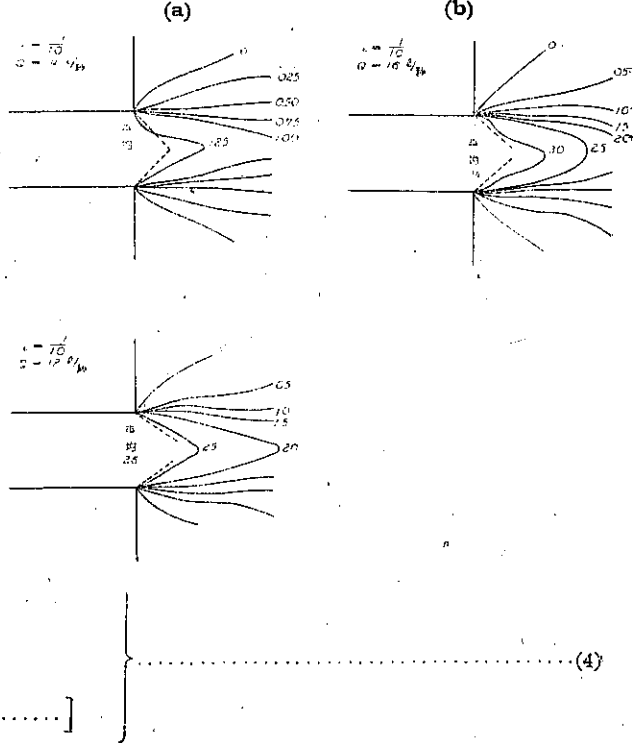
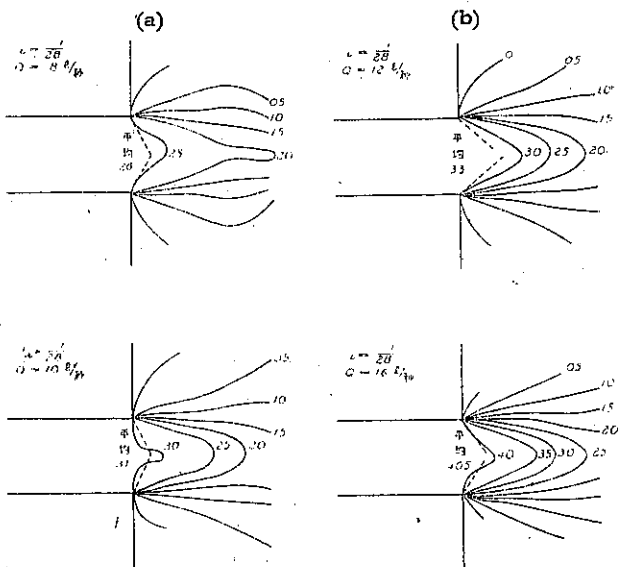


圖-9. 實驗 VIII, IX, X, XI の水面の形 (cm 單位)



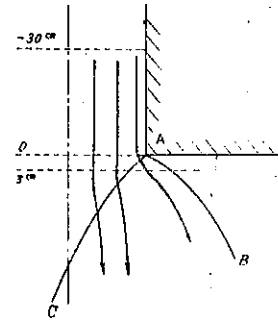
1) この問題の氣體超音速運動との相似性に就いては次の文献参照

Ernst Preiswerk; Zweidimensionale Strömung Schiessenden Wassers. Schweizerische Bauzeitung, 1937, April Nr. 20.

