論　說　報　告

第28卷第3號　昭和17年3月

平行弦フィレンデール構桁の應力實用算式

正會員　工學博士　酒　井　忠　明*

要　旨　各部材の剛度一様なる平行弦フィレンデール構桁の等布活荷重による應力を直ちに求め得る算式を誘導提案したものである。

1. 緒　　論

鋲結又は熔接構造の發達と共に平行弦フィレンデール構桁の使用が各種の構造物に見受けられるやうになつたが，之が解法は高次の不靜定構造の爲め相當厄介なものである。

曩に著者は北大工學部紀要[1]に於て各部材の剛度一様な平行弦フィレンデール構桁の滿載等布荷重による應力を直ちに求め得る實用算式を有限差方程式の理論を應用して誘導提案したが，玆には之とあはせ等布活荷重による最大應力に對するものを誘導提案する次第である。之によれば極めて簡單に而も精密な結果が得られるものである。各部材の剛度が等しからざる構桁に於ても又曲弦の場合に於てもその最初の設計に使用して極めて良結果を齎らすものである。

2. 實 用 算 式

著者の誘導したる材端曲げモーメント，直接應力，剪斷應力並に格點の撓みに關する實用算式は次の如し。但し式中

K=各部材の剛度即ち部材斷面の慣性モーメントをその部材長にて除したるもの

$P=\rho\lambda$

ρ=構桁の單位長に於ける等布荷重

λ=格　間　長

h=構桁の高さ

n=構桁の有する全格間數

$M_{m\cdot l}$，$M_{\bar{m}\cdot l}$=夫々左支承より m 番目の上，下兩弦材の左端に生ずる曲げモーメント

$M_{m\cdot r}$，$M_{\bar{m}\cdot r}$=夫々同上兩弦材の右端に生ずる曲げモーメント

$M_{m\cdot v}$，$M_{\bar{m}\cdot v}$=夫々垂直材 $m-\bar{m}$ の上，下兩端に生ずる曲げモーメント

N_m，$N_{\bar{m}}$=夫々左支承より m 番目の上，下兩弦材に生ずる直接應力

Q_m，$Q_{\bar{m}}$=夫々同上兩弦材に生ずる剪斷應力

$Q_{m\cdot}$ =垂直材 $m-\bar{m}$ に生ずる剪斷應力

y_m=格點 m に生ずる撓み

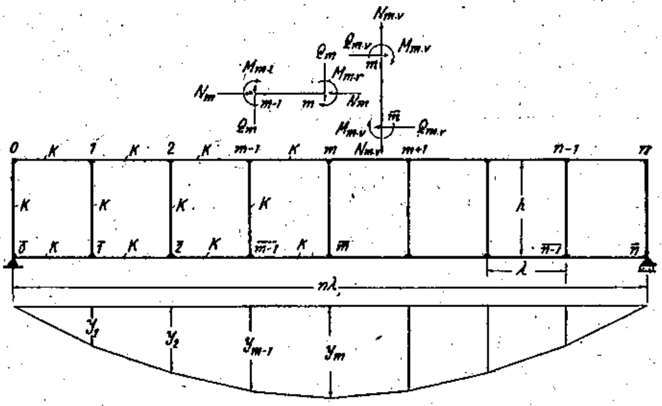
---

* 北海道帝國大學助教授

1) 第5冊第4號

とす（圖-1 參照）。

圖-1



1. 滿載等分荷重による應力實用算式

上弦材の左端曲げモーメント

係數：$-P\lambda$

$$M_{1\cdot l}=0.14088\,n-0.1819 \quad \cdots\cdots(1)$$

$$M_{2\cdot l}=0.12702\,n-0.4550 \quad \cdots\cdots(2)$$

$$M_{3\cdot l}=0.12525\,n-0.7079 \quad \cdots\cdots(3)$$

$$M_{4\cdot l}=0.12503\,n-0.9583 \quad \cdots\cdots(4)$$

$$M_{m\cdot l}=\frac{1}{8}n-\frac{1}{4}m+\frac{1}{24} \quad (m=5\sim n-4)\cdots\cdots(5)$$

上弦材の右端曲げモーメント　　係數：$-P\lambda$

$$M_{1\cdot r}=0.10912\,n-0.0681 \quad \cdots\cdots(6)$$

$$M_{2\cdot r}=0.12298\,n-0.2950 \quad \cdots\cdots(7)$$

$$M_{3\cdot r}=0.12474\,n-0.5421 \quad \cdots\cdots(8)$$

$$M_{4\cdot r}=0.12497\,n-0.7917 \quad \cdots\cdots(9)$$

$$M_{m\cdot r}=\frac{1}{8}n-\frac{1}{4}m+\frac{5}{24} \quad (m=5\sim n-4)\cdots\cdots(10)$$

垂直弦の上端曲げモーメント　　係數：$P\lambda$

$$M_{0\cdot v}=0.14088\,n-0.1819 \quad \cdots\cdots(11)$$

$$M_{1\cdot v}=0.23614\,n-0.5231 \quad \cdots\cdots(12)$$

$$M_{2\cdot v}=0.24824\,n-1.0029 \quad \cdots\cdots(13)$$

$$M_{3\cdot v}=0.24977\,n-1.5004 \quad \cdots\cdots(14)$$

$$M_{4\cdot v}=0.24997\,n-2.0000 \quad \cdots\cdots(15)$$

$$M_{m\cdot v}=\frac{1}{4}n-\frac{1}{2}m \quad (m=5\sim n-4)\cdots\cdots(16)$$

上弦材の直接應力　　係數：$\dfrac{P\lambda}{h}$

$$N_1=0.28175\,n-0.3637 \quad \cdots\cdots(17)$$

$$N_2=0.75403\,n-1.4099 \quad \cdots\cdots(18)$$

$$N_3=1.25051\,n-3.4158 \quad \cdots\cdots(19)$$

$$N_4=1.75006\,n-6.4166 \quad \cdots\cdots(20)$$

$$N_m=\left(\frac{1}{2}m-\frac{1}{4}\right)n-\frac{1}{2}m(m-1)-\frac{5}{12} \quad (m=5\sim n-4)\cdots\cdots(21)$$

