

# 論 説 報 告

第 27 卷 第 12 號 昭 和 16 年 12 月

## 水 門 の 流 出 係 數 に 就 て

正 會 員 本 間 仁\*

**要 旨** 射流現象の一般的性質を側面から調べる意味で行つた水門の流出に関する研究である。水門の流出係数は開きと水頭との関係のみならず、その閘の形、即ち堰堤上の水門ならば堤頂部の形によつて著しく影響される。従つて係数を與へる公式を作る事は甚だ煩雜になるので、此處では係数の變化する傾向を各原因毎に述べた。

### 目 次

- 1. 緒 論
- 2. 水平な底の上の水門
- 3. 水平でない底の上の水門
- 4. 著者の實驗
- 5. 水門の流出係數

### 1. 緒 論

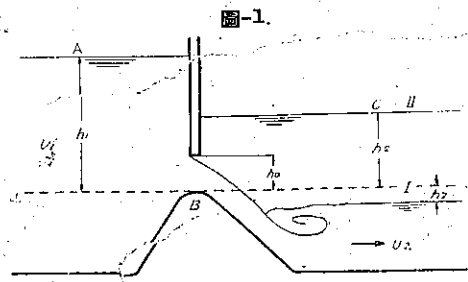
先づ圖-1 の様な低い堰堤の上に作られた水門から水が流出する場合に就て考へる。A の位置に於ける水の單位體積當の持つエネルギーは

$$H = h_1 + \alpha \frac{v_1^2}{2g} \quad (\alpha' \approx 1.1)$$

で表はされるが、C の位置でのエネルギーは

$$H > h_2 + \alpha' \frac{v_2^2}{2g}$$

である。先づ圖-1 の I の様に下流側の水位が低くて、扉の下から出た射流部の水面が大氣に接してゐる場合に就て見れば、水



門扉の開きを  $h_0$ 、流線が總てほぼ平行になる様な断面での水深を  $\mu h_0$  とすると、流量  $Q$  は次の式で與へられる。

$$Q = \bar{m} b h_0 \sqrt{2g(H - \mu h_0)} \quad (1)$$

但し  $\bar{m}$  は一つの係數、 $b$  は流出口の幅である。 $h_1$  に比して  $v_1^2/2g$  が充分に小さければ、單位幅當りの流出量  $q$  を  $\mu$  を使はずに表はせば

$$q = \frac{Q}{b} = m h_0 \sqrt{2g(h_1 - h_0)} \quad (2)$$

で表はされ、 $m > \bar{m}$  である。

次に圖-1 の II の場合の様に下流側の水面が高くなつて、射流部が全く水面下に没する様になれば、前と同じ様に射流部の中で流線がほぼ平行になる断面の高さ(射流部のみの)を  $\mu h_0$  とすれば、此處では未だ  $H$  に等しいエネルギーを持つてゐると考へられるから

$$Q = \bar{m}' b h_0 \sqrt{2g(H - h_2)} \quad (3)$$

\* 工學士 東京帝國大學助教授

$h_1$  に比して  $v_1^2/2g$  の値が小さければ

$$q = \frac{Q}{b} = m' h_0 \sqrt{2g(h_1 - h_0)} \dots \dots \dots (4)$$

前と同じく  $m' > \bar{m}'$  である。以下に之等の係数  $m$  又は  $m'$  に就て考察を試み様とするのである。

2. 水平な底の上の水門

圖-2 の様な平らな底の上の水門に關しては問題が比較的簡單であるから、之までも多くの研究が行はれてゐる。

理論的には G. Pajer が重力を加味したポテンシャル運動としてホトグラフの方法を用ひて解いてゐる<sup>1)</sup>。

射流部が渦で覆はれない、即ち完全流出の場合には C の位置での水壓分布が大體静水壓分布に等しいと見る事が出来るから、 $\bar{m}$  又は  $\bar{m}'$  の値は收縮係數  $\mu$  にほぼ等しいと考へてよい。Koch-Carstanjen の理論的計算によれば<sup>2)</sup>、 $H/h_0$  と  $\mu$  の關係は次の様になる。

$\frac{H}{h_0} =$	2	4	6	8	10	15	20	$\infty$
$\mu =$	.565	.587	.596	.600	.602	.605	.606	.601

従つて (1) と (2) から  $H$  と  $h_1$  をほぼ等しいと考へれば

$$\frac{m}{\bar{m}} = \sqrt{\frac{H - \mu h_0}{H - h_0}}$$

$$= \sqrt{1 + \frac{1 - \mu}{\frac{H}{h_0} - 1}} \approx 1 + \frac{1 - \mu}{2\left(\frac{H}{h_0} - 1\right)}$$

