

# 論 說 報 告

第 28 卷 第 6 號 昭和 17 年 6 月

## 移動床を有する小水路及び自然河川に於ける 新流速公式 (前 編)

(昭和 16 年 10 月 31 日第 3 回年次學術講演會に於て)

准會員 永 井 莊 七 郎\*

**要 旨** 移動床水路に於ける多數の實驗に因り、移動床水路内の流れが固定床水路内の流れと著しく相違してゐることを明かにし、従つて固定床水路内の流れに於ける實驗に因り造られたる在來の平均流速公式は、移動床水路内の流れに全く適用することが出來ず、在來の公式とは別の新しい平均流速公式、 $v = \frac{1}{n} R^{0.53} \times I^{0.18}$  が最適であることを示したものである。前編に於ては主に小型の移動床水路に對する平均流速公式に就て記述し、尙第 5 章に於て固定床水路と移動床水路に於ける流れの比較を論じた。

### 目 次

#### 第 1 章 概 説

##### 第 1 節 緒 言

##### 第 2 節 實驗方法及び實驗結果

- (1) 實驗設備
- (2) 實驗方法
- (3) 實驗結果

#### 第 2 章 移動床及び固定床水路に於ける渦流の抵抗法則

##### 第 1 節 固定床水路に於ける渦流の抵抗法則

- (1) 2 乗の抵抗法則
- (2) 固定床水路に於ける抵抗係數
  - (a) 小水路に於ける抵抗係數
  - (b) 大水路に於ける抵抗係數

##### 第 2 節 移動床水路に於ける渦流の新抵抗法則

- (1) 遼河河床砂水路に於ける抵抗係數
- (2) 松花江河床砂水路に於ける抵抗係數
- (3) 移動床小水路に於ける新抵抗法則
- (4) 移動床河川に於ける新抵抗法則

#### 第 3 章 粗度係數の變化

##### 第 1 節 遼河河床砂水路に於ける粗度係數の

#### 第 1 章 概 説

##### 第 1 節 緒 言

水流に關する從來の研究は、固定床水路又は河川に於けるものが多く、移動床水路又は河川に於けるものは比

##### 變化

##### 第 2 節 松花江河床砂水路に於ける粗度係數の變化

##### 第 3 節 單一粒徑の砂水路に於ける粗度係數の變化

#### 第 4 章 移動床小水路に於ける新流速公式の確立

##### 第 1 節 流速公式の形の選定

##### 第 2 節 遼河河床砂水路に於ける流速式

##### 第 3 節 松花江河床砂水路に於ける流速式

##### 第 4 節 溝江氏の砂水路に於ける流速式

##### 第 5 節 移動床小水路に於ける新流速公式

#### 第 5 章 固定床水路及び移動床水路に於ける流れの比較

##### 第 1 節 抵抗の相違

##### 第 2 節 流速の比較

- (1) 砂礫の大部分が浮遊せず砂澁を描き乍ら移動する場合
- (2) 砂礫の大部分が浮遊して流動する場合
- (3) 衝力理論に因る流速の比較

\* 工學士 京城帝國大學助教授

較的稀である。而して移動床水路に於ける研究の多くは河床砂礫に働く掃流力及び洗砂量に關するものなるも、後者に就ては尙未だ極めて不完全なる儘で残されてゐる。更に移動床水路に於ける流れに關しては今日迄殆んど研究されなかつたのである。

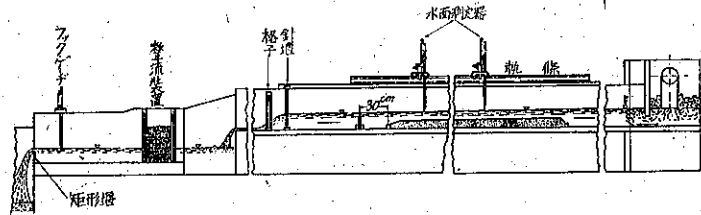
著者は昭和 14 年の夏、此の問題の研究に着手したのであるが、先づ最初に、主として移動床小水路に於ける實驗により、床面砂礫の流動に關する基礎的研究を行ひ(土木學會誌第 27 卷第 1 號に發表)、然る後に移動床水路の流れに就て考究し、其の結果、斯る流れに最適なる新流速公式を確立したのである。

## 第 2 節 實驗方法及び實驗結果

### (1) 實驗設備

實驗設備は「遼河河床砂礫の移動に關する研究」(土木學會誌第 27 卷第 1 號 26, 27 頁)に用ひたものと同一のものを使用した。即ち幅 55 cm, 有效長 10 m, 深さ 50 cm のペイントを上塗した鈍削板張水路の床面に、遼河及び松花江の河床砂礫を厚さ約 8~10 cm に敷き並べ、之を鍍によつて種々の勾配に均らして床面勾配を變じ、水深は水路上流端に設置したるスルース瓣により流量を調節して種々に變じた。水面は水路側壁上に敷設したる軌條上を自由に移動し得る水面測定器により測定し、水路下流端に設置したる格子及び針堰の開閉により水面勾配を床面勾配に平行せしめ、以て常に等速流を保つ如く努めた。水面及び床面の測點は正確に 1 m 間隔に 7 個所設置した。水面測定器の讀みは 1/10 mm である。流量は下流端に設けたる檢定済みの幅 50 cm, 高さ 30 cm の鋭縁矩形堰により測定した。その Hook gauge の讀みも 1/10 mm である。實驗に使用した最大流量は大體 34 l/sec である。床面砂礫は柳河筋新民及び松花江筋哈爾濱市に於ける河床砂礫を用ひた。新民に於ける砂礫(平均粒徑  $d_m = 0.13$  mm)は大體滿洲國河川中で最も小なるものであり、哈爾濱市に於ける砂礫(平均粒徑  $d_m = 0.32$  mm)はその約 3 倍の粒徑を有し、滿洲國河川の河床砂礫としては最も大なるものに屬すると考へられたので、此の大小兩端の河床砂礫に就て研究する積りで兩砂礫を選んだのである。-1 は實驗水路の縦断面を示す。

圖-1. 實驗水路縦断面圖



### (2) 實驗方法

先づ床面砂礫に如露により撒水して十分に水を飽和させ、その表面を鍍によつて所要の勾配に敷き均らす。此の作業に大體 1 日を要する。その翌日即ち實驗當日再び如露によつて撒水して砂礫に水を飽和させ、その時の床面を各測點に於て、右壁より 5 cm, 15 cm, 27.5 cm (水路中央), 40 cm 及び 50 cm の 5 個所測定し、各測點に於ける之等 5 個所を夫々結んだ 5 個の縦斷勾配が大體一樣に所要勾配になる如く敷き均らし、次に上流端のスルース瓣を徐々に開き、出来る限り等速流を保ち乍ら、所要水深に達する迄増して行く。此の際出来る限り水路全體に互り等速流を得て、以て水路全體の床面砂礫の移動状態を一樣に保ちつゝ、徐々に流量を増すことが必要にして、若し局部的に水面勾配の變化を生ずれば、その部分に於て床面の状態が變化し、之が上下流に波及して床面勾配を亂す原因となる。所要水深に達すればスルース瓣の開放を止め、流量を一定にし、水面勾配を移動式水面測定器により測定し、水路下流端の格子及び針堰を開閉して床面勾配に平行にし、斯くて等速流となり、水面が落ち着いた時、各測點に於て右壁より 15 cm, 27.5 cm 及び 40 cm の 3 點の水面を測定し、矩形堰の流量を測るのである。流砂が激しく床面の變化が大なる時(流水斷面積の變化が大體 1% 以上の時)は、上流端のスル-



17日より昭和16年5月6日迄丁度1年を費した。其の結果は表-1の如くである。

此の實驗に使用した遼河河床砂礫の篩分結果は表-2にして、その粒度曲線は圖-2の如くである。

(b) 松花江河床砂水路 遼河河床砂水路に於ける實驗の終了後、同一水路の床面に松花江本流筋哈爾濱市に

圖-2. 粒度曲線

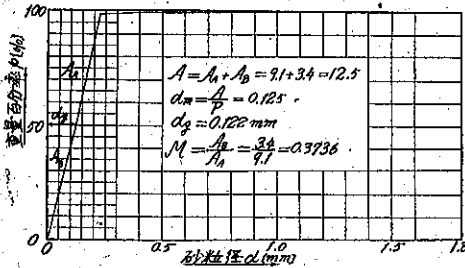


表-2. 遼河河床砂水路に於ける砂礫の篩分表

通過篩	殘留篩	耗以下	耗以上	重量百分率(%)
No. 8	No. 16	2.38	1.19	0.061
No. 16	No. 30	1.19	0.59	0.298
No. 30	No. 50	0.59	0.297	1.261
No. 50	No. 100	0.297	0.149	52.258
No. 100	No. 200	0.149	0.074	46.122
平均粒徑 $d_m = 0.125$ mm				100.000
比 重 $\gamma = 2.65$				

於ける河床砂礫(平均粒徑  $d_m = 0.32$  mm)を約 10 cm の厚さに敷き並べ、水深を 2.09~14.07 cm に、水面勾配

表-3. 松花江河床砂水路に於ける實驗結果

(1)

番号 N	水深 H (cm)	水面勾配 I <sub>0</sub>	水面勾配 I	流量 Q (cm <sup>3</sup> /sec)	平均流速 v (cm/sec)	径 深 R (cm)
1	2.33	1/1000	0.000926	2514.47	19.62	2.148
2	3.23	"	0.00100	5100.76	28.71	2.871
3	2.09	"	0.00124	2354.67	20.48	1.942
4	2.14	"	0.00120	2555.90	21.72	1.985
5	12.44	"	0.000867	26883.21	39.29	8.565
6	4.24	"	0.00100	7628.72	32.56	3.689
7	5.62	"	0.00152	9858.17	31.89	4.666
8	7.36	"	0.00167	12665.23	31.29	5.806
9	10.84	"	0.000967	20994.21	35.21	7.775
10	4.24	"	0.00152	7170.93	30.75	3.674
11	9.81	"	0.00119	17337.16	32.13	7.231
12	12.24	"	0.00102	23617.34	35.08	8.470
13	2.20	1/3000	0.00100	2315.20	19.13	2.037
14	3.40	"	0.000800	5177.51	27.69	3.026
15	5.55	"	0.000680	10045.82	32.91	4.618
16	5.60	"	0.000560	9764.30	31.96	4.653
17	6.50	"	0.000417	12494.95	34.16	5.355
18	9.97	"	0.000426	20168.04	36.78	7.317
19	11.62	"	0.000340	21472.14	33.60	8.168
20	12.02	"	0.000420	26753.82	40.47	8.364
21	5.25	水 平	0.000375	7715.75	26.72	4.408
22	7.74	"	0.000200	12427.59	29.19	6.040
23	10.54	"	0.000250	19743.19	34.06	7.620
24	11.41	"	0.000360	20520.63	32.70	8.064
25	13.69	"	0.000275	27052.80	36.19	9.095
26	3.79	"	0.000240	4406.24	21.19	3.323
27	7.56	"	0.000175	11692.82	28.20	5.918
28	14.07	"	0.000325	30935.40	39.98	9.308
29	5.48	1/1000	0.000900	11065.92	36.72	4.569
30	13.41	"	0.00123	32061.61	43.46	9.014
31	5.57	"	0.00108	10973.34	35.82	4.632
32	8.06	"	0.000750	16373.67	34.94	6.233

(2)

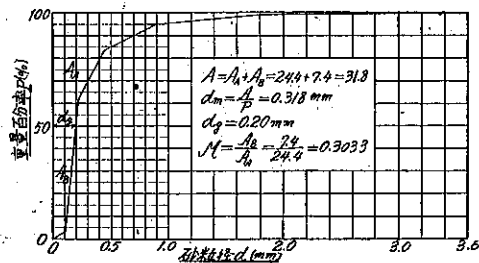
番号 N	水深 H (cm)	水面勾配 I <sub>0</sub>	水面勾配 I	流量 Q (cm <sup>3</sup> /sec)	平均流速 v (cm/sec)	径 深 R (cm)
33	8.33	1/1000	0.00128	16488.31	35.99	6.393
34	10.31	"	0.00116	21590.34	38.07	7.499
35	13.07	"	0.00104	32144.64	44.72	8.859
36	2.95	1/500	0.00172	5177.51	31.91	2.664
37	7.94	"	0.00198	16555.01	37.91	6.161
38	10.33	"	0.00216	23497.72	41.36	7.509
39	2.79	"	0.00196	4430.58	28.87	2.633
40	7.73	"	0.00203	16594.18	39.03	6.034
41	9.81	"	0.00174	22274.71	41.28	7.231
42	13.46	"	0.00138	33909.51	45.81	9.037

