

論 說 報 告

第 27 卷 第 10 號 昭和 16 年 10 月

河相論 主として河相と河川工法との關聯性に就ての研究 (其の一)

正會員 安 藝 峻 一*

要旨 著者は富士川改修工事に従務中各種河川工法は著しく其の河狀に支配される。即ち夫々の河川に獨自に發達して來たところの工法は夫々の河川に適應する様工夫せられて來たもので、同一工法は何れの河川にも直ちに其の儘取入れることの出來ぬことを知つた。其處で著者は河川に或る基準を求め——一般に河川は特別の障害のない限り或る特定の狀態に向つて漸變して行くのである——斯くして夫々狀況の異なる河川に一つの關聯性を持たしめ、河川工法と河狀との間に相關關係のあることを誘導したのである。

本文中記述の水堀實驗は昭和 13 年に内務省土木試驗所赤羽分所に於て試みられたもので、著者並びに横田周平、佐藤清一兩技師の協同になるものである。本實驗は河床砂礫の掃流狀況を明らかにし、可動河床模型實驗の基本條件を求めたもので、其の概要は曩に第四回工學會大會に講演し、又内務省土木試驗所報告第 48 號に其の詳細を發表したが、本文に於ける論旨を明らかにするため實驗の結果を再録した。第二章第二節亂流は昭和 7 年の苗作であるが、之も本論の主旨を明らかにするために一節を設けて記述したものである。

本文は著者の述べんとする河相論の第一章及び第二章であつて、總論をなすものであり、第三章以下に於て格論として河川合流點、捷水路、護岸、水制に就き記述する豫定である。

目 次

第一章 總 論	1. 概 説
第一節 概 説	2. 亂流の概念
第二節 模型實驗、主として相似律に就て	3. 平均流速公式
1. 相似律に就ての基礎概念	4. 亂流の平均流速
2. 模型實驗の限界	5. 河相と流速
第三節 可動河床模型實驗の基本事項	第三節 砂礫の移動
1. 模型の分類	1. 概 説
2. 河床砂礫の縮少と模型の歪	2. 試驗水路に於ける砂礫移動狀態の觀測
3. 模型用砂の粒度の性狀	3. 河床の移動と流況
4. 模型用砂の比重	第四節 限界掃流力
5. 勾配擴大の限度	1. 掃流力の法則
第四節 可動河床模型實驗に對する相似論	2. 限界掃流力
1. 假想方法	3. 實驗水路に於ける掃流限界點の勾配と 水深との關係
2. Strickler-Gankler の平均流速公式に依 る方法	第五節 河川の平衡勾配
3. 掃流力に依る方法	1. Strjberg の法則
4. 要 語	2. 河床勾配と河床構成材料との關係
第二章 河 相 論	3. 限界掃流力公式
第一節 概 説	4. 河川の平衡勾配
第二節 亂 流	第六節 河相と河川工法との關聯性に就て

* 工學士 内務技師 内務省國土局河川課

第一章 總論

第一節 概説

河相とは河川の在るがまゝの狀況を云ふ。在るがまゝの狀況とは改修、未改修を不問、現存の河成り、河幅、水深、河床勾配及び河床砂礫の構成状態を云ふのであつて、之等の間には一貫した勢力關係が成り立つて居り、此の勢力關係が平衡を保つて居る場合には河川は一般に安定してゐると云はれ、常に一定の形狀を保ち、局部的に著しい變化或は突發的な異狀を來さないものであるが、此の勢力關係が不平衡の場合には屢々河狀に變化を生じ、局部的に著しい異狀を來すのが普通である。吾々は河川改修に當つて屢々之等の事實に直面し、困難を経験した。

自然河川を處理する場合に吾々は屢々現在與へられてゐる所の水理學 (Hydraulics) では解決に困難することがある。水の運動を解析的に處理したものが、實際問題の解決に當つて、四圍の狀況が極めて複雑してゐる所からなかなか容易でなく、之を實用化するため實驗を主とした水理學が發達して來たのであるが、此の爲めに水理學は其の與へられてゐる公式の間に關聯性が少く、良く體形づけられてゐないうらみがある。

今流速を測定するために流速計を水中の或る一點に置いて、翼の廻轉數を聽くとすると、流速計の廻轉體が縦軸であるか、又は横軸であるかに依つて差異はあるが、其の翼の廻轉は一樣ではなく、常に或る相位を以て變化する。此の變化は流速が大となればなる程大きくなり、又断面内の位置に依つても異なる。之は流れの亂れ (turbidity of flow) に原因するものであつて、此の解決は容易ではないが、流體力學 (Hydrodynamics) の諸問題を處理する上に極めて重大であり、又實際問題として流速測定は元より、河川處理の上から云ふても彎曲部に於ける流水の問題、堰の構造、河床の洗掘又は平均流速公式等に關聯する所が極めて大きいのである。寧ろ之が究明がない限りは之等の問題の解決は至難である。

治水工事施行に當つて新に河道を制限し、又は新水路を設ける等の場合には流水の状態は變化すると共に河床に作用する力も變化する結果在來とは異つた状態を生ずることは屢々であつて、其の結果は而も所に依り異なることがあり、或る個所で成功した工法は必ずしも他の個所で同様な結果を招來するとは云ひ得ぬ場合が多い。又上流山間部に土砂停止の堰堤を築造した場合に其の下流に及ぼす影響は之も何れの場合にも同様な結果を與へてゐるとは云ひ得ぬのである。

吾々は之等の問題を處理するに當つて解析的方法のみに依つては殆んど不可能であることを知つた。模型に依る實驗が之に加へられたのである。今より約 255 年以前 Isaac Newton の論文に於て暗示された相似論が基となつて、其の後約 175 年を経て Froude に依り此の考が實用化され、此の考に基いて船體と其の速度と水の抵抗とに關しての種々の實驗が行はれた。1875 年に至つて初めて此の考が土木工事に應用せられ、Fargue に依つて Garonne 河の航路改修に關する實驗が行はれたのである。其の後 10 年にして Osborne Reynolds は相似律を取入れ、縮尺模型を造つて、Mersey 河口、Liverpool に於ける潮の干満に依る流水の研究を行つた。1886 年には Sir William Vernon Harcourt が Seine 河口に於ける船舶航路の水路維持に關する模型實驗を行つてゐるが、併し之等は何れも相似律の確たる基礎の上に立つてゐるものではなかつた。

23. 世紀になつて H. Engels に依り水理實驗は劃期的な進歩を遂げ、G. de Thierry に依つて大いに體形付けられた。其の後 Schaffernak, Eisner, Krey 等多くの水理學者に依つて検討せられ、模型實驗は完成の域へと近づきつゝあるのである。

河川處理に當つて各種の問題の解決が要求せられてゐると同様に、模型實驗に際しても多くの問題が未解決のまま残されてゐる。多くの場合吾々は定量的な數字的な結果が欲しいのであるが、普通實驗の結果は唯々定性的

な或は單に類似な結果を與へるに過ぎない場合が多く、之で満足しなければならぬことが多い。

一般に堰の溢流等の問題は模型實驗として處理が比較的容易なものであるが、之れとても此の内から普遍的な結果を求めることは相當困難であり、同じ目的のために數多くの實驗が試みられてゐる。Boureville dam の模型實驗で跳水直前の水面上の最大流速を測定したが、之は實際の場合の理論値の 69% に過ぎなかつたが、模型に於ては同流量の 91% になつてゐた。此の差異は模型と實際との單に粗度のみよるものとは考へられない。之れが河床の移動状態とか洗掘の状態等を知らうとする場合には一層困難となり、定量的に實際と模型との相似關係を求めやうとするのは殆んど不可能に近い。

