

論 説 報 告

第 28 卷 第 6 號 昭和 17 年 6 月

砂に關する二三の實驗

正會員 堀 武 男*

梗 概 本文は標準砂及九味浦砂に就いて行つたサイロの實驗、及彈性率測定の實驗を述べたものである。サイロの問題は種々扱はれてゐるが、本實驗に於ても砂の性質から生ずる多少の差異が認められる。又サイロから砂を流下した現象は標準砂と九味浦砂とで相當の差異が出て來た。

砂の彈性率は、側方變位を防いだ砂に垂直荷重をかけ、その載荷板の沈下から求めた。彈性率の値は砂の填め方、覆壓及その時の間隙比等に關係するが、大略 $4 \sim 6 \times 10^3 \text{ kg/cm}^2$ となつた。

目 次

第 1 章 サイロに關する實驗

1. 實驗材料及實驗裝置
2. 實驗方法
3. 實驗結果
4. 流量の測定
5. 實驗結果の検討

第 2 章 砂の彈性率に關する實驗

6. 實驗裝置
7. 實驗方法
8. 實驗結果
9. 實驗結果の検討

第 1 章 サイロに關する實驗

1. 實驗材料及實驗裝置

本實驗に使用せる標準砂及九味浦砂は共にセメント規格試験に定められたものを採用する。即ち標準砂に對しては日本標準規格第 28 號第 12 條、九味浦砂に對しては臨時日本標準規格 149 號第 15 條のものである。實驗開始前に充分篩にかけて、砂を精選してから使用した。砂の性質は表-1 に示す通りである。

表-1.

	真比重	見かけ比重	粒 徑	内部摩擦角
標準砂	2.65	1.65	1.0 mm	32°
九味浦砂	2.66	1.45	0.1 mm	35°

實驗裝置は圖-1 に示す如くする。A は砂を填充する圓筒狀容器であつて、内徑 18 cm、高さ 4 cm の鑄鐵製圓筒を必要に應じて積み上げたものである。A に於ける底面の垂直壓力は、底板に取り付けた水銀 U 字管で測定する。一般に砂層内の土壓を正確に測定する事は極めて難しい。土壓の値はその測定面の微小變位で著しく變化するものである¹⁾。然るに土壓を測定するには如何様にてもその變位を基として行はなければならない。壓力測定面の變位による誤差を出来るだけ僅小ならしめる目的を以て、本實驗では次の様な裝置を採用した。

U 字管の兩端 B 及 C に於ける管の内徑を著しく違へて置く。即ち $d_B = 4.2 \text{ cm}$ 、 $d_C = 0.3 \text{ cm}$ とした。此の時

* 工學士 東京帝國大學助教授

1) この注意に對しては次の論文を参照され度し。

眞井耕象：乾燥砂層内垂直土壓に關する二、三の問題。土木學會誌第 26 卷第 12 號、昭和 15 年 12 月

の面積比を計算してみると、 $S_B : S_C = d^2 B : d^2 C = 200 : 1$ となる。C 點に於ける水銀面の昇降は注意さへすれば、0.2 mm 位まで読むことは大した難事ではない。故に壓力測定面の變位を $0.2 \times \frac{1}{200} = 0.001 \text{ mm}$ 程度までは許すとして、砂層内の土壓を測定することが出来る譯である。尙 B 點の水銀面では或る特定の砂粒子が特に大なる壓力の爲に水銀槽の中へ貫入する恐れがある。砂の集合體は形が變化すれば必ず容積が變化し、従つて壓力の變化を伴ふ。この誤差を除くため B 點の壓力を受け水銀面上に紙を浮べて、この紙の上に壓力が作用する如くする。勿論この場合測定される壓力は、壓力測定面全體に作用する壓力の平均値である。C 點では直接に水銀面の高さを測定せず、C 點の水銀面を一定の高さに保つ様に、之に連結した水管 D を上下し、その高さを E の目盛で測定する。C 點の水銀面の高さを一定に保つには、この點のガラス管に印をつけて、水銀面が之に達するや否やは測れば、容易に且つ正確に一定に保つ事が出来る。

2. 實驗方法

上記の實驗装置に於て圓筒容器 A に砂を填充し、C 點の水銀面を常に一定印の位置にある如く、水管 D を動かして、E の目盛 (cm) を讀めば之が直ちにサイロの底部に於ける垂直壓力 (g/cm^2) である。

砂を圓筒容器 A に填充するには常に一定の状態で静かに行はなければならぬ。この目的のために漏斗 F を設け、之からゴム管で A に流入させれば、一定の緩速度で填充する事が出来る。

A は高さ 4 cm の圓筒からなつてゐるから、一つの圓筒を置いて、それに一杯になるまで砂をつめる。即ち 4 cm 毎に測定を行ふ。かくして高さ 40 cm まで實驗を行ひ、然る後は A の底板に穿つた 4 箇の孔を開いて砂を流出させる。

砂を流出させて砂層の厚さが次第に減少する時、サイロの底面の垂直土壓及び砂層表面の沈下速度を測定した。

3. 實驗結果

サイロの底面に於ける垂直土壓と、砂層の厚さとの關係は圖-2 の如くなる。砂層の厚さが或る大きさに達すると垂直壓力は略々一定になる。

今圖-3 の如き半径 r の圓筒形サイロを考へる。砂の密度を ρ とし、側壁に於ける摩擦角を ϕ とすれば、等垂直壓力面 ABC 及 A'B'C' の距離 dx による砂の土壓 s と、その垂直壓力 p との關係は