を 0.00216~0.000175 に變じて 42 種の實驗を行つた。前に行つた遼河河床砂水路に於ける實驗の結果、本研究の見通しが付いたので、此の實驗に於ては、比較的要領良く、最小數の所要實驗値のみを得る様に努めたので、

表-4. 松花江河床砂礫の篩分表

通過篩	殘留篩	耗以下	耗以上	重量百分率(%)
No. 4	No. 8	4.76	2.38	0.87
No. 8	No. 16	2.38	1.19	4.23
No. 16	No. 30	1.19	0.59	11.47
No. 30	No. 50	0.59	0.297	21.69
No. 50	No. 100	0.297	0.147	58.31
No. 100	No. 200	0.147	0.074	3.43
平均粒徑 $d_m = 0.318$ mm,				100.00
比 重 $\gamma = 2.61$				

圖-3. 粒度曲線



僅か 3 ヶ月で實驗を終了し得た。その實驗結果は表-3 の如くである。

此の實驗に使用した松花江河床砂礫の篩分結果は表-4 の如く、その粒度曲線は圖-3 の如くである。

### 第 2 章 移動床及び固定床水路に於ける渦流の抵抗法則

#### 第 1 節 固定床水路に於ける渦流の抵抗法則

##### (1) 2 乗の抵抗法則

我々が水工學上にて普通取扱ふ開水路内の水流に於ては、周壁附近即ち限界層内に於て流速の變化が著しく大にして、從て摩擦抵抗力 (壁に於ける剪斷應力)  $\tau$  も極めて大である。その他の水流内部に於ける抵抗も又周壁の粗度に左右され、その大きさは周壁に於ける抵抗に比し遙かに小である。從て横斷面に於て流動に伴ふ勢力消耗の大部分が限界層附近に於て生ずると考へられる。故に水流が等速流状態を保つ爲には、水面勾配に因る加速力は周壁の摩擦抵抗と等しくなければならない。

今圖-4 に於て斷面積  $A$  なる單位長の水が  $dl$  なる距離を流れる爲に  $dh$  なる落差を要するとすれば、その間に失はれる位置の勢力は、潤邊  $S$  に作用する摩擦抵抗に對して流水のなした仕事の量に等しくなければならない。即ち

$$w_0 \cdot A \cdot dh = S \cdot \tau \cdot dl$$

$$\therefore \tau = w_0 \frac{A}{S} \frac{dh}{dl} = w_0 RI \dots \dots \dots (1)$$

然るに周壁面に於ける摩擦抵抗力は略々流速水頭に比例するから、 $dl$  なる區間に於ける摩擦抵抗力  $W$  は

$$W = \psi S dl w_0 \frac{v^2}{2g} \dots \dots \dots (2)$$

茲に  $v$  は斷面の平均流速、 $\psi$  は抵抗係數である。(2) 式より

$$\tau = \frac{W}{S dl} = \psi w_0 \frac{v^2}{2g} \dots \dots \dots (3)$$

(1) 及び (3) 式より

$$I = \psi \frac{v^2}{2gR} \dots \dots \dots (4)$$

此の式は開水路及び管水路に於て、渦流に於ける 2 乗の抵抗法則と稱するものである。

(4) 式中に於ける抵抗係數  $\psi$  は常數ではなくして、壁面の粗度、徑深、Reynolds 數等に因り變る値である。而して管水路に於ける  $\psi$  の値に就ては、今より約 30 年前から多數の水力學者により研究せられ、多數の實驗式が發表されてゐる<sup>1)</sup>。その結果を要約すれば次の如くである。

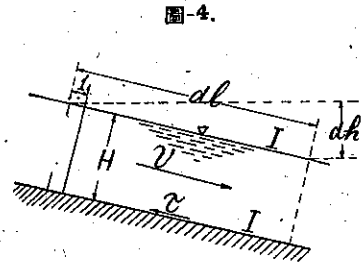
(a) 平滑管で Reynolds 數  $Re < 10^5$  の範圍では

$$\lambda = 4\psi = 0.316 Re^{-1/4} \dots \dots \dots (5)$$

(b) 平滑管で  $Re < 10^5$  の範圍では

$$\lambda = 0.0032 + 0.221 Re^{-0.237} \dots \dots \dots (6)$$

(c) 粗なる管で  $Re$  が比較的小なる場合は



1) 著者：「管水路及び開水路内に於ける渦流の速度分布」, 土木工學, 第 8 卷, 第 12 號, 860~862 頁

$$\lambda = 0.0096 + \sqrt{\frac{32k'}{d}} + \sqrt{\frac{2.88}{Re}} \dots \dots \dots (7)$$

式中  $d$  は管径,  $k'$  は管壁の性質により異なる値にして,  $d$  と同一単位である。

(d) 粗なる管で  $Re > 10^6$  の範囲では

$$\lambda = \frac{1}{\left(2 \log \frac{r}{k} + 1.74\right)^2} \dots \dots \dots (8)$$

式中  $r$  は管の半径,  $k$  は管壁の性質により異なる値である。

(2) 固定床水路に於ける抵抗係数

開水路に於ける渦流の抵抗係数に就ては, その研究極めて稀にして, 従て抵抗係数  $\psi$  と壁の粗度, 径深  $R$ , Reynolds 数  $Re$  との関係も管水路に於ける如く明確ではない。

(a) 小水路に於ける抵抗係数 松尾春雄氏<sup>2)</sup> は幅 20 cm, 35 cm 及び 70 cm の 3 種の水路に於て, 10 種類の壁に就て行ひたる 91 個の實驗値より, 小水路に於ける平均流速公式として次式を得てある。

$$v = \frac{1}{n} R^{0.75} I^{0.64} \text{ (m/sec)} \dots \dots \dots (9)$$

今此の式より逆に抵抗係数を求めると

$$\psi = 2g \cdot n^2 \cdot \frac{1}{R^{0.50} I^{0.68}}$$

式中の  $n$  は粗度係数であるから  $2g \cdot n^2 = \zeta$  と置けば

$$\psi = \zeta \cdot R^{-0.50} I^{-0.68} \dots \dots \dots (10)$$

となる。 $\zeta$  は水路壁の性質により異なる係数である。

松尾氏の實驗は  $Re = 1626 \sim 59178$  の範囲で, 水路壁は比較的滑かな場合であるから, (10) 式は平滑或は稍粗なる壁の小水路に於て  $Re < 10^6$  の範囲内で成立する式である。同氏の實驗したる 10 種類の壁に就て  $\zeta$  の値を計算すれば表-5 の如くにして,  $\zeta$  の値は壁の粗度が大きなる程大である。水路が更に大となり,  $Re$  が増大すると (10) 式中の  $I$  は消え,  $R$  の幂は減少し, 0.40~0.30 位になるものと考へられる。

表-5.  $\zeta$  の 値

水路壁の種類	$\zeta$ (m-sec) 単位
鈹 削 板	0.0006 15
鈹削板 ベイント塗	0.0008 28
鋸 挽 板	0.0009 06
モ ル タ ル	0.0006 82
モルタル・ベイント上塗	0.0008 03
モルタル・ニートセメント上塗	0.0007 78
モ ル タ ル 煤 付	0.0008 54
モ ル タ ル 細 砂 付	0.0012 86
粘土 ベイント上塗	0.0005 51
粘土エマルジョン上塗	0.0005 10

松尾氏の實驗に依れば, 流速式は流れの大きさにより僅か宛變化してゐる。斯様に流れの大きさにより流速式が變化するのは, 抵抗係数が Reynolds 数により變化する爲であると考へられる<sup>3)</sup>。故に流れが小さくて  $Re < 10^6$  の範囲では, 管水路に於けると同様, 抵抗係数  $\psi$  は一般に粗度, 径深及び Reynolds 数の函數である。即ち

$$\psi = f(k/R, 1/Re) \dots \dots \dots (11)$$

(b) 大水路に於ける抵抗係数 v. Mises<sup>4)</sup> 氏は粗なる壁を有する人工水路の流れが圓管内の流れに近い場合には,  $10^6 > Re > 10^5$  の

2) 松尾春雄: 「小型水路に於ける流速公式の實驗的研究」, 土木試驗所報告第 48 號, 昭和 14 年 12 月。

3) このことは, 後編第 7 章第 1 節に於ても證明される。

4) v. Mises: Elemente der technischen Hydrodynamik. 1914, S. 95.

附近では圓管に對する (7) 式の最後の項を除いた次式を近似的に與へてゐる。

$$\psi = 0.0024 + \sqrt{\frac{k'}{2R}} \dots \dots \dots (12)$$

又 Bazin の新流速公式より之に似た次式を得る。

$$\psi = 0.0026 \left( 1 + \sqrt{\frac{k''}{R}} \right)^2 \dots \dots \dots (13)$$

此の式は Bazin の流速公式が良く實測値に一致する値を與へる範圍に於て適用し得るものであるが、 $Re_c$  との關係は明かでない。

Kopf 及び Fromm<sup>5)</sup> は  $\psi$  が  $Re_c$  に無關係なる範圍に對して、管水路に於けると同形の次式を與へてゐる。

$$\psi = 10^{-2} \left( \frac{e''}{R} \right)^{0.314} \dots \dots \dots (14)$$

(12)~(14) 式に於ける  $k'$ ,  $k''$  及び  $e''$  は壁の性質により異なる係數にして、長さの單位を有してゐる。

一般に固定床水路に於ては (10)~(14) 式により明かな如く、流水の抵抗は徑深の増大と共に急激に減少する。之は流れの抵抗の大部分が周壁に於ける摩擦抵抗にして、此の抵抗が徑深の増大と共に急減する爲であると考へられる。此の事は固定床水路の流れに於ける著しい特長である。

第 2 節 移動床水路に於ける洞流の新抵抗法則

移動床水路に於ては、同一水路に於ても床面の粗度は砂漣の形状、大小等により變化し、勾配及び水深の増大と共に増加する。又砂漣の形成により激成された床面附近の渦流のために多數の砂粒が水流中に巻き上げられて流動する故、水流の勢力の一部が之に費される。故に移動床水路に於ては、流れの抵抗は固定床水路に於けるとは著しく相違すると考へられる。著者は斯る流水に於ける抵抗法則を究明す可く、遼河河床砂水路及び松花江河床砂水路の兩移動床水路に於て多數の實驗を行ひ、抵抗係數  $\psi$  と床面の粗度、勾配、Reynolds 數、徑深等の關係を調べた。

(1) 遼河河床砂水路に於ける抵抗係數

表-6. 抵抗係數  $\psi$  (遼河河床砂水路)