この式に上の Koch-Carstanjen の  $\mu$  の値を代入して計算すれば  $m$  と  $\bar{m}$  の比は次の様になる。

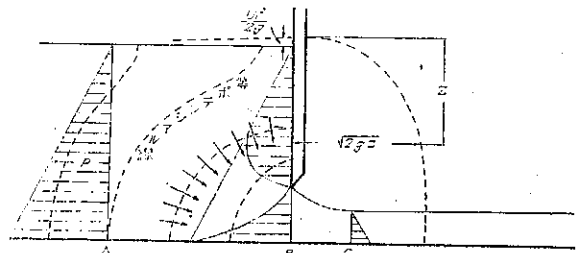
$\frac{H}{h_0} =$	2	4	10	20
$\frac{m}{\bar{m}} =$	1.218	1.069	1.022	1.010

$m'$  及び  $\bar{m}'$  に就ても  $\mu$  の値は後に述べる様に完全流出の場合と同程度の大きさであるから、上の計算に類似の結果が得られる。従つて  $H/h_0$  の値が大きくなれば  $m$  及び  $m'$  の値も收縮係數  $\mu$  の値に近くなる。

Keutner<sup>3)</sup> は圖-2 の C の位置での水壓を無視して次の式を導き

$$Q = \frac{2}{3} b \sqrt{2g} [H^{3/2} - (H - h_0)^{3/2}] \dots \dots \dots (5)$$

圖-2. 壓力分布と等ポテンシャル線



1) G. Pajer; Über den Strömungsvorgang an einer umströmten scharfkantigen Planschütze. Z. A. M. M., 1937 H. 5.

2) Koch-Carstanjen; Bewegung des Wassers und dabei auftretende Kräfte. (Berlin) S. 102.

3) Chr. Keutner; Wasserabführungsvermögen von scharfkantigen und abgerundeten Planschützen. Bautechnik, 1932 H. 21, 23.

之に係数  $m_k$  を乗じたものを  $Q$  の實測値に等しとして、 $m_k$  の値として圖-3 の曲線を得た。但しこの實驗では  $h_0 = 0.041m$  である。又同じ圖中の收縮係数  $\mu$  の曲線は  $h_0$  を變化させて之と  $\mu$  の關係を求めたものである。(5) から得られる  $Q$  の値は (1) よりも大きいから、 $m_k$  の値は  $m$  よりも幾分小さくなつてゐる。

水門扉の下の端が丸味を帯びてゐる事の影響に就ては、Koch-Carstanjin や Keutner が可成り大きな半径の丸味を持つた場合に就て實驗してゐる。その結果によればこの様な場合は扉の下での壓力は低くなり、收縮係数は増大するから、速度流水断面積共に増加して、 $m$  の値に於ても或程度の増加を來す。Keutner の實驗より見れば速度は部分的には自由流出の場合の値  $\sqrt{2g}$  よりも大きくなつてゐる。

何の様な水門に於ても流出水は射流状態になければ、扉上流側の水面が低下して流出状態とはならない。従

つて流出水である爲の條件は扉の開き  $h_0$  と全エネルギー水頭  $H$  との間に  $h_0 < \frac{2}{3}H$  の關係が必要である。故にこの關係は必ず満足されてゐるものとして常流と射流の境界が何度にあるかを考へる。

今  $H$  が  $h_0$  に比して相當に大きいものとすれば、等ポテンシャル線は圖-2 に示した様に扉の近くでは大體 1/4 圓に近くなる。而て比エネルギー (specific energy) が流水全體に互つて一樣と考へれば、この 1/4 圓の上でも速度は一樣で、圓の半径を  $r$  とすれば

$$v = \text{const.} = \frac{2q}{\pi r}$$

限界水深  $h_c$  に相當する速度を  $v_c$  とすれば

$$h_c = \sqrt{\frac{\alpha' q^2}{g}} \quad \therefore v_c = \frac{q}{h_c} = \sqrt{\frac{gq}{\alpha'}}$$

そこで  $r = r_c$  で  $v = v_c$  とすれば

$$\frac{2q}{\pi r_c} = \sqrt{\frac{gq}{\alpha'}} \quad \therefore r_c = \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{q^2}{g}} \quad \dots \dots \dots (9)$$

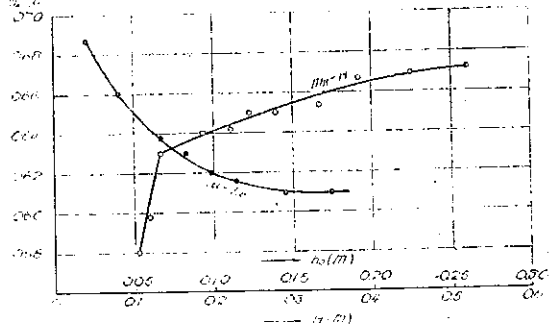
即ち  $r = r_c$  の圓が射流と常流の境界と言ふ事になる。然し常流と射流の違いは整流と亂流に於ける違ひの様に流水の機構そのものが違つてゐるのではなくて、その速度が表面を傳はる波の波速より以下であるか以上であるかの相違である。故に  $r = r_c$  の圓と扉の下の断面との間の部分では速度から言へば射流であるが、自由水面を持たないから何等射流の特徴を發揮する事が出來ず、事實上射流と見てよいのは矢張り扉よりも下流側である。