此の場合之等模型實驗の結果から正しい判斷を下すには模型實驗の理論的根據を十分に把握すると共に經驗的基礎が必要なのであつて、詳細な觀察が行はれなければならない。之れと同時に河川の自然現象に就ても誤らざる精確な觀察を必要とするのである。

流水の状態又は流水の河床に及ぼす影響に就ては古くから相當觀察が行はれて來てゐる。Müller は直線水路でも流水は水路の中央を中心として 2.個の螺旋運動を行つてゐることを觀察してゐるが、後年 Prandtl は渦流運動の理論から之を誘導した。近年に至り特に Schaffernak は河床砂礫の移動を量的に觀察し、砂礫の場所に於ける又時間的の變化を明らかにした。Schaffernak は河床砂礫を採取して之を篩分け、粒徑に依る百分率を作つて流下に依る摩擦状態を觀察したのである。

自然河川、自由の状態に置れた場合の諸現象の觀察は上述の様に流體力學のみに依つて解説することはなかなか困難であつて、水工學的な理論から合せ考へ、類推する要があり、寧ろ此の後者の場合に負ふことが多い。自然觀察のみに依る場合は其の觀察が純粹でない時には却つて誤つた結果に到達する虞が往々在るのであつて、此の場合理論的根據に依つて之を導かなければならない。

之を要するに河川の處理に當つては

流體力學的理論

模型實驗

自然觀察

の三者を綜合し、之を十分把握することに依り初めて系統だつた處置を行ふことが出来るのである。

著者は在るがまゝの河況を支配してゐる所のものは主として河床に作用する力と河床を構成してゐる砂礫の状態との關係に依るものであると思ふ。此處に河相と河川工法との間には大きな關聯性を持つものであつて、夫々特異性を持つ河川は自ら其の内に普遍的な事實を藏するに違ひなく、此の普遍性を探究することが吾々の務である。

第二節 模型實驗、主として相似律に就て

1. 相似律に就ての基礎概念

水工學的水理實驗を行ふ場合に實際の模型との間の相似關係は一般に之に働く所の主作用力の如何に依つて律せられる。大體に於て重力が主作用力の場合には Froude の法則に従ひ、内部摩擦が主作用力と考へられる場合には Reynolds の法則、表面張力が主作用力と考へられる場合には Weber の法則に従ふのである。何れも此の場合勢力の消費を比較して相似關係を求めるのであつて、常に仕事の比率は夫々考ふる場合の勢力に依つて表はすことが出来るからである。

今幾何學的相似を $l_2 = l_1 \lambda$ 、力の相似を $w_2 = l_1 \cdot \lambda^3$ とすれば Froude の法則は次の様にして求められる。

$$\alpha\% = \frac{\frac{1}{2} m_2 v_2^2}{\frac{1}{2} m_1 v_1^2} = \frac{m_2 g_2 l_2}{m_1 g_1 l_1}$$

から

$$\frac{v_2^2}{l_2 g} = \frac{v_1^2}{l_1 g} = \mathfrak{F} = \text{Froude の常數} \dots\dots\dots (1)$$

\mathfrak{F} は Froude の常數と云はれる。茲に g は重力の加速度である。

Reynolds の法則は次の如くして求められる。

$$\alpha\% = \frac{\frac{1}{2} m_2 v_2^2}{\frac{1}{2} m_1 v_1^2} = \frac{\eta_2 \frac{\partial v_2}{\partial \eta_2} \cdot f_2 \cdot l_2}{\eta_1 \frac{\partial v_1}{\partial \eta_1} \cdot f_1 \cdot l_1} = \frac{\eta_2 l_2^2}{\eta_1 v_1 l_1^2}$$

茲に f_1, f_2 は夫々相應する面積であり、 η_1, η_2 は粘性を表はす。今 $l_1^3 \rho_1 = m_1, l_2^3 \rho_2 = m_2$ であるから上式から

$$\frac{l_2 v_2}{\eta_2} = \frac{l_1 v_1}{\eta_1} \dots\dots\dots (2)$$

此の \Re は Reynolds の常數と云はれるものである。

Weber の場合は次の如く勢力を等しいと置くことに依り

$$\alpha\% = \frac{\frac{1}{2} m_2 v_2^2}{\frac{1}{2} m_1 v_1^2} = \frac{s_2 l_2^2}{s_1 l_1^2}$$

之から同様にして

$$\frac{v_2^2 l_2 \rho_2}{s_2} = \frac{v_1^2 l_1 \rho_1}{s_1} = \mathfrak{W} \dots\dots\dots (3)$$

\mathfrak{W} を Weber の常數と云ふ。

以上が Reynolds, Froude, Weber の法則と云はれるもので、之等の式から見られる様に $\mathfrak{F}, \Re, \mathfrak{W}$ は dimension のない數値であるから之等の常數の等しい場合には流れの状態は等しいものでなくてはならない。

斯く表はされた相似律から吾々は多少變形することによつて容易に夫々の實際と模型との間の縮尺の比率を求めることが出来る。Weber は極めて手際よく之を解いてゐるが、此の方法に依つて求められた主要事項の比率は表-1 に示す通りである。

併しながら實際模型實驗を行ふ場合には種々の難點がある。上掲の如く 3 個の模型法則の間には相當の差異があり、例へば流速に就て見れば Reynolds に依れば α^{-1} , Froude では $\alpha^{\frac{1}{2}}$, Weber では $\alpha^{-\frac{1}{2}}$ に比例することになるが、而も實際には主作用力が純粹であると云ふ場合はまづない。又模型實驗に砂粒の如き粒状のものが同時に這入つて來る場合には之を幾何學的に縮少する時は其の本質を失つてしま

表-1. 縮尺比率

	模型法則		
	\Re	\mathfrak{F}	\mathfrak{W}
體積	$1:\alpha^3$	$1:\alpha^3$	$1:\alpha^3$
面積	$1:\alpha^2$	$1:\alpha^2$	$1:\alpha^2$
時間	$1:\alpha^2$	$1:\alpha^{\frac{1}{2}}$	$1:\alpha^{\frac{3}{2}}$
長さ	$1:\alpha$	$1:\alpha$	$1:\alpha$
仕事	$1:\alpha$	$1:\alpha^4$	$1:\alpha^2$
流量	$1:\alpha$	$1:\alpha^{\frac{5}{2}}$	$1:\alpha^{\frac{3}{2}}$
流速	$1:\alpha^{-1}$	$1:\alpha^{\frac{1}{2}}$	$1:\alpha^{-\frac{1}{2}}$
加速度	$1:\alpha^{-3}$	$1:\alpha^0$	$1:\alpha^{-2}$
力	$1:\alpha^0$	$1:\alpha^3$	$1:\alpha$

