

論 說 報 告

第 28 卷 第 5 號 昭和 17 年 5 月

乾 燥 砂 の 運 動 機 構 に 就 て (1)

正會員 最 上 武 雄*

概 要 本文は乾燥砂を箱に填め其の一側面を仆す際の砂の運動の有様を實測し、其れに基き其の運動機構を論じたものである。

第 1 章 緒 言

本誌 27 卷 8 號に於て砂の運動機構に關して小論を發表した¹⁾。其際に砂では形狀の變化(剪斷變形)と容積變化とが獨立には行ひ得ない事を強調し、之れに關する假設を示した。剪斷試験に就いても此の方面から研究す可き事多く且下準備中であるが昨年他の側面から砂の運動機構に關し實驗を行ひ先きに行つた剪斷試験の結果の應用面を發見し又砂の運動機構に就き興味ある種々の事柄を知る事が出來たから此處に之を發表する事にした。尙ほ此の研究に當つては當時の三年生岩永清君, 岡澤裕君, 同三浦一郎君, 同宗像創君, 同八十島義之助君の 5 君が卒業論文として實驗に協力せられたのである。筆者も此等 5 君と共に實驗に暮した愉快な 3 ヶ月を永く忘れないであらう。此處に以上 5 君の努力に對し深甚の敬意を表するものである。

本實驗は大約 3 つの部分に分かれる。

1. 砂の垂直變位に關する測定
2. 連續撮影装置に依る測定
3. 寫眞に依る測定

此等は一貫したものであるが便宜上別々に分けて説明し最後に之を綜合的な立場より眺める事にしよう。尙ほ使用した砂は標準砂である。標準砂の眞比重は 2.65, 大體の徑は 1.1 mm である。

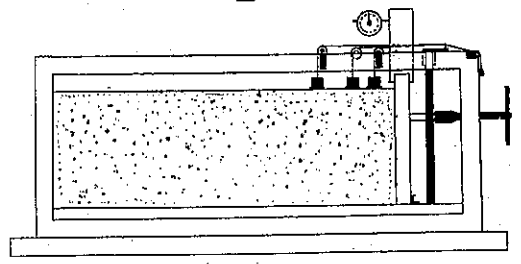
第 2 章 砂の垂直變位に關する測定

第 1 節 装 置

圖-1, 2, 3 に示す如き木箱 (70×25×20 cm) の一端より 8.8 cm の所に木製の壁を置き, 下端を蝶番で止め其の手前 2.8 cm の處に固定した鋼板に螺旋を穿つて把手を取付け, これを廻轉すれば壁は砂の自重に依つて仆れる様にした。尙ほ摩擦等の障礙に依り壁の倒れるのが妨げられるのを防ぐために壁に滑車を通して重量を掛けた。

砂を後に述べる方法に依り底より約 20 cm まで填め上面は水平とする。この上面の沈下又は上昇を測る爲めに上面に分銅を載せ之れに極く細い針金を取付け之を滑車を通して垂直軸を有する旗狀の器具に導き, 旗をこえて分銅の重量に打ち勝つための反重(counter

圖-1.



* 工學士 東京帝國大學助教授

1) 最上“乾燥砂の運動機構及び砂の内部摩擦角測定法に就て”

圖-2.

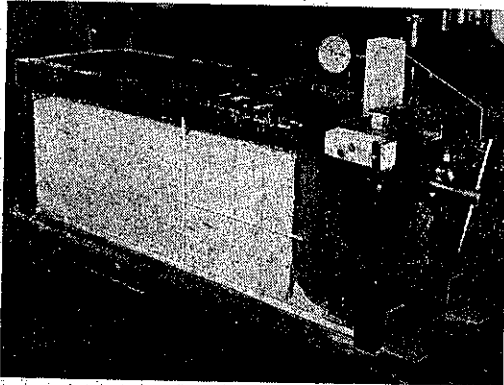
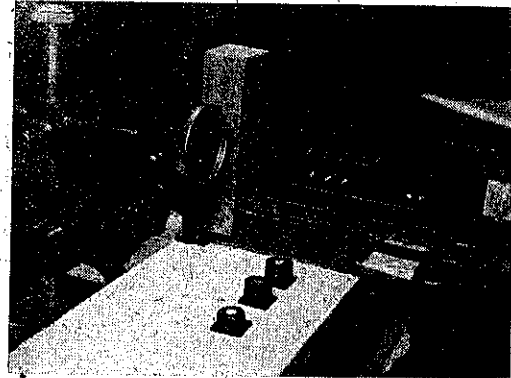


圖-3.



weight) を取り付ける。旗には鏡を付け之れに適當の距離に置いた尺度を寫し其の像を轉鏡儀に依つて讀む。砂の上表面が洗下又は上昇すれば分銅が下降又は上昇し其れに取付けた針金に依つて旗を軸の廻りに回轉する。従つて轉鏡儀に現れる尺度の像が移動するから之の移動を讀む事に依つて砂の上表面の洗下又は下降を計算する事が出来る。之れは 1000 分の 1mm まで測る事が出来る。又壁の動きは壁に取付けたダイヤルゲージに依つて 1/100 mm まで讀む事に依つて知る事が出来、之は初め砂の上表面と壁との接觸した點の動きに換算して之れをあらはす事にした。以後壁の動きと稱するのは之れである。

箱の兩側面は之れを碍子張りとして内部が見得る如くし、壁と碍子面との間にはゴムのパッキングを補し砂粒が壁の動きを邪魔する事無き様にした。

第 2 節 砂の填め方

砂はゆるい填め方と固い填め方の 2 種とした。ゆるい填め方の場合には砂を蒸發皿に取り之れを一様に撒布し一杯毎に水平になる様にならしながら填め、固い填め方の場合には 3 層に分け約 7 cm の高さに填めた時に表面をならし徑 1.1 cm の鐵棒で壁側から 1 列 8 回、18 列に互り箱一面に突き第 2、第 3 層も同様にして填め終る。填め終りの高さはゆるい填め方の場合も、固い填め方の場合も共に約 20 cm とした。

第 3 節 實驗方法

把手を廻して壁を倒し夫れに應ずる壁の動きがダイヤルゲージに依る讀み 5/100 mm 毎に轉鏡儀で尺度の像を讀む。又時には連續時に壁を倒し連續時に轉鏡儀で尺度の像を讀んだ事もある。5/100 mm 壁を倒すに要する時間は約 5 秒で行はれる様に注意した。日毎の室温湿度は必ず測定して置いた。

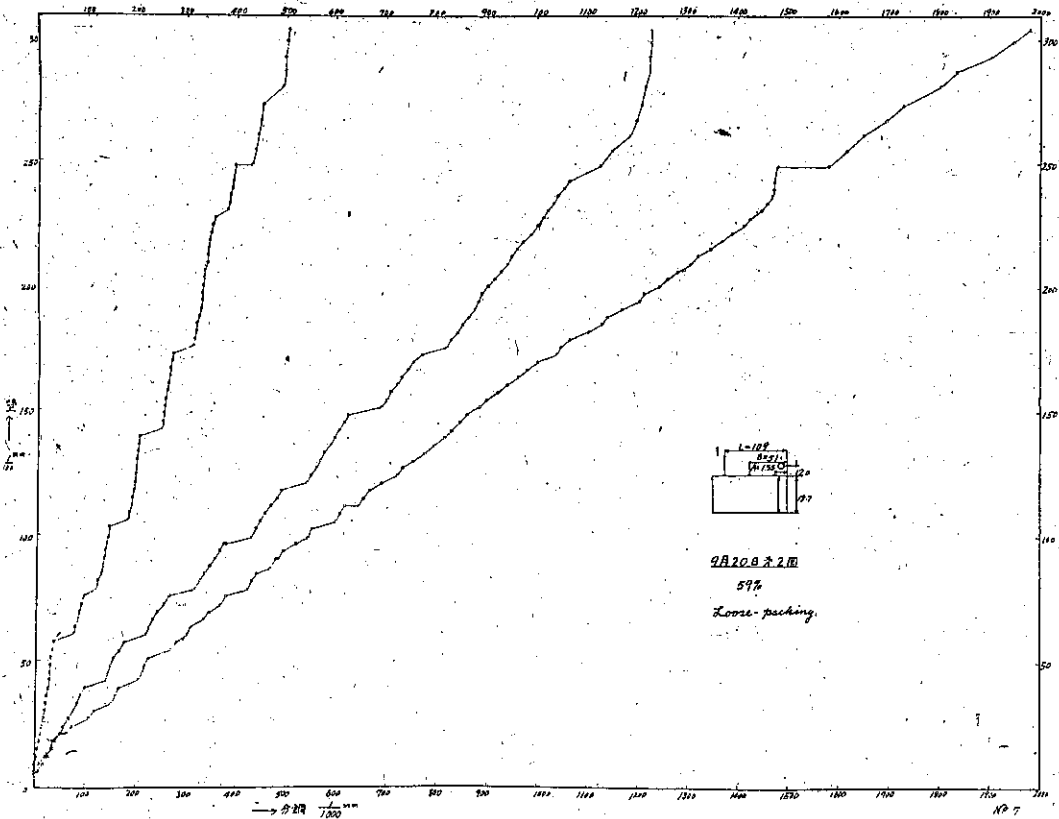
第 4 節 實驗結果

轉鏡儀の尺度の讀みより砂の表面の洗下を計算し壁の動きに對して之れを圖示すれば圖-4、5 の如くなる。之は其の代表的なものである。砂の洗下は壁の動きが極く僅か例へば 100 分の 3、4 mm 位の時でも讀み取る事が出来る。壁から 13 cm 位になると壁を可成り例へば 5 mm 位動かしても洗下は認められない。即ち不動點がある。此の砂の息角は 25° であるから Coulomb 又は Rankine 土壓論に依る滑り面は垂直線と

$$45^\circ - 25^\circ / 2 = 32.5^\circ$$

なる角をなすから今の實驗の場合であると砂の上表面とこの滑り面は 12.5 cm の處で交はる筈である。それ故に若し此の様な滑り面が出来れば此の距離に於て砂の上表面の洗下に不連續な處が出来る筈である。Te zaghi の實

圖-4.