次に完全流出から潜流出に變る境界に就ては、流出した處での射流の水深  $\mu h_0$  と下流の水深  $h_2$  との間に

$$h_2 = -\frac{\mu h_0}{2} + \sqrt{\frac{(\mu h_0)^2}{4} + 2\alpha' \frac{q^2}{g\mu h_0}} \quad \dots \dots \dots (7)$$

の關係があれば、水深  $\mu h_0$  の位置で跳水現象が起り潜流出の状態に變る。然し實際には表面渦が或る水平の長さを持つてゐるから、 $h_2$  が (7) に支へられる値よりも可成り小さくとも潜流出の状態になる。例へば Koch-

圖-3. Keutner の流量係数  $m_k$



Carstanjen の実験によれば<sup>5)</sup>,

$$Q = 227 \text{ l/sec}, \quad b = 38.5 \text{ cm},$$

$$h_0 = 18 \text{ cm}, \quad \mu = 0.6$$

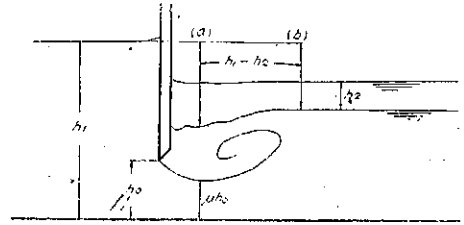
の時に潜流出になる爲の  $h_2$  の最小値は  $h_2 \doteq 79 \text{ cm}$  になつてゐる。之を (7) 式で計算すれば

$$\mu h_0 = 10.2 \text{ cm}, \quad q = 5900 \text{ cm}^3/\text{sec}$$

$$\therefore h_2 = 127.7 \doteq 128 \text{ cm}$$

即ち (7) 式から求めた値は 40~50% も大き過ぎる事となる。尙  $h_2$  の小さい間は潜流出になつても水面は扉に近い處で低くなつてゐるが、(4) 中の  $h_1 - h_2$  の値としては圖-4 の (a) の部分を取らずに (b) の部分を取る。従つてこの様な時は  $m'$  の値は多少大きく取らねばならない。然しその違ひはやはり Koch-Carstanjen によれば<sup>6)</sup>大きくて 7~8% 程度のものである。

圖-4. 潜流出の状態

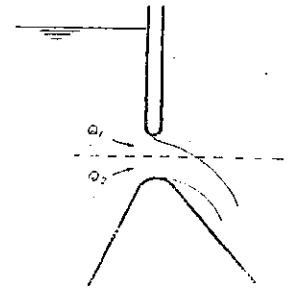


### 3. 水平でない底の上の水門

底の水平でない水門、即ち堰堤上に水門のある様な場合には、扉下流測での鉛直水壓分布が遠心力の爲に三角形分布とはならず、特に底部附近の壓力が小さくなる。従つて鉛直断面内での速度分布状態が違つて来て、一般に水平底の場合よりも速度が大きくなり、又その結果として係數  $m$  の値が増大する事は明かである。然しその場合の  $m$  の値を計算するには比エネルギーが一様でなくなつてゐるから、壓力分布の状態を測定する事が必要である。又この様な場合には下流側の水位が低い割合には潜流出の状態になり易い事も明かである。

圖-5 の様に下流側の水面が堰堤と扉の下端との間に在る場合に、古い公式では流出口の断面を下流側水面の高さの處で二分し、それから上では完全流出  $Q_1$ 、それから下では潜流出  $Q_2$  として、 $Q = Q_1 + Q_2$  の形で與へてゐた。潜堰の場合はこの形の不合理である事は既に論じて来た<sup>7)</sup>。水門からの流出の場合にも全く同じ理由により、即ち途中に射流部がある爲に下流側の水位が背水現象によつて上流部に影響する事がないから、部分的に潜流出になるものとして  $Q = Q_1 + Q_2$  の形を與へると言ふ考へ方は不當である。然し堤頂の形によつては射流部内の壓力分布が下流側水位によつて可成り影響されるから、完全流出に對する公式を延長して適用するにしても相當の補正が必要になる。

圖-5. 不完全な流出



この問題に關しては Bundschu<sup>8)</sup> は次の様な考へから新しい形の公式を出した。即ち 圖-6 の (a) の様に流出口の下縁を  $l$  だけ延長したものとすれば、この場合の流脈内の水壓分布は三角形分布になる。古い公式では圖の (b) に斜線を施した面積で  $Q$  を表はしてゐるが、上の様な壓力分布を  $l=0$  の極限に對しても假定すれば、 $Q$  は圖の (c) に斜線を施した面積で與へられ、即ち

$$Q = bh_0 \sqrt{2gl} \quad h = h_1 - h_2 \doteq h_1 - h_0$$

5) Koch-Carstanjen, S. 221.