垂直材の直接應力　　係數：P

$$N_{0\cdot v}=\frac{1}{4}(n-1) \quad \text{（下弦載荷）}\cdots\cdots(22)$$

$$N_{0\cdot v}=\frac{1}{4}(n+1) \quad \text{（上弦載荷）}\cdots\cdots(23)$$

$$N_{m\cdot v}=-\frac{1}{2}\qquad \text{（下弦載荷,}\quad m=1\sim n-1\text{）}\tag{24}$$

$$N_{m\cdot v}=\ \frac{1}{2}\qquad \text{（上弦載荷,}\quad m=1\sim n-1\text{）}\tag{25}$$

上弦材の剪斷應力　　係數：P

$$Q_m=\frac{1}{4}n-\frac{1}{2}m+\frac{1}{4}\qquad (m=1\sim n)\tag{26}$$

格點の撓み　　係數：$\dfrac{P\lambda^2}{EK}$

$$y_1=0.0522\,5\,n-0.0796\tag{27}$$

$$y_2=0.1134\,5\,n-0.2692\tag{28}$$

$$y_3=0.1757\,8\,n-0.5820\tag{29}$$

$$y_4=0.2382\,6\,n-1.0194\tag{30}$$

$$y_m=0.2382\,6\,n+0.0625\{(m-4)(n+1)-m(m+1)\}+0.2305\qquad (m=5\sim n-4)\tag{31}$$

2. 等布活荷重による最大應力實用算式

上弦材の左端曲げモーメント　　係數：$-P\lambda$

$$M_{1\cdot l}=0.1408\,8\,n-0.1819\tag{32}$$

$$M_{2\cdot l}=0.1270\,2\,n+0.2540\frac{1}{n}-0.4227\tag{33}$$

$$M_{3\cdot l}=0.1252\,5\,n+0.7519\frac{1}{n}-0.6679\tag{34}$$

$$M_{4\cdot l}=0.1250\,3\,n+1.5004\frac{1}{n}-0.9169\tag{35}$$

$$M_{m\cdot l}=\frac{1}{8}n+\frac{1}{8}m(m-1)\frac{1}{n}-\frac{1}{4}\left(m-\frac{1}{3}\right)\qquad (m=5\sim n-4)\tag{36}$$

上弦材の右端曲げモーメント　　係數：$-P\lambda$

$$M_{1\cdot r}=0.1091\,2\,n-0.0681\tag{37}$$

$$M_{2\cdot r}=0.1229\,8\,n+0.2460\frac{1}{n}-0.3273\tag{38}$$

$$M_{3\cdot r}=0.1247\,4\,n+0.7481\frac{1}{n}-0.5820\tag{39}$$

$$M_{4\cdot r}=0.1249\,7\,n+1.4996\frac{1}{n}-0.8331\tag{40}$$

$$M_{m\cdot r}=\frac{1}{8}n+\frac{1}{8}m(m-1)\frac{1}{n}-\frac{1}{4}\left(m-\frac{2}{3}\right)\qquad (m=5\sim n-4)\tag{41}$$

垂直材の上端曲げモーメント　　係數：$P\lambda$

$$M_{0\cdot v}=0.1408\,8\,n-0.1819\tag{42}$$

$$M_{1\cdot v}=0.2361\,4\,n-0.5231\tag{43}$$

$$M_{2\cdot v}=0.2482\,4\,n+0.4965\frac{1}{n}-1.0311\tag{44}$$

$$M_{3\cdot v}=0.2497\,7\,n+1.4987\frac{1}{n}-1.5352 \cdots\cdots (45)$$

$$M_{4\cdot v}=0.2499\,7\,n+2.9996\frac{1}{n}-2.0362 \cdots\cdots (46)$$

$$M_{m\cdot v}=\frac{1}{4}n+\frac{1}{4}m(m-1)\frac{1}{4}-\frac{1}{2}(m+0.0728) \qquad (m=5\sim n-4) \cdots\cdots (47)$$

上弦材の剪斷應力　　　係數：P

$$Q_m=\frac{1}{4}n+\frac{1}{4}m(m-1)\frac{1}{n}-\frac{1}{4}(2m-1) \qquad (m=1\sim n) \cdots\cdots (48)$$

3. 最大材端曲げモーメント及剪斷應力が生ずる場合のその弦材に生ずる直接應力實用算式

上弦材の直接應力　　　係數：$\frac{P\lambda}{h}$

$$N_1=0.2817\,5\,n-0.3637 \cdots\cdots (49)$$

$$N_2=0.7540\,3\,n+1.5081\frac{1}{n}-2.3454 \cdots\cdots (50)$$

$$N_3=1.2505\,1\,n+7.5038\frac{1}{n}-6.3359 \cdots\cdots (51)$$

$$N_4=1.7500\,6\,n+21.0008\frac{1}{n}-12.3338 \cdots\cdots (52)$$

$$N_m=\frac{1}{4}(2m-1)n+\frac{1}{4}m(m-1)(2m-1)\frac{1}{n}-\frac{1}{4}(2m-1)^2-\frac{1}{12} \qquad (m=5\sim n-4) \cdots\cdots (53)$$