ふ。浸透水の問題とか砂礫移動等を考へる場合には之は必ず遭遇するのであつて、此の場合に砂礫を幾何學的に縮少すれば最早粒狀ではなく、顯微鏡的の微粒子になつてしまひ、砂礫としての性質を持つてゐないものになる。如何なる場合にも斯く根本的に相異なる状態は避けるべきで、斯る場合には粒徑の幾何學的相似は放棄しなければならない。併し幾何學的相似關係のない場合には完全な物理的相似關係は得られないから此の場合には出来るだけ本質的に考へられた方法に作り近似的或は實用的の模型相似に持つて來なければならぬのである。

流況の問題も亦同様である。流速がある限界を越ゆるか否かで、流れの状態は變つて來るのであつて、模型と實際との間の流況が異ると、例へば一方が整流であり、片方が亂流であるとするとその間に水理的相似は認めない。此の場合には模型を歪ませねばならない。斯くすると流速の分布状態が異つて來るし、又前の場合と同様幾何學的相似は放棄せねばならず、他の方法に依つて出来るだけ合理的に相似關係を求めなければならないことになる。

堰を溢流する水の如きは比較的主作用が純粹であつて、主として重力に依るものであり、Froude の法則を適要し得るものであるが、夫れでも實際に當つては實際と模型との間には堰表面の摩擦程度を同一比率にすることは相當困難であり、又流水の内部摩擦に依る勢力損失も同一比率には變化せず、精確なる解答を與へることは至難である。

2. 模型實驗の限界

前小節に於て述べた様に水理實驗を行ふ場合に實際と模型との間に相似關係を有せしめるには可及的に主作用力を純粹ならしめる要があり、而も此の場合に於てすら幾多の難點が存在するのであつて、吾々は模型實驗を行ふ場合には其の限界に留意すると共に實用に供せられる様良心的に之を解決して行かなければならない。之等の點に關しては吾々は Eisner 更に Krey に負ふ所が多い。

Eisner は模型實驗の結果を實際に移す場合に次の 7 個の限界を擧げてゐる。

- (1) 各種作用力の限界
- (2) 空洞限界
- (3) 波の作用に依る表面流速の限界
- (4) 整流及び亂流の限界
- (5) 射流の限界
- (6) 砂礫移動の限界
- (7) 不完全なる粗度の比率に依る限界

殆んど總ての開水路の場合には流水の慣性と共に重力が主たる役割を務めてゐるが、同時に摩擦力の作用も著しい。既に述べた様に斯る場合には完全なる意味の物理的相似は望むことが出来ない。夫れで今例を或る地點の流速に就て考へるとすれば、大體に於て此の場合流水の抵抗係數 ξ は前述の \Re , \mathfrak{F} , \mathfrak{R} の函數で表はし得るものであつて、此處に \mathfrak{R} の影響は比較的僅かな所から之を省略すると、此の抵抗係數は $\xi = f(\mathfrak{F}, \Re)$ の 1 つの平面で表はし得られる。模型實驗から實際の場合を推論するには ξ の平面上で延長して求めればよい。此の場合 \Re の限界値は $\Re_{krit} = \varphi(\mathfrak{F})$ で示し得られるので、實驗の範圍及び ξ に對する \mathfrak{F} , \Re の位置は曲線 φ の同一側になくてはならない。

一般に \Re の關係値が \mathfrak{F} の關係値に比して僅かな場合には、即ち \Re の影響が \mathfrak{F} に比して弱い時には例へば船の問題の如き場合には重力と粘性との影響が 2 つ重り合ふのではあるが、斯る場合には Froude の法則に従つて

計算してから更に摩擦に依る影響を推定し、之に加算すればよい。之を要するに異なる縮尺の數種の模型を作り、之から求めた實驗結果に適當な判斷を加へて、他の原因に依る影響を修正し、之を延長して實際の場合を推定するものである。

空洞限界に關しては Krey が最初に指摘したものであるが、模型に於ける或る何れかの個所の壓力の低下が模型縮尺に依つて縮少された大氣壓と同一になる場合に模型から實際に類推し得る限界となるのである。此の問題は然し河川の模型實驗の場合には餘り考へられない。

表面波の作用のある場合には表面流速に或る下の限界があるのであつて、之に關しては Lindquist, Eisner の示してゐる通りであり、實際の場合に表面波に就ての可能性のある時には模型に於ても同様な可能性が存在する必要がある。

整流及び亂流に對する限界は特に重要である。模型に於ても實際に於ても流水の状態は同様でなくてはならない。Eisner は開水路の場合に模型縮尺 α に對し、次の限界値を與へてゐる。

$$\alpha < 30 \text{ 乃至 } 50 \left(\frac{v_2 A_2}{p_2} \right)^{\frac{2}{3}}$$

茲に v : 流速, A : 斷面積, p : 浸潤線

特に水路の幅員の廣い場合には簡單に

$$\alpha < 30 \text{ 乃至 } 50 \left(\frac{Q_2}{B_2} \right)^{\frac{2}{3}}$$

茲に Q : 流量, B : 幅員, 尙接尾字 1 は模型, 2 は實際の場合のものとする。

射流並びに常流の限界に關する問題であるが、流水は同じく亂流状態にある場合に於ても流速が或る一定の大きさを越すと俄かに流線は流れの方向と略々平行となり、水深は著しく減少する。之は流水の抵抗係數と勾配とに關係するものであつて、Eisner に依れば

$$I > \frac{\xi}{2} \dots \dots \dots \text{射流}$$

$$I < \frac{\xi}{2} \dots \dots \dots \text{常流}$$

である。實際の場合に此の 2 つの不等式が成り立つとすれば、模型に於ても同様に成り立たねばならぬ。實際の場合に射流となつてゐる時には注意して模型の場合にも射流を起さなければならない。今模型と實際の水深の縮尺を $\alpha_1 = \frac{z_2}{\alpha}$ とすれば、實際の状態は $\frac{2z_1 I_1 \alpha}{\xi_1} > \alpha_1$ となる。

此の式から考へれば比較的自由に限界内で實驗することが出来る。實際に對し適當な摩擦抵抗を撰んだ場合には勾配を之に適合する様に決定すればよい。結局之は深さの關係を適當に定めることであつて、之は深さを歪めることを意味する。然し斯くすれば完全な物理的の相似を假定する幾何學的相似からは離れるのであつて、深さを歪めることに依り正確な意味の相似律は適要することは出来ないが、經驗に依る相似律に依つて廣く類推することが出来る。

砂礫の移動する水流の場合には他の場合に比しより一層物理的の相似を得ることは困難である。經驗に依れば砂礫が移動すると水流の力學的状態は變つて來るのであつて、實際の場合に砂礫の移動が明らかな時には模型に於ても同様である様に、尠くとも可動河床として實驗を行はなければならない。Krey は多くの實驗の結果から此の場合次の様な條件の必要なことを指摘してゐる。

$$I > \frac{d}{20 \frac{A}{v}} \text{ 乃至 } \frac{d}{8 \frac{A}{v}}$$

極めて幅の廣い水路では近似的に

$$T > \frac{d}{20s} \quad \text{乃至} \quad \frac{d}{8s}$$

茲に d は砂礫の平均粒徑である。

實際の場合に此の關係の成り立つ時、即ち河床砂礫の移動を見る場合には、模型の場合にも此の關係を満足せしめなければならない。此の結果は眞に模型の勾配を變更せしめなければならないこととなり、或は模型を歪ませることとなる。之でも尙然し満足することの出来る場合が往々あるのであつて、實用的模型相似に依り經驗的に判斷しなければならぬことがある。