6) Koch-Carstanjen, S. 222 の表参照.

7) 著者; 溢流堰に關する Bélanger の法則に就て. 土木學會誌, 22 卷 9 號.

著者; 低溢流堰堤の流量係數 (第一編). 土木學會誌, 26 卷 6 號.

8) Bundschu; Überströmen, Überfall und Ausfluss. Bauingenieur, 1926 H. 26.

になる。この様に考へれば圖-5 の様な場合にも尚

$$Q = bh_0 \sqrt{2g(h_1 - h_0)} \quad h > h_1 - h_0$$

であつて、この様な流出状態を Ausfluss über Wasser と名付けてゐる。下流側の水面が扉の下端以上になれば

$$Q = bh_0 \sqrt{2gh} = bh_0 \sqrt{2g(h_1 - h_0)} \\ h < h_1 - h_0$$

であつて、この場合に Ausfluss unter Wasser と名付ける。

然し Bundschu のこの考へ方も圖-6 の様な流出水脈内の壓力分布が明確でない場合にまで適用するのは適當ではない。この様な形では壓力を零と假定しても三角形分布と假定しても、補正を必要とする事には變りはない。即ち何れにしても係數  $m$  に就ての研究が必要になつて来る。

圖-7 は前出の Keutner の實驗中の Ausfluss unter Wasser に就ての實驗値から求めた  $m_k$  の値である。公式は (4) の形を探る。

圖-1 の様な型の水門で徑間 21.70 m, 純徑間 17.50 m, 10 徑間の場合に就て Fröhlich が實測した所によれば (m 單位)

水門の開き $h_0$ (約)	1	2	3	4	5
上下流の落差 $h$ (約)	5.5	4.5	3.5	2.5	1.5
下流側水面から					
扉の下端までの高さ	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5
流量係數 $m'$	0.73	0.75	0.78	0.84	0.90

但し流量公式の形は

$$Q = m' bh_0 \sqrt{2g \left( h + \frac{v_1^2}{2g} \right)}$$

であつて、 $h_1$  の値は一定で 9 m に保つた。この様に係數の値は 1 よりも可成り小さくなるのが普通である。

### 6. 著者の實驗

昭和 15 年 7 月から 12 月にかけて著者は東京帝國大學工學部に於てこの問題に關する實驗を行つた。尚この實驗に就ては日本學術振興會の補助を受け

た。使用した模型の寸法は圖-8 に示す。水路の幅は 50 cm で水門位置に於ける幅の收縮は殆どない。又扉の下縁は僅に角を取る程

圖-6. Bundschu の公式説明圖

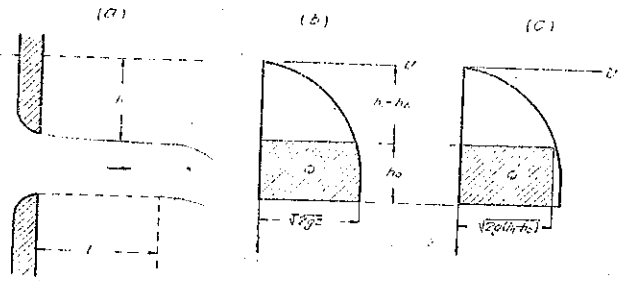


圖-7. Keutner による  $m'$  の値

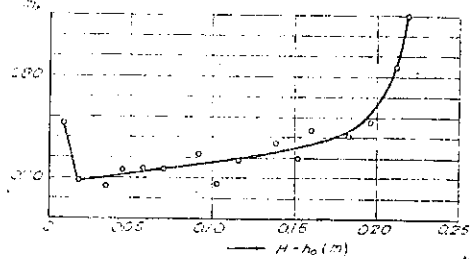
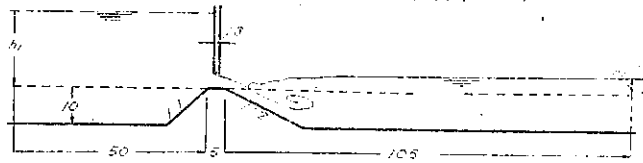


圖-8. 著者の實驗に用ひた模型 (單位 cm)



9) Fröhlich; Bestimmung der Durchfluss-Koeffizienten für das Stauwehr Augst-Wyhlen. Schweizerische Bauzeitung, 1921. 下 N. 19.