表-2. Mach 角及び擴りの角 (cm-sec 單位)

	$\tan \alpha_1$	$\tan \alpha_2$	平均 $\tan \alpha$	$\sin \alpha$	$\tan \beta_1$	$\tan \beta_2$	平均 $\tan \beta$	$\sin \beta$	$\eta\%$	$\sqrt{gk}$	$\frac{\sqrt{gk}}{\eta\%}$	$m$
I	0.469	0.469	0.469	0.371	0.417	0.477	0.447	0.403	175.5	43.4	0.247	1.50
II	0.577	0.750	0.614	0.523	0.667	0.770	0.719	0.564	181.9	46.5	0.256	2.04
III	0.712	0.500	0.607	0.519	0.500	0.626	0.563	0.490	194.5	49.5	0.249	2.08
IV	0.578	0.939	0.758	0.604	0.623	0.715	0.669	0.556	197.5	51.4	0.260	2.32
V	1.071	1.071	1.071	0.732	1.429	1.333	1.381	0.810	102.5	35.7	0.348	2.10
VI	0.714	0.714	0.714	0.581	1.333	1.250	1.292	0.791	153.7	50.5	0.329	1.77
VII	0.883	0.883	0.883	0.662	1.429	1.667	1.548	0.840	156.0	57.7	0.369	1.80
VIII	1.875	1.875	1.875	0.882	2.860	2.860	2.860	0.945	102.5	50.5	0.492	1.79
IX	2.000	2.000	2.000	0.895	4.000	4.000	4.000	0.971	107.5	55.5	0.512	1.75
X	0.883	0.883	0.883	0.662	3.333	4.000	3.667	0.969	121.3	56.8	0.463	1.41
XI	1.363	1.363	1.363	0.806	1.667	1.667	1.667	0.856	131.6	63.0	0.479	1.68

圖-10. 波の線と流線の曲り



沿つて傳播速度  $w$  の値が次第に  $C$  に向つて減少して行くから、Mach 角  $\alpha$  の大きさも  $C$  に向つて減少して行き、波の線は圖-10 の様な曲線になる。圖-4, 5 及び圖-6 の寫眞からもその傾向を幾分窺ふ事が出来る。

### 3. 流線の形

波の線  $AC$  や流線の幅を示す線  $AB$  は必ずしも流線の方向を示すものではない。即ち實際の流線は大體最初の流れの方向をそのまま維持して居り、兩側附近の僅かの範圍だけで流線が側方に曲つてゐる。然し勾配が緩に

圖-11. 底部の流れ  
 $i=1/5.7, Q=8 \text{ l/sec}$

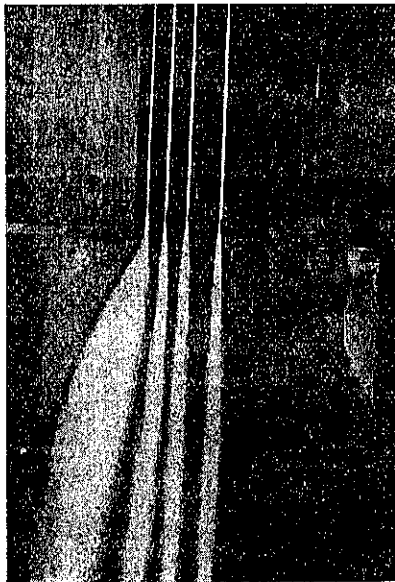


圖-12. 底部の流れ  
 $i=1/10, Q=8 \text{ l/sec}$



なつて初めの速度が小さくなれば、この曲りは稍著しくなつて来る。

圖-11 及び圖-12 は水路の底にガラス管を這はせ、之を断面  $0$  の處で開口して之から白色に着色した水を流出させて、底から  $5\sim 6 \text{ mm}$  位までの厚さの層の中での平均流を示したものである。この 2 つは何れも底勾配の比較的大きい場合であるから、流線は兩端部のものを除けばほぼ直線状を維持してゐる。

圖-13~16 は底勾配 1/28 の場合に絹糸を流して流線の観測を行つたものである。圖-13 と圖-14 を比較すると表面の流線と底の流線とでは明かな差は認められないが、底のものが多少大きく擴つてゐる様である。之は境界層内に於て期待される横方向の流れの影響であらうと思ふ。又流量に関しては勿論流量の小さい場合の方が多く流線が擴がる。