實際と模型との水路周邊の粗度の問題であるが、要求せられる様な粗度はなかなか作れるものではなく、直接粗度を實際と模型との比率になほすことは極めて困難である。而も水路周邊の粗度が内部流速に及ぼす影響に就ては不明な點がある。普通は本質的に全體として同一の作用をする様な抵抗値を與へる様に水路の周邊を定めてゐるが、之は主として固定河床の場合に就てあつて、可動河床の場合にはそう簡單には行かない。

此の他流水中に空氣を含む程度に依つても流水の状態は異なるものであつて、之等の處置に就ても考へなければならぬ。

模型實驗を行ふ場合には以上述べた様な條件が互に錯綜して同時に打込まれるのであるから、模型實驗の結果の處理に當つては十分な經驗と適切な判斷とが如何にしても必要なのである。

第三節 可動河床模型實驗の基本事項

1. 模型の分類

大規模な河川工事を實施するに當つて豫め小規模な模型に依つて其の状態を検討し、水力學的の處理の一助として合理的に問題を解決して行かうと云ふことは前述の如く Fargue に依り始められて以來著しい進歩を來し、現今米國に於ては Mississippi 河の改修工事に關する模型實驗に於ては 1060 呎にも達する大模型を取扱ふ様になつた。

今日河川或は港灣に關する模型實驗の形式としては大體次の如く分類して考へられる。

- (1) 固定河床模型
- (2) 可動河床模型

固定河床模型とは河床をモルタル等にて固め、水を流した場合に全然河床に移動物のない型式のものを云ふのであつて、之は主として流水の運動状態を考へる場合に用ひられ、例へば背水の影響が如何に及ぶとか、彎曲部に於ける流速の分布状態は如何になつてゐるかとか、或は河川の大範圍に亘つて河成りを變へるとか、又は工作物を設けるとかした場合に大きな範圍に受ける影響等を考究する場合に使用せられる。

可動河床模型とは河床に可動性のある物質例へば砂利、砂、石炭粒又は鋸屑等の粒狀を有するものを使用し、水を流すと共に河床に洗掘、堆積の現象を起さしめ得る型式のものを云ふ。河川の局部的洗掘状態を見る實驗、例へば河身に突出された水制に依る洗掘、堆積の有様、水門よりの射出水流に依る下流側の洗掘状態、或は河床に床固工を設けた場合の河床の洗掘、堆積の問題、又は河川改修の結果如何に河床が變化するか、例へば河幅を擴大或は縮小した場合の水深の變化、合流又は分流水を施行した場合に土砂の洗掘、堆積に依る河狀の變化、捷水路が其の上下流に及ぼす影響等の問題を處理する場合には是非可動河床の模型實驗に依らなければならない。

模型實驗の結果と實際との間の相似關係に就ては前節に述べた様に固定河床の場合には比較的理論的に處理し

得られるのであるが、此の場合に於てすら諸力錯雜して容易には定量的な關聯は求め得られず、實驗に當つて困難な限界が多いのであるが、可動河床の場合には尙之に種々な條件が加へられ、其の判定はなかなか容易ではない。十分注意しないと却つて誤つた結果に到達せぬとも限らない。次に著者が可動河床の模型實驗を取扱つた際に考慮した點に就て述べる。

2. 河床砂礫の縮少と模型の歪

實際河川と模型河川とに於て河床の砂礫に相似した運動を起さしめるには如何に模型用砂を撰擇すればよいかは重大な問題である。既に述べた様に飽く迄模型用砂に幾何學的相似を固執すれば、之は全く無意味な而も不可能なこととなる。今模型の縮尺を吾々が普通用ひる所の程度のもとすれば、普通の實際河川の砂利を此の割合で縮少する時には殆んど顯微鏡で見なければならぬ程度の微粒となつてしまひ、此の様な粉末的な微粒子は最早實際河川に於けるが如き砂礫としての性質を有せず、流水に浮遊して運搬されたり、又は流水の掃流力に依つてさらさらとは動き得ない様な塊となつたりして、全く別のものとなつてしまふであらう。此の場合模型用砂として別に比重の軽いものを撰んで動き易くする方法もあるが、實際問題としては多量に材料を要する所から使用に困難を來したり、又費用の嵩む點等もあるし、或は物理的性質を異にする結果移動状態に差異を生ずる虞もあり、自然に存する所の細砂を使用することが一般に經濟的であり、又望ましい。自然の細砂を使用するとすれば、粒子の大きさに自ら限度があり、徒らに微少な粒子は望み得ない。此のために實驗に當つては或る限度以上の大きさの粒徑の砂を使用しなければならぬことになる。粒徑が幾何學的に縮少されぬとすれば、之は流送せしめる流水はより大きな力を要することになり、此の點から模型を歪める必要が生じて來るのである。

前節にも述べた様に自然河川では殆んど總ての場合流水は亂流であるので、模型に於ても亂流の状態で實驗しなければならぬ。模型水路で縮尺の小さい時には水深は淺くなり、整流となる場合が多く、又極めて淺い時には水の表面張力及び凝集力が大きな作用を及ぼす様になつて、得た結果は全く實際とは掛け離れた無意味なものとなる虞がある。普通此の場合模型を歪めて、此の缺點を補正する。

併しながら水路の全断面内の流速分布の状態は水路の幅員と水深との割合に依り大きな影響を受けるものであるから、模型縮尺の歪に就ては此の點からの考慮が又必要である。流速の分布状態が異ると流れの状態に差異を及ぼし、河床に働く力が異つて來る。此の模型の歪は出来るだけ小さくすることが望ましい。

尙此處に1つ問題のあるのは模型を歪めた場合、模型河床を形成する砂礫の凹凸は、矢張り模型の歪度に於て歪められた凹凸を形成して居ればよいのであるが、實際はそうでなく、此の歪められた模型と同じ縮尺を持つ河川に生ずるであらうところの凹凸を示してゐるもので、其の凹凸は相對的關係に於ては模型に現はれたものゝ如くであると云ひ得られるであらうが、夫れを其の儘に擴大したものが實際河川に起るべき河床の形であるとは云ひ得ないことである。殊に歪度が大となつて河床の凹凸の勾配が水中に於ける砂礫の安息角を越へる様な場合には最早無意味となる。吾々は此のためには模型河床に砂澱の生じない様にしなければならない。

3. 模型用砂の粒度の性状

河床砂礫の流送状況は其の砂礫の平均粒徑の大きさ、比重に依つて異なることは勿論であるが、尙此の砂礫を構成してゐるところの大小の粒子が如何なる割合で混合してゐるかに依つても大いに異ると云ふことは此の場合十分に考慮する必要がある。Hans Kramer に依れば限界掃流力 S_0 (gr/m^2) は

$$S_0 = \frac{100}{6} \cdot \frac{(\gamma - \gamma_0)}{M} \cdot d_m \dots \dots \dots (4)$$

で表はされると云ふ。茲に dm はの砂礫の平均粒徑 (mm), $\gamma - \gamma_0$ は水中に於ける砂礫の單位重量 (gr/m^3), M は混合比で圖-1 の $\frac{1}{H}$ で示される値である。若し $M=1$ とすれば之は砂礫粒の一樣な混合物と云ふことになる。