圖-9.  $q-h_2$  の關係 ( $h_0=2\text{ cm}$ )

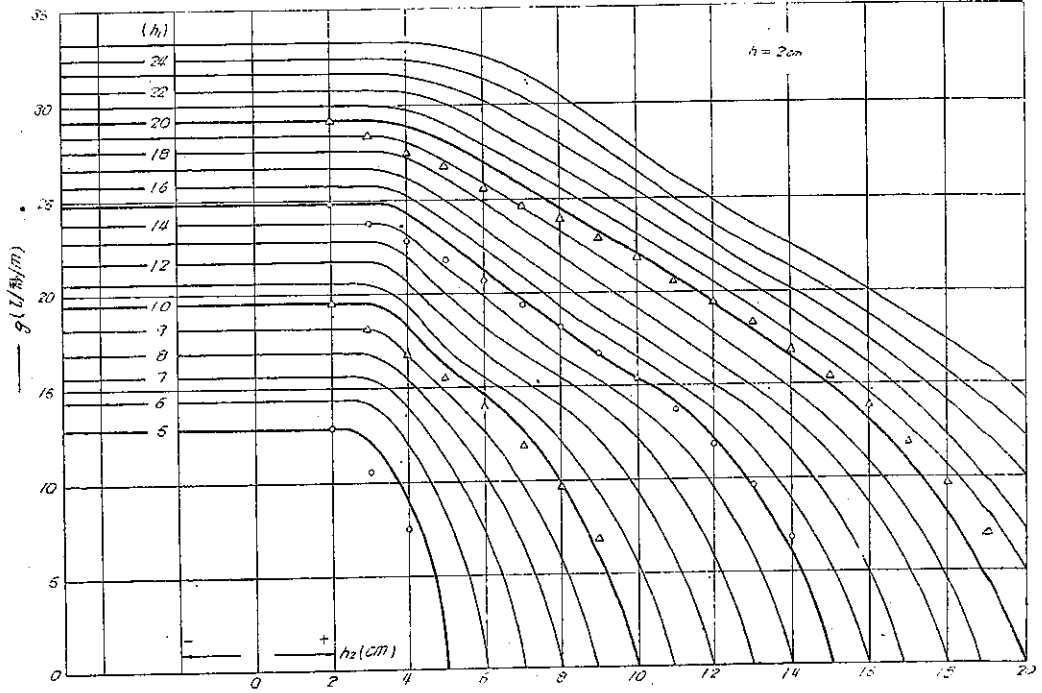
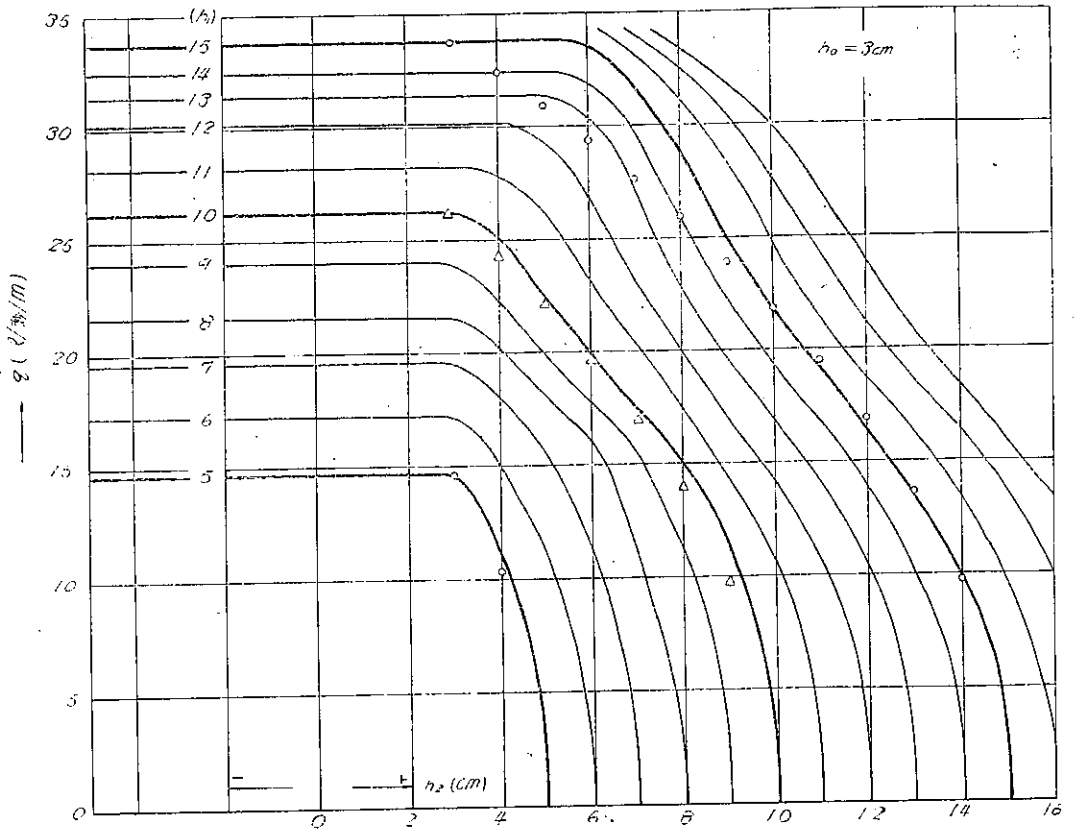