圖-13.  $i=1/28, Q=8 \text{ l/sec}$  の表面の流線

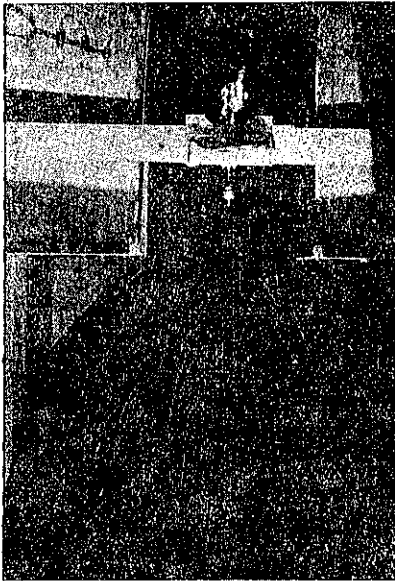


圖-14.  $i=1/28, Q=8 \text{ l/sec}$  の底部の流線

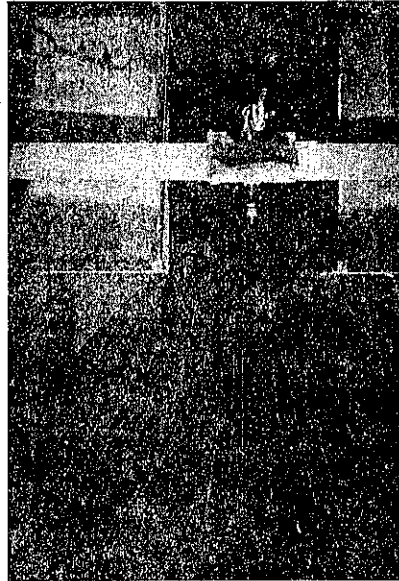


圖-15.  $i=1/28, Q=7.2 \text{ l/sec}$  の表面の流線

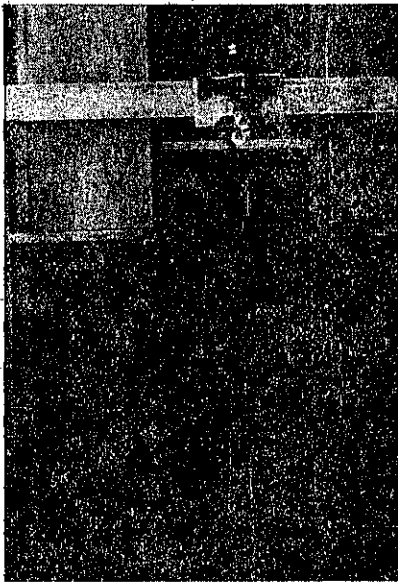
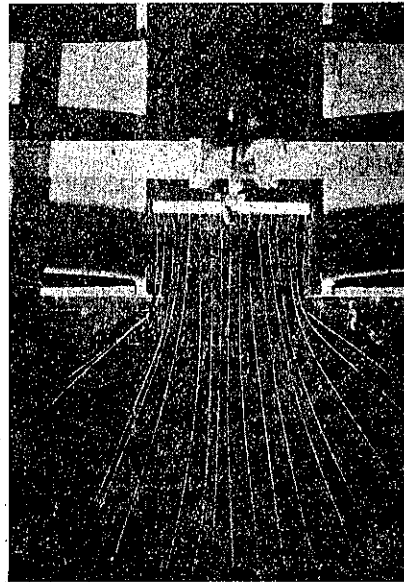


圖-16.  $i=1/28, Q=16 \text{ l/sec}$  の表面の流線



## 4. 速度と速度水頭の分布

實驗結果の数が多からその中で流量約 12 l/sec の場合のみを考察する事とし、實驗 II, VI 及び X の 3 つの場合の結果を示す。速度の測定には何れも細いピトー管を用ひ、底から 1mm の所まで測つた。従つて速度分布圖中で底から 1mm 以内は想像である。尙流れの方向は平均方向に取つた。