種々なる場合に對する $M_{\overline{m}\cdot l}$, $M_{\overline{m}\cdot r}$, $M_{\overline{m}\cdot v}$, $N_{\overline{m}}$, $Q_{\overline{m}}$, 及 $Q_{m\cdot v}$ は次のよく知られてゐる關係式から得られる。

$$M_{\overline{m}\cdot l}=M_{m\cdot l} \cdots\cdots (54)$$

$$M_{\overline{m}\cdot r}=M_{m\cdot r} \cdots\cdots (55)$$

$$M_{\overline{m}\cdot v}=N_{m\cdot v} \cdots\cdots (56)$$

$$N_{\overline{m}}=-N_m \cdots\cdots (57)$$

$$Q_{\overline{m}}=Q_m \cdots\cdots (58)$$

$$Q_{m\cdot v}=-\frac{2}{h}M_{m\cdot v} \cdots\cdots (59)$$

弦材の最大直接應力は滿載荷重の場合に生ずるものと同じである。等布活荷重による最小諸應力は滿載等布活荷重の場合と最大應力の場合との差によつて表はされる。

上式中正負の符號に關しては，直接應力に對しては正を直壓應力，負を直張應力とし，曲げモーメント及剪斷應力に關しては部材を時針と同方向に廻轉せしめんとするものを正，然らざるものを負とした。

3. 計算例題

格間數 $n=8$ なる平行弦フィレンデール構桁が下弦の各格點に $P=1\,000$ kg の荷重を擔つた場合の上弦材の直接應力を著者提案の算式を用ひ計算すれば次の如し。但し各部材の剛度は一様とし又 $\lambda/h=1$ とす。

$N_1=(0.2817\,6\times8-0.3637)\times1000\times1=1890$ kg (1 890)

$N_2=(0.7540\,3\times8-1.4099)\times1000\times1=4622$ kg (4 620)

$N_3=(1.2505\,1\times8-3.4158)\times1000\times1=6588$ kg (6 590)

$N_4=(1.7500\,6\times8-6.4166)\times1\,000\times1=7\,584$ kg (7 580)

括弧内の値は Dr. K. Kriso[2] の計算せる値である。この同じ構桁に於て $p\lambda=P$ なる等布活荷重による上弦材の左端最大曲げモーメントを求むれば次の如し。

$$M_{1\cdot l}=-P\lambda\,(0.1408\,8\times8-0.1819)=-0.9451\,P\lambda\,(-0.9451\,5\,P\lambda)$$

$$M_{2\cdot l}=-P\lambda\left(0.1270\,2\times8+0.2540\times\frac{1}{8}-0.4227\right)=-0.6252\,P\lambda\,(-0.6251\,8\,P\lambda)$$

$$M_{3\cdot l}=-P\lambda\left(0.1252\,5\times8+0.7519\times\frac{1}{8}-0.6679\right)=-0.4280\,P\lambda\,(-0.4280\,6\,P\lambda)$$

$$M_{4\cdot l}=-P\lambda\left(0.1250\,3\times8+1.5004\times\frac{1}{8}-0.9169\right)=-0.2709\,P\lambda\,(-0.2709\,4\,P\lambda)$$

括弧内の數値は實際に手數をかけて計算した値を示すものである。この計算例題により，著者提案の式が極めて簡單に應力を計算し得るのみならず，その精度も亦極めて高きものであることが了解出來る。

4. 實用算式の誘導理論

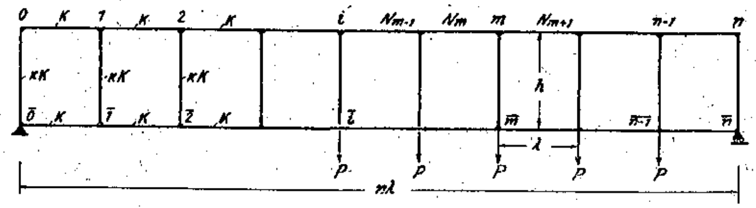
1. 假　　定

上，下兩弦材の剛度は總て K，垂直材の剛度は總て kK とす。荷重はすべて格點にかゝるものとす。垂直材と弦材は剛結せられてゐるものとす。直接應力による部材の伸縮及剪斷應力による構桁の撓みは 之を無視するものとす。

2. 基　本　式

上弦の格點を左支承から中央に向つて順次に 0, 1, 2, $\cdots i, \cdots m, \cdots n$ とし，下弦のそれを $\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}\cdots\bar{i}, \bar{m}\cdots\bar{n}$ とす (圖-2 參照)。

圖-2.



左支承から $m-1$, m 及 $m+1$ 番目の上弦材に生ずる直接應力 N_{m-1}, N_m 及 N_{m+1} の間には次の熟知なる關係がある。

$$N_{m-1}-(2+6\,k)N_m+N_{m+1}=-\frac{3k}{h}(\mathfrak{M}_m+\mathfrak{M}_{m-1})\quad\cdots\cdots(60)$$

玆に $\mathfrak{M}_m$ 及 $\mathfrak{M}_{m-1}$ は夫々この構桁を單純桁と考へた場合の格點 m 及 $m-1$ に於ける與へられた荷重により生ずる曲げモーメントを表はす。

3. 等布活荷重による弦材の直接應力 N に關する有限差方程式

圖-2 に示すが如く構桁の左支承より i 番目の格間の中央より右方に等布活荷重が滿載され，左方には無載荷の場合には

2) K. Kriso; Statik der Vierendeelträger.

$$(\mathfrak{M}_m+\mathfrak{M}_{m-1})=P\lambda\frac{1}{n}(n-i)(n-i+1)\left(m-\frac{1}{2}\right)\quad(m=1\sim i)\quad\cdots\cdots(61:1)$$

$$(\mathfrak{M}_m+\mathfrak{M}_{m-1})=P\lambda\left\{\frac{1}{n}(n-i)(n-i+1)\left(m-\frac{1}{2}\right)-(m-i)^2\right\}\quad(m=i+1\sim n)\cdots\cdots(61:2)$$

茲に單位長に於ける等布活荷重を p とすれば P は $p\lambda$ にして格點荷重を示す。

次に是等の値を (60) 式に代入し，又

$$\left.\begin{array}{l}1+3k=\alpha\\ \dfrac{3P\lambda k}{h}=\beta\end{array}\right\}\cdots\cdots(62)$$