$$s = \frac{r}{\sin \phi} \left(\rho - \frac{dp}{dx} \right)$$

圖-1. サイロの垂直壓力測定装置

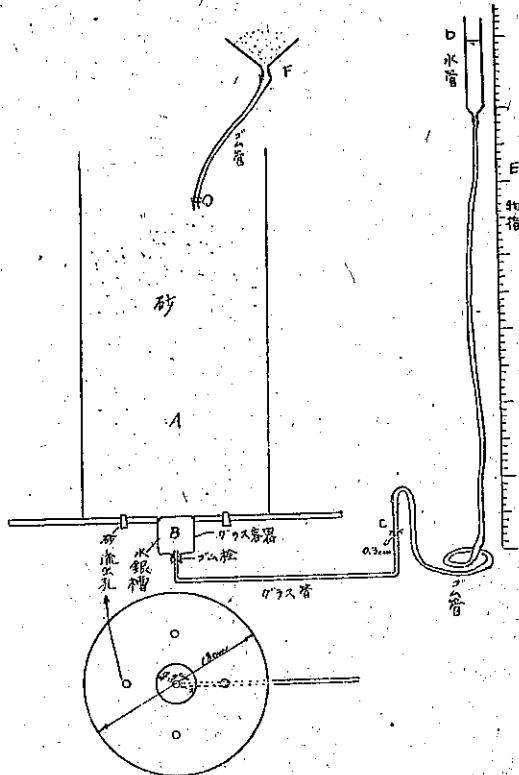


図-2(1). 標準砂

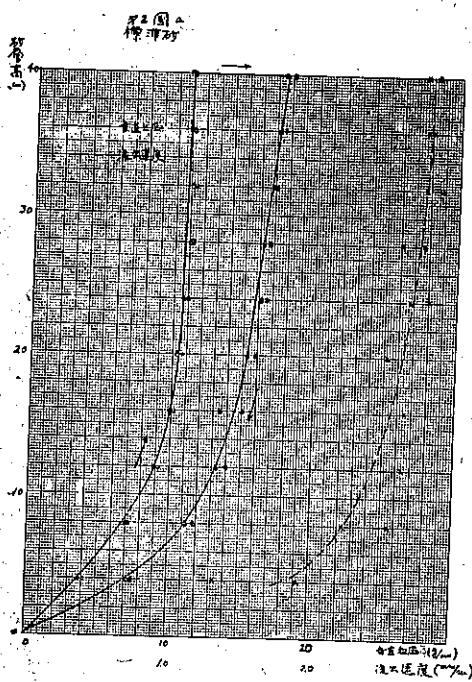
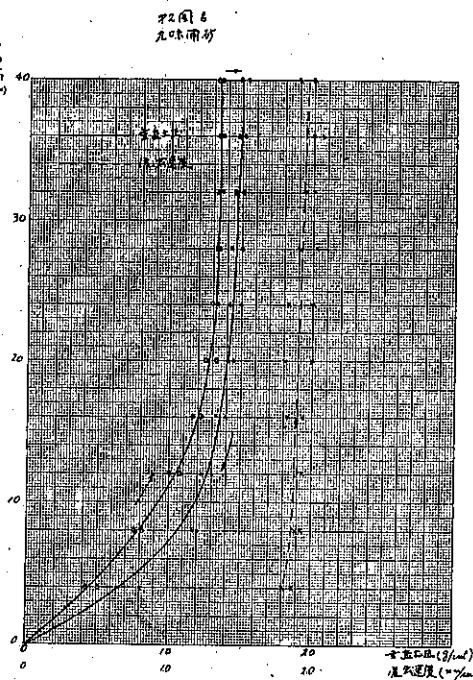


図-2(2). 九味浦砂



である²⁾。又砂の側壁との摩擦係数を $\mu = \tan \psi$ とおけば、

$$s = \frac{p \cos \phi}{\mu}$$

となる。

今

$$\frac{\sin 2\phi}{2r\mu} = \alpha$$

とおけば

$$ap - p + \frac{dp}{dx} = 0$$

之を解くと

$$p - \frac{p}{a} = e^{-ax}$$

砂層の表面には荷重が作用しないとすると

$$x=0 \text{ の時, } p=0 \text{ である。故に } c=\frac{p}{a}$$

$$p = \frac{p}{a} (1 - e^{-ax})$$

p は側壁に於ける鉛直土圧であるが、圧力測定面に於ける圧力 p_1 を求めるには上式に於て、 r の代りに圧力測

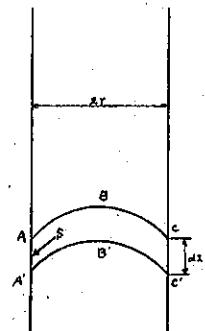
2) 垂直平行板間の場合に就いては Albert Caquot が解いてゐる。

A. Caquot: *Équilibre des massifs à frottement interne*.

其他この問題に關しては Jausseen, Airy 等の公式がある。

Ketchum: *Walls, Bins, and Grain Elevators* 參照。

図-3.



定面の半径 r_1 , ψ の代りに内部摩擦角 ϕ をとればよい。即ち

$$p_1 = \frac{\rho}{a_1} (1 - e^{-a_1 \theta})$$

$$a_1 = \frac{\sin 2\phi}{2 r_1 \mu_1}$$

サイロの底板に穿つた砂の流出孔を開くと、砂は一齊に運動を起し、そのため側壁に於ける摩擦は静摩擦から動摩擦に變り、底板の受ける土圧は増大する。圖-2 の下向きの矢印はこの時の土圧を示す。之で分る如く、標準砂では砂の流動による垂直土圧の増加は著しいが、九味浦砂では余りない様である。