(1)					(2)						
番号 N	徑 深 R (cm)	水面勾配 I	平均流速 V (m/sec)	抵抗係數 $\psi$	Reynolds 數 $Re_c$	番号 N	徑 深 R (cm)	水面勾配 I	平均流速 V (m/sec)	抵抗係數 $\psi$	Reynolds 數 $Re_c$
1) $R_m \approx 7.5$ cm						3) $R_m \approx 2.0$ cm					
1	6.741	0.0009 80	49.19	0.0063 5	31 193	1	2.190	0.0013 33	30.21	0.0062 7	6 224
2	7.430	0.0013 42	48.09	0.0064 5	33 613	2	2.011	0.0014 75	26.15	0.0085 0	4 947
3	8.019	0.0011 27	50.98	0.0068 2	38 458	3	1.847	0.0008 33	27.17	0.0040 8	4 721
4	7.918	0.0010 00	52.33	0.0066 7	38 979	4	1.866	0.0014 30	24.88	0.0084 5	4 367
5	7.323	0.0005 00	39.48	0.0064 0	27 198	5	2.258	0.0018 78	27.52	0.0109 7	5 886
6	7.116	0.0003 80	40.35	0.0032 6	27 011	6	2.292	0.0011 00	26.08	0.0072 7	5 623
7	8.064	0.0003 00	31.46	0.0037 9	23 886	7	1.672	0.0010 89	23.45	0.0064 9	3 688
8	6.792	0.0013 17	40.18	0.0108 6	25 673	8	1.654	0.0009 50	22.11	0.0063 0	3 440
9	6.804	0.0001 00	31.68	0.0013 3	20 278	9	2.342	0.0014 77	24.51	0.0112 9	5 400
10	6.826	0.0001 50	36.15	0.0015 4	23 214	10	1.788	0.0023 65	29.85	0.0103 4	5 582
11	7.472	0.0004 75	37.34	0.0049 4	26 247	11	1.745	0.0015 50	28.17	0.0066 8	4 624
12	8.223	0.0018 33	48.92	0.0123 4	37 843	12	1.916	0.0020 75	23.81	0.0137 5	4 292
13	8.291	0.0006 00	41.30	0.0067 2	32 212	13	2.114	0.0012 33	20.77	0.0118 4	4 131
14	8.383	0.0006 60	41.11	0.0064 2	32 420	14	2.020	0.0016 75	22.33	0.0085 4	4 263
2) $R_m \approx 3.5$ cm						4) $R_m \approx 1.5$ cm					
1	3.166	0.0009 97	27.89	0.0079 5	8 307	15	2.140	0.0007 67	20.98	0.0073 1	4 224
2	3.606	0.0017 90	33.68	0.0111 5	11 425	16	2.250	0.0002 60	18.51	0.0033 5	3 918
3	3.222	0.0018 00	31.57	0.0114 1	9 569	17	1.742	0.0015 00	24.58	0.0084 8	4 028
4	3.358	0.0015 00	35.38	0.0078 9	11 176	18	2.342	0.0002 20	17.28	0.0033 8	3 807
5	3.748	0.0014 17	33.30	0.0093 9	11 791	19	1.678	0.0008 75	18.50	0.0065 1	2 955
6	3.830	0.0010 50	42.08	0.0064 5	15 161	20	2.300	0.0011 75	25.97	0.0078 5	5 619
7	3.081	0.0016 75	28.20	0.0127 2	8 166	21	1.977	0.0007 40	20.27	0.0069 8	3 770
8	3.628	0.0007 60	33.31	0.0068 7	11 369	22	2.199	0.0003 60	18.51	0.0045 3	3 829
9	2.834	0.0016 78	30.67	0.0099 1	8 177	23	2.063	0.0002 00	13.41	0.0046 0	2 603
10	3.681	0.0003 66	32.88	0.0023 8	11 386						
11	3.323	0.0001 80	24.41	0.0019 7	7 631						
12	3.315	0.0004 20	28.88	0.0032 7	9 006						
13	3.845	0.0025 00	30.91	0.0197 2	11 181						
14	2.986	0.0004 80	28.24	0.0035 2	7 933						

5) Kopf u. Fromm: "Die Messung der hydraulischen Rauigkeit." Z. A. M. M., III, 1923, S. 329.

径深  $R=2.0$  cm,  $3.4$  cm 及び  $7.5$  cm に於て, 勾配を夫々  $I=0.0024\sim 0.00020$ ,  $I=0.0025\sim 0.00018$  及び  $I=0.0018\sim 0.00010$  に變じ, 各場合の平均流速  $v$ , 抵抗係數  $\psi$ , 及び Reynolds 數  $Re$  を求めたるに表-6 の如くである。但し

$$\psi = 2g \frac{RI}{v^2} \dots\dots\dots (15)$$

$$Re = \frac{Rv}{\nu} \dots\dots\dots (16)$$

動粘性係數  $\nu$  の値は水温  $18^\circ\text{C}$  の時の値をとり,  $\nu=0.01063 \text{ cm}^2/\text{sec}$  とした。實驗室が半地下室で且緩房の隣室であつたので, 夏涼しく, 冬暖かく, ために1年を通じて室温は  $16^\circ\sim 22^\circ\text{C}$  位で略一定し, 従て水温も1年を通じ略一定し, 平均  $18^\circ\text{C}$  と見て差支ないと思はれる。

此の結果に依れば, 抵抗係數  $\psi$  は径深及び Reynolds 數には無關係にして, 水面勾配  $I$  のみにより變ずることが判る。故に  $\psi$  と  $I$  との關係を兩軸對數方眼紙上に圖示すれば圖-5 の如くである。

圖-5 より明かな如く, 抵抗係數  $\psi$  は水面勾配  $I$  の増大と共に比較的規則正しく直線的に増大するが径深  $R$  によつては規則的變化を示さない。故に  $\psi$  は大體  $I$  のみの函數であると考へられるから,

$$\psi = \xi I^\alpha \dots\dots\dots (17)$$

と置き, 表-6 に於ける 51 個の値より最小自乗法により  $\alpha$  及び  $\xi$  を求めた。即ち

$$\log \psi = \log \xi + \alpha \log I \dots\dots\dots (18)$$

今  $\log \psi = y$ ,  $\log I = x$  及び  $\log \xi = b$  と置けば

$$y = b + \alpha x \dots\dots\dots (19)$$

となる。正等式は

$$\left. \begin{aligned} (xx)\alpha + (x)b &= (xy) \\ (x)\alpha + N b &= (y) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (20)$$

之より  $\alpha$  及び  $b$  を求めると

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{N(xy) - (x)(y)}{N(xx) - (x)^2} \\ b &= \frac{(xx)(y) - (x)(xy)}{N(xx) - (x)^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

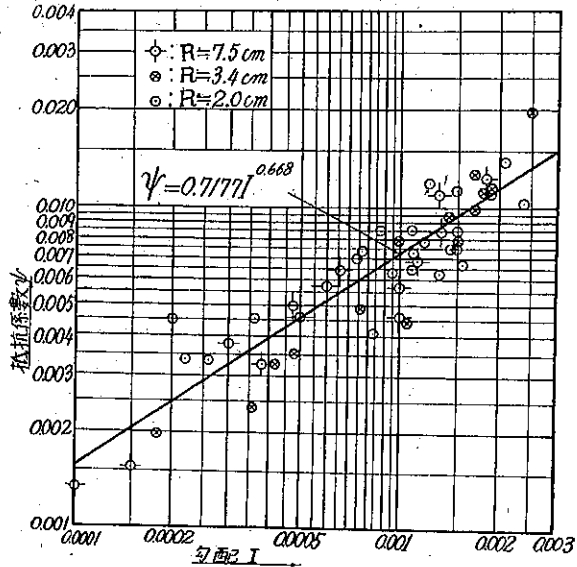
計算の結果

$$N=51, (xy)=(\log I \cdot \log \psi)=349.80635, (x)=(\log I)=-157.11650, (y)=(\log \psi)=-112.32619,$$

$$\text{及び } (xx)=(\log I \cdot \log I)=489.66067$$

であるから

圖-5.  $\psi$  と  $I$  との關係





$$\alpha = \frac{51(349.80635) - (-157.11650)(-112.32619)}{51(489.66067) - (-157.11650)^2}$$

$$= \frac{191.82602}{287.09960} = 0.668$$

$$b = \frac{(489.66067)(-112.32619) - (-157.11650)(349.80635)}{51(489.66067) - (-157.11650)^2}$$

$$= -\frac{41.36806}{287.09960} = -0.14409$$

$$\therefore \log \zeta = 1.85591 \quad \therefore \zeta = 0.7177$$

故に (17) 式より

$$\psi = 0.7177 I^{0.668} \dots \dots \dots (22)$$

を得る。圖-5 中の直線は (22) 式である。

(2) 松花江河床砂水路に於ける抵抗係数

遼江河床砂水路に於けると同様、松花江河床砂水路に於て、径深  $R=3.21$  cm, 4.60 cm, 6.00 cm, 7.48 cm, 8.33 cm 及び 9.06 cm の時、勾配を夫々  $I=0.0017 \sim 0.00024$ ,  $I=0.0015 \sim 0.00056$ ,  $I=0.0020 \sim 0.00018$ ,  $I=0.0022 \sim 0.00025$ ,  $I=0.0010 \sim 0.00034$  及び  $I=0.0014 \sim 0.00028$  に變じ、各場合の平均流速  $v$ , 抵抗係数  $\psi$  及び Reynolds 数  $Re$  を算出した。その結果は表-7 である。動粘性係数  $\nu$  の値は前回と同様 18°C の時の  $\nu = 0.01063 \text{ cm}^2/\text{sec} =$  一定として計算した。

表-7 に依れば、此の場合も抵抗係数  $\psi$  は径深及び Reynolds 数には無關係にして、主に水面勾配  $I$  のみにより比較的規則正しく變化する。即ち抵抗係数  $\psi$  と水面勾配  $I$  との關係を兩軸對數方眼紙上に示せば圖-6 の如くである。

圖-6.  $\psi$  と  $I$  との關係

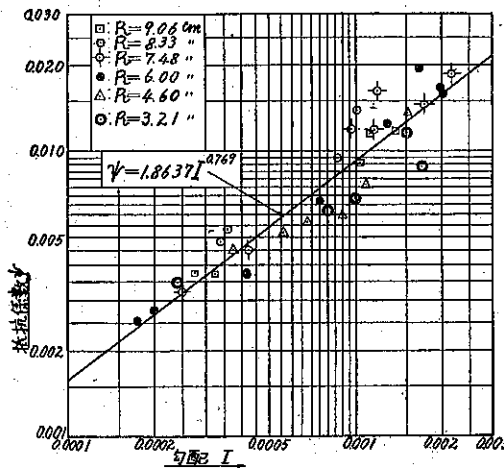


表-7. 抵抗係数  $\psi$  (松花江河床砂水路)

番号 N	径深 R (cm)	水面勾配 I	平均流速 v (cm/sec)	抵抗係数 $\psi$	Reynolds 数 $Re$
1) $R=9.06$ cm					
1	9.308	0.000325	39.98	0.00371	35008
2	9.095	0.000275	36.19	0.00374	30964
3	9.014	0.00123	43.46	0.01151	36853
4	8.859	0.00104	44.72	0.00903	37249
5	9.037	0.00138	45.81	0.01165	38945
2) $R=8.33$ cm					
1	8.064	0.000360	32.70	0.00532	24806
2	8.168	0.000340	33.60	0.00482	25818
3	8.470	0.00102	35.08	0.01376	27952
4	8.566	0.000867	39.29	0.00943	31657
5	8.364	0.000420	40.47	0.00320	31843
3) $R=7.48$ cm					
1	7.620	0.000250	34.06	0.00322	24416
2	7.317	0.000425	33.78	0.00451	25317
3	7.231	0.00119	32.13	0.01634	21856
4	7.775	0.000967	35.21	0.01189	25763
5	7.499	0.00116	38.07	0.01176	26857
6	7.509	0.00216	41.36	0.01858	29217
7	7.231	0.00174	41.28	0.01447	28080
4) $R=6.00$ cm					
1	6.040	0.000200	29.19	0.00278	16586
2	5.918	0.000175	28.20	0.00255	15700
3	5.806	0.00167	31.26	0.01945	17074
4	5.355	0.000417	34.16	0.00375	17209
5	6.392	0.00128	35.99	0.01238	21660
6	6.233	0.000750	36.94	0.00671	21645
7	6.161	0.00198	37.91	0.01664	21772
8	6.034	0.00203	39.03	0.01576	22155
5) $R=4.60$ cm					
1	4.666	0.00152	31.99	0.01367	6624
2	4.618	0.000680	32.91	0.00668	7882
3	4.653	0.000560	31.36	0.00519	10628
4	4.408	0.000375	26.72	0.00454	11300
5	4.569	0.000900	36.72	0.00598	7308
6	4.632	0.00108	35.82	0.00764	7997
6) $R=3.21$ cm					
1	3.323	0.000240	21.19	0.00348	13998
2	3.026	0.000800	27.69	0.00619	14290
3	3.674	0.00152	30.75	0.01153	13727
4	3.689	0.00100	32.56	0.00682	11080
5	2.891	0.00100	28.71	0.00687	15783
6	2.664	0.00172	31.91	0.00882	15608