と置く時は次の一組の有限差方程式が得られる。

$$-2\alpha N_1+N_2=-\beta\frac{1}{n}(n-i)(n-i+1)\left(1-\frac{1}{2}\right)\cdots\cdots(63:1)$$

$$N_1-2\alpha N_2+N_3=-\beta\frac{1}{n}(n-i)(n-i+1)\left(2-\frac{1}{2}\right)\cdots\cdots(63:2)$$

$$N_2-2\alpha N_3+N_4=-\beta\frac{1}{n}(n-i)(n-i+1)\left(3-\frac{1}{2}\right)\cdots\cdots(63:3)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$N_{i-1}-2\alpha N_i+N_{i+1}=-\beta\frac{1}{n}(n-i)(n-i+1)\left(i-\frac{1}{2}\right)\cdots\cdots(63:i)$$

$$N_i-2\alpha N_{i+1}+N_{i+2}=-\beta\left\{\frac{1}{n}(n-i)(n-i+1)\left(i+1-\frac{1}{2}\right)-1\right\}\cdots\cdots(63:i+1)$$

$$N_{i+1}-2\alpha N_{i+2}+N_{i+3}=-\beta\left\{\frac{1}{n}(n-i)(n-i+1)\left(i+2-\frac{1}{2}\right)-4\right\}\cdots\cdots(63:i+2)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$N_{n-2}-2\alpha N_{n-1}+N_n=-\beta\left\{\frac{1}{n}(n-i)(n-i+1)\left(n-1-\frac{1}{2}\right)-(n-1-i)^2\right\}\cdots\cdots(63:n-1)$$

$$N_{n-1}-2\alpha N_n=-\beta\left\{\frac{1}{n}(n-i)(n-i+1)\left(n-\frac{1}{2}\right)-(n-i)^2\right\}\cdots\cdots(63:n)$$

4. 一 般 解

(63) 式の如き有限差方程式の一般解は次の如くなる。

$$N_m=\frac{\beta}{2(\alpha-1)}\frac{1}{n}(n-i)(n-i+1)\left(m-\frac{1}{2}\right)+C_1r^{-m}+C_2r^m\quad(m=1\sim i+1)\cdots\cdots(64:1)$$

$$N_m=\frac{\beta}{2(\alpha-1)}\left\{\frac{1}{n}(n-i)(n-i+1)\left(m-\frac{1}{2}\right)-(m-i)^2-\frac{1}{\alpha-1}\right\}+C_3r^{-(m-i)}+C_4r^{m-i}$$

$$(m=i\sim n)\cdots\cdots(64:2)$$

茲に　$r=\alpha-\sqrt{\alpha^2-1}\cdots\cdots(65)$

であり之は

$$r^2-2\alpha r+1=0\cdots\cdots(66)$$

なる式の 2 根中小なる方の根である。C_1, C_2, C_3 及 C_4 は (63:1), (63:i), (63:$i+1$) 及 (63:n) の 4 式から次の如く決定せらるべき常數である。即是等4式に (64) 式より求めた N_1, N_2, N_{i-1}, N_i, N_{i+1}, N_{i+2}, N_{n-1} 及 N_n を代入し，又

$$r^i+r^{-i}=2\alpha \quad \cdots\cdots (67)$$

なることに注意すれば

$$C_1+C_2=A \quad \cdots\cdots (68:1)$$

$$-C_1r^{-(i+1)}-C_2r^{i+1}+C_3r^{-1}+C_4r^1=B \quad \cdots\cdots (68:2)$$

$$C_1r^{-i}+C_2r^i-C_3-C_4=C \quad \cdots\cdots (68:3)$$

$$C_3r^{-(n-i+1)}+C_4r^{(n-i+1)}=D \quad \cdots\cdots (68:4)$$

茲に

$$A=\frac{\beta}{4(\alpha-1)}\frac{1}{n}(n-i)(n-i+1) \quad \cdots\cdots (69:1)$$

$$B=\frac{\alpha\beta}{2(\alpha-1)^2} \quad \cdots\cdots (69:2)$$

$$C=\frac{\beta}{2(\alpha-1)^2} \quad \cdots\cdots (69:3)$$

$$D=-\frac{\beta}{2(\alpha-1)}\left\{\frac{1}{n}(n-i)(n-i+1)\left(n+\frac{1}{2}\right)-(n-i+1)^2-\frac{1}{\alpha-1}\right\} \quad \cdots\cdots (69:4)$$

是等の 4 聯立方程式を解いて

$$C_1=\frac{A(r^{n+2}-r^n)+B(r^{n-i+1}-r^{-(n-i+1)})+C(r^{n-i}-r^{-(n-i)})+D(r^{-1}-r^i)}{r^n(r^2-1)+r^{-n}(r^{-2}-1)} \quad \cdots\cdots (70:1)$$

$$C_2=\frac{A(r^{-(n+2)}-r^{-n})+B(r^{-(n-i+1)}-r^{n-i+1})+C(r^{-(n-i)}-r^{n-i})+D(r^i-r^{-1})}{r^n(r^2-1)+r^{-n}(r^{-2}-1)} \quad \cdots\cdots (70:2)$$

$$C_3=\frac{A(r^{n-i+2}-r^{n-i})+B(r^{n-2i+1}-r^{n+1})+C(r^{n-2i}-r^{n+2})+D(r^{-(i+1)}-r^{1-i})}{r^n(r^2-1)+r^{-n}(r^{-2}-1)} \quad \cdots\cdots (70:3)$$

$$C_4=\frac{A(r^{-(n-i+2)}-r^{-(n-i)})+B(r^{-(n-2i+1)}-r^{-(n+1)})+C(r^{-(n-2i)}-r^{-(n+2)})+D(r^{i+1}-r^{i-1})}{r^n(r^2-1)+r^{-n}(r^{-2}-1)} \quad \cdots\cdots (70:4)$$