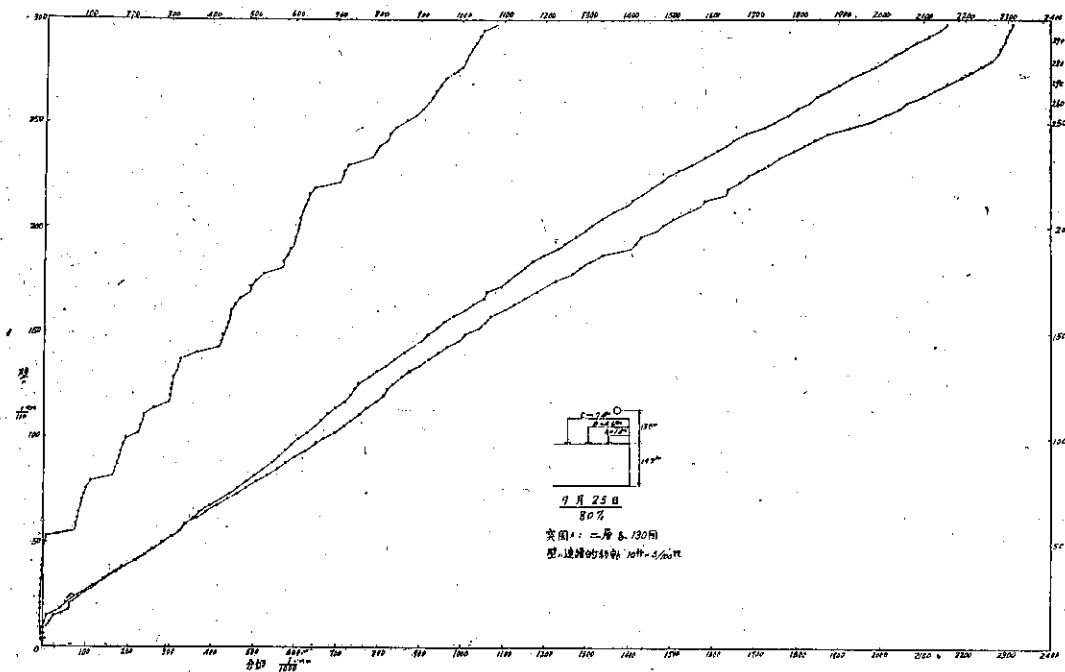


験²⁾に於けると本実験の場合とで若し装置の大きい比が滑り面の生ずるに必要な壁の動きの比に等しいとすれば、本実験の場合には壁の動きが約 1mm の時に滑り面が生ずる筈である。依つて此の壁の動きの時に壁面より 12.5 cm 位の上表面の沈下に不連続が出来る筈であるが、我々の実験では不動點は認められるが沈下の不連続は認められない。此の不動點が存在する事は嘗つて鷹部屋博士が砂の運動を砂に色砂の縞を入れこの縞の動きを寫眞に撮る事に依つて發見されてゐる³⁾が、我々の実験の經驗に依れば相當に壁が動いた後でなければ不動點の位置を寫眞に依つて發見する事は不可能であるから、極く少ししか壁を動かさない場合に不動點が存在する事は我々の行つた如き細かい觀測に依らねば發見する事は困難と思ふ。尙ほ此の實驗で明らかになつた砂の運動の特性は運動が不連続に生ずる事があると言ふ事である。即ち轉鏡儀で觀てゐる尺度の像の動きや連続的に極く少しづつ生ずるが又時には全く動かないで止まつてゐる事がある。そして夫が或る程度續くと急に大きな運動が起こる。丁度ぢりぢり動いてゐた地塊が急に大きな地ごりが起こる様な具合である。そして尙ほ面白い事はこの不連続的運動は壁に近い所で始まり遠い所ではそれから稍、たつて生ずると言ふ事である。圖-4, 5 に於ては此の不連続運動は遠い所の沈下に於て明瞭にはあらはれてゐて、近くでは起つてゐない如くに思はれるが、近い所でも起つてゐるので

2) Terzaghi: "Large retaining-wall tests" Eng. News. Record Feb. 1. 1934.

3) F. Takabeysa: "Experimental Investigations on the internal granular movements of sand" 北海道帝大工學部紀要 1931.

圖-5.



ある。そして粗密に観測すれば一つの不連続運動が起つてから次ぎに始まるまでの曲線は上に凸の曲線になつてゐる。即ち壁の動きよりも割合ひに沈下が少ししか生じない。つまり不連続運動で砂が動き過ぎて了つて急激の運動の次ぎは少ししか沈下が起らないと言つた有様である。

又ゆるく填めた場合と固く填めた場合の差は固く填めた場合は初め沈下が起らず寧ろ表面上昇が生ずる。そして暫らく壁が動いて後は固く填まつた場合とゆるく填まつた場合と大して變つた事はない。これ等に關する理論的考察は後に述べる。

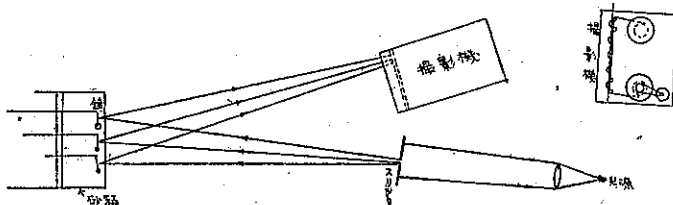
第3章 連續撮影装置に依る測定

前章で述べた不連続運動の本態は何であらうか。砂の内部摩擦と言ふものと密接に結び付いた現象ではあらうが、如何なる機構に依つて起り砂の全體の運動に對して如何なる役割をしてゐるものであらうか。これを今少しく調べ様とする爲めに行つたのが本實驗なのである。此の實驗は中々困難なものであつて適當な光源、適當な間隙 (slit) がない爲めに實驗室にある色々のものを組合せたり手製で間に合せたりしてフィルム 40~50 尺を使用した。が實際に成功したのは 3~4 m であつた。しかし之れでも特性を定性的に擷へる事には成功したと思ふのである。

第1節 装置、實驗方法

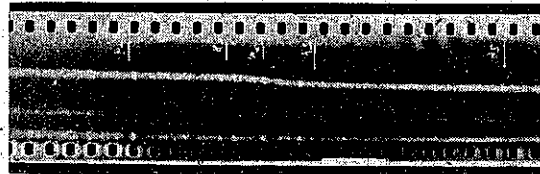
圖-6 に示す如く前の實驗で轉鏡儀を置いた場所に 16 mm の映畫の映寫

圖-6.



器を置き之れを光源として手製の隙隙を通して光源からの光を旗上の鏡に當てる。鏡には適當な極めて細い隙隙を残して残りは黒紙をはつて光の反射は一本の垂直な線となる様にする。反射した光はモーターで一定の速さ(6 cm/sec)でフィルムを送る様になつてゐる寫眞暗箱のレンズに像を結ばせる。このレンズは圓筒形レンズで垂直な線がフィルム上の1點に焦點を結ぶ様になつてゐる。旗が廻轉し鏡が動けばそれにつれてその像は水平に動きフィルム上の像も水平に移動するから、フィルムをモーターに依り送りながら鏡を動かせばフィルム上に圖-7の如き曲線が得られる。

圖-7.



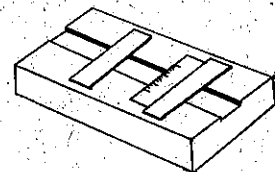
前の實驗の場合の如く箱に砂を填充した後砂の上表面上は10 cmにあるダイヤルゲージの読みでは2 mm位壁を動かし(此の頃から不連続運動が起こつた)、その時光の像が暗箱レンズ上の適當な位置に出来る如く器械の位置を正しシャッターを開いて合圖と共に暗箱モーターにスイッチを入れ把手を廻して、5秒間にダイヤルゲージ10/100 mmになる様に壁を倒して行き光の像がレンズから外れるに至つて實驗を止める。

尙ほ成功したすべてのフィルムは砂のゆるい詰め方に對應する。

第2節 實驗結果

フィルム上の長さに沿つての長さはフィルムを送る速さが一定であるから時間に相當する。フィルムの長さの方向に直角の方向の長さは沈下量に對應するからフィルムの長さの方向の微小長さ Δl に對する線の移動量 Δs を求めて $\Delta s/\Delta l$ を作れば沈下の速さが出る。この Δl , Δs 等を測るには圖-8の如き木製の溝を作つた臺を作り之にフィルムをはめこらしながら擴大鏡を用ひて尺度を讀んだ。尺度としては豫め可なり大きく書いた尺度を寫眞で縮小したものを利用した。故にこれは別に cm とか寸とか云ふ單位で測つたものではない。 Δl の方は cm で測つたものである。

圖-8.