流水中の定つた場所で鉛直線に沿ふ速度分布を測定したのであるが、その鉛直線の位置は、幅の擴る所の断面を 0 で表はし、この断面内とそれから上流に 30 cm 離れた断面 (-30 cm と記す)、及び 0 断面から下流に 3 cm 及び 25 cm 離れた断面 (3 cm 及び 25 cm と記す) の中であつて、中心線から右及び左 (下流から見て) への距離を夫々 + 及び - を付けて表はす。圖-17, 18 及び圖-19 は夫々底勾配が 1/5.7, 1/10 及び 1/28 の場合

圖-17. 實驗 II ( $Q=12$  l/sec,  $i=1/5.7$ ) に於ける速度分布曲線

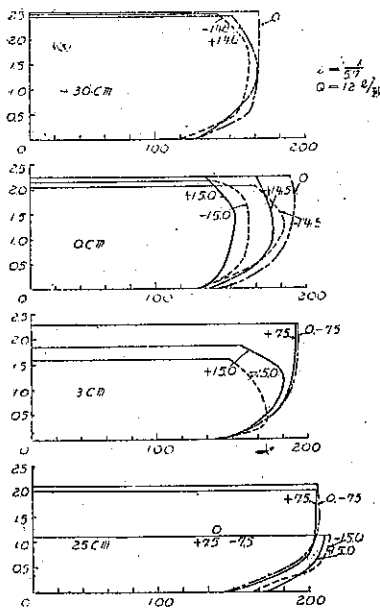


圖-18. 實驗 VI ( $Q=12$  l/sec,  $i=1/10$ ) に於ける速度分布曲線

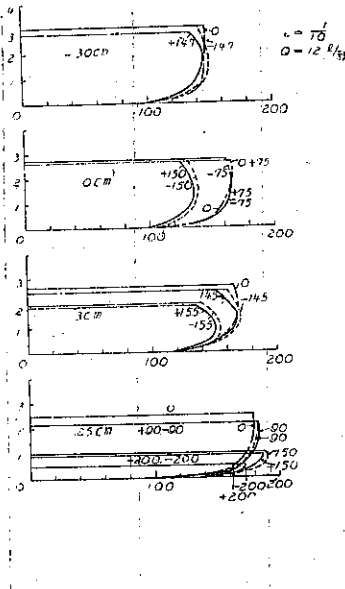
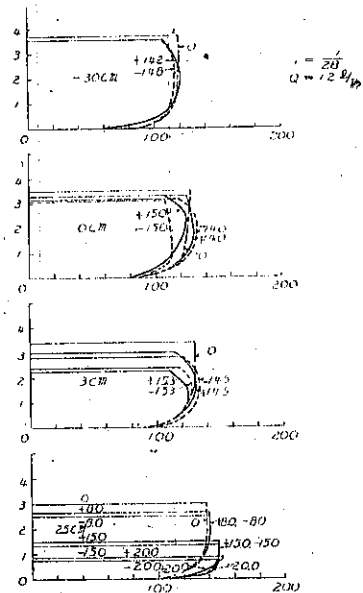


圖-19. 實驗 X ( $Q=12$  l/sec,  $i=1/28$ ) に於ける速度分布曲線



の速度分布曲線であつて、曲線に附記した數字は測つた鉛直断面までの中心線からの距離、0 は中心線上の分布曲線なる事を示してゐる。

之等の速度分布曲線圖から觀測される擴散射流での異常は性質としては

- i) 断面 0 及び 3 cm に於ては流れの兩側附近では水面での速度が小さく、寧ろ底部に近い所に速度の大きい箇所がある。之は流れの兩側附近では水壓分布が靜水壓分布とは甚だ異つたものになつてゐる事を示すものである。
- ii) -30 cm の断面に於ても兩壁に近い所では水面の速度が小さいが、之は一般の矩形断面水路内の速度分布状態から豫期出来る所であつて、大體主流に對する 2 次流の影響と見られる<sup>1)</sup>。
- iii) 流れの幅が擴ると共に速度は一般に大きくなり、又 25 cm の断面に於ては兩側附近の速度が中央附近の