5. 滿載等布荷重による應力實用算式の誘導

(64:2), (70:3) 及 (70:4) の式に $i=1$ を代入すれば滿載荷重の場合の直接應力 N_m は次の如く表はされる。

$$N_m=\frac{\beta}{2(\alpha-1)}\left\{(n-1)\left(m-\frac{1}{2}\right)-(m-1)^2-\frac{1}{\alpha-1}\right\}+C_3r^{-(m-1)}+C_4r^{m-1} \quad \cdots\cdots (71)$$

茲に

$$C_3=\frac{A(r^{n+1}-r^{n-1})+B(r^{n-1}-r^{n+1})+C(r^{n-2}-r^{n+2})+D(r^{-2}-1)}{r^n(r^2-1)+r^{-n}(r^{-2}-1)} \quad \cdots\cdots (72:1)$$

$$C_4=\frac{A(r^{-(n+1)}-r^{-(n-1)})+B(r^{-(n-1)}-r^{-(n+1)})+C(r^{-(n-2)}-r^{-(n+2)})+D(r^2-1)}{r^n(r^2-1)+r^{-n}(r^{-2}-1)} \quad \cdots\cdots (72:2)$$

或は近似的に

$$C_3=Dr^n \quad \cdots\cdots (73:1)$$

$$C_4=(A-B-2\alpha C)r \quad \cdots\cdots (73:2)$$

此の近似値を用ふれば (71) 式は

$$N_m=\frac{\beta}{2(\alpha-1)}\left\{(n-1)\left(m-\frac{1}{2}\right)-(m-1)^2-\frac{1}{\alpha-1}\right\}+Dr^{n-m+1}+(A-B-2\alpha C)r^m \quad \cdots\cdots (74)$$

式中 Dr^{n-m-1} は構桁の中央より左方の材料に對しては省略可能であり，從て之を省略し又 (69) 式の關係を上式

に代入する時は次の如くなる。

$$N_m=\frac{\beta}{2(\alpha-1)}\left[\left\{n\left(m-\frac{1}{2}\right)-m(m-1)-\frac{\alpha+1}{2(\alpha-1)}\right\}+\left\{\frac{n}{2}+\frac{\alpha+1}{2(\alpha-1)}\right\}r^m\right]\quad\left(m=1\sim\frac{n}{2}\right)\cdots\cdots(75)$$

(62) 式の關係を代入すれば

$$N_m=\frac{P\lambda}{2h}\left[\left\{n\left(m-\frac{1}{2}\right)-m(m-1)-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3k}\right)\right\}+\left\{\frac{n}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3k}\right\}r^m\right]\quad\left(m=1\sim\frac{n}{2}\right)\cdots\cdots(76)$$

次に N_m, $M_{m.l}$, $M_{m.r}$ 及 $M_{m.v}$ の間には次の熟知の關係がある。

$$M_{m.l}=\frac{1}{2}(\mathfrak{M}_{m-1}-N_mh)\cdots\cdots(77)$$

$$M_{m.r}=\frac{1}{2}(N_mh-\mathfrak{M}_m)\cdots\cdots(78)$$

$$M_{m.v}=\frac{h}{2}(N_{m+1}-N_m)\cdots\cdots(79)$$

又滿載等布荷重に對しては，

$$\mathfrak{M}_m=\frac{1}{2}P\lambda m(n-m)\cdots\cdots(80)$$

$$\mathfrak{M}_{m-1}=\frac{1}{2}P\lambda(m-1)(n-m+1)\cdots\cdots(81)$$

從て $M_{m.l}$, $M_{m.r}$ 及 $M_{m.v}$ は次の如く表はされる。

$$M_{m.l}=-\frac{P\lambda}{4}\left[\left\{\frac{n}{2}-m+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3k}\right)\right\}+\left\{\frac{n}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3k}\right\}r^m\right]\quad\left(m=1\sim\frac{n}{2}\right)\cdots\cdots(82)$$

$$M_{m.r}=-\frac{P\lambda}{4}\left[\left\{\frac{n}{2}-m+\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3k}\right)\right\}-\left\{\frac{n}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3k}\right\}r^m\right]\quad\left(m=1\sim\frac{n}{2}\right)\cdots\cdots(83)$$

$$M_{m.v}=\frac{P\lambda}{4}\left[\{n-2m\}+\left\{\frac{n}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3k}\right\}(r^{m+1}-r^m)\right]\quad\left(m=1\sim\frac{n}{2}\right)\cdots\cdots(84)$$

今 $k=1$ なる特別な場合，即全部材の剛材が皆 K なる場合を考ふれば

$$r=0.127017$$

となり之を (76), (82), (83) 及 (84) の諸式に代入し，又 $m=1,2,3\cdots\cdots$ と置くことにより著者の實用算式中 (1) から (21) 迄のものが誘導される。

6. 等布活荷重による最大材端曲げモーメントに對する實用算式の誘導

任意の弦材に於ける最大直接應力は全徑間に荷重が滿載せられた場合に生ずるものであるが，材端曲げモーメント及剪斷應力にありては然らずして，考へる部材の右方に荷重が滿載された場合に大體に於て最大の値をとるものでこのことは，各種格間數を有する構桁の應力影響線を描きて了解出來るものである。嚴密に云へば材端曲げモーメントの方は，格間數の多い構桁にあつては該部材の左方にも一部載荷のある場合が最大の値をとることあれどもこの影響は極めて微小にして考慮に入れる必要は無い。

從て $M_{m.l}$, $M_{m.r}$ 及 $M_{m.v}$ の最大値は，左支承より m 番目の格間の中央より右方に等布荷重が滿載された場合に生ずるものとして差支へがない。かゝる載荷狀態の場合の N_m 及 N_{m+1} を求めん。之には $i=m$ と置いて (64:1), (70:1) 及 (70:2) の式から求まる。

$$N_m=\frac{\beta}{2(\alpha-1)}\frac{1}{n}(n-m)(n-m+1)\left(m-\frac{1}{2}\right)+C_1r^{-m}+C_2r^m\cdots\cdots(85)$$

$$N_{m+1}=\frac{\beta}{2(\alpha-1)}\frac{1}{n}(n-m)(n-m+1)\left(m+\frac{1}{2}\right)+C_1r^{-(m+1)}+C_2r^{m+1} \quad \cdots\cdots(86)$$