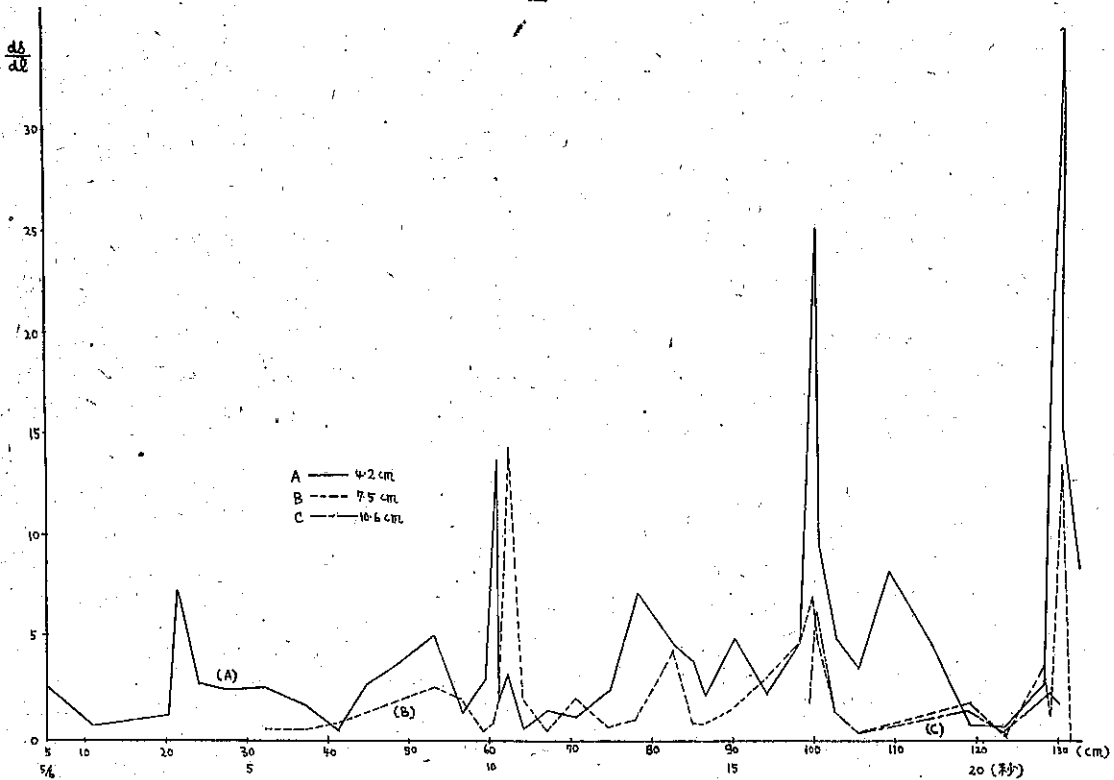


矢張り此の場合にも不連続運動は壁に近い所が初めに生じて次いで遠い所に及ぶ様であつた。フィルム上の測定に依れば之は初めに壁から4.2 cmの處に不連続運動が起つた後1/4~1/6秒たつてから壁から7.5 cm離れた處に不連続運動が起る事が分かり、之れが假りに一種の傳播をすると考へて傳播速度を出して見ると20~18 cm/secと言ふ事になる譯である。嘗つて筆者は箱に砂を詰めて底を抜いた場合にその運動の傳はる有様を一種の波動に比さうとした事がある。即ち底を少し下げると其處は疎になる筈である。それから少し上部は元のまゝの砂であるから今の底の部分に比すれば密の状態である。故に底の部分と其の上部の間には粗密の不連続面が出来て夫が上部まで傳はつて行く事は、あたかも空氣中を波動が傳つて行くが如くではあるまいかと考へたのであつた。若しこの様なものが不連続運動傳播の機構であるとすれば砂中を傳はる波動の速さと同じ程度の速さで運動が傳つても良さうである。しかし砂中を傳はる粗密波の速さは大約200 m/sec位のものであるから此の様な波動として此の現象を解釋する事は無理がある様に思へるのである。

又此のフィルムから ds/dl と s の曲線即ち沈下速度と時間の曲線(之れは大體沈下速度—沈下曲線と考へても良い)を作つて見ると圖-9の如くである。この曲線は時間軸に對して平行ではなくて絶えず上下してゐて不連続

4) 飯田汲事: "The velocity of elastic waves in sand." Bull. Earthq. Res. Inst. XVI (1938), Part I.

圖-9.



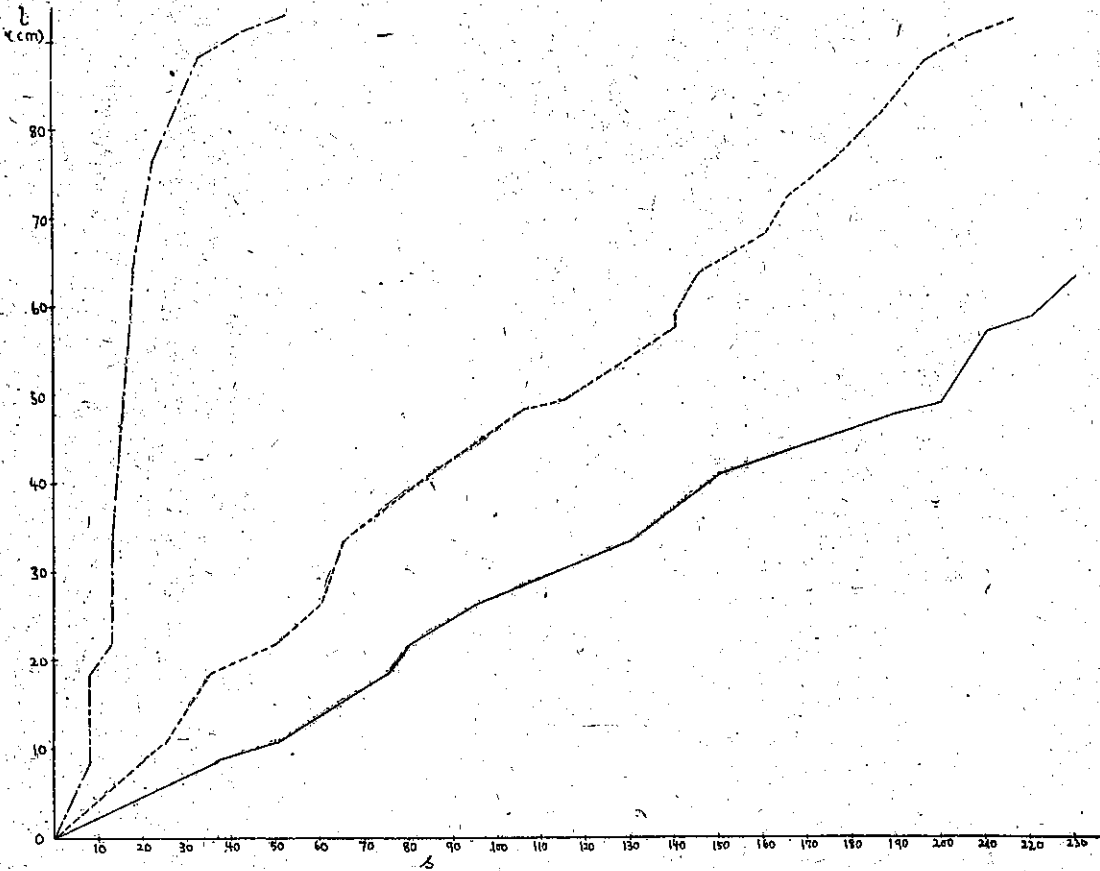
運動の所で沈下速度が急激に大きくなつてゐる。此の曲線が上昇してゐる時は沈下が進むにつれて沈下速度が大きくなるのであるから、固く填まつてゐた表面が沈下につれてゆるむ事をあらはし曲線が下降する時は沈下につれて沈下速度が小となるのであるから、ゆるく填まつてゐた砂が固く填まつて来るのをあらはす。即ちこの圖より砂の上表面はゆるんだり填つたりしながら運動してゐる事が分かる譯で、其の上不連続運動の際には急激にその表面がゆるむ事をあらはしてゐる。そして前論文で述べた如く容積膨脹が剪断歪に依つて生じ得る事を考へれば、不連続運動はかゝる一種の砂の滑り運動に對應してゐると考へてもあながち無理でもないであらう(後章参照)。

又此のフィルム上の測定より前の實驗の場合に得た壁の動きと沈下との間の曲線を求めて見る事も可能で、之を作ると大體前の實驗の場合と似た曲線が得られる(圖-10)。

第4章 寫眞に依る測定

今迄の測定はいつれも砂の表面の沈下の測定のみであつて此れだけでは運動機構を論ずるのは不足であるし、且つ測定器具の關係から壁の動きは極く小さい間しか測定出来なかつた譯である。そこで實驗装置から40 cm程離れた處に組立式寫眞器を据ゑレンズを箱の側面に直角に向けてをく。黑色の絲を側面に垂直にはつておき砂の運動をこの絲の動きで知る事にした。最初の位置から適當の大きさだけ壁を動かし其の都度之れを寫眞に撮り現象焼付けの後之れを實物幻燈に依つて壁にはつたケント紙に大きく映寫して之れをトレースし、かくの如くして一聯の寫眞を重ねてトレースする事に依つて得た表面の動きは、圖-11で分かる如く殆んど一直線上を動いてゐて而か

圖-10.



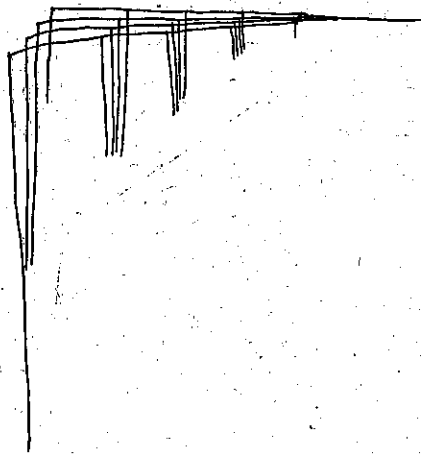
もすべて平行である。尙ほ碍子の側面に引いた水平垂直の線の交點に黒い砂粒を一つづゝにおいて之が壁の動きと共にどの様に動くかを測定したが、之に於ても其の運動が直線的であつてすべて略々平行である事を知つたのである。

第5章 綜合的考察

第1節 實驗結果の整理方法

固く填めた場合に壁の動きにつれて最初に表面上昇の起こる事は先きに行つた剪斷試験の場合から考へても無理でない現象であるがゆるく填めた場合にはどうなつてゐるであらうか。寫眞に依る觀測に依れば粒の動きは充分直線と見做される運動をするし又不動點の存在する事は沈下の測定に依つて確かめた所である。尤も寫眞に依る測定に於ては其の精度の關係から其の運動は平均の動きを測つてゐる事及び極く大體の傾向を明らかにするに

圖-11.



過ぎない事は充分承知してゐる必要がある。そこで第一の近似として砂の表面が不動点を中心として廻轉する様に剪斷的に運動すると考へる(圖-12)。

さうすると圖で β と稱する面積(實

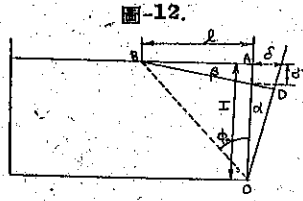


圖-12.