後述するが著者の豫備實驗に於ても砂礫の粒徑が一樣にして微少であるか、又種々なる粒徑の混合であるかに依つて掃流及び洗掘現象に著しい差のあることを知つた。

圖-1. 篩分曲線

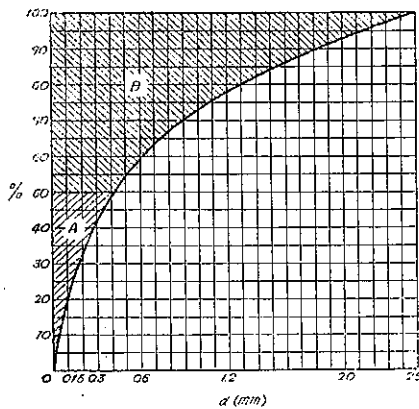
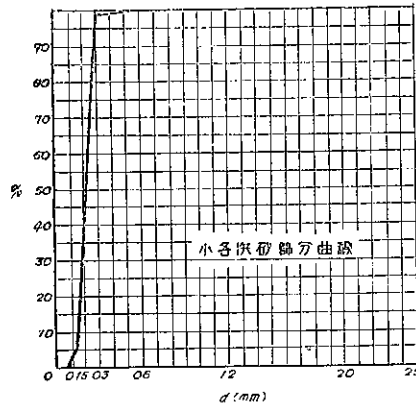
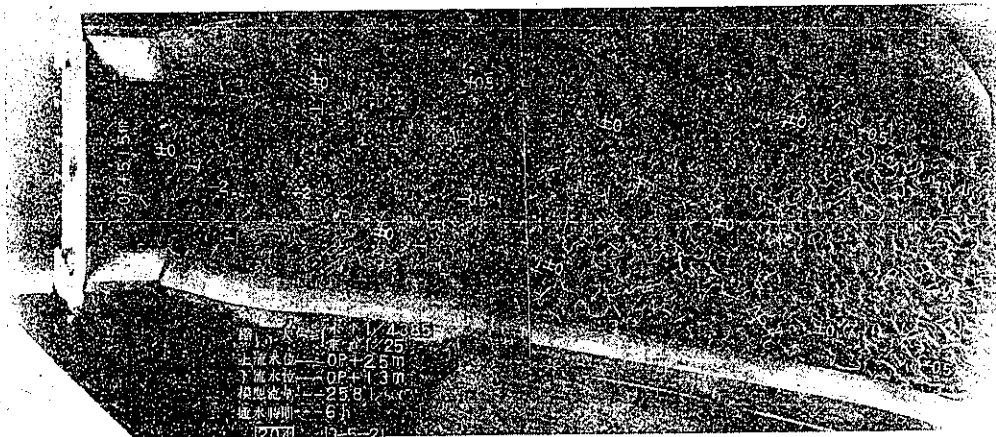


圖-2. 小名濱砂篩分曲線



一般に粒徑が一樣であつて、微少な砂の場合は砂澁の發生が著しいが、種々なる粒徑の粒子が混合してゐるものでは小粒の減んずるに従つて砂澁は發生し難くなるか、又は全然生じない。其の例として圖-2 の如く粒徑略々

圖-3.



一樣である小名濱産の砂を用ひて河床の洗掘状態を見る實驗を行つたが、此の場合は圖-3 に見らるゝ様に非常に多くの砂澁を生じてゐた。之は普通の場合は出来るだけ避けることが望ましい。次に圖-4 に示す様な篩分曲線を持つ多摩川産の砂を用ひて同様實驗を行つたが、此の場合は圖-5 に見られる様によく砂澁の發生を防ぐことが出来た。

斯くの如く模型に出来た砂澁は勿論實際のものに對しては相似のものとは考へられぬものであり、1つ生じた砂澁は流水の運動を全く異つたものとし、其の異常な流水の衝突に依つて砂澁は擴大されるのであつて、一旦砂

漣を生じた場合には河床凹凸の相似性は餘り望み得ないものである。寧ろ砂漣の1つ1つは實物に對し1對1の對應をなすものであらう。而も實際河川で出水の如き場合には砂漣は普通消滅してゐるものと推察せられる。

4. 模型用砂の比重

砂礫河床の模型に於て其の掃流現象を相似ならしめるには、砂礫たる性質を失はぬ程度に於て十分に縮小せられた粒徑を使用することが望ましいが、前述の如く砂粒の縮小にも自ら限度があり、多くの場合模型用砂の粒徑は十分に小なるものとはなし得ない。其處で一般に限界掃流力は砂礫の水中に於ける比重に比例すると云ふことから、砂礫の掃流運動の相似性を得るために模型用砂の比重を變へることである。斯く

して比重の軽い物質を使用する結果、限界掃流力を減少せしめ、従つて可及的に模型の勾配を擴大せしめず、模型縮尺を歪ませないですむのであつて、此の場合の材料としては石炭

を碎いて砂粒狀にして用ひたり、鋤屑にクレオソートを滲透せしめたもの、其の他種々な人工的材料が使用せられる。Engelsは黄河の模型實驗に歴青炭の粉末を用ひ、南京の水工試験所では淮河の導海入路に設けた堰の洗掘試験に鋤屑を用ひた例がある。

然し斯る材料では砂と其の粒狀を同様にするにはなかなか困難であつて、其の動き方を砂と相似ならしめることはむづかしい。又假令此の點を相似ならしめ得ても、大量に要することから費用の嵩む難點がある。

5. 勾配擴大の限度

以上の如くに勾配を擴大せず、模型用砂を動き易い様に比重の小さいものを使用することは、上述の如く其の量が多いので費用が嵩むと共に石炭を使用する様な場合には微粒にした場合薄く、角のあるものとなり、動き方に差異を生ずるなどのことから自然砂を以て之に當てることが多い。斯くすれば前述の如く事實上夫れ程小さい粒子は得ることが出来ないの、或る程度粒徑を大きくし、其の代り之を動かすために河床勾配を増大する。然し此の場合勾配の増大には自ら限度があるのであつて、河川の模型實驗は普通常流にして亂流の状態で行ふべきであるから、其の限界内で勾配の増大を圖らなければならない。模型縮尺を歪ませる場合と同様な考慮が必要である。

第四節 可動河床模型實驗に對する相似論

可動河床の模型實驗に當つては水路周辺の狀況が流況に著しい影響を與へる所から實際との相似性を得るため

圖-4. 鴨川模型用砂礫篩分曲線

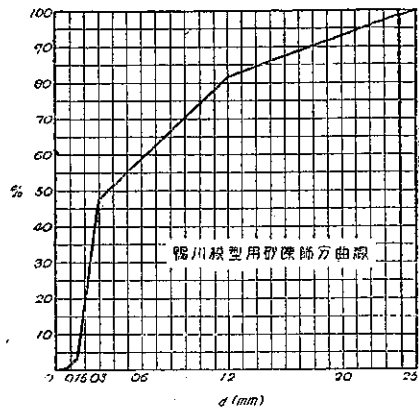
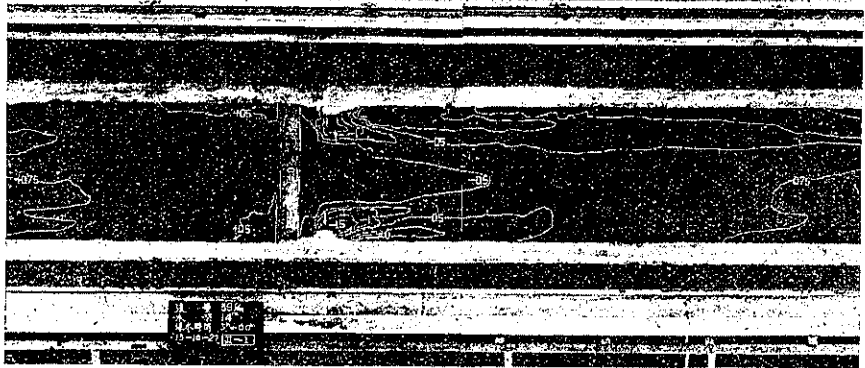