圖-6 より抵抗係數  $\psi$  は (17) 式と同様

$$\psi = \zeta I^\alpha$$

と置き得るから、此の式中の  $\alpha$  と  $\zeta$  の値を表-7 に示せる 37 個の資料から最小自乗法により求むれば、(21) 式に於て

$$N=37, (x)=(\log I)=-115.42926, (y)=(\log \psi)=-78.81001, (xx)=(\log I \cdot \log I)=363.66411$$

$$\text{及び } (xy)=(\log I \cdot \log \psi)=248.60220$$

であるから

$$\alpha = 0.769$$

$$b = 0.27037 \quad \therefore \quad \zeta = 1.8637$$

$$\therefore \quad \psi = 1.8637 I^{0.769} \dots \dots \dots (23)$$

を得る。

(3) 移動床小水路に於ける新抵抗法則

(22) 及び (23) 式より、水路床面の砂の性質及び混合状態が變化しても  $I$  の冪  $\alpha$  には大した變化なく、凡ての種類の砂礫に對して大體一定であると見て差支ないと考へられる。故に (22) 及び (23) 式に於ける  $\alpha$  の値を平均して、 $\alpha = 0.719 \approx 0.7$  と置けば、移動床小水路に於ける抵抗係數  $\psi$  は一般に

$$\psi = \zeta I^{0.7} \dots \dots \dots (24)$$

にて表はし得る。式中の  $\zeta$  は床面砂の種類により異なる値である。(24) 式より、移動床水路に於ける抵抗係數は徑深及び Reynolds 數には無關係にして、唯勾配及び床面砂礫の種類にのみ因ることが考へられるが、之は移動床水路に於ける著しい特長である。従て斯る水路に於ては、流れの抵抗は流れの大小には殆んど無關係にして、床面の砂礫が同一ならば、小水路に於ても大河川に於ても、流れの抵抗は餘り變らぬと言ふことが考へられるのである。然し上記の方法のみでは  $\psi$  と  $R$  との關係を詳細には知り難いのであつて、別の方法に依れば<sup>6)</sup>、嚴密には  $\psi$  は  $R$  の増大と共に僅か宛ではあるが減少するのである。

(24) 式を (4) 式に入ると

$$I^{0.3} = \zeta \cdot \frac{v^2}{2gR} \dots \dots \dots (25)$$

を得る。之は移動床水路に於ける抵抗法則である。固定床水路に於ける在來の抵抗法則 (4) 式と比較して、左邊に於ける  $I$  の冪の著しき減少及び  $\zeta$  が常數なる 2 點に注意す可きである。

(4) 移動床河川に於ける新抵抗法則

既述せる如く移動床水路に於ては、流れの抵抗は流れの大小には餘り關係しない。従つて抵抗法則も小水路に於けると大河川に於けると餘り差異はないのである。即ち後編に於て記述す可き、移動床河川に於ける流速公式に關する研究の結果、大河川の流に於ける抵抗係數  $\psi$  は

$$\psi = \zeta \cdot I^{0.60} R^{-0.10} \dots \dots \dots (26)$$

である。(26) 式は (24) 式に良く類似してゐるが、唯  $\psi$  が  $R$  により僅かに變化する點が異なる。然し近似的には

$$\psi = \zeta \cdot I^{0.60} \dots \dots \dots (27)$$

と置き得る。従つて抵抗法則は (4) 式より

6) 本論文後編及び第 4 章第 5 節参照

$$I^{0.4} = \zeta \cdot \frac{v^2}{2gR} \dots\dots\dots (28)$$

(25) 及び (28) 式を比較すれば、兩式は極めて良く類似してゐる。従つて移動床水路及び大河川の凡ての洗れに對して、抵抗法則は一般に次式の如く書き得る。

$$I^{0.3 \sim 0.4} = \zeta \cdot \frac{v^2}{2gR} \dots\dots\dots (29)$$

**第 3 章 粗度係数の變化**

移動床水路に於ける渦流の抵抗法則は固定床水路に於けると著しく相違してゐる。従つて移動床水路に於ける平均流速公式は固定床水路に於けるものと異つて來る、特に勾配  $I$  の變が著しく變つて來ることが考へられる。それ故移動床水路に於ては、從來の固定床水路に對する平均流速公式中の粗度係数は、同一水路に於ても最早一定の値を與へないで、勾配、徑深等の變化と共に變ずると考へられる。著者は固定床水路に對する流速公式として、Manning 式を選び、同式中の粗度係数  $n_M$  が徑深  $R$  及び勾配  $I$  の變化に對し如何に變化するかを調べた。特に Manning 式を選んだのは、著者が過去に於て實驗したる結果、固定床小水路に於ては此の式が比較的良く實驗流速に近い値を與へた上に、且式形が最も簡單で取扱に便利であるからである。

**第 1 節 遼河河床砂水路に於ける粗度係数の變化**

遼河河床砂水路に於て、水深  $H=1.25 \sim 17.47$  cm, 勾配  $I=0.000100 \sim 0.002725$  に變じて 113 種の實驗を行ひ、各場合の Manning 式の粗度係数  $n_M$  を算出した。その結果  $I=1/500 \sim 1/1000$  附近に於ては  $n_M$  は徑深  $R$  の増大と共に増すが<sup>7)</sup>、 $I < 1/1000$  なる範圍に於ては  $n_M$  は  $R$  と共に増加せず、従つて  $I$  の凡ての場合に於て  $n$

表-8.  $F$  及び  $n_M$  の値 ( $v < 0.40$  m/sec の時)

(1)			(2)			(3)		
流速 $v$ (m/sec)	粗度係数 $n_M$	徑深 $R$ (m)	流速 $v$ (m/sec)	粗度係数 $n_M$	徑深 $R$ (m)	流速 $v$ (m/sec)	粗度係数 $n_M$	徑深 $R$ (m)
4.46	0.0079	0.02063	21.55	0.0074	0.05342	50.97	0.0145	0.05283
5.63	0.0070	0.02342	21.90	0.0081	0.01386	53.02	0.0124	0.02834
6.37	0.0069	0.02250	22.54	0.0077	0.01539	54.37	0.0120	0.04539
6.80	0.0066	0.03323	22.76	0.0079	0.04528	55.51	0.0121	0.05277
7.75	0.0115	0.01546	23.44	0.0109	0.02020	57.38	0.0133	0.05420
7.87	0.0117	0.02591	24.29	0.0088	0.03246	58.09	0.0115	0.05112
8.40	0.0080	0.02199	27.50	0.0103	0.02292	58.12	0.0143	0.03081
8.68	0.0056	0.04101	27.90	0.0106	0.01742	59.92	0.0118	0.09498
9.04	0.0063	0.06804	28.24	0.0126	0.02114	60.90	0.0114	0.03358
9.12	0.0055	0.00721	28.44	0.0101	0.03454	61.50	0.0127	0.03748
9.42	0.0107	0.01485	28.63	0.0107	0.01866	65.70	0.0136	0.03222
9.82	0.0074	0.03550	28.88	0.0094	0.01745	69.18	0.0136	0.04556
11.67	0.0080	0.02762	28.93	0.0094	0.03830	70.65	0.0153	0.04021
11.84	0.0080	0.04871	29.49	0.0104	0.02300	72.29	0.0137	0.03606
13.08	0.0093	0.03992	30.42	0.0111	0.01476	77.33	0.0135	0.05260
13.20	0.0063	0.03799	31.69	0.0091	0.03331	81.12	0.0136	0.05086
15.11	0.0093	0.03481	31.73	0.0095	0.02190	82.50	0.0151	0.04583
15.34	0.0076	0.05185	31.99	0.0101	0.08978	92.16	0.0138	0.04316
15.76	0.0098	0.01977	32.01	0.0109	0.02011	93.48	0.0145	0.05013
15.83	0.0073	0.03315	32.85	0.0097	0.03970	100.13	0.0154	0.04312
15.84	0.0106	0.01698	34.39	0.0108	0.04007	110.63	0.0152	0.04966
16.08	0.0075	0.02986	34.73	0.0103	0.08064	111.75	0.0184	0.03945
16.50	0.0074	0.01847	34.99	0.0103	0.09628	113.30	0.0150	0.06425
16.72	0.0090	0.01654	35.60	0.0114	0.03166	144.70	0.0194	0.04451
17.02	0.0101	0.02737	37.28	0.0101	0.03144	165.87	0.0191	0.09940
17.16	0.0077	0.02937	37.56	0.0128	0.02342			
17.44	0.0093	0.01608	38.60	0.0107	0.05719			
17.64	0.0071	0.04159	42.75	0.0137	0.01916			
17.79	0.0102	0.02140	44.20	0.0126	0.02258			
18.15	0.0071	0.01196	47.86	0.0109	0.02713			
19.38	0.0092	0.01672	48.92	0.0114	0.10680			
21.00	0.0086	0.05893	50.68	0.0120	0.01998			

7) 著者; 『遼河河床砂礫の移動に關する研究』土木學會誌, 第 27 卷第 1 號, 35 頁に記したる  $n_M = 0.00697 R^{0.425}$  なる式は  $1/500 \sim 1/1000$  に於ける關係で、その後の實驗により、 $I < 1/1000$  に於ては此の式は成立しないことを知つた。

と  $R$  との間に一定の関係が存在するとは考へられないことを知つた。

次に流水の掃流力  $F$  と  $n_M$  との関係を求めたるに、兩者の間には比較的規則正しい関係が存在することが判つた。而して平均流速  $v$  が略 0.40 m/sec より小なる時は、砂粒の大部分が砂澱を描き乍ら床面上を移動するが、0.40 m/sec 位より大なる流速では、流動砂粒の多くが浮遊し

圖-7.  $F$  と  $n_M$  との関係

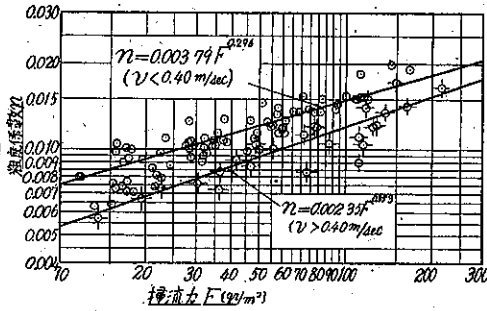


表-9.  $F$  及び  $n_M$  の値 ( $v > 0.40$  m/sec の時)

掃流力 $F$ (gr/m <sup>2</sup> )	粗度係数 $n_M$	径寸 $R$ (m)
13.62	0.0057	0.0693
19.25	0.0067	0.0621
30.54	0.0076	0.0262
36.48	0.0083	0.0712
41.50	0.0092	0.0638
45.22	0.0099	0.0812
46.73	0.0087	0.0383
48.74	0.0104	0.0767
49.90	0.0099	0.0732
55.81	0.0101	0.0477
71.22	0.0113	0.0829
73.09	0.0083	0.0544
79.60	0.0120	0.0838
80.23	0.0119	0.0611
87.51	0.0105	0.0674
111.20	0.0111	0.0792
111.51	0.0090	0.0553
115.07	0.0104	0.0482
118.74	0.0150	0.0679
118.91	0.0140	0.0866
127.59	0.0122	0.0802
136.62	0.0135	0.0743
149.54	0.0172	0.0622
162.49	0.0141	0.0853
215.01	0.0165	0.0822