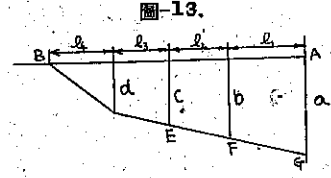


圖-13.

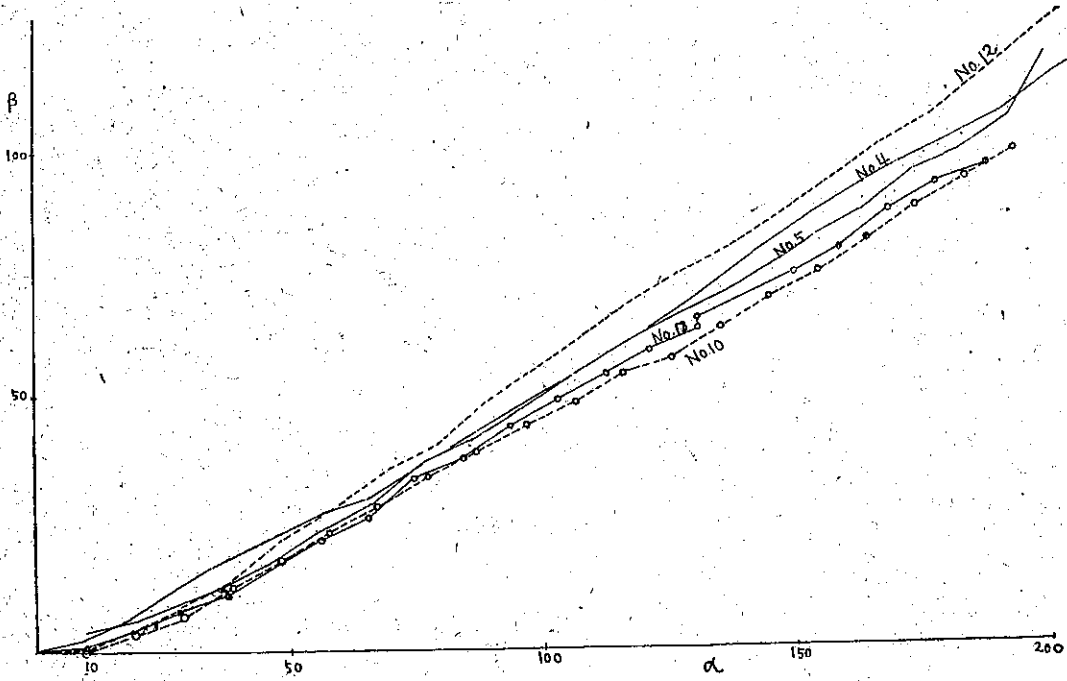


圖-14.

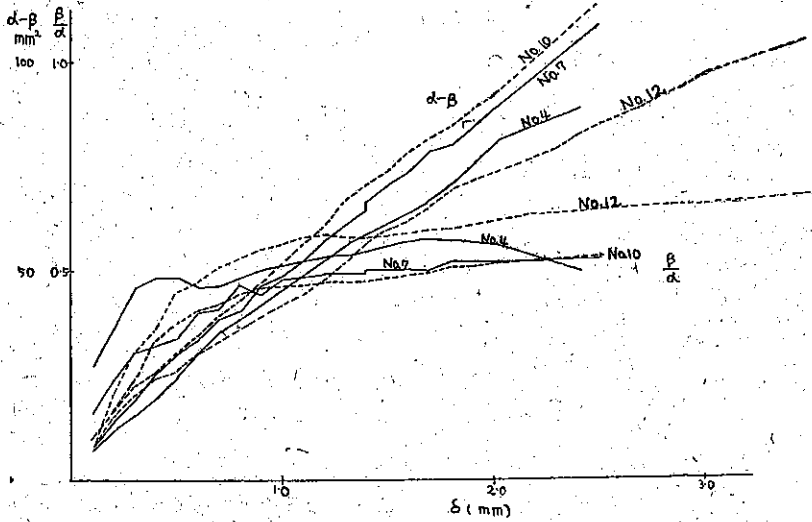


圖-15.

は體積だが便宜上面積であらはず) 支けは失はれたものとなり α なる面積は獲得した事になる。そこで圖-13 の如く實驗より求めた値を用ひて α, β を計算する。即ち

$$\alpha = \frac{H}{2} \cdot \delta$$

$$\beta = \frac{(a+c)}{2} (l_1+l_2) + \frac{(c+d)}{2} l_3 + \frac{d}{2} l_4$$

さうして $\alpha:\beta$ 曲線, $(\alpha-\beta):\delta$ 曲線, $(\beta/\alpha):\delta$ 曲線を作つた。この代表的なのは圖-14, 15 に於けるが如くである。

第2節 $\alpha:\beta$ 曲線

$\alpha:\beta$ 曲線を見るに α が大きくなるにつれて β が大になるが α が小さい所即ち極く僅かしか壁を動かさない所では、この曲線は稍下に凸な曲線をなし稍壁を動かした後では略直線をなし、この傾斜は α 軸に對し 45° よりも小さい角度をなし固く填めた場合もゆるく填めた場合も壁を動かし初めた頃を除いては大して差異を認められない。

第3節 $(\alpha-\beta):\delta$ 曲線

これも初めの頃は稍上に凸な曲線をなすが殆ど直線であり、固く填めた場合とゆるく填めた場合の差は認められない。 $\alpha-\beta$ は圖-12 の ΔOAB の部分の容積膨脹をあらはすから、固く填めた場合でもゆるく填めた場合でも運動と共に運動部分の容積は膨脹する事を示してゐる。

第4節 $(\beta/\alpha):\delta$ 曲線

これは初め上昇する上に凸の曲線で $\delta=1\text{mm}\sim 1.5\text{m}$ 位になると殆ど一定の値となる。そして少しづつこの値は増加する傾向を示す。この場合にもゆるく填めた場合と固く填めた場合の差異は殆ど認められない。

第5節 不動點について

先きに不動點の存在については述べた。尙又 β なる面積を計算する場合にはこの不動點を利用したのであるが、實は非常に小さな沈下を問題にしてゐる限りこの不動點の位置を實測丈けから求める事は不可能に近い。處が假りにこの不動點を適當に假定して β を算出する場合にこの不動點の位置が、5mm や 1cm 位變つてゐても β に對する影響は大したものではない。しかし之れを求めて $(\beta/\alpha):\delta$ の曲線を書いて見るにこの曲線の特性は充分明瞭であるから、不動點を測定値より直接に求める事の信用度よりはかくして求めた $(\beta/\alpha):\delta$ 曲線の特性の信用度の方が大きいに違ひない。依つて此の様に於て求めた $(\beta/\alpha):\delta$ の曲線から逆により信用度の高い不動點の位置を求める事が出来る。即ち圖-12 に於て

$$\alpha = \frac{H}{2} \delta$$

$$\beta = \frac{l}{2} a; \quad a: \text{壁の位置に於ける沈下量}$$

$$\frac{\beta}{\alpha} = \frac{l}{H} \cdot \frac{a}{\delta} = \tan \phi_0 \frac{a}{\delta}$$

即ち

$$\tan \phi_0 = \frac{\delta}{a} \frac{\beta}{\alpha} \dots \dots \dots (1)$$

又

$$l = H \tan \phi_0 \dots \dots \dots (2)$$

となる。これを用ひて実験より得た値より各実験に於ける不動點を求めて見ると表-1 の如くである。但し便宜上 $\delta=1.2\text{ mm}$ の時の値を使つた。

表-1. ($\delta=1.2\text{ mm}$)

実験番号	填め方	α	β/α	$\tan \phi_0$	ϕ_0	H (cm)	l (cm)
No. 4	緩	0.53	0.53	0.57	29°40'	19.0	10.8
No. 5	"	0.725	0.52	0.86	40°40'	19.3	16.6
No. 7	"	0.73	0.49	0.83	39°40'	18.7	15.6
No. 9	"	0.837	0.45	0.64	32°40'	19.5	12.5
No. 16	"	0.94	0.63	0.81	39°0'	19.8	16.0
No. 10	密	0.855	0.48	0.68	34°20'	19.3	13.5
No. 11	"	1.249	0.60	0.58	30°10'	19.5	11.2
No. 12	"	1.025	0.59	0.69	34°40'	19.6	13.6
No. 14	"	0.775	0.52	0.80	38°40'	19.9	15.9

表-1 で分かる如く不動點は各実験で甚だ異なり一様性を缺いてゐる。しかし1つの実験に於ては可成り一樣である。即ち例へば No. 7, No. 10 の実験を採ると表-2 の如く ϕ_0 は殆ど一定となりしかも δ 小の時は $\phi_0=32°40'$ となる。しかし他のものではさうはならぬ事は表-3 より明らかである。之れより不動點が存在すると認め

表-2.

実験番号	δ	α	δ/α	β/α	$\tan \phi_0$	ϕ_0
No. 7	0.4	0.20	2.0	0.32	0.64	32°40'
"	0.8	0.47	1.70	0.46	0.78	38°0'
"	1.0	0.59	1.70	0.48	0.83	39°40'
"	1.2	0.73	1.66	0.49	0.83	39°40'
"	1.4	0.89	1.58	0.50	0.79	38°20'
"	1.8	1.16	1.55	0.53	0.82	39°20'
No. 10	0.4	0.21	1.90	0.334	0.635	32°30'
"	0.8	0.53	1.51	0.444	0.67	33°50'
"	1.0	0.705	1.42	0.464	0.658	33°20'
"	1.2	0.855	1.40	0.48	0.68	34°20'
"	1.4	0.990	1.418	0.477	0.675	34°0'
"	2.0	1.565	1.279	0.523	0.670	33°50'

て良い(少くも β/α 一定となる頃には)。しかし之れには各実験に於ける何等かの微細な差が大きく致して来て決して一定の砂に就て一定のものとは言へない事は表-1 を一見すれば直ちに分かる。又この不動點と壁の下端を結んだ線が Coulomb 流の滑り面の跡をあらはすとも言ひかねる事は、前にも述べた如くでありこの不動點が実験に於ける状況に依り異つて出て来る事を考へても明らかな事である。

第6節 運動機構の理論

寫眞測定に依つて砂粒の運動が直線的である事を知つたし不動點の存在する事を知つたから、次ぎに運動は圖-16 の如くに起ると考へて見よう。A を不動點とし若し壁が OB から OM の位置に来た時 B が AO に平行

表-3.