圖-5-



を碎いて砂粒狀にして用ひたり、鋤屑にクレオソートを滲透せしめたもの、其の他種々な人工的材料が使用せられる。Engelsは黄河の模型實驗に歴青炭の粉末を用ひ、南京の水工試験所では淮河の導海入路に設けた堰の洗掘試験に鋤屑を用ひた例がある。

然し斯る材料では砂と其の粒狀を同様にするにはなかなか困難であつて、其の動き方を砂と相似ならしめることはむづかしい。又假令此の點を相似ならしめ得ても、大量に要することから費用の嵩む難點がある。

5. 勾配擴大の限度

以上の如くに勾配を擴大せず、模型用砂を動き易い様に比重の小さいものを使用することは、上述の如く其の量が多いので費用が嵩むと共に石炭を使用する様な場合には微粒にした場合薄く、角のあるものとなり、動き方に差異を生ずるなどのことから自然砂を以て之に當てることが多い。斯くすれば前述の如く事實上夫れ程小さい粒子は得ることが出来ないの、或る程度粒徑を大きくし、其の代り之を動かすために河床勾配を増大する。然し此の場合勾配の増大には自ら限度があるのであつて、河川の模型實驗は普通常流にして亂流の状態で行ふべきであるから、其の限界内で勾配の増大を圖らなければならない。模型縮尺を歪ませる場合と同様な考慮が必要である。

第四節 可動河床模型實驗に對する相似論

可動河床の模型實驗に當つては水路周辺の狀況が流況に著しい影響を與へる所から實際との相似性を得るため

には次の如き方法が考へられてゐる。

1. 假想方法

米國の Vicksburg 水理試験所に於て主として行はれてゐる方法であつて、上述の考慮の下に造られた模型に對し、考ふる實際の洪水に相當する流量を流下せしめ、果して之が其の際の實際の状態と合致するかどうかを檢査し、實際河川の狀態と一致する迄模型を適當に修正するのである。

先づ模型が出来上ると夫れに既知の洪水量に相當する模型流量を流し、模型に設備した水位管又は水面測定器に依つて其の流況を測定し、此の結果と實際の記録とをよく照査し、異なる時には之を修正して良く一致した時に其の模型を正しいものと考へるのである。

Vicksburg 水理試験所では主として Mississippi 河改修工事に關聯して、(a) 洪水調節に關しては堤防の研究、捷水路及び分水路の效果、背水限界の決定等、(b) 船舶航行計畫の研究に關しては護岸試験及び河幅收縮工事等、(c) 固定堰堤の水理學的特質及び、(d) 港灣及び入江に於ける潮及び波の運動の研究を行つてゐるのであつて、極めて大規模な模型實驗を實施してゐる。主として洪水防禦問題を取扱ふことから廣範圍に亙る長さの模型が必要となつて來るもので、1931年に試みられた Greenville 屈曲部の模型は其の計畫された捷水路の影響を調査するために 98 哩の長さを取入れて其の全域を模型にして居り、又 Mississippi 河下流部の治水計畫の概括的特徴を研究するために作られた模型は Arkansas 州 Helena の南方洪水放流區域の全面積を擁するもので、其の主流 602 哩を取入れ、其の面積は 16 000 平方哩に及ぶものである。Greenville 屈曲部の模型は水平縮尺 1/4 800、垂直縮尺 1/360 に作られたものであり、Helena-Donaldsonville 間の模型は之は野外に設けられたものであるが、之は水平縮尺 1/2 000、垂直縮尺 1/100 とし、模型の延長は 1 060 呎、其の最大幅員は 168 呎に及んでゐる。

Vicksburg 水理試験所では河川の大範圍に亙つて河川工事を施行した場合に其の水理關係を研究する場合には河床の部分的洗掘と云ふことは餘り問題にならぬことから固定河床式の模型に依つてゐるが、屈曲部に捷水路を設けた場合、其の前後に於ける河床の變化、引いては水位の變動を知る様な場合等、特に河床の動きを問題とする場合には河動河床式の模型を採用してゐる。

2. Strickler-Gankler の平均流速公式に依る方法

此の方法は流水が河床の砂礫を動かすことは、流水の力が河床砂礫の慣性に又摩擦抵抗に打勝つと云ふことであるから、之に關する抵抗を粗度として考へ、此の粗度に依つて實際河床物質に相似な模型河床物質を見出さうとするものであつて、Gankler の平均流速公式中粗度係數 k は Strickler に依れば單に河床を轉動する砂礫の粒徑或は河床の凹凸に關するに過ぎぬと認められたことから

$$\left. \begin{aligned} v &= k R^{\frac{2}{3}} I^{\frac{1}{2}} \\ k &= \frac{21.1}{\sqrt{d}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

に依つて模型河床の粒徑を決定するのである。茲に v は河川の平均流速、 R は徑深、 I は勾配、 k は粗度に關する係數であつて、 R 、 I には關係なく、河床砂礫の粒徑のみに關係する、 d は粒徑である。此の Strickler-Gankler 公式に依つて模型用砂の粒徑を決定するには次の如くにする。

- (1) 今實驗を行ふとする河川の、其の個所に於ける粗度に相當する砂礫の平均粒徑を決定する。
- (2) 次に模型の歪度と同じ程度に實際河川を想像上に於て歪ませた場合の k の値を計算し、夫れから其の場合

の d の値を決定する。

(3) 歪ませて考へた實際河川を模型の平面縮尺に縮小した場合の d 即ち模型用砂の平均粒徑を決定する。

此の方法は Schleiermacher に依つて Rhein 河下流の模型實驗に用ひられてゐる。此の場合模型は平面縮尺 1/250, 垂直縮尺 1/125 としたもので、上記の方法に依つて決定された模型河床の平均粒徑は次の通りである。

	實 際	高められた實際	高められた實際の模型
縮 尺	I=1:1	II=2:1	III=1:250
平均流速 v	1.17 m/sec	1.66 m/sec	0.105 m/sec
摩擦勾配 I	0.0002 07	0.0004 15	0.0004 15
動水半徑 R	3.50 m	6.13 m	0.0245 m
摩擦係數 n	35.8	24.4	61.1
粒 徑 d	50/100/150 mm	420 mm	1.68 mm

模型河床は固定式及び可動式の 2 種類を作つたのであるが、固定式の場合は計算に従ひ徑 1~2 mm の砂を敷いて粗にし、可動式のものに於ては平均粒徑は 1.87 mm となつてゐたが、何れの場合にも水面勾配は實際のものと模型に於ては實用上完全に一致してゐた。