玆に

$$C_1=\frac{A(r^{n+2}-r^n)+B(r^{n-m+1}-r^{-(n-m+1)})+C(r^{n-m}-r^{-(n-m)})+D(r^{-1}-r')}{r^n(r^2-1)+r^{-n}(r^{-2}-1)} \quad \cdots\cdots(87:1)$$

$$C_2=\frac{A(r^{-(n+2)}-r^{-n})+B(r^{-(n-m+1)}-r^{n-m+1})+C(r^{-(n-m)}-r^{n-m})+D(r'-r^{-1})}{r^n(r^2-1)+r^{-n}(r^{-2}-1)} \quad \cdots\cdots(87:2)$$

或は近似的に

$$C_1=-\frac{r^m(Br^{-1}+C)}{r^{-2}-1} \quad \cdots\cdots(88:1)$$

$$C_2=A+\frac{Br^{m-1}+Cr^m}{r^{-2}-1} \quad \cdots\cdots(88:2)$$

この近似値をとり,又 (69) 式の關係を代入して

$$N_m=\frac{\beta}{2(\alpha-1)}\left[\frac{1}{n}(n-m)(n-m+1)\left(m-\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{2(\alpha-1)}+\frac{1}{2n}(n-m)(n-m+1)r^m+\frac{1}{2(\alpha-1)}r^{2m}\right] \quad \cdots\cdots(89)$$

$$N_{m+1}=\frac{\beta}{2(\alpha-1)}\left[\frac{1}{n}(n-m)(n-m+1)\left(m+\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{2(\alpha-1)}r^{-1}+\frac{1}{2n}(n-m)(n-m+1)r^{m+1}+\frac{1}{2(\alpha-1)}r^{2m+1}\right] \quad \cdots\cdots(90)$$

又は

$$N_m=\frac{P\lambda}{2h}\left[\frac{1}{n}(n-m)(n-m+1)\left(m-\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{6k}+\frac{1}{2n}(n-m)(n-m+1)r^m+\frac{1}{6k}r^{2m}\right] \quad \cdots\cdots(91)$$

$$N_{m+1}=\frac{P\lambda}{2h}\left[\frac{1}{n}(n-m)(n-m+1)\left(m+\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{6k}r^{-1}+\frac{1}{2n}(n-m)(n-m+1)r^{m+1}+\frac{1}{6k}r^{2m+1}\right] \quad \cdots\cdots(92)$$

又斯る載荷狀態に於ては

$$\mathfrak{M}_m=\frac{P\lambda}{2n}(n-m)(n-m+1)m \quad \cdots\cdots(93)$$

$$\mathfrak{M}_{m-1}=\frac{P\lambda}{2n}(n-m)(n-m+1)(m-1) \quad \cdots\cdots(94)$$

斯くして $M_{m.l}$, $M_{m.r}$ 及 $M_{m.v}$ の最大値は (77), (78) 及 (79) の諸關係式を用ひて次の如く表はされる。

$$M_{m.l}=-\frac{P\lambda}{8}\left[\frac{1}{n}(n-m)(n-m+1)-\frac{1}{3k}+\frac{1}{n}(n-m)(n-m+1)r^m+\frac{1}{3k}r^{2m}\right] \quad \cdots\cdots(95)$$

$$M_{m.r}=-\frac{P\lambda}{8}\left[\frac{1}{n}(n-m)(n-m+1)+\frac{1}{3k}-\frac{1}{n}(n-m)(n-m+1)r^m-\frac{1}{3k}r^{2m}\right] \quad \cdots\cdots(96)$$

$$M_{m.v}=\frac{P\lambda}{4}\left[\frac{1}{n}(n-m)(n-m+1)-\frac{1}{6k}(r^{-1}-1)+\frac{1}{2n}(n-m)(n-m+1)(r^{m+1}-r^m)+\frac{1}{6k}(r^{2m+1}-r^{2m})\right] \quad \cdots(97)$$

$k=1$ なる特別なる場合を考へれば $r=0.127017$ となり,之を上式に代入し又 $m=1,2,3\cdots\cdots$ と置いて (32)~(47) 式なる實用算式が得られる。

設計には直接應力と曲げモーメントとの合成應力が使用せられる故,任意部材に最大曲げモーメント及剪斷力を生ぜしめる載荷狀態による該部材に於ける直接應力も必要であり,之は (91) 式に $k=1, r=0.127012$ と置いて (49)~(53) 式の如くなる。

次に剪斷應力に關しては,構桁を單純桁と考へた場合の m 番目の格間の剪斷力を S_m とすれば

$$Q_m=\frac{1}{2}S_m \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (98)$$

なる關係がある故，(26) 及 (48) なる兩式が直ちに誘導される次第である。

又垂直材の直接應力は格點に於ける平衡を考へることにより (22)〜(25) 式の如く容易に決定出來る。

滿載荷重による構桁の撓みも (27)〜(31) 式の如く誘導出來るものであるが計算順序は玆には省略する。更に關しては緒論に於てあげた北大紀要を參照されたい。

5. 部材の諸應力と格間數との關係

實用算式は總べて構桁の有する全格間數 n の函數として表はしてある故是等の諸式から應力と格間數との關係が解るが圖-3〜11 には是等の關係を圖示した。之によれば前記の關係のみならず又材間の應力の關係も一見して判然とする。又構桁の諸應力算定にも實用算式使用のかはりに本圖表を使用して便利である。

圖は橫に構桁の有する全格間數をとり，縱に諸應力の大さをとつてある。圖には構桁の格間數が 20 迄のものを示してある。

圖-3〜6 は夫々滿載荷重の場合の $M_{m.l}$, $M_{m.r}$, $M_{m.v}$, N_m 及 Q_m に關するもの，又圖-7〜10 は等布活荷重による是等の最大値に關するものである。圖-11 は任意部材に最大の $M_{m.l}$, $M_{m.r}$ 及 Q_m を起す場合の荷重による該部材の直接應力と格間數との關係を示したものである。

6. 結　　論

玆に提案した (1) から (53) 迄の 50 有餘の實用算式は平行弦フィレンデール構桁の諸應力算定に對するものにして，滿載荷重の場合は勿論等布活荷重による最大應力の算定も出來る。是等の式による時は如何に格間數の多い

圖-3.