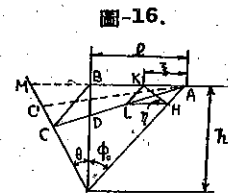
実験番號	δ	a	δ/a	β/α	$\tan \phi_0$	ϕ_0
No. 4	0.4	0.365	1.10	0.488	0.532	28°0'
No. 5	0.4	0.195	0.205	0.341	0.700	35°0'
No. 9	0.4	0.286	0.140	0.365	0.510	27°0'
No. 16	0.4	0.080	—	0.280	—	—
No. 11	0.4	0.475	0.840	0.508	0.426	23°10'
No. 12	0.4	0.265	1.60	0.364	0.589	30°30'
No. 14	0.4	0.216	1.85	0.366	0.680	34°10'

に BC の方向に動いて C に来たとすれば

$$\triangle OAB = \triangle OAC$$

であるから $\alpha = \beta$ でなければならない。しかし $(\beta/\alpha) : \delta$ の曲線で分かる如く常に $\beta < \alpha$ であるから B は C に来る事は出来ないで C' に来る筈であり、B は BC' を結ぶ直線上を運動する。今 $AB = l$ $AK = \beta$

とする。但し K は AB 上任意に取つた点である。



$$KH = AK \cot \phi_0 = \beta \cot \phi_0$$

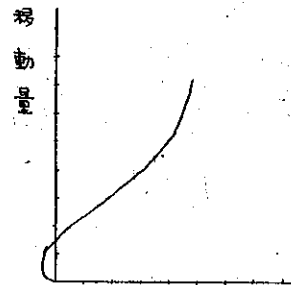
處が $BM = \delta, \angle BMC = \pi - \left(\frac{\pi}{2} - \phi_0\right) - \theta - \phi_0$
 $= \frac{\pi}{2} - \theta$

$$\therefore \frac{BC}{\cos \theta} = \frac{BM}{\sin \phi_0} \quad \therefore BC = \delta \frac{\cos \theta}{\sin \phi_0}$$

$$KL = BC \frac{\xi}{l} = \frac{\delta \xi \cos \theta}{l \sin \phi_0}$$

$$\therefore \tan \eta = \frac{KL}{KH} = \frac{\delta \xi \cos \theta \sin \phi_0}{l \sin \phi_0 \xi \cos \phi_0} = \frac{\delta \cos \theta}{l \cos \phi_0}$$

圖-17.



載荷板の高さ

處が先きに行つた剪断試験に於て作つた 移動量: 載荷板の浮上り量曲線 (圖-17 詳しくは前論文圖-3, 5, 7) は見方に依つては 剪断歪: 容積膨脹曲線 とも考へられ、これが容積が収縮より膨脹に移つてからは暫らく直線的關係が存在するから、單位容積が單位の剪断歪を受けた際の容積膨脹量は一定の壓力、一定の填まり方の場合は殆んど一定であるとして考へても夫程無理ではあるまい。この量を β であらはす。さうすれば $\triangle OAB$ が η なる剪断歪を受けた場合の容積膨脹は

$$\begin{aligned} \Rightarrow \triangle AOB \times k \tan \eta &= \frac{khl}{2} \frac{\delta \cos \theta}{l \cos \phi_0} \\ &= \frac{k h \delta \cos \theta}{2 \cos \phi_0} \end{aligned}$$

$$\therefore \beta \approx \alpha - \frac{k h \delta \cos \theta}{2 \cos \phi_0}$$

處が $\alpha \approx \frac{h \delta}{2} \quad \therefore \delta \approx \frac{2}{h} \alpha$

$$\begin{aligned} \beta &= \alpha - \frac{kh}{2} \frac{2}{h} \alpha \frac{\cos \theta}{\cos \phi_0} \\ &= \alpha \left(1 - k \frac{\cos \theta}{\cos \phi_0} \right) \\ &= \alpha \left(1 - \frac{k}{\cos \phi_0} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

となる。k=一定、φ₀=一定とすれば β/α は一定となるから (β/α): δ 曲線又 α: β 曲線の説明が出来る。即ち

$$\frac{\beta}{\alpha} = 1 - \frac{k}{\cos \phi_0} \quad (4)$$

となるから β/α は 1 より小さい或る 1 點の値を有する。δ=1.2 mm として 表-1 より逆に k を計算すれば (表-4), 又表-2 より (表-5) を得。

表-4.

実験番号	δ (mm)	1-β/α	φ ₀	k	詰め方
No. 4	1.2	0.47	29°40'	0.408	緩
No. 5	1.2	0.48	40°40'	0.365	"
No. 7	1.2	0.51	19°40'	0.394	"
No. 9	1.2	0.55	32°40'	0.464	"
No. 16	1.2	0.37	39°0'	0.287	"
No. 10	1.2	0.52	34°20'	0.429	密
No. 11	1.2	0.40	30°10'	0.345	"
No. 12	1.2	0.41	34°40'	0.339	"
No. 14	1.2	0.48	38°40'	0.375	"

表-5.

実験番号	δ (mm)	1-β/α	φ ₀	cos φ ₀	k
No. 7	0.4	0.68	32°40'	0.8418	0.57
"	0.8	0.54	38°0'	0.7844	0.425
"	1.0	0.52	39°40'	0.7698	0.40
"	1.2	0.51	39°40'	0.7698	0.392
"	1.4	0.50	38°20'	0.7844	0.392
"	1.8	0.47	39°20'	0.7735	0.394
No. 10	0.4	0.666	32°30'	0.8433	0.56
"	0.8	0.556	33°50'	0.8307	0.464
"	1.0	0.536	33°20'	0.8355	0.446
"	1.2	0.52	34°20'	0.8258	0.430
"	1.4	0.523	34°0'	0.8290	0.434
"	1.0	0.477	33°50'	0.8307	0.396

表-5. から分かる如く k の値は δ が大きくなるにつれて小さくなる傾向がある。段々砂がゆるんで来るに従って單位の剪断歪を受けて生ずる容積膨脹が小さくなつて来る事は常識的にも頷ける所である。k の値は砂の填

まり方に依つても外から受けてゐる壓力に依つても變り得ると考へる方が眞に近いと考へられるから(前論文圖-3等を見よ)、表-4に於ける k に不同のある事は其れ程不思議なことではない。

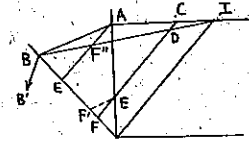
第7節 運動機構の近似性の検討と不連続運動の機構

前節で考へた運動機構では剪斷歪が運動してゐる容積内一様と考へた。又は考へ方を變へて運動してゐる容積内の平均の剪斷歪を考へたとしても良い。之の一樣であると言ふ事は次の如く考へれば直ちに極く近似的のものである事が分かる。即ち圖-18に於て $OI \parallel EA$ とすれば

$$\frac{CD}{AF'} = \frac{EF}{AE} \quad \therefore EF = CD \frac{AE}{AF'} > CD$$

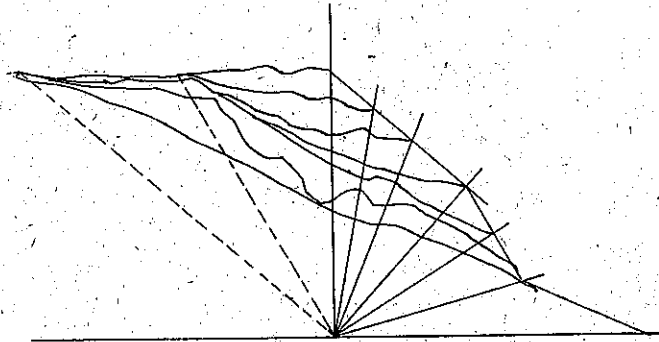
$$\therefore EF' = EF > CD$$

圖-18.



であるから壁の動きが小さい中は EF は極く小さいから CD は尙ほ更小さい譯である。前節の運動機構に於ては壁に近い方が餘計剪斷歪を受けるから壁に近い方が遠い所に比して餘計疎になる譯である。そして尙ほ壁を倒して行くと容積膨脹を止めて容積不變となる筈である。さうなると BB' の如く B の動きは AB に比して立つて來る事も可能で、かうなると壁に近い所は密になり壁から遠い所が疎になると言ふ傾向を生じ得る。即ち全體としては容積膨脹はなくても近い所は收縮し遠い所は膨脹すると言ふ事のあるのは考へ得る事である。次いで遠い所が膨脹が止む程になると不動點と考へられてゐた點で崩壞の起る事も可能であらう。實際にボールベアリングの球を小さい木箱に入れて片側の壁を倒して行くと之の三つの階段が見られた(圖-9)。

圖-19.