て流下するから、 $v < 0.40$  m/sec の時と  $v > 0.40$  m/sec の時とでは  $n_M$  と  $F$  との関係も稍異つて來た。表-8 は  $v < 0.40$  m/sec の場合、表-9 は  $v > 0.40$  m/sec の場合に於ける  $n_M$  と  $F$  との値である。但し表中の  $F$  は

$$F = 10^6 \cdot HI \quad (\text{gr/m}^2) \dots\dots\dots (30)$$

にして、 $n_M$  は

$$n_M = \frac{R^{2/3} I^{1/2}}{v} \quad (\text{m-sec 單位}) \dots\dots\dots (31)$$

である。尙表中の  $R$  は、 $n_M$  と  $R$  との間には一般には何等一定の関係が存しないことを示すために附記したものである。

$F$  と  $n_M$  との関係を兩軸對數方眼紙上に圖示すれば圖-7 の如くである。

圖-7 によれば、 $\log F$  と  $\log n_M$  との間には直線的な関係が存在するを以て

$$n_M = KF^\alpha \dots\dots\dots (32)$$

と置き、最小自乗法により  $\alpha$  及び  $K$  の値を求める。

(1)  $v < 0.40$  m/sec の場合

計算の結果 (31) 式に於ける

$$N=89, \quad (xy) = (\log F \cdot \log n_M) = -254.96094, \quad (x) = (\log F) = 129.78521, \quad (y) = (\log n_M) = -177.05248, \\ (x \cdot x) = (\log F \cdot \log F) = 200.14698$$

であるから

$$\alpha = \frac{89(-254.96094) - (129.78521)(-177.05248)}{89(200.14698) - (129.78521)^2} = 0.296 \\ b = \frac{(200.14698)(-177.05248) - (129.78521)(-254.96094)}{89(200.14698) - (129.78521)^2} = -2.42172$$

$$\therefore K = 0.00379$$

故に (32) 式より

$$n_M = 0.00879 F^{0.296} \dots\dots\dots (33)$$

を得る。 $n_M$  は床面砂礫が全く静止してゐる時には一定値を探る可きである。而して床表面の微細粒の1部が轉動を始むるのは限界掃流力時より可なり前にして、數回の觀測結果より、その時の掃流力  $f_0$  は平均  $f_0 = 16.70 \text{ gr/m}^2$  であつた。(33) 式に依れば  $F = f_0 = 16.70 \text{ gr/m}^2$  の時の  $n_M = 0.0087$  であるから (33) 式は次式の如く書變へられる。

$$n_M = 0.0087 \left( \frac{F}{16.7} \right)^{0.296} \dots\dots\dots (34)$$

### (2) $v > 0.40 \text{ m/sec}$ の場合

此の場合には流動砂粒の大部分が浮游して流下するので、(34) 式とは稍異つた關係を生ずる。即ち (21) 式に於ける

$$N = 25, \quad (x) = (\log F) = 46.26865, \quad (y) = (\log n_M) = -49.39642, \quad (xx) = (\log F \cdot \log F) = 87.71697, \\ (xy) = (\log F \cdot \log n) = -90.68353$$

であるから

$$\alpha = \frac{25 \cdot (-90.68353) - (46.26865)(-49.39642)}{25(87.71697) - (46.26865)^2} = 0.353 \\ b = \frac{(87.71697)(-49.39642) - (46.26865)(-90.68353)}{25(87.71697) - (46.26865)^2} = -2.62964$$

$$\therefore K = 0.00235$$

故に (32) 式より

$$n_M = 0.00235 F^{0.353} \dots\dots\dots (35)$$

を得る。平均流速が大體  $v \geq 0.40 \text{ m/sec}$  の時には、限界掃流力  $S_0$  附近で砂粒の多くが浮游し始めたから、 $F = S_0 = 32.7 \text{ gr/m}^2$  (8) を (35) 式の最低限界に定むれば、 $S_0 = 32.7 \text{ gr/m}^2$  の時の  $n_M = 0.0080$  なるを以て (35) 式は次式の如くなる。

$$n_M = 0.0080 \left( \frac{F}{32.7} \right)^{0.353} \dots\dots\dots (36)$$

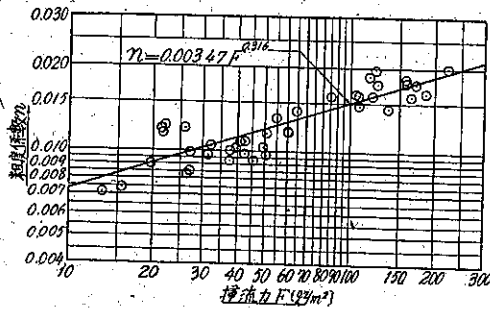
### 第2節 松花江河床砂水路に於ける粗度係数の變化

松花江河床砂水路に於て、 $H = 2.09 \sim 14.07 \text{ sec}$  及び勾配  $I = 0.000175 \sim 0.00215$  に變化して 42 種類の實驗を行ひ、掃流力  $F = 10^5 \cdot HI = 9.10 \sim 223.13 \text{ gr/m}^2$  の時の Manning 式の粗度係數  $n_M$  を計算した。その結果は表-10 の如くである。

表-10 に依れば、此の場合も遼河河床砂水路に於けると同様、 $n_M$  は徑深  $R$  には依らず、掃流力  $F$  と共に可なり規則的に増大することが知られる。 $n_M$  と  $F$  との關係を兩軸對數方眼紙上に圖示すれば圖-8 の如くである。

此の場合には砂粒が遼河河床砂よりも大である爲、平均流速  $v > 0.40 \text{ m/sec}$  の時でも砂粒の浮游は比較的少く、大部分が砂漣を描き乍ら床面を移動してゐて、 $v < 0.40 \text{ m/sec}$  の時と變りはなかつた。従つて  $F$  と  $n_M$  との關係も、著者が實驗したる  $v = 0.20 \sim 0.46 \text{ m/sec}$  の範囲内では唯一つの式で表はし得る。圖-8 に依れば、 $F$  と  $n_M$  との關係は圖-7 に於けると同様 (32) 式にて示し得るを以て、(32) 式中の  $\alpha$  及び  $K$  を最小自乗法に因り求める。(21) 式に於ける

圖-8.  $F$  と  $n_M$  との関係



$N=42, (x)=(\log F)=72.69670, (y)=(\log n_M)=-80.58437,$   
 $(xx)=(\log F \cdot \log F)=130.88831$   
 及び  $(xy)=(\log F \cdot \log n_M)=-137.53816$

であるから

$$\alpha = \frac{42(-137.53816) - (72.69670)(-80.58437)}{42(130.88831) - (72.69670)^2} = 0.316$$

$$b = \frac{(130.88831)(-80.58437) - (-137.53816)(72.69670)}{42(130.88831) - (72.69670)^2} = -2.46027$$

$\therefore K=0.00347$

故に (32) 式より

$$n_M = 0.00347 F^{0.316} \dots\dots\dots (37)$$

床面微細砂の一部が轉動を始むる時の掃流力は平均  $f_0 = 28.3 \text{ gr/m}^2$  にして、その時の  $n_{M0} = 0.010$  であるから、(37) 式は

$$n_M = 0.010 \left( \frac{F}{28.3} \right)^{0.316} \dots\dots\dots (38)$$

となる。此の關係は (34) 式に極めて良く類似してゐる。故に (34) 及び (38) から、水路床の砂礫の大部分が砂澁を形成して流動する場合には一般に次の關係が成立すると考へられる。

$$n_M = n_{M0} \left( \frac{F}{f_0} \right)^{0.31} \dots\dots\dots (39)$$

茲に  $f_0$  は床表面の微細砂が轉動を始むる時の掃流力 ( $\text{gr/m}^2$ ) にして、 $n_{M0}$  は掃流力  $F < f_0$  にして床面砂が全く静止してゐる時の  $n_M$  の値である。

之に反して砂粒の多くが浮遊して流動する場合には (36) 式から大體次の關係が存するものと考へられる。

$$n_M = n_{M0} \left( \frac{F}{F_0} \right)^{0.55} \dots\dots\dots (40)$$

茲に  $F_0$  は流動砂礫の大部分が浮遊し始むる時の掃流力 ( $\text{gr/m}^2$ ) にして、 $n_{M0}$  は  $F_0$  の時の  $n_M$  の値である。著者の實驗水路は床面のみ砂礫にして、兩側壁は鉋削板にペイントを上塗りしたものであるが、(39) 及び (40) 式中の  $n_{M0}$  の値のみを變ずれば、床面及び兩側壁共砂より成る水路 (一般に梯形断面となる) に對しても (39) 及び (40) 式は十分適用し得ると考へる。又此の實驗値から直接、周壁が凡て砂より成る水路に於ける  $n_M$  を求むる

表-10.  $F$  及び  $n_M$  の値

(1)

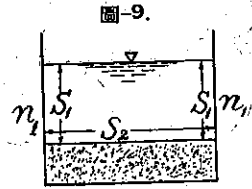
掃流力 $F(\text{gr/m}^2)$	粗度係数 $n_M$	径 深 $R(\text{m})$
9.10	0.0076	0.03323
13.23	0.0071	0.05718
15.48	0.0074	0.06040
19.69	0.0090	0.04408
21.55	0.0120	0.02148
21.72	0.0117	0.01985
22.00	0.0123	0.02037
25.92	0.0121	0.01942
26.35	0.0083	0.07620
27.11	0.0085	0.05355
27.20	0.0099	0.03026
31.36	0.0097	0.04453
32.30	0.0104	0.02891
37.37	0.0093	0.04095
37.74	0.0102	0.04618
39.51	0.0103	0.08168
41.08	0.0108	0.08064
42.37	0.0098	0.07317
42.60	0.0108	0.03689
45.73	0.0093	0.09308
49.32	0.0104	0.04559
50.48	0.0098	0.08364
50.74	0.0116	0.02664
54.68	0.0132	0.02553
60.16	0.0118	0.04632
60.45	0.0117	0.06233
64.45	0.0140	0.03674
85.42	0.0158	0.04666
104.82	0.0161	0.07775
106.62	0.0159	0.06393
107.86	0.0146	0.08565
116.74	0.0186	0.07231

(2)

掃流力 $F(\text{gr/m}^2)$	粗度係数 $n_M$	径 深 $R(\text{m})$
119.60	0.0159	0.07499
122.91	0.0196	0.05806
124.85	0.0175	0.08470
135.93	0.0143	0.08859
156.92	0.0178	0.06034
157.21	0.0183	0.06161
164.94	0.0158	0.09014
170.69	0.0175	0.07231
185.75	0.0163	0.09037
223.13	0.0200	0.07509

ことが出来る。

■ 圖-9 に於て一般に一水路に於て床面と側壁との粗度係数が異なる場合には、その水路の粗度係数は次の如き等値粗度係数  $n_e$  を用ひなければならない。即ち



$$\left. \begin{aligned} v &= \frac{1}{n_e} R^\alpha I^\beta \\ n_e &= \left\{ \frac{1}{\sum S} (S_1 n_1^{1/\alpha} + S_2 n_2^{1/\alpha} + S_3 n_3^{1/\alpha}) \right\}^\alpha \\ R &= \frac{A}{\sum S} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (41)$$

兩側壁の潤邊及び粗度係数が同一なる時は

$$\begin{aligned} S_1 n_1^{1/\alpha} &= S_2 n_2^{1/\alpha} \\ \therefore n_e &= \left\{ \frac{1}{(2S_1 + S_2)} (2S_1 n_1^{1/\alpha} + S_2 n_2^{1/\alpha}) \right\}^\alpha \dots\dots\dots (42) \end{aligned}$$

(42) 式は近似的に次の如く置き得る。

$$\left. \begin{aligned} n_e &= \frac{2S_1 n_1 + S_2 n_2}{2S_1 + S_2} \\ \text{今 } S_1 &= H, S_2 = B \text{ と置けば} \\ n_e &= \frac{2Hn_1 + Bn_2}{2H + B} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (43)$$