此の河床砂礫粒の計算方法に關し Froude の法則の存在區間に就て更に可能性を検討するために豫備實驗として平面縮尺を 1/500, 垂直縮尺を 1/50, 即ち 10 倍に歪ませた模型を作り、實驗を試みたのであるが、今迄論ぜられてゐた様な粗度では水制を設けた場合にも尙勾配は實際に比し遙かに緩となつたが、上述の方法に依ると平均粒徑は 89 mm となり、斯くして作られた模型では其の水面勾配は夫れに對應する實際河川とよく一致せしめることが出来たのである。

Schleiermacher は此の計算に當つて實際河川の縮小に際し Froude の法則に従つて平均流速を縮尺比率 α の 1/2 乗、即ち實際河川の平均流速を v_n , 模型河川の平均流速を v_m とした場合、 $v_m = v_n \alpha^{1/2}$ として模型の流速を求め、Strickler-Gankler 公式に依つて平均粒徑を計算したのであつて、此の結果から Froude の法則の適用し得られる範圍内に於ては實用上は常に此處に述べた方法の實施は可能であると云ふてゐる。此の場合は Froude の法則の適用を受ける範圍内の實驗であるが、流水に作用する主作用力が主として内部摩擦に依る時は Reynolds の法則に従ふことは勿論である。

尙此處に述べた程度に歪められた場合の計算方法は十分妥當性を持つてゐることは認められるが、併し此の場合求められた粒徑は流況とは何等關係ないのであつて、此の點に關しては前述の Krey の指摘してゐる制限は當然受けなければならない。

3. 掃流力に依る方法

之は河床砂礫の運動を相似ならしめ、其の時の流速係數又は粗度係數に何らかの關係をつけて Chezy 又は Manning 公式に依り流量等に關する相似計算を行ふとする考へである。著者は可動河床の模型實驗の相似に關しては前述の Eisner, Krey の相似限界内に於て河床砂礫の流送状態を相似ならしめる要のあることを認め、此の流送状態は掃流力に關係するところから實際と模型との間を掃流力的に相似ならしめやうと考へたのである。此の場合模型用砂の粒徑を掃流力に關して相似的に決定するために P. du Boys の公式が成立するものとし、之を根定とする。

$$S = \gamma_0 HI \dots \dots \dots (6)$$

茲に S は單位面積に作用する掃流力, γ_0 は水の單位重量, H は水深, I は勾配である。

此の方法に於ては河床砂礫が微少粒のみでなく, 大徑の粒子迄一緒に動き出した現象を全移動と呼び, 此の場合の流水の掃流力を限界掃流力と呼べば, 實際河川の河床砂礫の全移動を始める時の H_n 及び I_n の値は如何であり, 而して模型に於て之等に相當する H_m, I_m に於て全移動を始むべき模型用砂は如何なる平均粒徑及び混合割合なるかを調べるのである。即ち模型が水平及び垂直方向に夫々異つた式に縮尺で縮小されてゐる場合には, 實際河川に於て其の河床砂礫を全移動し始める水深が定められるとすれば, 夫れに相當する模型の水深に於て全移動を始める如き模型用砂を使用すればよいのである。或は模型用砂の與へられてゐる場合には 所要の水深を之に依つて定める。後述するが限界掃流力を超ゆる掃流力が作用する場合に於ても矢張り掃流力は河床の移動狀況の類似の場合には砂礫の粒徑, 混合状態に比例してゐる。即ち HI が砂礫の粒徑, 混合状態と直線の關係を持ち, 限界掃流力の場合と平行する時には河床の移動状態は類似してゐることが認められるから, 此の様な場合にも其の砂礫の移動状態は此處に述べる方法に依つて相似ならしめることが出来る。

實際河川の限界掃流力を S_{0n} とすれば $S_{0n} = \gamma_0 H_n I_n$

模型に於ける夫れを $S_{0m} = \gamma_0 H_m I_m$ とすれば

$$\frac{S_{0n}}{S_{0m}} = \frac{H_n I_n}{H_m I_m} \dots \dots \dots (7)$$

今模型を水平方向に $1/m$, 垂直方向に $1/n$ に縮小するものとすれば

$$L_n = m L_m, \quad R_n = m B_m, \quad H_n = n H_m$$

但し L は長さ, B は幅員である。

従つて

$$\frac{I_n}{I_m} = \frac{H_n}{H_m} \cdot \frac{L_m}{L_n} = \frac{n}{m}$$

$$\therefore \frac{S_{0n}}{S_{0m}} = \frac{n^2}{m} \dots \dots \dots (8)$$

此處に限界掃流力を例へば (4) 式の如くに H. Kramer の與へてあるところに従ふとすれば

$$S_{0n} = \frac{100}{6} \cdot \frac{d_{m,n}(\gamma_n - \gamma_0)}{M_n}, \quad S_{0m} = \frac{100}{6} \cdot \frac{d_{m,m}(\gamma_m - \gamma_0)}{M_m}$$

$$\therefore \frac{S_{0n}}{S_{0m}} = e \cdot \nu \cdot \mu \dots \dots \dots (9)$$

但し

$$e = \frac{d_{m,n}}{d_{m,m}}, \quad \nu = \frac{\gamma_n - \gamma_0}{\gamma_m - \gamma_0}, \quad \mu = \frac{M_m}{M_n}$$

(8) 式と (9) 式とから

$$e = \frac{n^2}{m} \cdot \frac{1}{\nu \mu} \dots \dots \dots (10)$$

模型に使用する砂の篩分曲線と實際河川砂礫の篩分曲線と相似になる様適當に大小粒を混合して模型用砂を作る時は $\mu = 1$

となり, 又材質として同一自然砂を使用する時は

$$\nu = 1 \quad \text{となつて}$$

$$e = \frac{n^2}{m} \dots \dots \dots (11)$$

となる。

此の場合の流量を Chézy 公式に依つて計算すれば次の通りである。

實際河川砂礫の節分曲線と相似な節分曲線を持つ模型を自然砂で作る時は上述の通り $\mu=1, \nu=1$ であるから

(7) 式は
$$e = \frac{d_{m,n}}{d_{m,m}} = \frac{H_n I_n}{H_m I_m}$$

今流積を A , 浸潤邊長を S とすれば Chézy 公式は

$$V = C\sqrt{KI} = C\sqrt{\frac{AI}{S}} \quad \text{であるから}$$

$$AI = \frac{SV^2}{C^2} \quad \therefore HIB = \frac{SV^2}{C^2}$$

$$e = \frac{H_n I_n B_n}{H_m I_m B_m} \cdot \frac{B_m}{B_n} = \left(\frac{C_m}{C_n}\right)^2 \left(\frac{V_n}{V_m}\right)^2 \left(\frac{S_n}{S_m}\right) \left(\frac{B_m}{B_n}\right)$$