サイロの流出孔を出る砂の速流を求めるために、砂層の表面の沈下速度を測定した。之は厳密には砂が流出孔を出る時の流速を代表させることは不可能であらう。砂が孔から流出する状態をガラス箱で觀察するに、先づ孔の附近の砂が陥没するとそこに空隙な部分が出來、上から砂が落ちて来る。したがつて空隙な部分は上の方向に擴がる。これの傳播は或る速度（攪亂傳播速度と名付けよう）を以て上方に行き、遂に砂層表面に達して表面の沈下を開始するのである。故に砂の流出初期に於ては、砂層の表面沈下を以て流出速度とする事は不可能である。然し一旦砂層表面の沈下が開始してから後は、容器中の上部と下部とで砂の密度の差が小さければ、表面の沈下速度は流出孔に於ける流出速度に比例すると見て差支へない。砂層中の密度の變化を知るために、高さ 40 cm の圓筒ガラス容器に砂を填め、順次その層を厚くして全體の砂の比重の變化を測定すると、圖-4 の如くなつた。之で見ると高さ 40 cm 程度の砂層では、自重に依る壓縮は殆んど行はれず、密度は略一様である。故に本實験に用ひた 40 cm の砂層では、表面の沈下速度を以て、孔からの流出速度としてよい。之に依つて測定した結果は圖-2 に示す。流出速度は殆んど一定であつて、之に壓力を及ぼす砂層の厚さには殆んど無關係である。

4. 流量の測定

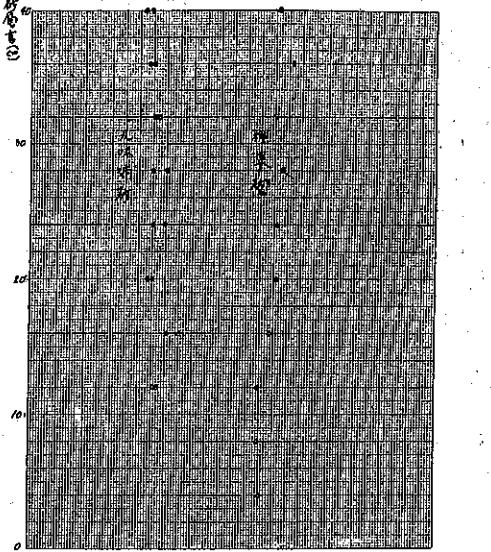
底板に各種大きさの圓形流出孔を作り、之による流量を測定した。圖-5 はこの測定装置の略図である。砂層の厚さと砂の流出速度とは殆んど無關係である事を知つたが、本實験では出来る限り條件を一様にするため砂層の厚さを常に一定にした。即ち圓筒容器上に漏斗を置き、その上に砂を入れる。漏斗を出た砂は圓筒容器中に堆積するが、砂層の表面が漏斗口まで達すると、それ以上砂は漏斗から出て行かない。即ち砂層の厚さを一定に保ち得る（水と異りこの厚さ一定にすることとは容易である）。圓筒容器の底板の中央に直徑を測定した圓形流出孔を置く。この流出孔から流下した砂は下の皿に受けて秤量する。

砂の流量 Q と流出孔の斷面積 A との関係は圖-6 の如くなる。 Q は A が或る値以上にならないと存在しない。又は流出孔の直徑を d とすると、次の關係式が成立する。

$$Q = 0 \quad d \leq \alpha$$

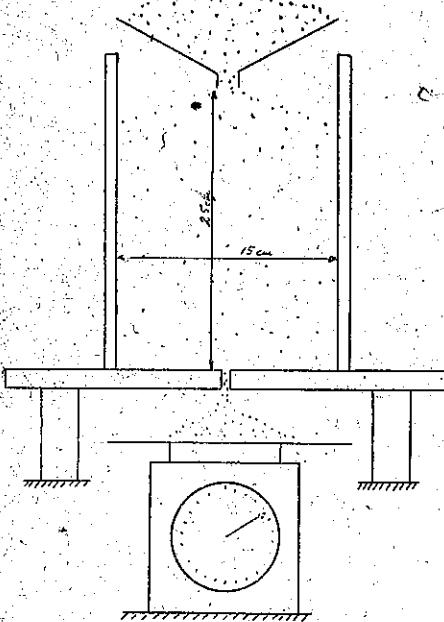
$$Q = K(d - \alpha)^2 \quad d \geq \alpha$$

圖-4. 見かけ比重



見かけ比重

図-5. 流量測定装置

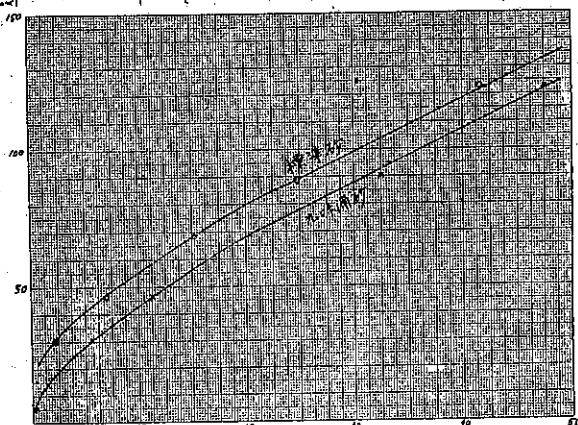


K 及 α は砂の性質に依つて決まる係数である。砂の粒径が小さければ α は小さくなる。 α' は砂が流出し得るための流出孔の最小直徑である。この式は書きかへると

$$Q=0 \quad A \leq \alpha'$$

$$Q=K'(A-2/\alpha A + \alpha') \quad A \geq \alpha'$$

図-6. 流出孔面積と流量との関係



となる。 K' 及 α' は定数である。 A が充分大きくなれば、勿論この式は

$$Q=K'A$$

で表はされる。即ち $Q-A$ 曲線は直線になつて来る。

尙この実験では砂に含まれる水分の影響が大である様に感じた。特に九味浦砂は実験前に乾燥室に入れて乾燥させるのであるが、実験中に空気中の湿度のため次第に水分を含む様になり、粘性を生じ、流出孔からの流量が少くなる。雨天の日の実験ではこれの被害を受けたことが多い。