圖-10.  $q-h_2$  の關係 ( $h_0=3\text{ cm}$ )



度である。実験には一定の流量  $Q$  を流しておき、下流側の水位  $h_2$  を変化させてそれに対応する  $h_1$  の変化を測る。之を  $Q$  及び  $h_0$  の種々の値に對して繰返へした。この様にして得た資料を  $h_2$  を横軸に、 $Q$  を縦軸に取つた座標面上に取り、 $h_1 = \text{const.}$  の點を連ねたものが圖-9~11 に示す曲線である。之は上流側の水位  $h_1$  を一定として、下流側の水位  $h_2$  を變化された時の流出量  $Q$  の變化の状態を表はす。尙圖中の白點は  $h_2 > h_0$  の場合に對して

$$q = m' h_0 \sqrt{2g(h_1 - h_2)}$$

として、 $m'$  に完全流出の時の  $m$  の値を用ひて計算したものである。

之等の圖から見れば下流側の水位  $h_2$  が  $h_0$  以上になつても、

尙暫くは完全流出の状態が續いて流量係数  $m$  は一定に保たれてゐるが、水平底の場合に比較すれば遙に少い  $h$  の値に對して（但しこの場合の  $h_2$  は水深ではなく堤頂から水面までの高さである）、流れの状態は潜流出の形になる。

公式 (2) 及び (4) は  $m$  と  $m'$  に等しい値を取れば  $h_2 = h_0$  に於て接續する。然し實際には上に述べた様に (2) の適用される状態が  $h_2 = h_0$  を越えて或る程度繼續するから、(4) の適用される潜流出の状態に移り變る時には不連續な變化が起る事になる。實際には壓力分布の變化する影響の爲に不連續は起らないが圖-12 に示す傾向は常に見る事が出来る。従つてこの種の水門に對して流出量の公式を作らうとするならば、圖-11 の AB の間に對しては (2) 式、CD の間に對しては (4) 式の形を用ひ、BC の間に對しては直線形その他の適當な形の近似式を挿入せねばならない。

(2) 式の適用される極限 B の位置即ち  $h_2$  の極限值は堰堤の形及び高さ、水門の開き等によつて大いに影響される。 $h_2$  を増して行く時に堰堤の形が扁平になる程、完全流出の状態は長く持續して、圖-11 の B の位置は右の方に移る。又扉の開きが大きくなれば同じ  $h_1$  に對して流量が大きくなるから、完全流出の状態は長く持續する。

圖-11.  $q-h_2$  の關係 ( $h_0=4\text{m}$ )

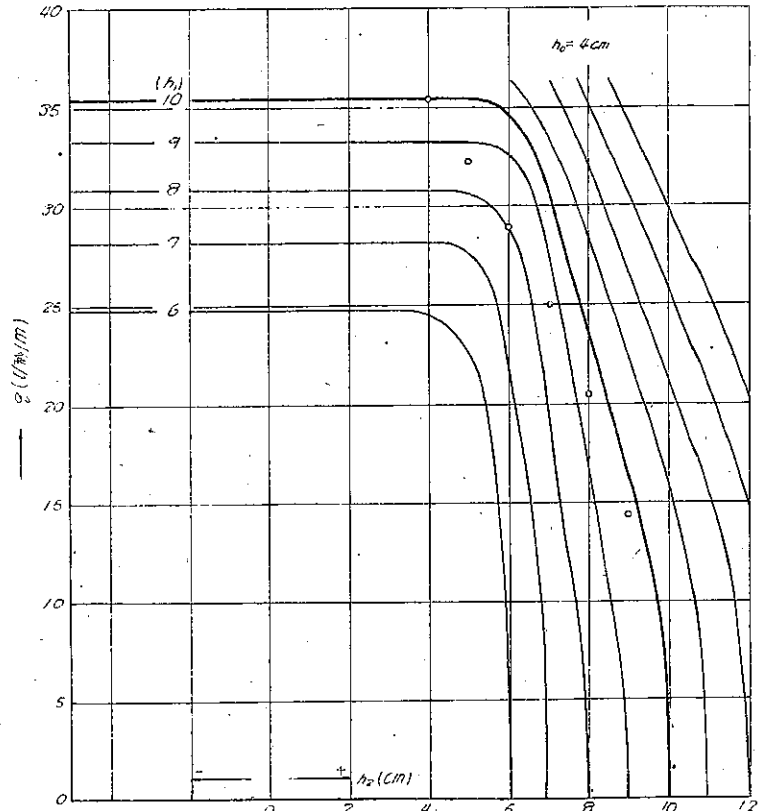
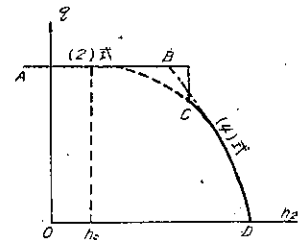