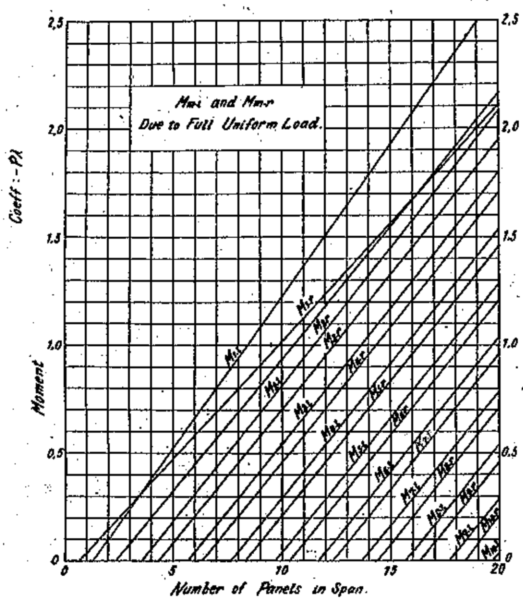


圖-4.

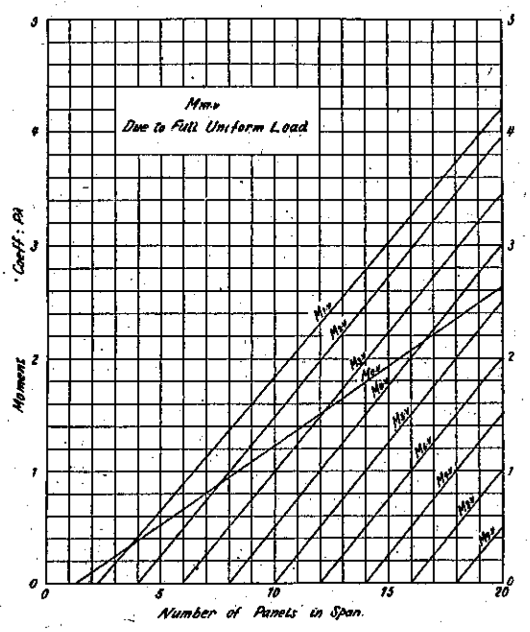


圖-5.

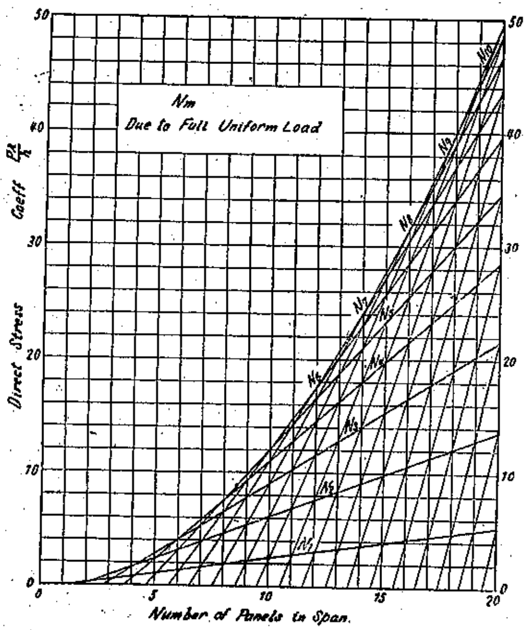

Nm
Due to Full Uniform Load
Direct Stress Coeff
Number of Panels in Span.

圖-6.

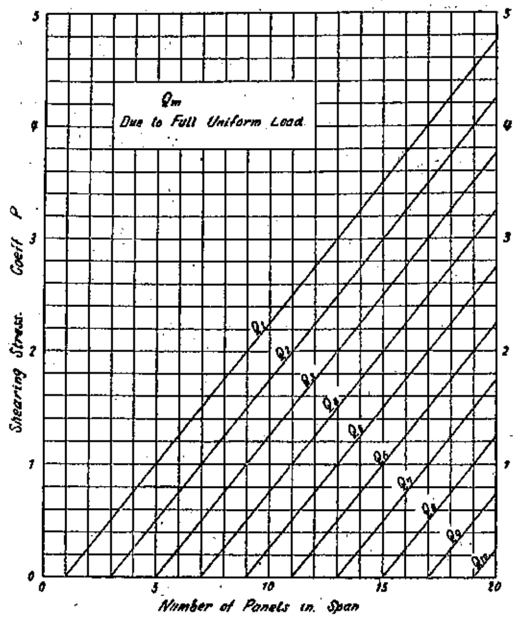

Qm
Due to Full Uniform Load
Shearing Stress. Coeff P
Number of Panels in Span

圖-7.