1) この問題に就いては Handbuch der Experimental Physik, IV, 4 Teil, S. 283 以下参照

表-3. II ( $Q=11.45$  l/sec,  $i=1/5.7$ , cm 單位)

断面	鉛直線	水深 (h)	平均速度	$\left(\frac{v^2}{2g}\right)_m$	$h + \left(\frac{v^2}{2g}\right)_m$	$(v^2)_m$
-30 cm	+14.8	2.5	154	14.6	17.1	$5.0 \times 10^0$
	0	2.5	162	16.2	18.7	5.5 "
	-14.8	2.5	152	14.1	16.6	4.5 "
0	+15.0	2.3	142	12.4	14.7	3.9 "
	+14.5	2.3	164	16.8	19.1	6.2 "
	0	2.3	182	20.2	22.5	7.9 "
	-14.5	2.1	168	17.5	19.6	6.5 "
	-15.0	2.2	145	13.9	15.1	4.6 "
3 cm	+15.0	1.8	170	17.8	19.6	6.6 "
	+ 7.5	2.3	183	20.4	22.7	8.1 "
	0	2.2	182	20.2	22.4	8.1 "
	- 7.5	2.2	180	20.0	22.2	8.1 "
	-15.0	1.6	160	15.5	17.1	5.3 "
25 cm	+15.0	1.1	180	23.8	24.9	10.4 "
	+ 7.5	2.0	182	23.2	25.2	10.2 "
	0	2.1	182	23.1	25.2	9.5 "
	- 7.5	2.0	184	23.3	25.3	9.5 "
	-15.5	1.1	180	23.4	24.5	10.3 "

表-4. VI ( $Q=12.05$  l/sec,  $i=1/10$ , cm 單位)

断面	鉛直線	水深 (h)	平均速度	$\left(\frac{v^2}{2g}\right)_m$	$h + \left(\frac{v^2}{2g}\right)_m$	$(v^2)_m$
-30 cm	+14.7	2.80	136	9.15	11.95	$2.60 \times 10^0$
	0	3.05	140	10.00	13.05	2.90 "
	-14.7	3.05	136	9.15	12.20	2.75 "
0	+15.2	2.65	128	8.35	11.00	2.20 "
	+ 7.5	2.70	156	12.40	15.10	4.05 "
	0	2.65	156	12.40	15.05	4.10 "
	- 7.5	2.75	156	12.40	15.15	3.95 "
	-15.2	2.70	102	8.90	11.60	2.40 "
3 cm	+15.5	1.85	140	10.00	11.85	3.05 "
	+14.5	2.45	154	12.25	14.70	3.95 "
	+ 7.5	2.60	160	13.05	15.65	4.15 "
	0	2.65	160	13.05	15.70	4.15 "
	- 7.5	2.65	160	13.05	15.70	4.15 "
	-14.5	2.45	158	12.75	15.20	4.30 "
	-15.5	1.95	145	10.90	12.85	3.30 "
25 cm	+15.0	0.90	165	13.90	14.80	5.30 "
	+ 9.0	2.15	170	14.75	16.90	5.30 "
	0	2.50	168	14.40	16.90	5.05 "
	- 9.0	2.10	168	14.40	16.50	5.30 "
	-15.0	1.00	170	14.75	15.75	5.80 "



表-5. X (Q=12.54 l/sec, i=1/28, cm 單位)