5. 実験結果の検討

サイロの底部に於ける垂直土圧は、標準砂の方が九味浦砂よりも小さい。見かけ比重は標準砂の方が大であるが内部摩擦角が小であるためと思はれる。従つて底圧を與へる式

$$p_i = \frac{\rho}{a_1} (1 - e^{-a_1 z})$$

$$a_1 = \frac{\sin 2\phi}{2r_1 \mu_1} = \frac{1}{r_1} \cos^2 \phi$$

に於て a_1 の値が標準砂で大、九味浦砂で小になる。標準砂は高さが増すとすぐに一定値の底圧になる。

砂が活動を始めると、底圧は

$$p = \frac{\rho}{a} (1 - e^{-ax})$$

$$a = \frac{1}{r} \cos^2 \phi$$

となり、 $r > r_1$ である。摩擦角が變化するので一般に a と a' とは等しくない。標準砂では a が著しく小さく

なつて底壓の増大が著しいが、九味浦砂ではそれ程著しくない。そのため、 $1-e^{-ax}$ が標準砂では 1 に漸近するのが遅いが、九味浦砂ではすぐ 1 に漸近する。換言すれば運動してゐる砂は標準砂では上層の壓力が下層まで傳はるが、九味浦砂では上層の壓力は殆んど下層に傳はらない。

底板から砂を流下すると、先づ砂の間隙率が増大し、この疎な部分が上方へ傳はつて行く。一般に砂が運動するには一定の自由路が必要であり、自由路が大であれば砂は活潑に運動し得る。図-5 の方法で砂を流出させる時、今その流量と壓力との関係をしばらく考へないで、流速のみを考へて見る。上述の如く標準砂では上層の壓力が下層に充分傳はるから、下層に空疎な部分が出来るとすぐ上から填充され、従つて砂の運動を助長することがない。然るに九味浦砂では上層の壓力が下層に傳はり難いから、砂を流出させるとそこに空隙が出来、上層の砂が來て填充することが少く従つて空隙のまゝであるから、砂の運動は自由路を増すために活潑になる。即ち壓力による流量を考へないと、九味浦砂では、砂の流出によつて益々その速度が増大しても不思議ではない。然し實際には壓力の影響もあると考へられるから、その兩者の結果を加へると、図-2 の如く、九味浦砂の流出速度が砂層の高さに無関係であることが言へよう。

流出孔の面積と流量との関係は、砂の粒子が小さくなればなる程、液體に似た性質が現はれる。

第 2 章 砂の弾性率に關する實驗

6. 實驗裝置

砂の側方變位を禁じて、鉛直方向に荷重をかけ、荷重及沈下量より弾性係数を算定した。砂は図-7 に示す如き上の壓縮試験器に填充した。容器 G には P がはめ込む様になつて居り、G の断面は 50 cm^2 の正方形、P の目盛は O が A の上端に來た時、砂

の占める高さが 16.345 cm である。

砂を填充した容器は 30 ton 壓縮試験機により荷重をかける。ビストン P の沈下量は側面に密着した 2 本の腕木の等距離の位置にダイヤルゲージを取り付けて測定する。

図-8 はその裝置を示す。

7. 實驗方法

a. 填充方法

砂 1000 g をとり図-9 の如く漏

斗を用ひて、匙にて静かに流下填充する。填充後はセルロイド又はガラスの板で表面を水平にする。必要に應じて搗固めをする時は、標準砂に對しては直徑 1.35 mm の棒、九味浦砂に對しては 5.00 mm の棒で、所定回数だけ搗固める。搗棒の大きさをこの様にしたのは、標準砂に對しては大なる棒は砂中に貫入せず、九味浦砂に對しては小なる棒は搗固めに對して效果がないからである。

b. 載荷方法

荷重を加へるに當つては、徐々に且出來るだけ等速度となる様充分注意する。

本實驗に於て載荷方法の一として、 500 kg ($\text{從つて壓力は } \frac{500}{50} = 10 \text{ kg/cm}^2$) かけ之から 0 にもどし、又之に

図-7. 壓縮試験装置

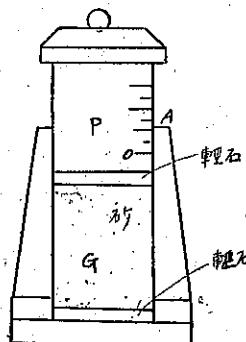


図-8. 沈下量測定装置

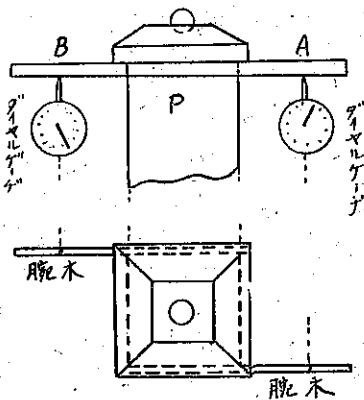


図-9. 砂の填充

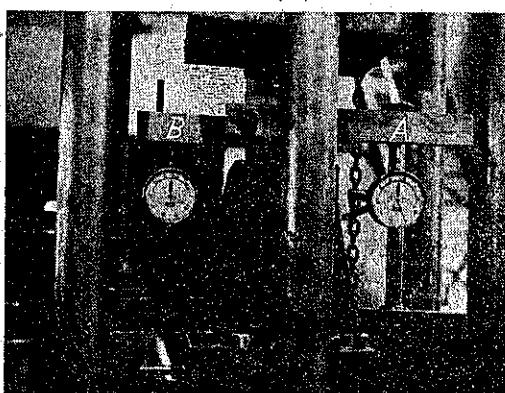


図-10. 沈下量の測定



1000 kg かけ之から 0 にもどし、更に 1500 kg かけ之から 0 にもどしそを繰返し載荷試験と呼ぶことにする。之に反して 1 度に 15000 kg (従つて圧力は 300 kg/cm²) まで荷重を増加する試験を、連續載荷試験と呼ぶことにする。この実験の載荷速度は、繰返し載荷試験に對しては 100 kg につき 30 秒、連續載荷試験に對しては 1000 kg につき 1 分とした。

c. 沈下量測定方法

載荷に先立ちピストン P に附せる目盛を読み、砂の占める最初の高さを測定する。載荷について図-10 に示す A, B の 2 個のダイヤルゲージを同時に読み、兩者の平均をとつて沈下量とする。之は P の沈下に際して、必ずガタを生じ、1 個のダイヤルゲージだけでは正しい沈下量は得られないからである。