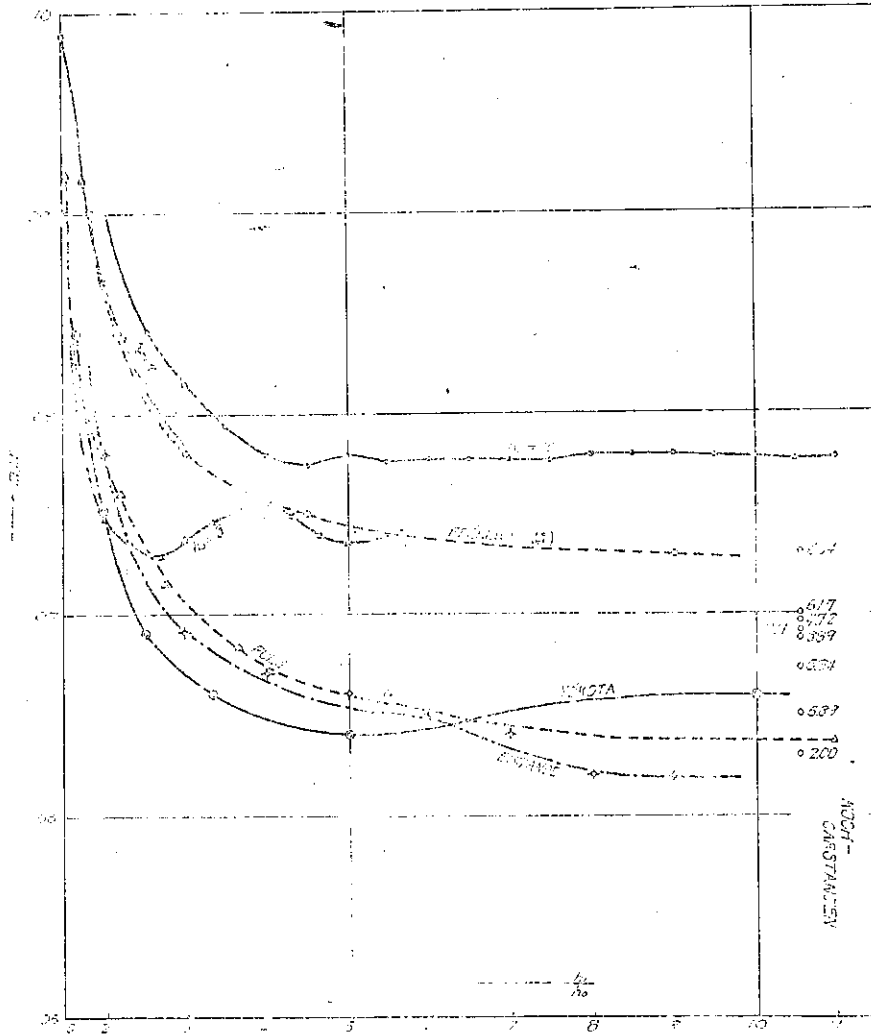
圖-12.  $q$  と  $h_2$  の關係



5. 水門の流出係数

前節の實驗の結果として得た數値を (2) 式に代入して、完全流出の場合の流出係数を計算すれば圖-13 中の黒點及び實線で示した曲線の様になる。横軸に  $h_1/h_0$  を取つたのは扉の開きの違ひに對する流れの相似性を見る爲

圖-13. 流出係數  $m$  (又は  $m'$ ) と  $\frac{h_1}{h_0}$  の關係



であるが、堤頂水平面以下の形に於て相似性が保たれてゐないから、即ち (堰堤の高さ)/ $h_0$  の比は一定に保たれてゐないから、完全な相似性の現れないのは當然である。又實驗結果からわかる様に (圖 9~11 参照) 完全流出から潜流出に移り變る附近ではこの係数の値は可成り大きくなり、完全に潜流出の状態になれば又元の係数の値に戻る。即ち  $m'$  を  $m$  に等しく取り得る様になる。