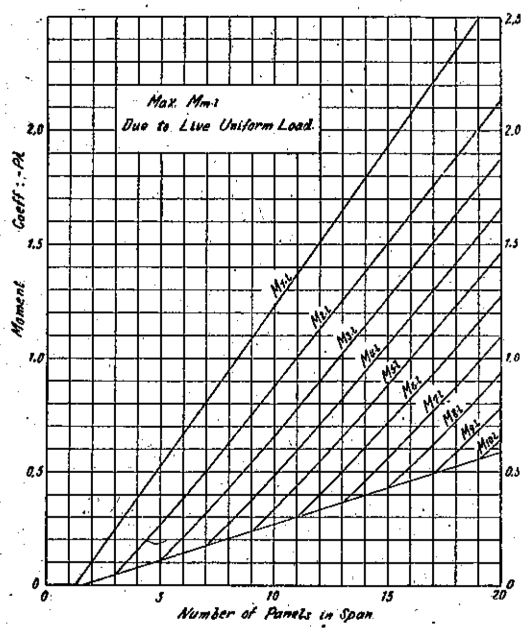

Max. Mm-l
Due to Live Uniform Load
Moment Coeff :-Pλ
Number of Panels in Span

圖-8.

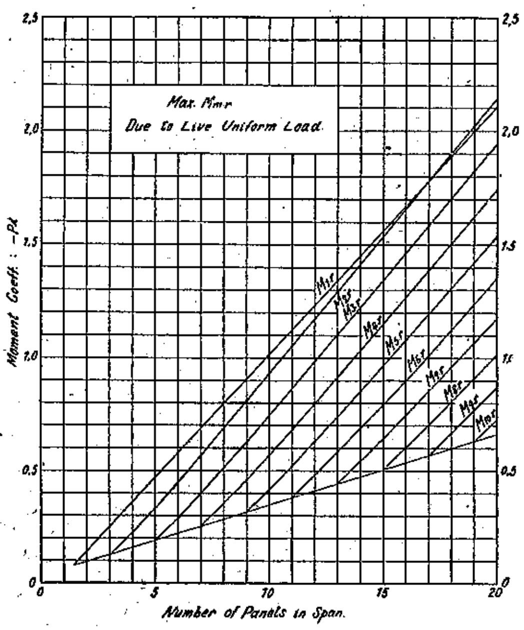

Max. Mm-r
Due to Live Uniform Load
Moment Coeff : -Pλ
Number of Panels in Span.

圖-9.

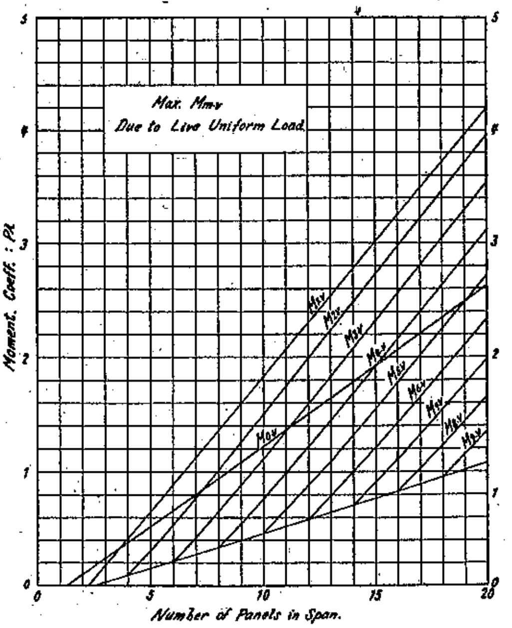


圖-10.

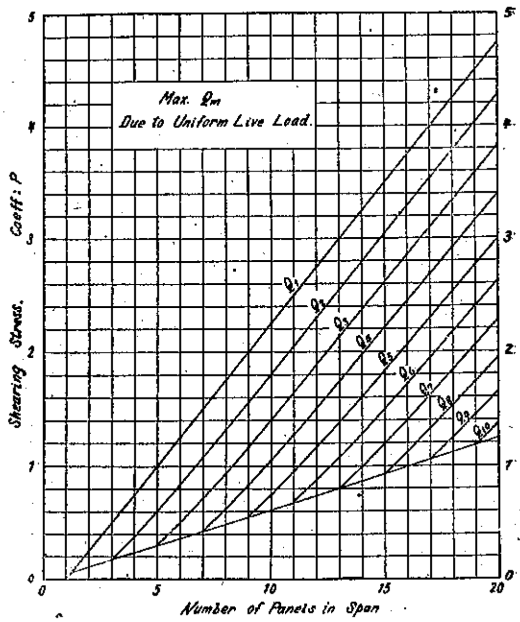
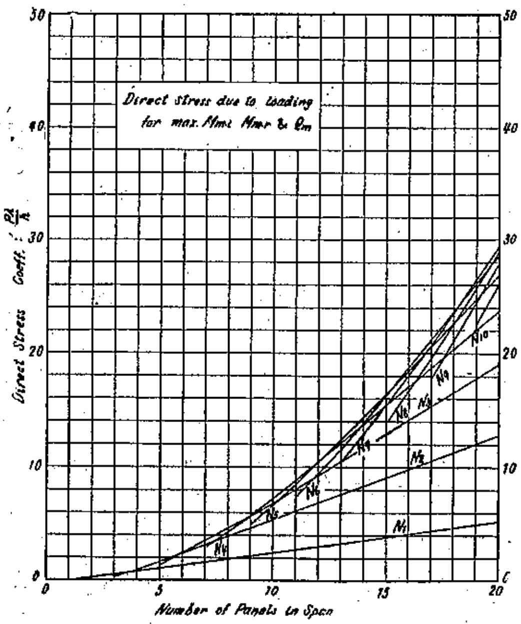


圖-11.



場合でも希望の應力を即座に求めることが出來，然もその精度は實用算式とは稱せ極めて高きものである。

各部材の剛度が異なる場合又は曲弦の場合に於ても最初の設計には近似値として剛度一様な平行弦の場合のものを使用することあるを以て，斯る場合にも玆に提案の實用算式が役立つものである。

又是等算式の誘導理論中には弦材の剛度が K，垂直材の剛度がこの k 倍なる kK の場合に就て論じあるを以て (76),(82),(83),(84),(91),(95),(96) 及 (97) の諸式を用ふれば斯る場合の應力算定も容易である。

圖-3～11 の圖表によれば平行弦フィレンデール構桁の諸應力の狀態が判然とする。