床面のみの粗度係数  $n_2$  を求むれば

$$n_2 = n_e + \frac{2H}{B} (n_e - n_1) \dots\dots\dots (44)$$

此の  $n_2$  は潤邊が凡て砂より成る場合の粗度係数である。

著者の實驗水路に於ては  $B=0.55$  m, 側壁板のみの粗度係数  $n_1$  は數回の實驗より平均  $n_1=0.0075$  にして近似的に一定とすれば (44) 式より

$$n_2 = n_e + 3.636 H (n_e - 0.0075)$$

となる。式中の  $n_e$  は (34), (36) 及び (38) 式中の  $n_M$  なるを以て

$$n_2 = n_M + 3.636 H (n_M - 0.0075) \dots\dots\dots (45)$$

式中の  $n_M$  の値を (34), (36) 及び (39) 式から計算すれば各、掃流力時の  $n_2$  を求め得る。

第 3 節 單一粒径の砂水路に於ける粗度係数の變化

Schoklitsch<sup>9)</sup> 氏は床面が單一粒径の小球より成る移動床水路に於て、Bazin 式の粗度係数  $\gamma$  と底面掃流力との關係を求めてゐる。即ち幅 9.7 cm, 兩側壁は鉋削板張の小矩形水路の床面に直径の一樣なる磁器の小球を敷き並べ、水深及び勾配  $I$  を變化して、各場合の粗度係数  $\gamma$  を求め、次式を得てゐる。

$$\gamma = \gamma_0 + \sqrt[4]{50(w_0 H I - w_0 H_0 I_0)} \quad (\text{cm}^{1/2}) \dots\dots\dots (46)$$

茲に  $\gamma_0$  は床面の球が静止してゐる時の  $\gamma_0$  にして、 $w_0 H_0 I_0$  は限界掃流力  $F_0$  である。従つて (46) 式を書變へると

9) A. Schoklitsch: Über Schleppekraft und Geschiebebewegung, 1914, S. 62~63.

$$\gamma = \gamma_0 + 2.659 (F - F_0)^{0.25} \quad (\text{cm}^{1/2}) \dots\dots\dots (47)$$

となる。(47) 式は床面が単一粒徑の砂から成る場合にして、実際には斯る砂水路は殆んどないから、之を直ちに使用することは出来ないが、混合砂礫水路に於ける著者の (39) 乃至 (40) 式に比較的類似してゐることは興味がある。

### 第 4 章 移動床小水路に於ける新流速公式の確立

#### 第 1 節 流速公式の形の選定

移動床水路に於ける流速公式を作るに當り、次の 4 條件を考慮してその式形を選定した。

- (a) 式形が水理學上合理的であること
- (b) 式形が簡單にして計算に容易であること
- (c) 水路の性質により變る係数を少くすること
- (d) 如何なる状況の水路及び河川にも適用し得ること

渦流の抵抗法則 (4) 式より、水路壁及び床面の性質の如何に關せず一般に平均流速  $v$  は

$$v = \sqrt{\frac{2g}{\psi}} \sqrt{RI} \dots\dots\dots (48)$$

にて表はしうる。但し抵抗係數  $\psi$  の値は移動床水路と固定床水路とにより著しく異なるのみならず、水路周壁の性質によつても異なる。

移動床水路に於ては、その抵抗法則 (25) 式より

$$v = \sqrt{\frac{2g}{\xi}} \cdot R^{0.5} I^{0.15} \dots\dots\dots (49)$$

となる。今  $\sqrt{\frac{2g}{\xi}} = \mathfrak{R}$  と置けば

$$v = \mathfrak{R} \cdot R^{0.5} I^{0.15} \dots\dots\dots (50)$$

式中の  $\mathfrak{R}$  は水路床砂礫の種類により異なる係數にして、又單位のとり方によつても異なる。

固定床水路に於ては  $\psi$  は (10)~(14) 式にて表はしうるから、大體次の如く置くことが出来る。

$$\psi = \epsilon \cdot R^{-a} \mathfrak{R} e^{-b}$$

$\epsilon$  は水路周壁の性質により異なる係數である。然る時は (48) 式より

$$v = \left( \frac{2g}{\epsilon} \right)^{\frac{1}{2-b}} \cdot \nu^{\frac{b}{b-2}} R^{\frac{a+b+1}{2-b}} I^{\frac{1}{2-b}}$$

$\epsilon, g$  及び  $\nu$  は常數であるから、 $\left( \frac{2g}{\epsilon} \right)^{\frac{1}{2-b}} \nu^{\frac{b}{b-2}} = E$  と置けば

$$v = E \cdot R^{\frac{a+b+1}{2-b}} I^{\frac{1}{2-b}} \dots\dots\dots (51)$$

式中の  $E$  は (50) 式に於ける  $\mathfrak{R}$  に相當する係數である。故に (50) 及び (51) 式より、移動床及び固定床の凡ての水路に於て一般に流速公式は

$$v = NR^a I^b$$

と置き得る。茲に  $N$  は水路周壁の抵抗が大なる程小さく、抵抗が小さい程大きい値である。今此の値を以て周壁の抵抗の大きさを表はさしめ、抵抗の大きさに比例する如くすれば便利なるを以て、 $N = \frac{1}{n}$  と置けば



$$v = \frac{1}{n} R^\alpha I^\beta \dots\dots\dots (52)$$

之所謂指數公式である。即ち上記の 4 條件を満足する式形は (52) 式なる指數公式であることになる。

第 2 節 透河河床砂水路に於ける流速式

表-1 に示したる 113 個の實驗値から最小自乗法により、(52) 式中の指數  $\alpha, \beta$  及び係數  $n$  を決定する。

(52) 式の兩邊の對數をとると

$$\log\left(\frac{1}{n}\right) + \alpha \log R + \beta \log I = \log v \dots\dots\dots (53)$$

今  $\log\left(\frac{1}{n}\right) = \gamma, \log R = x, \log I = y$  及び  $\log v = z$  と置くと (53) 式は

$$\alpha x + \beta y + \gamma = z \dots\dots\dots (54)$$

此の正等式は

$$\left. \begin{aligned} (xx)\alpha + (xy)\beta + (x)\gamma &= (xz) \\ (xy)\alpha + (yy)\beta + (y)\gamma &= (yz) \\ (x)\alpha + (y)\beta + N\gamma &= (z) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (55)$$

之を解くと

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{\{(xz)(y) - (yz)(x)\} \{N(yy) - (y)(y)\} - \{N(yz) - (y)(z)\} \{(xx)(y) - (y)(y)(x)\}}{\{(xx)(y) - (xy)(x)\} \{N(yy) - (y)(y)\} - \{N(xy) - (x)(y)\} \{(xy)(y) - (yy)(x)\}} \\ \beta &= \frac{\{N(yz) - (y)(z)\} - \{N(xy) - (x)(y)\} \alpha}{\{N(yy) - (y)(y)\}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (56)$$

及び

$$\gamma = \frac{(z) - (x)\alpha - (y)\beta}{N}$$

計算の結果

$$N = 113, (x) = (\log R) = -161.3168 2, (y) = (\log I) = -351.4944 2, (z) = (\log v) = -58.5907 6,$$

$$(xx) = 286.0252 8, (xy) = 499.5239 5, (xz) = 86.2149 7, (yy) = 1105.1070 0$$

$$\text{及び } (yz) = 183.5355 0$$

であるから

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{\{(86.2149 7)(-351.4944 2) - (183.5355 0)(-161.3168 2)\} \cdot}{\{(286.0252 8)(-351.4944 2) - (499.5239 5)(-161.3168 2)\} \cdot} \\ &\times \frac{\{113 \cdot (1 105.1070 0) - (-351.4944 2)^2\} - \{113 \cdot (183.5355 0) - (-351.4944 2) \cdot}{\{113 \cdot (1 105.1070 0) - (-351.4944 2)^2\} - \{113 \cdot (183.5355 0) - (-351.4944 2) \cdot} \\ &\times \frac{(-58.5907 6) \{499.5239 5(-351.4944 2) - (1 105.1070 0)(-161.3168 2)\}}{(-161.3168 2) \{499.5239 5(-351.4944 2) - (1 105.1070 0)(-161.3168 2)\}} \\ &= 0.5332 5 \approx 0.532 \end{aligned}$$

$$\beta = \frac{\{113 \cdot (183.5355 0) - (-351.4944 2)(-58.5907 6)\} - \{113 \cdot (499.5239 5) - (-351.4944 2)(-161.3168 2)\} \cdot 0.5322 5}{113 \cdot (1 105.1070 0) - (-351.4944 2)^2}$$

$$\frac{-(-351.4944 2)(-161.3168 2) \cdot 0.5322 5}{-(-351.4944 2)^2}$$

$$= 0.2117 1 \approx 0.212$$

及び

$$\gamma = \frac{(-58.59076) - (-161.31682)0.53225 - (-351.49442)0.21171}{113} = 0.89987$$

$$\therefore \frac{1}{n} = 7.941, \quad n = 0.126$$

之等の値を (52) 式に入れると

$$v = \frac{1}{0.126} R^{0.532} I^{0.212} \quad (\text{m/sec}) \dots\dots\dots (57)$$

之が遼河河床砂水路に於ける流速式である。

此の水路に於て

- (i) 径深  $R = 0.067 \sim 0.084$  m, 平均  $R = 0.075$  m にして勾配  $I = 0.000100 \sim 0.001830$  に變化した場合,
- (ii)  $R = 0.028 \sim 0.038$  m, 平均  $R = 0.034$  m にして勾配  $I = 0.000180 \sim 0.00250$  に變化した場合,
- (iii)  $R = 0.017 \sim 0.023$  m, 平均  $R = 0.020$  m にして勾配  $I = 0.000200 \sim 0.002365$  に變化した場合

に於ける平均流速  $v$  と勾配  $I$  との關係を圖示すれば圖-10 の如くである。

次に

- (i)  $0.00273 \geq I \geq 0.00145$  にして径深  $R = 0.01196 \sim 0.08223$  に變化した場合に,  $v$  と  $R$  との關係は

$$v = 1.141 R^{0.365} \quad (\text{m/sec}) \dots\dots\dots (58 \text{ の [i]})$$

- (ii)  $0.00145 > I \geq 0.00095$  にして  $R = 0.01539 \sim 0.08528$  に變化した場合には

$$v = 1.483 R^{0.443} \quad (\text{m/sec}) \dots\dots\dots (58 \text{ の [ii]})$$

- (iii)  $0.00095 > I \geq 0.000650$  にして  $R = 0.01847 \sim 0.08664$  m に變化した場合には

$$v = 1.253 R^{0.439} \quad (\text{m/sec}) \dots\dots\dots (58 \text{ の [iii]})$$

- (iv)  $0.000650 > I \geq 0.000300$  にして  $R = 0.01485 \sim 0.09698$  m に變化した場合には

$$v = 1.614 R^{0.518} \quad (\text{m/sec}), \dots\dots\dots (58 \text{ の [iv]})$$

圖-11 (1).  $v$  と  $R$  との關係  
( $0.00273 \geq I \geq 0.00145$ )

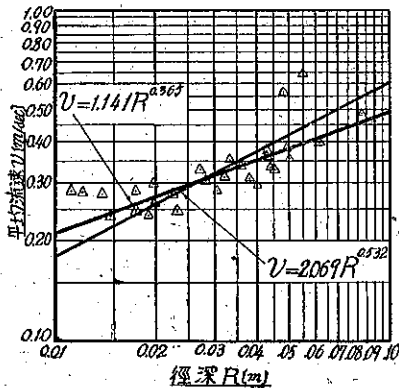


圖-11 (2).  $v$  と  $R$  との關係  
( $0.00145 > I \geq 0.00095$ )

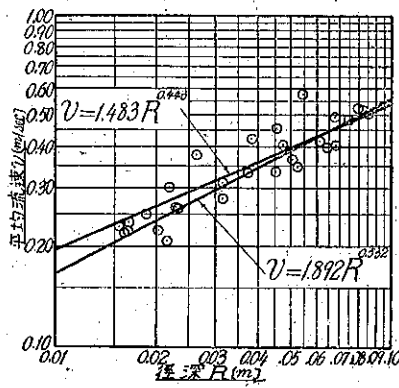


圖-10.  $v$  と  $I$  との關係

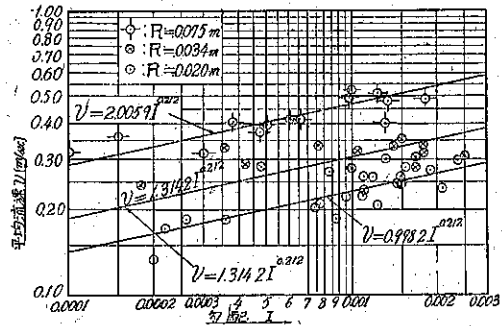


圖-11 (3).  $v$  と  $R$  との関係  
( $0.00095 > I \geq 0.00065$ )