d. 試験後

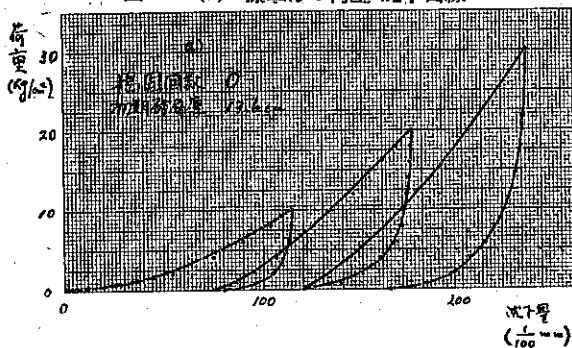
容器より砂をとり出し、所定の篩によつて篩ひ分け、壓縮によつて破壊した量を測定した。

8. 実験の結果

a. 繰返し荷重試験

上の装置によつて繰返し荷重試験を行ふと図-11, 12 の如くなる。この圖の縦軸は荷重、横軸は沈下量である。a), b), c), d) 及 e) は容器に砂を填充するに際して搗固めを行つた回数が夫々 0, 30, 60, 90 及 120 であるものを示す。之に依つて見ると第 1 回の荷重をかけると、沈下量は著しく増大し、而も増加の割合は次第に減少する。即ち曲線は立つて来る。荷重を 10 kg/cm² に達せしめて後、之を減少して行くと、沈下量は減じて来るが、その量は極く僅かであつて、而も荷重が著しく小さくなつた時大部分の浮き上りが起る。従つてこの繰返し荷重による曲線は殆んど直角三角形に近くなる。第 1 回の荷重を 0 に戻してから直ちに第 2 回の荷重をかけると、荷重-沈下曲線はその位置から始まる。その曲線も直角三角形に近い。この第 2 の直角三角形の頂點は略々第 1 の直角三角形の斜邊の延長上にある。斜邊の傾は第 1 の直角三角形のものよりも急である。同様にして第 3

図-11. (a) 標準砂の荷重-沈下曲線



回の荷重をかけると、前二者の三角形の斜邊よりも急な傾きをもつ斜邊の直角三角形が出来、その頂點は第1の三角形の斜邊の延長上にある。

図-11 の標準砂の圧力-沈下曲線と図-12 の九味浦砂の圧力-沈下曲線とを比較すると、九味浦砂は標準砂に比して沈下量が著しく大きい。又沈下量は填充時の搾固め回数を増すと減少するが、この回数を100回位にすると、大した差はなくなる。荷重を除く時の載荷板の復元率は、九味浦砂より標準砂の数が大であり、搾固め回数を増すに従つて増大する。

荷重-沈下曲線を見ると、標準砂では沈下量の増加する割合が一定でない場合が多いが、九味浦砂では、荷重の値が小さい時を除き、殆んど一定である。即ち之から砂の弾性率を求めてみると、荷重との関係は図-13, 14 の如くなる。

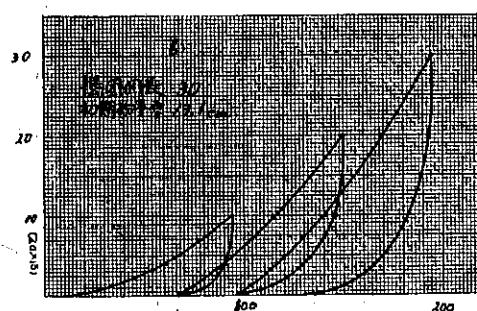
この曲線は下から第1回、第2回及第3回の荷重による場合の弾性率である。標準砂に就いて見ると第1回の荷重では弾性率を増加しつゝあり、第2回及第3回の荷重では弾性率は次第に一定値に漸近するが、急ではない。之に反して九味浦砂では第1回の荷重では標準砂と同じ傾向にあるが、第2回及第3回の荷重では、急に一定値に漸近する。尚弾性率の値は、第1回の荷重によるものが最小で、第3回の荷重によるものが最大である事、及び搾固め回数を増せばその値が大きくなる事は兩者の砂に共通である。初め砂の弾性率が変化するのは間隙比の影響であると考へて、間隙比と弾性率との関係を求めた。図-15, 16はこの関係を示す。之に依つて見ると、砂の弾性率は間隙比に影響されることは勿論あるが、その他に更に重大なのは砂の覆歴であることが分る。

b. 連續荷重試験

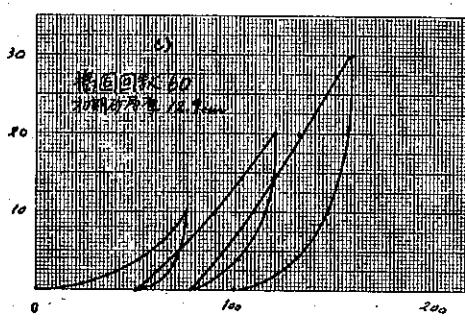
今迄は 30 kg/cm^2 の荷重を3回に分けてかけたが、次に 500 kg/cm^2 までの荷重を連續的に一定速度で増加させながら作用させる。図-17にその結果を示す。標準砂についてみると、最初荷重が増すにつれて曲線の傾きは次第に急になり、搾固め回数0のものは 30 kg/cm^2 、搾固め回数120のものは 80 kg/cm^2 附近の荷重の時最大傾斜を持つ様になる。この點を過ぎると曲線の傾斜は緩くなり³⁾、

3) このため沈下曲線の包む面積は増大する。之は砂の降伏現象であつて、沈下曲線の包む面積が砂に加へられ

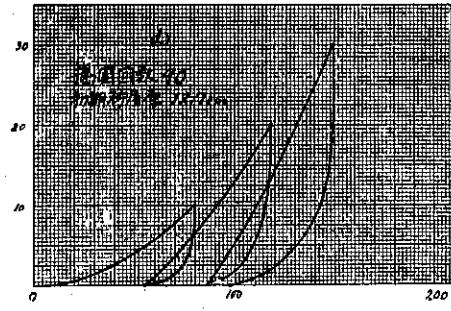
図-11. (b)