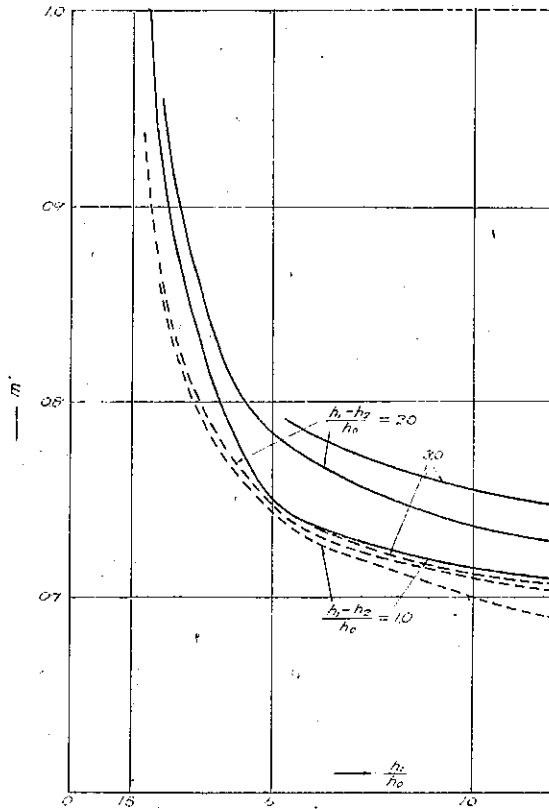
この圖上に既に第 3 節で述べた Fröhlich が Augst-Wyhlen 堰堤で實測した結果から  $m'$  を計算したものを



記入すれば、白点と破線で示した曲線になり、又 Puls<sup>10)</sup> が Wilson 堰堤で實測した結果から計算したものは白三角と破線の様になる。又内務省土木試験所に於て横田技師<sup>11)</sup>が江戸川の水門に就て行つた模型試験の結果から、完全流出の時の流出係数  $m$  を計算すれば圖の二重丸と實線で示した曲線になり、Escande<sup>12)</sup> が段落形の閘を有する水門に就て實驗した結果から計算すれば星印と鎖線で示した曲線が得られる。尙圖の右方にある一群の白点は Koch-Carstanjen の實驗結果から求めた  $m'$  の値であつて、附記した數字は  $(h_1 - h_2)/h_0$  の比である。即ち下流側水位の上昇と共に  $m'$  の値は大體に於て減少する傾向がある。

圖-12 に於て注意すべき事は  $m$  又は  $m'$  の値の比較的小さい一群の曲線は、何れも底の水平又は比較的扁平な場合であつて、堰堤の上にある水門の場合には係数の値が大きくなつてゐる。又  $h_1/h_0 = 1.5$  は水門状態となる

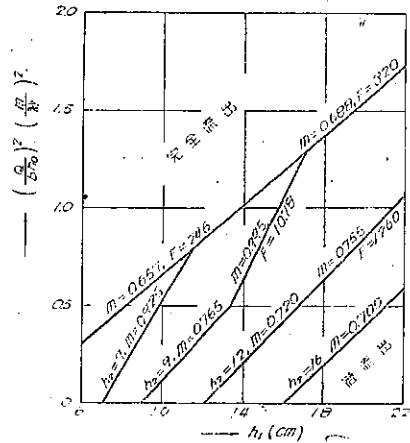
圖-14. Blaisdell の實驗値



爲の限界値であるが、この時に係数は常に 1 に近く、 $h_1/h_0$  の値の増加と共に係数が減少して行く。之は落差の増加と共に断面の收縮係数の小さくなつて行く事から容易に想像される所である。

圖-14 は Blaisdell が Massachusetts の Lowell にある Tremont 水門の模型と實際に就て流量を比較した結果から<sup>13)</sup>、流量係数  $m$  と  $h_1/h_0$  との關係を拾ひ出して圖に示したものである。模型の縮尺は 1/15 であつて、圖中の實線は模型、點線は實

圖-15. Hurst の實驗値



際の觀測の結果である。この水門は底がほぼ水平で、扉の下流が緩い勾配をなして 0.5m ほど下つてゐる。係数の値が比較的大きいのはこの勾配部の影響であらうと思はれる。尚下流側の水面は低い程、係数が大きくなつてゐる

10) Puls; Spillway discharge capacity of Wilson dam. Trans. A. S. C. E., 1931.

11) 横田周平; 水門の流出状態に關する實驗的研究. 土木試験所報告, 第 49 號

12) M. Escande; Recherches théoriques et expérimentales sur l'écoulement par vane de fond. Revue Générale de l'Hydraulique, 1939 No. 25.

13) F. W. Blaisdell; Comparison of sluice-gate discharge in model and prototype. Trans. A. S. C. E., 1937.

る傾向が見られる。

圖-15 は Hurst が Nile 河 Assuan 堰堤の模型に就て測定したもので<sup>14)</sup>、この場合、潜流出に對しては (4) の形を用ひてゐるが、完全流出に對しては

$$q = mb_0 \sqrt{2g(H-F)}$$

として  $m$  及び  $F$  を實測から定める常數としてゐるので、完全流出に對する  $m$  の値は多少違つてゐる。

圖-12, 13 等は水門の流出係數の大體の傾向は與へてゐるけれ共、その變動する範圍はかなり大きい。その最大の原因は收縮係數の變化と射流の流脈が彎曲した時にその中の壓力分布が著しく變化する事に歸してよいと思ふ。

14) 13) の論文に對する討議中に見られる。