これは幾何學的に考へたのであるが内部摩擦があつて自由に各粒が運動出来なければ之の様な幾何學的に考へた様な容積膨脹と膨脹停止の順送り現象が砂中に起り得る事は想像される。依つて第一番に行つた實驗の際の不連続沈下運動の機構をかくの如き疎密の順送り現象なりと考へる事は出来ないであらうか。連続撮影に依つて砂の上表面が密になり疎になつて運動を続けてゐる事及び不連続沈下が大きな容積膨脹である事を考へ合す時、此の様な運動機構を考へる事はあながち無理とは思へないと考へる。

第8節 結 語

以上に依つて壁を倒す場合の砂の運動に於ても容積膨脹が重要な役割りを爲す事が分かつた。此の場合に砂が壁に及ぼす壓力はどの様になるであらうか。そして其れが k なる値とどの様な関係があるであらうか。此等は非常に重要なそして又興味深い問題である。砂壓の實驗に於て一樣な結果を求める事が非常に困難な事、填まり方と言ふものが甚だ重要ではあるがはつきりしないものである事は良く知られた事であるが、恐らく此の問題は k なる値と壓力の関係を求める事に依り幾分の解釋が出来るのではあるまいか。

又 k なる値を純粹に求めればどんな大きさの量であらうか。それが現在求めたものとどんな関係にあるであらうか。此等の興味深い事柄の解明は之れを將來に譲らねばならないが、現在は少くも本論文に依つて砂の運動機構

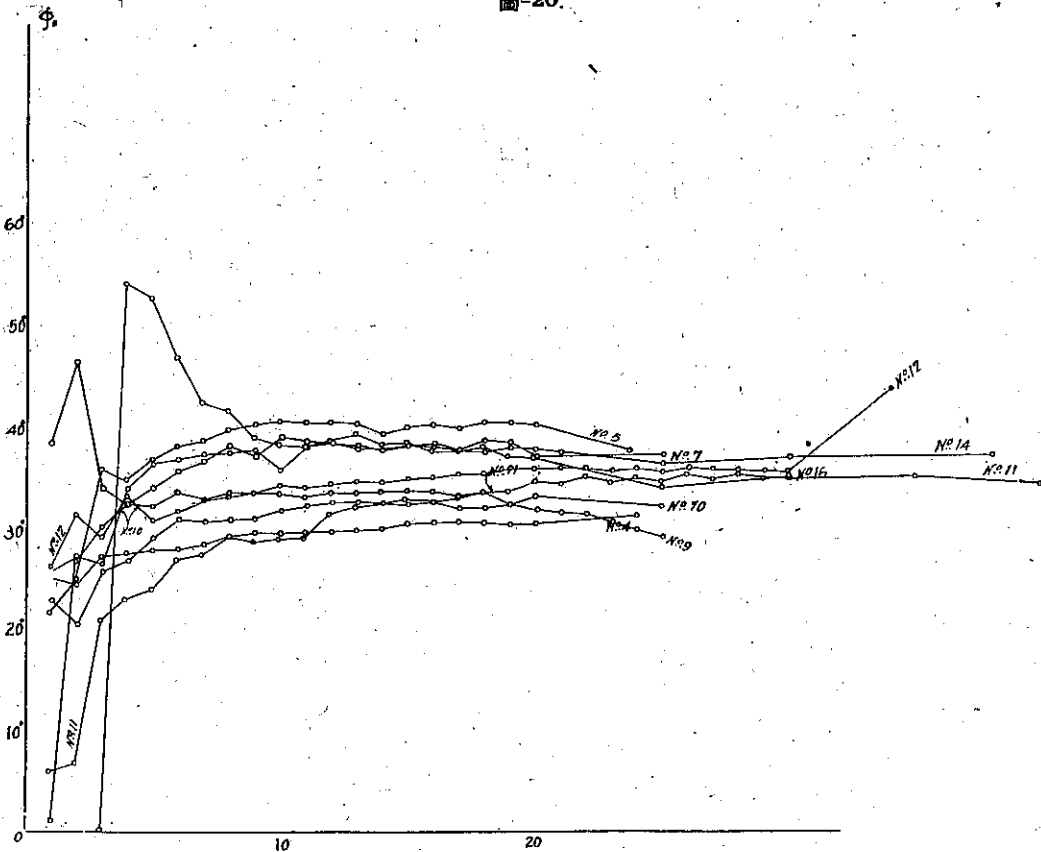
が多少でも明らかになり其れが壓力等の實際上重要な事柄に對して大きな關聯を持つて居さうな事の示唆を得た事だけで満足しなければならないであらう。尙ほ終りに於ては有るが、連續撮影装置の製作に就て内海清温氏に感謝の意を表したい。全然別の目的に於て此の製作をしたのであり其の目的に於ては全く失敗したのであつたが、今回の實驗に於て重要な役をなさせる事が出來た。甚だ私情に互つて恐縮であるが同装置の製作に於て御心配を掛けながら成功しないで御迷惑を掛けた同氏に對し、此處に厚く御禮を申し上げる事を許して戴き度いと思ふのである。

第 5 章 不動點形成機構

第 1 節 緒 言

Rankine, Boussinesq 等は砂壓論を論ずるに應力の解析に依り Coulomb は運動の考へを多少取り入れてゐるが結局は力の釣合ひ式を用ひてゐるのである。即ち滑り面と言ふ所に變形の考へが入つてゐるだけである。Boussinesq も變形を考へてはゐるが、之れは應力計算の手段として變形を取り入れてゐるに過ぎない。又滑り面成生の理由にしても中々巧妙ではあるが何とはなしに直接でない様な氣がしてならない。つまりあたかもいきなり初めから滑り面なるものを砂が意識して、此處で滑らうとして滑るかの如き印象を受ける様な説明しか與へられてゐない様な氣がする。

圖-20.



本論文で筆者は此等の疑問に對する或程度の手懸りを提供し様と思ふ。之の説明中に入つて來る憶説的な事柄は全然實驗的根據を持たないと言ふのではないが、僅かの實驗に基いてゐる限り絶體に正しいとは言ひ切れず又此等の事柄についてはもつともつと研究すべき事柄があるが、先づ以つて筆者の試案を發表して先學の方々の御批判を仰ぎ度いと思つてゐる次第である。

第 2 節 更に不動點に就て

今回の如き實驗に於ては滑り面の存在しなかつた事は先きに述べた所であるが此れは Terzaghi の實驗の場合に廻轉軸が壁の下端より可なり下にある事から願ける所である。今回の實驗の場合には其の代りに不動點なるものがあつた。處が良く實驗結果を精査して見ると不動點はたしかにあるが其れが出来る迄には壁が或程度動いてゐなければならぬ事を知つた(圖-20)。

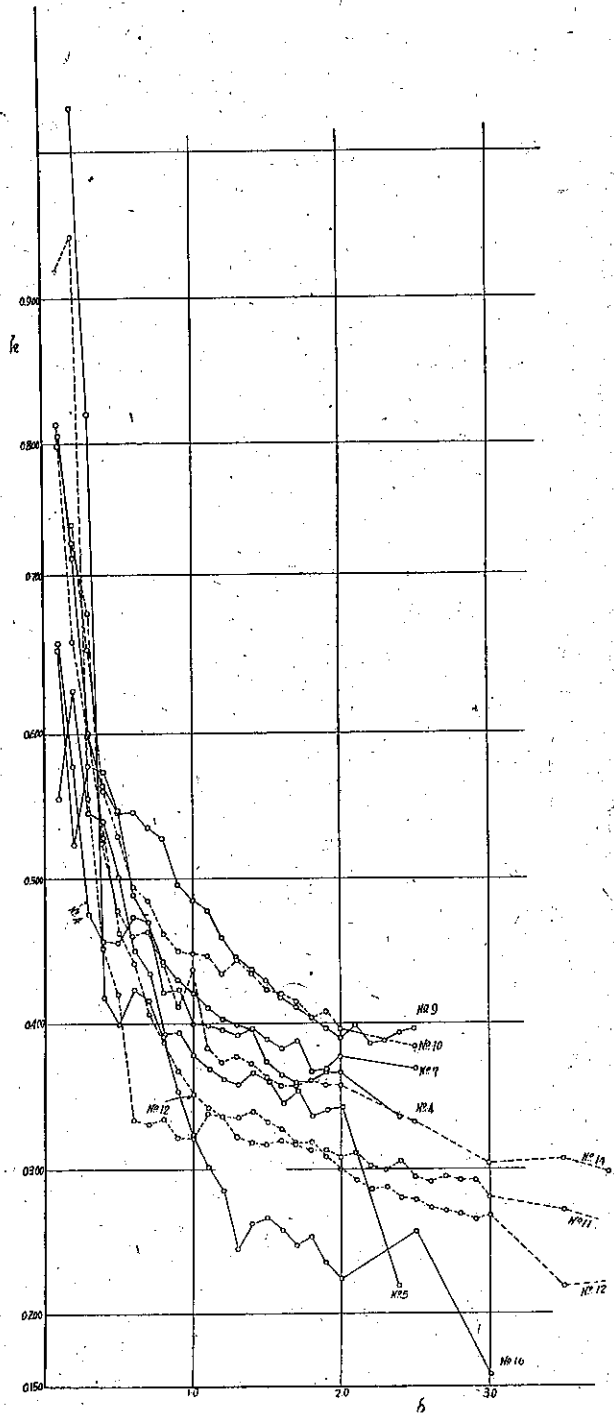
$$\text{即ち } \tan \phi_0 = \frac{\beta}{\alpha} \frac{\delta}{a} \dots\dots\dots(2-1)$$

で求めた ϕ_0 の値は δ が約 1mm になつて初めて一定になる。

序でながら前に述べた β の値を δ に對して計算して圖示すれば圖-21 の如くなる。

尙ほ前にも述べた如く壁の動き 5/100 mm でも壁から可成り遠い所例へば 10 cm 位の所でも沈下が認められる。そして此の事は今述べた如き考へに對して矛盾する如く思はれる。しかし砂の動きにもいはゞ彈性的變形とでも言ふべき變形と流動に依る變形が考へられる事及び彈性的變形は 200 m/sec 位の速さで傳はるのであるから、問題の如き變形が壁の動きと略々同時に起こつても不思議ではない。唯だ實際に之れが彈性的變形であるか否かについては尙ほ吟味が必要であらうが、今之れを後廻しにして流動の方を取上げて見る。そして此れが充分に説明されれば壁の動き後直ちに起こる遠方の沈下が彈性的なものであるか否かの

圖-21. 點線は密に填めたものを示す



消極的な検証の一つとなり得るであらう。

第3節 砂の運動機構に就ての概説

φ:δの曲線から此の場合の砂の運動は次の如きものであらうと想像する事が出来ると思ふ。即ち壁を極く少し動かすと砂の壁に接した部分即ち圖-22でO1'なる線で示した左側は疎となり、右側は元のまゝで密となりO1'は疎密の不連続面となる。壁の位置がO2まで至ると斯かる不連続面はO2'に到達し遂に壁の動き約1mmに至つてOK即ち不動面に到着して其れ以上は不連続面は進まない。

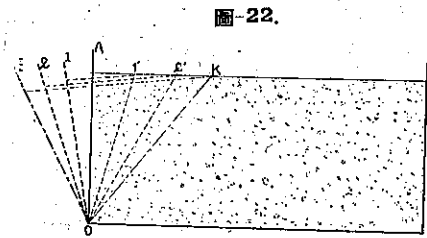


圖-22.