(c)



(d)



(e)

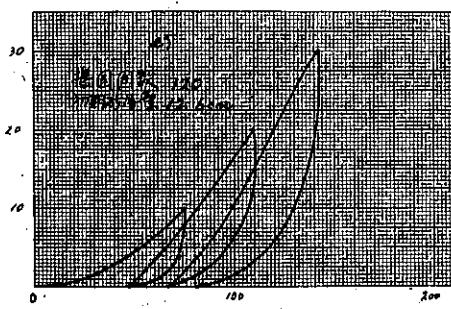
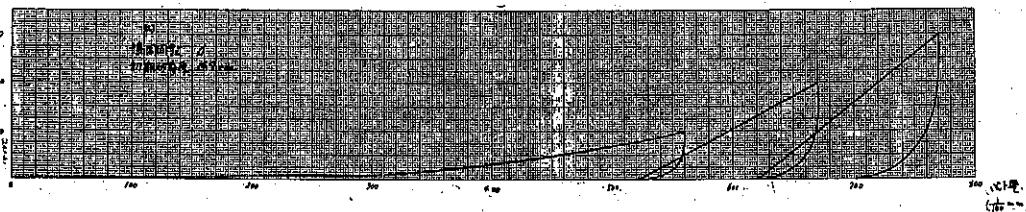
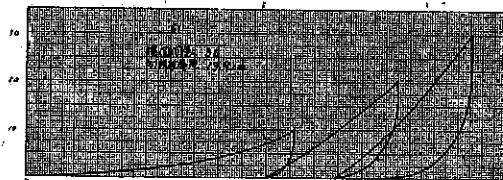


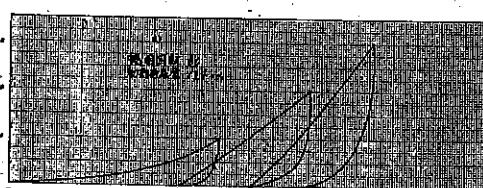
圖-12. (1) 九味浦砂の荷重-沈下曲線



(2)



(3)



又減少し後再び増大する。弾性率の減少した所が降伏點を表すのである。充分搗固めた砂ではこの變化は大きく、且急激に来る。九味浦砂では、荷重をかけると間隙比が減少し弾性率は増大する。然し標準砂と異り、其の後に起る弾性率の減少が見られない。即ち次第に或る一定値に近づくばかりである。従つて圖-17 の沈下曲線を見ると標準砂では或る荷重增加に對して沈下量が著しく増大する所があるが、九味浦砂ではかかる所ではなく、沈下曲線は次第に直線になつて了ふ。搗固めた九味浦砂については、弾性率は急に増加して一定値に近づくが、標準砂と異り、弾性率がその後に減少することがない。

連續載荷試験に依つて見ても、砂の弾性率は間隙比と關係があるが、それよりも更に砂の填り方に影響されることが分る。

c. 砂の間隙比と搗固め回数

砂を搗固めると間隙比は減少する。然しその間隙比は或る程度まで搗固めると一定となり、それ以上搗固めても間隙比は減少しないのみか、時には増大することさへある。最小間隙率を得る搗固め回数は、九味浦砂の搗棒の徑 5.0 mm、標準砂の搗棒の徑 1.35 mm を用ひて、略々 100 回程度である。圖-20 はこの關係を示す。

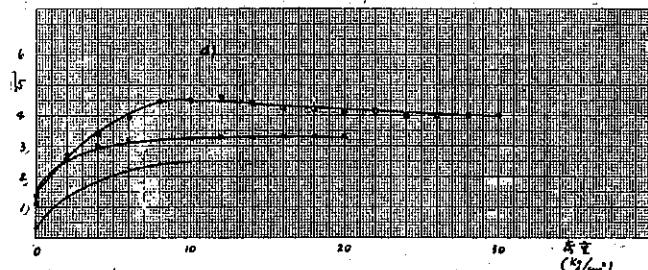
9. 實驗結果の検討

a. 繰返し荷重試験

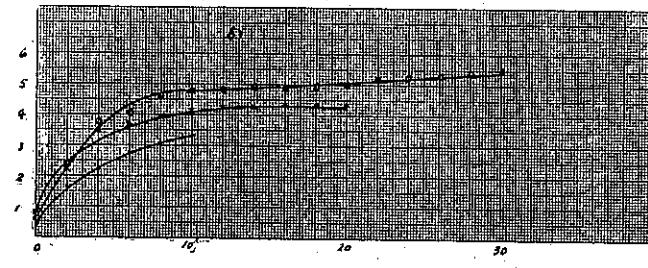
荷重を加へると沈下量は増大するが、その初期に於ては表面の不平均、大なる空隙等のため、載荷板は僅少の

エネルギーと考へられるから、降伏現象のための面積増大が砂の破壊量に對應すべきである。壓縮試験後砂を篩つて砂の破壊量をしらべ、之が面積増大量に關係があることを確めた。但し量的の關係は熱現象等のため未詳である。

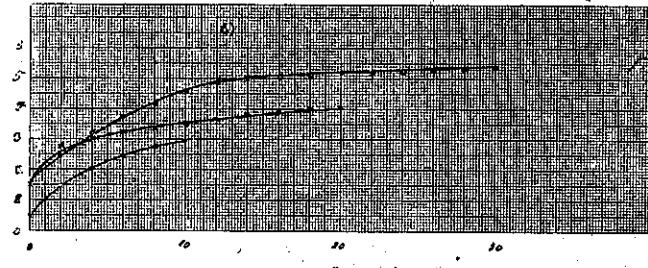
図-13. 標準砂の荷重-弾性率曲線
(a)