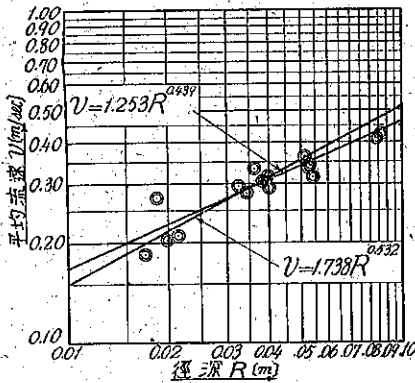
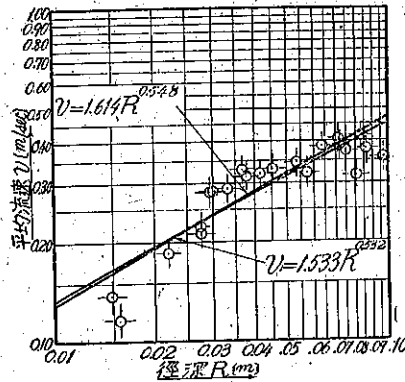


圖-11 (4).  $v$  と  $R$  との関係  
( $0.000650 > I \geq 0.000300$ )



(v)  $0.000300 > I \geq 0.000100$  にして

$$R = 0.02063 \sim 0.1068 \text{ m}$$

$$v = 1.321 R^{0.517} \quad (\text{m/sec}) \quad \dots (58 \text{ の } [v])$$

以上 (58) の [i]~[v] 式によれば,  $R$  の指数は  $I$  が急になる程小さくなる。之は (22) 式により明かな如く, 流れの抵抗が  $I$  と共に増加するからである。(58) 式の関係を圖示すれば圖-11 の (1)~(5) の如くである。

### 第 3 節 松花江河床砂水路に於ける流速式

表-3 に示したる 42 個の實驗値から最小自乗法により  $\alpha, \beta$  及び  $\gamma$  を決定する。(56) 式にて

$$N=42, (x) = (\log R) = -53.66721, (y) = (\log I)$$

$$= -129.99827, (z) = (\log v) = -10.42179,$$

$$(xx) = (\log R \cdot \log R) = 70.35375, (xy) = (\log R \cdot \log I) = 165.51759, (xz) = (\log R \cdot \log v) = 26.77189,$$

$$(yy) = (\log I \cdot \log I) = 406.17968 \quad \text{及び} \quad (yz) = (\log I \cdot \log v) = 63.38532$$

であるから

$$\alpha = \frac{\{(26.77189)(-129.99827) - (63.38532)(-53.66721)\} \{42 \cdot (406.17968) - (129.99827)^2\}}{\{(70.35375)(-129.99827) - (165.51759)(-53.66721)\} \{42 \cdot (406.17968) - (129.99827)^2\} - \{42 \cdot (63.38532) - (129.99827)(-20.42179)\} \{(165.51759)(-129.99827) - (406.17968)(-53.66721)\} - \{42 \cdot (165.51759) - (53.66721)(-129.99827)\} \{(165.51759)(-129.99827) - (406.17968)(-53.66721)\}}$$

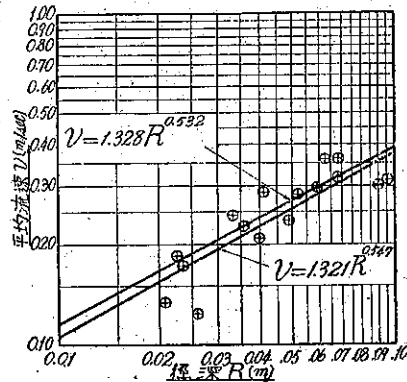
$$= 0.41785 = 0.418$$

$$\beta = \frac{7.38607 - (-24.90568) \cdot 0.41785}{159.99636} = 0.11121 = 0.111$$

$$\gamma = \frac{(-20.42179) - (53.66721) \cdot 0.41785 - (-129.99827) \cdot 0.11121}{42} = 0.39191$$

$$\therefore \frac{1}{n} = 2.4655 \quad \therefore n = 0.406$$

圖-11 (5).  $v$  と  $R$  との関係  
( $0.000300 > I \geq 0.000100$ )



之等の値を (52) 式に入れると

$$v = \frac{1}{0.406} R^{0.413} I^{0.111} \quad (\text{m/sec}) \dots \dots \dots (59)$$

之が松花江河床砂水路に於ける流速式である。

表-7 に示せる徑深  $R=9.06 \text{ cm}$ ,  $R=7.48 \text{ cm}$ ,  $R=6.00 \text{ cm}$ ,  $R=4.60 \text{ cm}$  及び  $R=3.21 \text{ cm}$  の時に於ける, 平均流速  $v$  と勾配  $I$  との関係を圖示すれば圖-12 の如くである。又 (1)  $0.00216 \geq I > 0.00130$ , (2)  $0.00130 \geq I > 0.00080$ , (3)  $0.00080 \geq I \geq 0.00030$  及び (4)  $0.00030 > I \geq 0.000175$  の時に於ける  $v$  と  $R$  と関係は圖-13 の如くである。

圖-12.  $v$  と  $I$  との関係

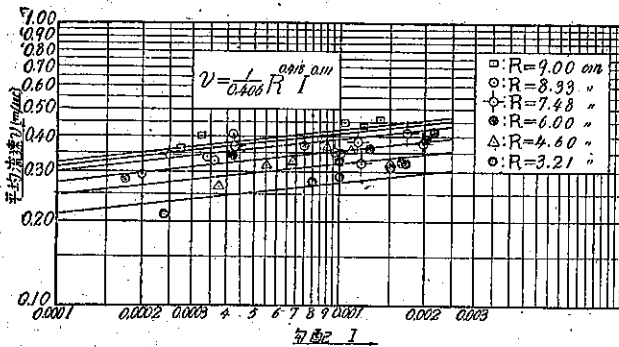
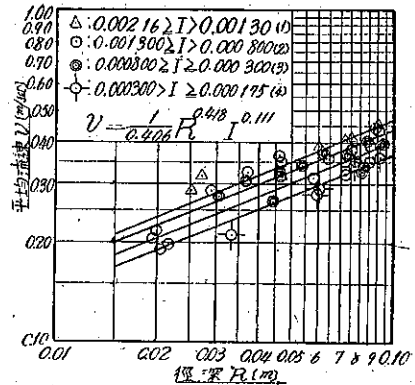


圖-13.  $v$  と  $R$  との関係



第 4 節 溝江氏の砂水路に於ける流速式

溝江 昇氏<sup>10)</sup> はドイツに於て, 有效長 4 m の梯形の砂水路で, 底幅を 10, 20 及び 30 cm, 水深を 5~15 cm, 底面勾配を 1/4 000~1/500 に變化して 33 個の實驗値を得てゐる。

同氏は先づセメント水路に於ける 39 個の實驗値より  $v = MR^{0.7} I^{0.66}$  の式形を決定し, 次に砂水路に於ける 33 個の實驗値から,  $M = a - bI^n$  と置いて最小自乗法により  $a, b$  及び  $n$  を定め, 次の如き流速式を得てゐる。

$$v = (150 - 11840 I^{07.93}) R^{0.7} I^{0.66} \quad (\text{m/sec}) \dots \dots \dots (60)$$

此の式は僅か 33 個の實驗値により得た式にして, 且水路周壁及び床面砂礫の種類により變化す可き係數を含まざるを以て, 唯同氏の使用されし如き砂水路にのみ適用しうる式にして, 凡ての種類に適用しうる普遍性のある流速式とは言へない。著者の遼河河床水路及び松花江河床砂水路に於ける實驗値により檢したるも, 誤差は極めて大であつた。

著者は (57) 及び (59) 式を求めたと同様にして, (52) 式の  $\alpha, \beta$  及び  $n$  を溝江氏の 33 種の實驗値を用ひて最小自乗法により求めた。(56) 式に於て

$$\begin{aligned} N &= 33, \quad (x) = (\log R) = -42.44088, \quad (y) = (\log I) = -109.73574, \quad (z) = (\log v) = -23.08523, \\ (xx) &= (\log R \cdot \log R) = 55.35017, \quad (xy) = (\log R \cdot \log I) = 140.70060, \quad (yy) = (\log I \cdot \log I) = 367.15929, \\ (xz) &= (\log R \cdot \log v) = 80.09093, \quad (yz) = (\log I \cdot \log v) = 76.95255 \end{aligned}$$

10) 溝江 昇: "Versuche zur Bestimmung der gleichförmig fließenden Bewegung des Wassers und Herleitung einer allgemeinen Geschwindigkeitsformel für natürliche Wasserläufe." 土木學會誌第 18 卷第 5 號, 479~537 頁

であるから

$$\alpha = 0.637, \beta = 0.204 \text{ 及び } n = 0.159$$

となる。故に (52) 式より

$$v = \frac{1}{0.159} R^{0.637} I^{0.204} \quad (\text{m/sec}) \dots\dots\dots (61)$$

を得る。此の式の溝江氏実験値 33 個に對する誤差を、同氏自身の (60) 式の誤差と比較したるに、殆んど同等にして良好なる結果を示した。此の水路を構成したる砂に就て粒度曲線を描きたるに、平均粒径  $d_m = 0.293 \text{ mm}$  及び  $d_g = 0.24 \text{ mm}$ 、均等係數  $M = 0.268$  であつた。

### 第 5 節 移動床小水路に於ける新流速公式

以上 3 種の移動床小水路に於ける流速式、(57)、(59) 及び (61) 式を視るに、 $R$  及び  $I$  の指數  $\alpha$  及び  $\beta$  は略一定して、唯  $n$  の値が水路床の砂礫の種類により變化すると考へられる。故に之等 3 式に於ける指數の値を平均して

$$\alpha = 0.529 \approx 0.53 \text{ 及び } \beta = 0.176 \approx 0.18$$

と定む。然る時は (52) 式より一般に

$$v = \frac{1}{n_N} R^{0.53} I^{0.18} \quad (\text{m/sec}) \dots\dots\dots (62)$$

を得る。並に  $n_N$  は水路床 (或は水路周壁) を構成する砂礫の大きさ、形状、比重、混合状態等により異なる係數にして、著者は之を砂礫係數と名附ける。固定床水路に於ける在來の流速公式に於ける粗度係數  $n$  は水路床 (或は周壁) の凹凸の大きさを表はす係數なるも、(62) 式中の  $n_N$  は砂礫の大きさ、形状、比重、混合状態等の砂礫の種類のみにより異なる係數にして、床面 (或は周壁面) の凸凹、即ち粗度を表はすものではない。(62) 式は移動床小水路に對する平均流速公式である。

此の式を固定床小水路に對する平均流速式 (9) と比較するに、徑深  $R$  及び勾配  $I$  の指數が共に小さく、特に  $I$  の指數が著しく小なることは最も注意すべきことにして、移動床水路と固定床水路とに於ける流水の状態が著しく相違してゐることを示すものである。

遼河河床砂水路、松花江河床砂水路及び溝江氏の砂水路に於ける砂礫係數  $n_N$  を求めると、夫々  $n_N = 0.161$ 、 $n_N = 0.180$  及び  $n_N = 0.271$  である。故に

(1) 平均粒径  $d_m = 0.125 \text{ mm}$ 、 $d_g = 0.122 \text{ mm}$ 、均等係數  $M = 0.3736$  及び比重  $\gamma = 2.65$  なる砂水路に對しては (但し床面のみ砂)

$$v = \frac{1}{0.161} R^{0.53} I^{0.18} \quad (\text{m/sec}) \dots\dots\dots (63)$$

(2)  $d_m = 0.318 \text{ mm}$ 、 $d_g = 0.20 \text{ mm}$ 、 $M = 0.3033$  及び  $\gamma = 2.61$  なる砂水路に對しては (床面のみ砂)

$$v = \frac{1}{0.180} R^{0.53} I^{0.18} \quad (\text{m/sec}) \dots\dots\dots (64)$$

(3)  $d_m = 0.293 \text{ mm}$ 、 $d_g = 0.24$ 、 $M = 0.2684$  ( $\gamma$  = 不明) なる砂水路に對しては (周壁全部砂)

$$v = \frac{1}{0.271} R^{0.53} I^{0.18} \quad (\text{m/sec}) \dots\dots\dots (65)$$