砂の運動には容積変化を必ずともなふと言ふ我々の基礎原理より考ふれば不連続面の傳播は即ち運動の傳播である。又初めの疎が不動面まで傳はると再び壁面からの疎密の傳播が可能にもなり又其れが疎密波の如き順送り現象に依つて爲される事も可能である事は連續映寫装置に依る我々の所謂ピクピク運動に依つても想像される所である。

第4節 不連続面の一つの性質

前節の如き運動の可能性をいくらか合理的に説明する爲めには不連続面の性質に就いて述べねばならない。不連続面に就いての獨創的研究は大砲内の氣體の運動に關し Hugoniot に依り、更に詳細な研究が Hadamard に依り行はれた(1)。そして其れが偏微分方程式論に於て重大な役を演ずる特有帶と密接な關係の存在する事等興味ある研究が發表されてゐる。しかし此處で必要なのは不連続面の基本的性質であつて次ぎの如きものである。

簡單の爲めに二次元的に考へられる場合を考へる。LLを不連続面(之の紙面に垂直な)とする(圖-23)。今1の側の状態が其のまゝ2の側にも續いてゐるとする。我々の場合には假りに密の状態が左の方に續いてゐて不連続面がないとする。それに適當な變位を加へて不連続面 LL を出現させる事が出来るのであらうか。其れは次ぎに述べる如く可能なのである。其の前に φ₁, φ₂ を夫々 1, 2 の側にあつて連續な場所の函數とし、LL 上では φ₁=φ₂ とする。LL の方程式を

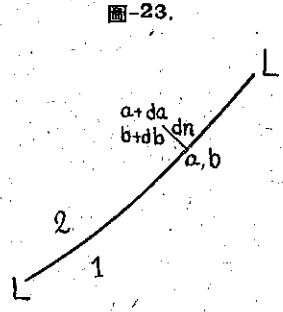


圖-23.

$$F(a, b) = 0 \dots\dots\dots(4.1)$$

とする。LL に沿ふて φ₁, φ₂, F を微分すれば夫々

$$d\phi_1 = \frac{\partial \phi_1}{\partial a} da + \frac{\partial \phi_1}{\partial b} db \dots\dots\dots(4.2)$$

$$d\phi_2 = \frac{\partial \phi_2}{\partial a} da + \frac{\partial \phi_2}{\partial b} db \dots\dots\dots(4.3)$$

$$dF = \frac{\partial F}{\partial a} da + \frac{\partial F}{\partial b} db = 0 \dots\dots\dots(4.4)$$

處が F=0 上では φ₁=φ₂ であるから dφ₁=dφ₂ である。依つて LL 上では

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial a} da + \frac{\partial \phi_1}{\partial b} db = \frac{\partial \phi_2}{\partial a} da + \frac{\partial \phi_2}{\partial b} db$$

$$\therefore \frac{\partial (\phi_1 - \phi_2)}{\partial a} da + \frac{\partial (\phi_1 - \phi_2)}{\partial b} db = 0 \dots\dots\dots(4.5)$$

(1) Hadamard: Lecons sur la propagation des ondes et les equations de l'hydrodynamique" 1903
簡單には Webster "Partial differential equations of mathematical physics". を見よ

(4.4), (4.5) を比較する事に依り LL 上では

$$\frac{\frac{\partial(\varphi_1 - \varphi_2)}{\partial a}}{\frac{\partial F}{\partial a}} = \frac{\frac{\partial(\varphi_1 - \varphi_2)}{\partial b}}{\frac{\partial F}{\partial b}} \dots\dots\dots (4.6)$$

この比例常数を λ' とおけば (實は λ' は a, b の函數であるが a, b をきめておけば常數と考へられる)。

$$\frac{\partial(\varphi_1 - \varphi_2)}{\partial a} = \lambda' \frac{\partial F}{\partial a}, \quad \frac{\partial(\varphi_1 - \varphi_2)}{\partial b} = \lambda' \frac{\partial F}{\partial b} \dots\dots\dots (4.7)$$

處が

$$\left(\frac{\partial F}{\partial a}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial b}\right)^2 = h^2 \dots\dots\dots (4.8)$$

とおけば

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{h} \frac{\partial F}{\partial a} &= \cos(n, a) \\ \frac{1}{h} \frac{\partial F}{\partial b} &= \cos(n, b) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.9)$$

となる。但し n は (a, b) に於ける LL の法線の方向である。そこで

$$\lambda' = \frac{\lambda}{h}$$

とおいて

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial(\varphi_1 - \varphi_2)}{\partial a} &= \frac{\lambda}{h} \frac{\partial F}{\partial a} = \lambda \cos(n, a) \\ \frac{\partial(\varphi_1 - \varphi_2)}{\partial b} &= \frac{\lambda}{h} \frac{\partial F}{\partial b} = \lambda \cos(n, b) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.10)$$

と書く事が出来る。今 $\varphi_1 - \varphi_2$ の LL 外の一處に於ける値を求めるには $\varphi_1 - \varphi_2$ を LL 上の一處 (a, b) を中心として展開したと考へ二次以上の項を消去すれば

$$\varphi_1 - \varphi_2 = (\varphi_1 - \varphi_2)_L + \left\{ \frac{\partial(\varphi_1 - \varphi_2)}{\partial a} \right\}_L da + \left\{ \frac{\partial(\varphi_1 - \varphi_2)}{\partial b} \right\}_L db \dots\dots\dots (4.11)$$

L と言ふ符號を付けたのは LL 上の値と言ふ意味である (又此の da, db は LL に沿つた微分と言ふ意味ではない)。LL 上では $\varphi_1 = \varphi_2$ である事及び (4.10) を考へれば

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \lambda \cos(n, a) da + \lambda \cos(n, b) db = \lambda dn \dots\dots\dots (4.12)$$

但し dn は $(a+da, b+db)$ を通る LL の法線の、曲線と其の點との間の部分の長さで法線の微小長さをあらはす。(4.12) より分かる事は $\varphi_1 - \varphi_2$ は其の點と曲線の距離に比例すると云ふ事である。今 φ_1 を 1 の側での任意の點の變位の x, y 成分 u_1, v_1 のいづれかをあらはすものとし、 φ_2 で 2 の側の任意の點の變位の x, y 成分 u_2, v_2 の φ_1 と對應するものをあらはすとする。今 1 の状態が 2 の方にも連續されてゐて夫に適當な變位を加へて LL に不連續を生ぜしめる爲めには (4.12) より分かる如く加ふべき變位は其の點から LL に至る距離に比例するものでなければならない。

第 5 節 無歪面と不連續面

今二次元的齊一次變形を考へ其の主軸の方向に夫々 x, y 軸を取れば初め $P(x, y)$ にあつた點は變形後 $P_1(x_1, y_1)$ に來り其の間の關係は (圖-24)。

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= (1+e_1)x \\ y_1 &= (1+e_2)y \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5.1)$$

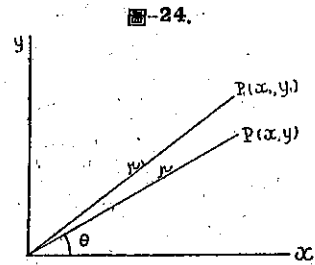
但し e_1, e_2 は主歪である。尚ほ極く小さな變位は充分齊一次變形と見做されるから (5.1) は一般の變位をあらはすと見ても良い。

$$OP_1^2 = x_1^2 + y_1^2 = x^2 + y^2 + 2(e_1x^2 + e_2y^2)$$

$$QP_1 = r_1, \quad OP = r, \quad e_1 \neq 0, \quad e_2 \neq 0$$

なる故

$$e = \frac{r_1 - r}{r} = e_1 \cos^2 \theta + e_2 \sin^2 \theta \dots\dots\dots (5.2)$$



依つて前節で述べた如き不連続面を生ぜしめる爲めに加ふべき變形が若し存在して (5.1) の如くに書けるならば主歪の軸と

$$\tan^2 \theta = - \frac{e_1}{e_2} \dots\dots\dots (5.3)$$

の方向に生ずる筈である。即ち此の方向では $e=0$ である。 e_1 と e_2 が同符號ではいけない事が分かる。更に其の場合の變位の場合かゝる無歪面に對しての各點の變位が無歪面からの距離に比例する事さへ確かめれば前節に發した疑問即ち連続的變位を不連続に變へる如き變位が可能なりや否やに答へる事が出来る。それには (5.3) で與へられる θ の値を θ として (之れは 2 つあるが $\tan \theta > 0$ の方の θ とする) 之の方向に X 軸を其れに垂直な方向を Y 軸として (5.1) の關係より X, Y と X_1, Y_1 との關係を求めれば

$$\left. \begin{aligned} X &= x \cos \theta + y \sin \theta \\ Y &= y \cos \theta - x \sin \theta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5.4)$$

であるから簡単な計算に依り

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= X + (e_1 \cos^2 \theta + e_2 \sin^2 \theta) X - (e_1 - e_2) \sin \theta \cos \theta Y \\ Y_1 &= Y + (e_2 \cos^2 \theta + e_1 \sin^2 \theta) Y - (e_1 - e_2) \sin \theta \cos \theta X \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5.5)$$