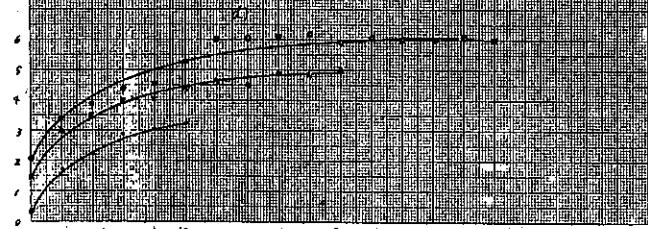
(b)



(c)



(d)



(e)

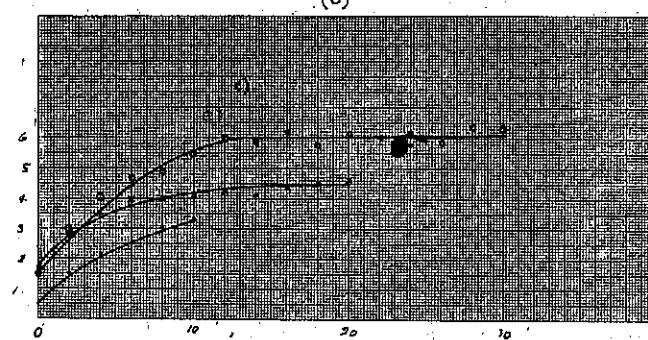
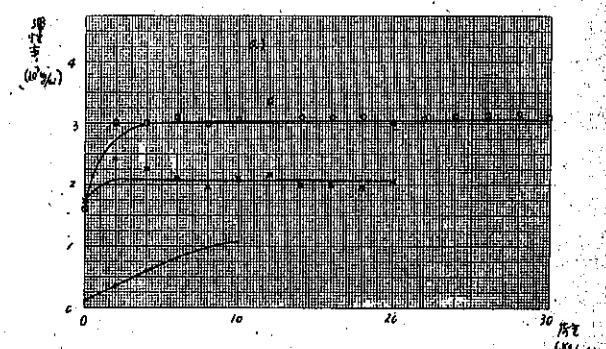
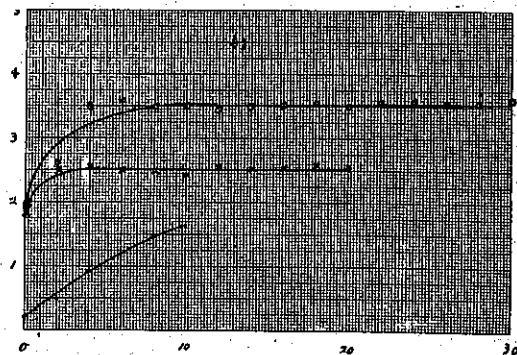


図-14. 九味砂の荷重-弾性率

(a)



(b)



(c)