断面	鉛直線	水深 (h)	平均速度	$\left(\frac{v^2}{2g}\right)_m$	$h + \left(\frac{v^2}{2g}\right)_m$	$(v^3)_m$
-30 cm	+14.2	3.55	114	6.66	10.21	1.55 × 10 <sup>3</sup>
	0	3.69	116	6.90	10.59	1.55 "
	-14.8	3.85	110	6.20	10.05	1.35 "
0	+15.0	3.32	103	5.45	8.77	1.50 "
	+14.0	3.35	123	7.75	11.10	1.95 "
	0	3.53	120	7.35	10.88	1.35 "
	-14.0	3.16	124	7.86	11.02	1.95 "
	-15.0	3.14	108	5.96	9.10	1.30 "
3 cm	+15.3	2.25	124	7.85	10.10	1.75 "
	+14.5	3.01	122	7.65	10.66	1.90 "
	+ 7.5	3.44	124	7.85	11.29	1.95 "
	0	3.40	124	7.85	11.25	1.95 "
	- 7.5	3.33	122	7.65	10.96	2.00 "
	-14.5	2.79	126	8.15	10.94	2.05 "
	-15.3	2.40	123	7.75	10.15	2.00 "
25 cm	+20.0	0.86	135	9.35	10.21	2.75 "
	+15.0	1.48	138	9.75	11.23	2.75 "
	+ 8.0	2.63	133	9.05	11.68	2.35 "
	0	3.02	132	8.95	11.97	2.30 "
	- 8.0	2.53	133	9.05	11.58	2.35 "
	-15.0	1.53	140	10.00	11.35	2.85 "
	-20.0	0.78	133	9.05	9.83	2.75 "

ものよりも却つて大きくなつてゐる。

iv) 一般的に見て射流の速度分布、特に速度の大きい射流の分布曲線は一般の常流状態の流れの分布曲線に比較すると拋物線形に近い。即ち寧ろ速度の小さい層流の分布に近い形になつてゐる。之は射流の亂れの問題とも關聯して考へられるものである。

次に示した表-3~5 は流れの中のエネルギーの分布状態を見る爲に作つたものであつて、流量はこの測定を行つてゐる間の平均の値である。 $\left(\frac{v^2}{2g}\right)_m$  は各鉛直線毎の平均の速度水頭、 $h + \left(\frac{v^2}{2g}\right)_m$  はその位置での比エネルギーの値を示す。又最後の欄に示した  $(v^3)_m$  は Bélanger の常數

表-6.

$$\int_A \frac{(v^3)_m}{v_m^3} dA, \quad (v_m \text{ は全断面平均流速})$$

實驗番號	$v_m$ (cm/sec)	$v_m^3$ (cm <sup>3</sup> /sec)
II	153	3.59 × 10 <sup>6</sup>
VI	137	2.45 × 10 <sup>6</sup>
X	112	1.40 × 10 <sup>6</sup>

の計算に用ひられる數字である。

ほゞ一樣な流れをしてゐる断面 -30 cm に於ける全断面の平均流速  $v_m$  及び  $v_m^3$  の略値は表-6 の様になる。

然し之等の表の數字は流量の變動その他の理由により、Bélanger の常數等を計算するのに用ひ得る程の精度

は持つてゐない。唯、傾向としては速度の大きい程 Bélanger の常數の値も大きくなつてゐる様に見える。

### 5. 水壓の分布に就いて

流水中の水壓の強さは水壓用ピトー管によつて測定する。然しこのピトー管は檢定の困難な爲に正確な實驗を行ふのは容易でない。上述の實驗中にも二、三の測定を試みたが好い結果は得られなかつた。

圖-20 は  $Q=14 \text{ l/sec}$ ,  $i=1/5.7$  の時の水壓測定値であつて、使用したピトー管の器差が充分明かでないから、數値をそのまま信用する事は出来ないが断面 0 及び 3cm 附近の壓力分布の傾向を示す参考圖として掲げた。之等の壓力分布曲線の形は圖-17 ~19 に示した速度分布曲線と對應したもので、速度が大きくなる箇所で水壓が低下してゐる事を示してゐる。

以上に述べた實驗は時日の不足と設備の不充分的爲に、その結果は良好な精度を期待する事の出来ないものであるが、射流の擴散の問題に關しては過去の

の文獻が殆んどないのであるから、その點で發表するに足るものと考へて茲に報告した次第である。

圖-20. 射流中の水壓分布 ( $Q=14 \text{ l/sec}$ ,  $i=1/5.7$ )