次で

$$\tan \theta = \sqrt{\frac{e_1}{e_2'}}, \quad \sin \theta = \sqrt{\frac{e_1}{e_1 - e_2'}}, \quad \cos \theta = \sqrt{\frac{e_2'}{e_1 - e_2'}} \dots\dots\dots (5.6)$$

但し $e_2' = -e_2, \quad e_1 > e_2$ とする。

であるから

a) 初め $X=0$ なる直線上にあつた點の移動後の位置は

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= -\sqrt{e_1 e_2'} Y \\ Y_1 &= Y + (e_1 + e_2) Y \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5.7)$$

b) 初め $Y=0$ なる直線上にあつた點の移動後の位置は

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= X \\ Y_1 &= -\sqrt{e_1 e_2'} X \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5.8)$$

尚ほ

$$\tan \theta = \frac{e_1 + e_2}{\sqrt{e_1 e_2'}} \dots\dots\dots (5.9)$$

之れで先きに述べた如き疑問に答へる事が出来た。

第6節 現在の實驗の場合の不連続面と其の傳播

壁を δ 丈け動かした場合に壁に接した砂の中に生ずる變位を考へると(圖-26), δ が小さい間は x, y を主歪

の方向と考へて恐らく間違ひはあるまい。 $\tan \phi_0$ を求める場合に使つた表を見れば分かる如く δ が 0.1, 0.2, 0.3 ϕ_0 等の小さい値に對し a の方は例へば No. 14 に於ては 0.025, 0.067, 0.133 等, No. 7 に於ては 0.020, 0.045, 0.135 等の小さい値であるし e_2 は約 20 cm の長さの間に生ずる變形で e_1 は同程度の長さの變形であるから δ が小さい時は

$$|e_1| \gg |e_2| \dots \dots \dots (6.1)$$

で e_1 は正、 e_2 は負であるから不連続面は存在し得て

$$\theta \approx \frac{\pi}{2}$$

であるから不連続面は垂直に近い。一度不連続面が出来ると圖-25 で見ると X 軸は回轉するから圖-27 の如く不連続面は移動する。そして又回轉して不連続面が壁から遠ざかれば e_1, e_2 は段々小さくなる傾向がある。此れは壁に遠い方が砂の運動がお互ひの噛み合ひと先きにも述べた幾何學的の關係からも小さい事から考へても想像されるからある所まで不連続面が傳播すれば

$$e_1 \approx 0, e_2 \approx 0 \dots \dots \dots (6.2)$$

となると考へても良いであらう。さうなれば (5.8) から分かる如く不連続面の傳播は停止する。即ち不動點が出来る。其の場合には e_1, e_2 も共に非常に小さくなるから $\theta \approx 0$ でなくても良い。又其頃になれば主歪の方向は水平又は垂直であるとは限らぬのである。そして又 θ を決定する e_1/e_2 なる値は言葉を変へて言へば壁の動きが何處まで影響するかと言ふ事即ち變形の一種の減衰度をあらはす値である。依つて粒と粒の間の摩擦と噛み合ひの度合ひをあらはす値であるから²⁾ Rankine 等の土壓論で θ が(今假に不連続面が止まる時主歪の方向が水平、垂直であると考へたとすれば)

$$\theta = \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \dots \dots \dots (6.3)$$

なる關係により θ と内部摩擦角 ϕ とが結び付いてゐるとされるのも運動機構から考へても、其の式の正否は別問題として、合點が行く。我々の實驗では

$$\phi_0 = \frac{\pi}{2} - \theta \approx 31^\circ \sim 41^\circ$$

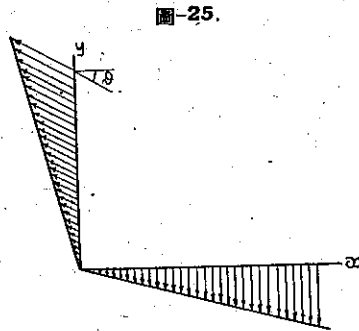


圖-25.

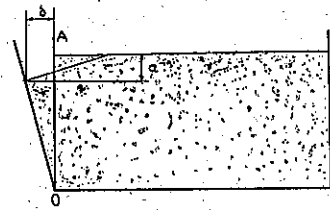


圖-26.

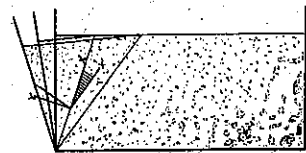


圖-27.

(2) Hertwig 等も砂中を傳ふる波の減衰が非常に内部摩擦に依る事。砂に於て其れが著しい事を認めてゐる。Hertwig, Frich, Lorenß "Die Ermittlung der für das Bauwesen wichtigsten Eigenschaften des Bodens durch erzwungenes Shwingungen" 1933.

となる。處で ϕ を息角 $=25^\circ$ と取ると

$$\phi_0 = 32^\circ 30'$$

となるべきであるがこれに近いものもあるが概して此の値よりは大きくなる。我々の運動機構からの考へ方に依れば θ 即ち ϕ は壁から遠い所の e_1 と e_2 に依り定まるので、即ち砂の填り方に依り變つて來ても差支へなく實驗の際の何等かの状態の變化に依つて變つて來ても一向差支へない。寺田、宮部兩先生の砂層の崩壊に関する研究⁽³⁾に於て填め方の粗である時と密である時を比較すると、滑り線の傾斜は前者に對する方が後者に對するよりも緩い事が示されてゐる。さうして此の傾斜が填まり方の變化の尺度となる事を強調して居られるのは我々の現在の機構の考へ方に有利な資料を提供してゐる様に思ふ。我々の實驗の場合にはどうしたものか今述べた事柄が豫想されたにも拘らず豫期に反してゐるが、之れは何等か他の事情に依るものではあるまいかと想像してゐる。尤も兩先生の場合と我々の場合とは壁の動かし方も異り其の大きさも異つてゐる。

一旦 $e_1=0$, $e_2=0$ となれば不連続面が進行を停止するが壁の動きが更に大きくなり砂がゆるんで $e_1=0$, $e_2=0$ でなくなれば再び不連続面は動き初めても一向差支へない。前に述べたボールベアリングの球の實驗の場合には此の様な現象が現れたが其後行つたボールベアリングの球の實驗に於てはそれの現れぬ事もあつた。

第 6 章 砂の内部摩擦角と息角、砂の剪斷試験の意義

土壓論に依れば滑り面は砂の内部摩擦角から定まつて來る。そしてこの内部摩擦角は息角に等しいと採るか剪斷試験に依つて定めるか、いづれかの手段に依つて定めてゐる。剪斷試験を行つて内部摩擦角を定める事は前論文に於ても論じた如く従來の方法に依れば甚だ不定なものである。我々が前論文で提案した方法は可成り良ささうに思へるがあれでも満足はしてゐない。まだ實際に作製して實驗してゐないから確かな事は言へないが、一面剪斷にして其上尚ほ多少の改良を試験機に加へたいと考へてゐる。しかし兎に角剪斷試験に依つて砂の剪斷試験を行ふ事は困難である。それ故に多くの研究者は砂壓計算に際して息角を用ふ可しと言つて居り尚ほ息角を用ふれば Coulomb 土壓が可成りに實驗に合ふと稱してゐる⁽⁴⁾。しかし何故に息角の方が剪斷試験の結果を用ふるよりも良い結果を與へるかに就ては積極的な説明を加へてゐない。

處で我々の憶説に依れば滑り面(又は不動面)の位置は粒と粒の噛み合ひ等に依つて一ヶ所に生じた運動がどこまで傳はるか、言葉を換へて言へば一種の減衰度はどれ位であるかと言ふ事に依つて定まりさうである。若し單に應力の關係に依り定まり息角 ϕ を内部摩擦角として

$$\phi_0 = \frac{V}{4} - \frac{P}{2}$$

なる關係で定まるのならば ϕ_0 の値は我々の實驗の場合にはもつと小さく出て來ても良く、寺田・宮部兩氏の實驗の場合に填り方で變つて來なくても良ささうである。應力が無關係であると主張する譯では決してないが變形の方も考へに入れられないでは間違つてゐると推論しても夫れ程無理な事ではあるまいと思ふ。

さうすれば今内部摩擦角なるものを考へる場合に其れが關與する現象に於ける運動機構に密接に關聯した砂の噛み合ひの度合ひを量る尺度とするに足る定數を取る可きではあるまいか。其處で剪斷試験の場合を考へると、此の場合には砂が自分で動くのではなしに無理やりに一つ又は二つの薄い層に沿つて動かしてゐるのである。一方

(3) 寺田・宮部：“砂層の崩壊に関する實驗”(第 1 報), 地震研究所彙報 第 4 號 p. 33~56.

(4) 例へば C. F. Jenkin: "Pressive exerted by granular material; an application of the principles of dilatancy" Proc. Roy. Soc. Vol. 131, 1931, p. 53~59.

壁を動かした際の砂は自分から今回の実験に依つて或る程度まで窺ふ事の出来た様な方式に依つて一つの層に沿つてと言ふのでなく、運動するのであるから剪断試験の場合の運動機構とは全く様子を異にする。息角の方は如何にと言ふに之れの場合の砂の運動機構の方が遙かに壁を動かす場合に近い。即ち今回の実験の場合でも壁を水平になるまで倒せば砂の上面は水平面と息角をなすに至るのである。

運動機構の相似た現象に於ける定数を取つてゐると言ふ所に息角を内部摩擦角に取つた方が砂壓の計算値が實測値と合ふ根本理由があるのではあるまいか。

故に例へばサイロの場合の計算⁽⁵⁾の如き場合の内部摩擦角としては我々の前論文に於て提案した如き方法に依る剪断試験の結果を利用す可きであると思ふ。

第7章 結 言

以上実験結果と其れに基いて考へた想像説を述べたが之れが本質に觸れてゐるや否やは將來更に詳細な研究の結果をまたねばなるまい(尤も全くの出鱈目とは思つてゐない)。尙ほ第5章以後は第4章迄を學會に提出して後に追加したものである。

(5) 之れは前論文に對する安藏先生の有益な御注意に依る。