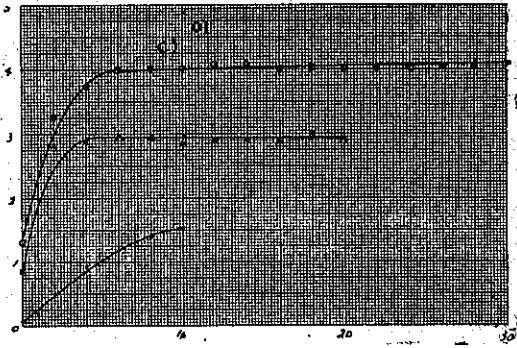


図-15. 標準砂の間隙比-弾性率曲線

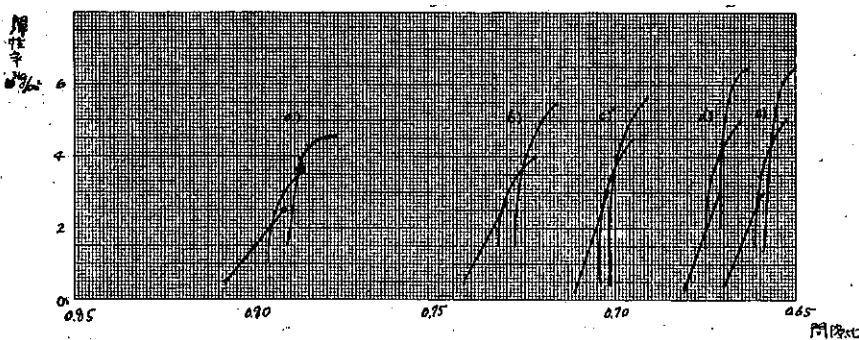


図-16. 九味浦砂の間隙比-弾性率曲線

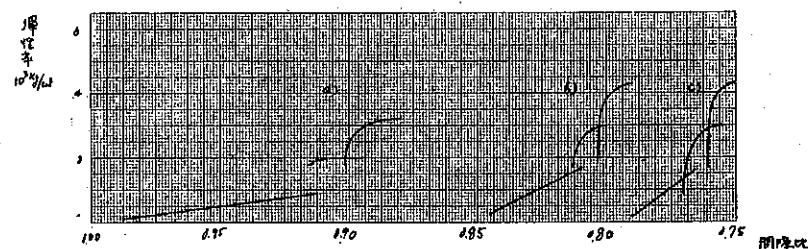


図-17. 連續荷重による沈下曲線

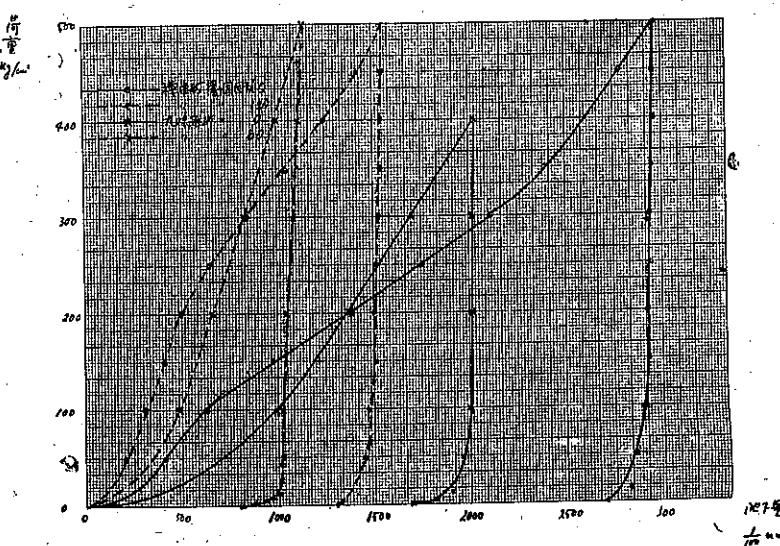


図-18. 荷重-弾性率曲線

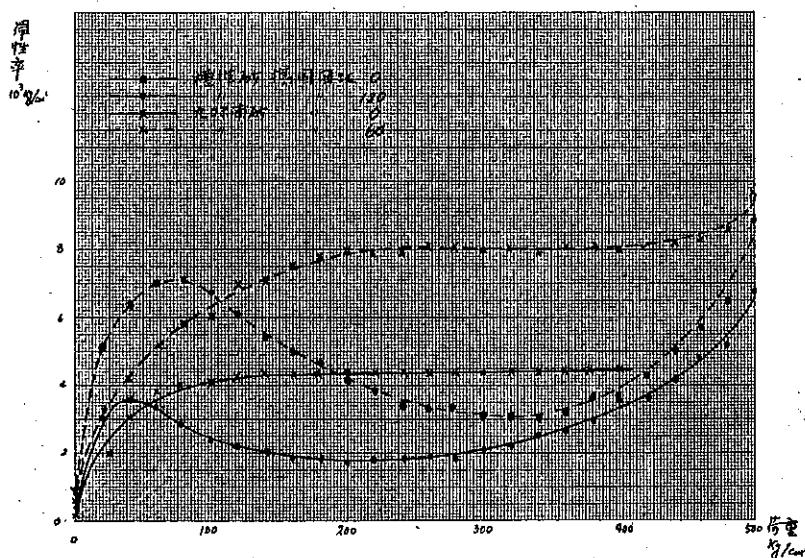
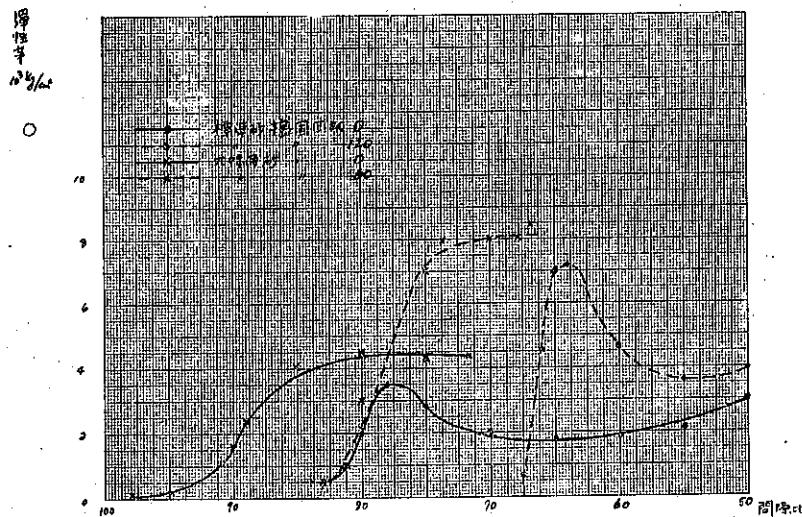


図-19. 間隙比-弾性率曲線

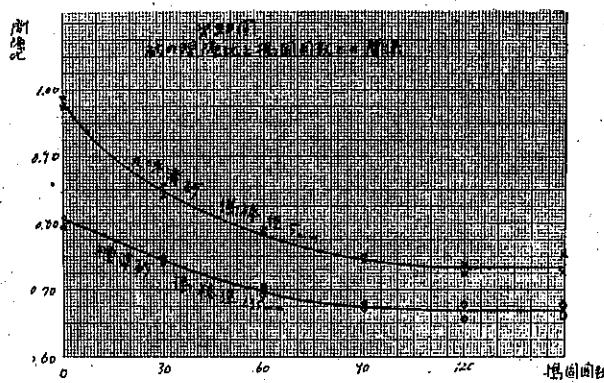


荷重で沈下量は著しく増大する。従つてその時の砂の弾性率は甚だ小さい。然し荷重が増加するに従ひ間隙比も減少し砂層表面も水平となり、沈下量の増加の割合が少さくなる。従つて弾性係数が大になる。九味浦砂では壓力が下層まで傳はらず表面だけで支へられるから、早く弾性率が一定値に達する。標準砂では相當の深さまで壓力が傳はり、弾性率が一定値になるのに遅くなる。

或る荷重を最大値に達せしめてから之を減少させると、沈下量は之に比例して減少することはない。時々沈下量が増大することさへ見られた。之は砂層中に塑性が現はれたものである。この性質は標準砂の方が著しい。

標準砂に復元性の強いことは述べたが、荷重を 0 にもどして放置すると、時間と共に載荷板が浮き上つて来る。

図-20 砂の間隙比と撹固め回数との関係



この性質も標準砂の方が強かつた。

b. 連續荷重試験

500 kg/cm² の荷重を連續的に作用すると、九味浦砂は弾性率が一定値になるが、標準砂では一定弾性率の減少する部分がある。此處は砂の破壊する部分である。實験に試験後筛つてみたら、九味浦砂は殆んど破壊してゐないが、標準砂は約 40 % は破壊してゐた。

砂の運動に関する現象の説明には最上先生の御教示を仰いだ。此處に厚く感謝する。

尙砂の弾性係数に関する實験は専ら工學士福田正典、同八木鐵夫兩君に行つてもらつた。兩君が2人きりでこれだけの資料を集められた事に敬服し、感謝する。