なる流速式が最適である。

(63)~(65) 式の各實驗値に對する平均誤差を求めたるに、夫々 13%、10% 及び 8% であつた。

## 第 5 章 固定床水路及び移動床水路に於ける流れの比較

### 第 1 節 抵抗の相違

固定床水路の流れに於ては、

1) 流れの受ける抵抗の大部分が周壁面に於ける摩擦抵抗にして、流動に伴ふ勢力の大半が之に抗する爲に消耗される。

2) 周壁面の粗度は 1 つの水路に於ては常に一定である。

3) 抵抗は徑深の増大と共に急激に減少する。(10)~(14) 式の如し。従つて流れが大きくなるに従つて水路壁の凹凸の影響は少くなり、抵抗は減少する。

然るに移動床水路の流れに於ては、

1) 床面砂礫と水流との間の摩擦力(粘着力)により砂礫を形成し、砂礫を移動せしめ、そのために勢力の一部が消耗される。

2) 砂礫形成に因り床面の粗度が著しく増大する。即ち粗度は 1 つの水路に於ても、勾配及び水深の増大と共に増加し一定ではない。(39) 及び (40) 式の如し。

3) 床面に於ける凹凸の増大により、底附近の渦流が増加し、渦流による勢力の消耗が増す。

4) 渦流により砂礫を巻き上げて水流と共に流送する爲に、水流の勢力の一部を消費する。

主として以上 4 つの原因により、移動床水路の流れに於ては固定床水路の流れに於けるより大なる勢力の消耗を生ずる。

5) 然もその諸抵抗は勾配の増大と共に著しく増加し、徑深には殆んど無關係である。(24) 式の如し。故に勾配が一定ならば、抵抗は流水が大きくなつても小さい時と殆んど同一で減少しない。

### 第 2 節 流速の比較

移動床水路に於ける流水には固定床水路に於ける流れに比して主に次の 2 つの減速現象が存在する。

1) 砂礫の形成により粗度が著しく増大すると共に渦流も激増する。

2) 渦流により巻き上げられた砂礫及び床面の砂礫を流送する。

今此の 2 つの減速作用による減速の割合を調べて見る。

(1) 砂礫の大部分が存遊せず砂礫を描き乍ら移動する場合

此の場合には Manning 流速式中の粗度係数  $n_M$  の變化は (39) 式にて表はされる。而して (39) 式中の  $n_{M0}$  は常流方  $F < f_0$  にして床面砂礫が静止せる時の粗度係数であるから

$$v_{M0} = \frac{1}{n_{M0}} R^{2/3} I^{1/2} \quad (\text{m/sec})$$

は固定床水路の流速である。然るに移動床水路に於ける流速  $v$  は

$$\left. \begin{aligned} v &= \frac{1}{n_M} R^{2/3} I^{1/2} \quad (\text{m/sec}) \\ n_M &= n_{M0} \left( \frac{F}{f_0} \right)^{0.31} \end{aligned} \right\}$$

である。故に減速の割合  $\Delta v$  は

$$\Delta v = \frac{v - v_{M0}}{v_{M0}} = \frac{n_{M0} - n_M}{n_M} = \frac{n_{M0} - n_{M0} \left(\frac{F}{f_0}\right)^{0.31}}{n_{M0} \left(\frac{F}{f_0}\right)^{0.31}} = \left(\frac{f_0}{F}\right)^{0.31} - 1 \dots (66)$$

(66) 式中の  $f_0$  は床面砂礫が移動を始むる時の掃流力にして、砂礫の粒径、比重、混合状態等に關係するから、減速の割合  $\Delta v$  も砂礫のそれ等の性質に因り異つて來ることが考へられる。著者が遼河及び材花江河床砂礫の 2 種類に就て實驗したる結果に依れば、

$$f_0 = (0.5 \sim 0.6) S_0 \dots (67)$$

である。茲に  $S_0$  は限界掃流力である。限界掃流力の式<sup>11)</sup>には諸種あるも、著者の實驗に依れば、平均粒径  $d_m \leq 0.5 \text{ mm}$  位の微細砂礫に對しては次式が最適と考へられる。

$$\left. \begin{aligned} S_0 &= 13.3 d_m \frac{w_s - w_0}{M} + 22.86 \quad (\text{gr/m}^2) \\ M &= \frac{\int_0^{50} d \cdot \delta p}{\int_{60}^{100} d \cdot \delta p} = \text{均等係數} \end{aligned} \right\} \dots (68)$$

今減速率  $\Delta v$  と掃流力の比  $F/f_0$  との關係を圖示すれば圖-14 の如くである。

(2) 砂礫の大部分が浮游して流動する場合

此の場合には Manning 式の粗度係數  $n_M$  は (40) 式にて表はされる。

$$n_M = n_{M0} \left(\frac{F}{f_0}\right)^{0.35}$$

故に減速率  $\Delta v$  は

$$\Delta v = \left(\frac{f_0}{F}\right)^{0.35} - 1 \dots (69)$$

式中の  $F$  は流動砂礫の多數が浮游し始むる時の掃流力にして、 $f_0$  と同様に砂礫の種類により異なるは勿論であるが、同一砂礫に於ても床面附近の流速の垂直分布にも影響される。一般に  $F_0$  は  $f_0$  より遙かに大である。

(3) 衝力理論に因る流速の比較

等断面水路の断面 1-1 より上流はモルタルに砂附けしたる如き固定床にして、断面 1-1 より下流はモルタル表面に添附したる砂礫と同一の砂礫より成る移動床であるとする (圖-15 参照)。

一定流量  $Q$  を流した時の断面 2-2 に於ける容積流砂量 (河床附近を移動するもの及び浮游して流動するものを含む) を  $\lambda Q$  とし、且流砂率  $\lambda \ll 1$  にして、流砂の爲に流水断面積及び水面勾配に變化を生じないとする。今平均流速、流水断面積及び潤邊を夫々  $v, A$  及び  $S$  で表はせば、断面 1 及び 2 に於ける運動量の變化  $\Delta(Mv)$  は

$$\Delta(Mv) = \frac{w_0}{g} Q v_1 - \frac{w_0}{g} Q v_2 - \frac{w_s - w_0}{g} \lambda Q v_2 = \left(v_1 - v_2 - \frac{w_s - w_0}{g} \lambda v_2\right) \frac{w_0}{g} Q \dots (70)$$

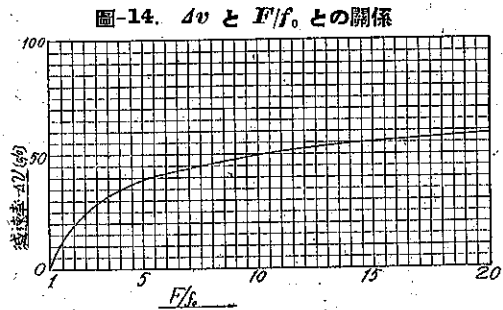


圖-14.  $\Delta v$  と  $F/f_0$  との關係

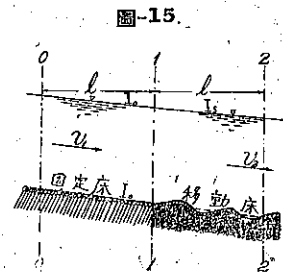


圖-15.

11) 著者論文：土木學會誌第 27 卷第 1 號，38~41 頁

茲に  $w_s$  は砂礫の單位體積の重量である。而して兩断面間に作用した外力は重力と摩擦及び渦動の抵抗力であるから

$$-R = w_0 A l I - \psi_{1-2} S_{1-2} l w_{0s} \frac{(v_1 + v_2)^2}{2g}$$

但し  $w_{0s} = w_0 + \lambda w_s$

然るに等速定流に於ては

$$w_0 A_{0-1} l I = \psi_{0-1} S_{0-1} l w_0 \frac{v_1^2}{2g}$$

であるから

$$-R = \psi_{0-1} S_{0-1} l w_0 \frac{v_1^2}{2g} - \psi_{1-2} S_{1-2} l w_{0s} \frac{(v_1 + v_2)^2}{2g}$$

今近似的に  $S_{0-1} \approx S_{1-2} = S$ ,  $\left(\frac{v_1 + v_2}{2}\right)^2 \approx v_1^2$ ,  $\psi_{1-2} \frac{w_{0s}}{w_0} = \psi'_{1-2}$  と置けば

$$-R = (\psi_{0-1} - \psi'_{1-2}) S l w_0 \frac{v_1^2}{2g} = \varphi S l w_0 \frac{v_1^2}{g} \dots \dots \dots (71)$$

$$\varphi = \frac{\psi_{0-1} - \psi'_{1-2}}{2}$$

然るに、

$$d(Mv) = -R$$

故に (70) 及び (71) 式より

$$\left(v_1 - v_2 - \frac{w_s - w_0}{w_0} \lambda v_2\right) \frac{w_0}{g} Q = -\varphi S l w_0 \frac{v_1^2}{g}$$

$$\therefore v_1 - v_2 - \frac{w_s - w_0}{w_0} \lambda v_2 = -\varphi l \frac{1}{R} v_1$$

今  $l$  を單位長にとれば

$$v_2 \left(1 + \frac{w_s - w_0}{w_0} \lambda\right) = v_1 \left(1 + \varphi \frac{1}{R}\right)$$

$$\therefore v_2 = \frac{1 + \varphi \frac{1}{R}}{1 + \frac{w_s - w_0}{w_0} \lambda} v_1 \dots \dots \dots (72)$$

$$\therefore \Delta v = \frac{v_2 - v_1}{v_1} = \frac{1 + \varphi \frac{1}{R}}{1 + \frac{w_s - w_0}{w_0} \lambda} - 1 = -\frac{-\varphi \frac{1}{R} + \frac{w_s - w_0}{w_0} \lambda}{1 + \frac{w_s - w_0}{w_0} \lambda} \dots \dots \dots (73)$$

式中の  $\frac{w_s - w_0}{w_0} \lambda$  なる項は砂礫流送の爲の減速にして、 $\varphi \frac{1}{R}$  の項は主として砂澁形成のために渦動及び摩擦に因る抵抗が増大し、それに基づく減速である。今減速の割合を計算例により示せば次の如くである。

重算例 遠河河床砂水路に於て水深  $H = 6.54$  cm, 勾配  $I = 0.000779$  の時の減速率を求める。

此の場合には流砂の大半が砂澁を形成し乍ら移動してゐるから減速率  $\Delta v$  は (60) 式より求めるのであるが、此の砂礫に就ては更に精確には (34) 式より次式が得られる。



$$\begin{aligned} \Delta v &= \left( \frac{f_0}{f} \right)^{0.296} - 1 \\ &= \left( \frac{16.7}{50.9} \right)^{0.296} - 1 = 0.719 - 1 = -0.281 \end{aligned}$$

故に此の場合には、固定床水路の流れに比して、28.1%の減速を生ずることになる。

今径深  $R=5.28$  cm, 砂礫の比重  $w_s=2.65$  であるから (73) 式より

$$\frac{1 + \psi \frac{1}{0.0528}}{1 + \frac{1.65}{1} \lambda} = \frac{1 + 18.94 \psi}{1 + 1.65 \lambda} = 0.719$$

今容積洗砂率  $\lambda=0.01$  (重量洗砂率 0.0265) とすれば

$$\frac{1 + 18.94 \psi}{1 + 0.0165} = 0.719, \quad \therefore \psi = -0.01421$$

之は移動床に於ける抵抗係数の増加に基くものである。又

$$\frac{1 + 18.94(-0.01421)}{1 + 0.0165} - 1 = \frac{1 - 0.2691}{1.0165} - 1 = -\left( \frac{0.2691}{1.0165} + \frac{0.0165}{1.0165} \right) = -(0.265 + 0.016) = -0.281$$

故に砂澱形成に因る摩擦及び渦動の増加のための減速率は

$$\Delta v_f = -0.265 = -26.5\%$$

にして、砂礫流送のための減速率は

$$\Delta v_s = -0.016 = -1.6\%$$

である。