然るに従來の多數の實測及び實驗に依れば

$$C \propto (VR)^\beta$$

$$\therefore \frac{C_m V_n}{C_n V_m} = \left(\frac{V_n R_m}{V_n R_n}\right)^\beta \frac{V_n}{V_m} = \left(\frac{V_n}{V_m}\right)^{1-\beta} \left(\frac{R_m}{R_n}\right)^\beta$$

$$\therefore e = \left(\frac{V_n}{V_m}\right)^{2(1-\beta)} \left(\frac{R_m}{R_n}\right)^{2\beta} \left(\frac{S_n}{S_m}\right) \left(\frac{B_m}{B_n}\right) = \left(\frac{V_n}{V_m}\right)^{2(1-\beta)} \left(\frac{S_n B_m}{S_m B_n}\right)^{2\beta+1} \left(\frac{H_m}{H_n}\right)^{2\beta}$$

$$\therefore \frac{Q_n}{Q_m} = \frac{V_n H_n B_n}{V_m H_m B_m} = e^{-\frac{1}{2(1-\beta)}} \left(\frac{S_m}{S_n}\right)^{\frac{2\beta+1}{2(1-\beta)}} \left(\frac{B_n}{B_m}\right)^{\frac{3}{2(1-\beta)}} \left(\frac{H_n}{H_m}\right)^{\frac{1}{1-\beta}}$$

$$= e^{-\frac{1}{2(1-\beta)}} \cdot m^{-\frac{1}{1-\beta}} \cdot \alpha^{-\frac{2\beta+1}{2(1-\beta)}} \dots (12)$$

茲に
$$\alpha = \frac{S_n}{S_m} \cdot m$$

實際河川並に模型に於て水深に比し河幅の極めて大なる場合には $S \doteq B$ とすることが出来るから $\alpha \doteq 1$ であるが、可動河床の實驗の場合には模型の縮尺を歪めることが多いので、従つて $S \doteq B$ と見なすことは困難であり、 α の値は歪度 m/n 及び H_m/B_m に従つて變化する故に夫々場合に應じて圖-6 から求められる様にして置くことと好都合である。

$\beta=1/8$ とすれば

$$\frac{Q_n}{Q_m} = e^{4/7} \cdot m^{-1/7} \cdot \alpha^{-5/7} \dots (13)$$

又 Manning 公式に依り流量の關係を求めるには、次の如くする。

$$V_n = C_n R_n^{3/2} I_n^{1/2}$$

$$V_m = C_m R_m^{3/2} I_m^{1/2}$$

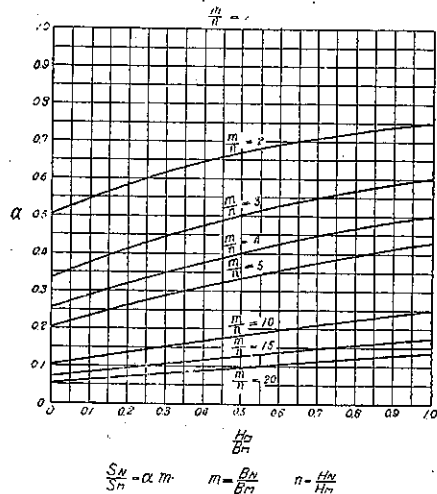
であるから

$$\frac{V_n}{V_m} = \left(\frac{C_n}{C_m}\right) \left(\frac{R_n}{R_m}\right)^{1/6} \left(\frac{R_n I_n}{R_m I_m}\right)^{1/2}$$

$$= \left(\frac{C_n}{C_m}\right) \left(\frac{H_n B_n}{S_n} \cdot \frac{S_m}{H_m B_m}\right)^{1/6} \left(\frac{H_n I_n}{H_m I_m}\right)^{1/2} \left(\frac{B_n S_m}{B_m S_n}\right)^{1/2}$$

$$= \left(\frac{C_n}{C_m}\right) \cdot e^{1/2} \cdot \left(\frac{H_n}{H_m}\right)^{1/6} \left(\frac{B_n S_m}{B_m S_n}\right)^{2/3} = \left(\frac{C_n}{C_m}\right) \cdot e^{1/2} \cdot n^{1/6} \cdot \alpha^{-2/3} \dots (14)$$

圖-6.



$$\frac{S_n}{S_m} = \alpha \cdot m \quad m = \frac{B_n}{B_m} \quad n = \frac{H_n}{H_m}$$

$$\therefore \frac{Q_n}{Q_m} = \frac{V_n H_n B_n}{V_m H_m B_m} = \left(\frac{C_n}{C_m}\right) \cdot e^{1/2} \cdot m \cdot n^{7/6} \cdot \alpha^{-2/3} \dots \dots \dots (15)$$

C_m は豫備實驗にて定め、 α は圖-6 に依る。模型を $m=n$ 即ち水平及び垂直方向の縮尺を同一に作った場合には $\alpha=1$ と見なし得るから

$$\frac{Q_n}{Q_m} = \left(\frac{C_n}{C_m}\right) \cdot e^{1/2} \cdot n^{13/6} \dots \dots \dots (16)$$

となる。

今此の一例として

徑深 $R=0.576$ m, 流積 $A=22.92$ m², 勾配 $I=1/325$

とし、Manning 公式の $C_n=32.05$ であるところの實際河川の流量を求める

$$Q_n = V \cdot A = 27.73 \text{ m}^3/\text{sec}$$

となる。此の場合

$$m=n=40 \quad \text{の模型を作り, (11) 式から} \quad e=40$$

が成立する様に、模型用砂として實際河川と類似な篩分曲線を持つところの適當な粒徑の混合したものを作つた。之に水を通し、砂漣の出來ぬ内の流速係數を測定したら $C_m=81\sim 82$

となり、此の場合の模型實驗の流量は $Q_m=3.9$ l/sec であつたから (16) 式に依り模型からの推定流量を計算すると

$$Q_n = \frac{C_n}{C_m} \cdot e^{1/2} \cdot n^{13/6}, Q_n = 28.70 \text{ m}^3/\text{sec}$$

となつて、大體の一致を見てゐる。

著者は此の方法に従つて旭川の百間川分流點の構造及び鴨川床固工の掃流洗掘に關する模型實驗を行つたのであるが、實驗に先立ち實際と模型との關係を掃流力的に相似ならしめることが可能なりや否やを確めるため豫備實驗を行つた。

此の豫備實驗に於て著者は次の 3 種類の混合割の砂利を用ひ、其の砂粒の掃流狀態、水位並に勾配の變化に伴ふ流速及び粗度の變化を研究した。3 種類の試験用砂は

圖-7.

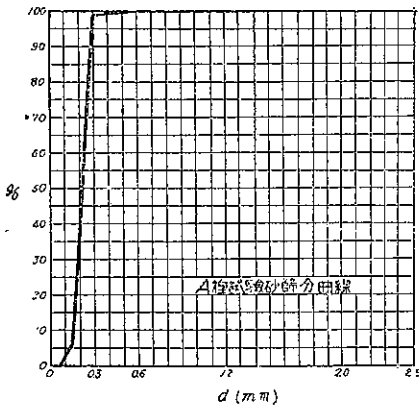
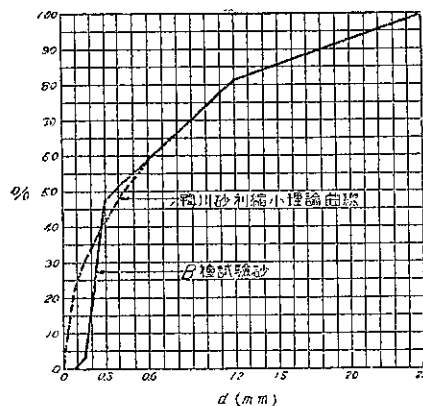


圖-8.



A 種試験用砂： 之は小名濱産の砂であつて、其の混合狀態は圖-7 に示す通りである。

B 種試験用砂： 之は自然河川に於ける河床砂礫の代表的なものであつて、圖-8 に示す如き混合狀態をもつも

のである。此の場合最大粒径を 2.5 mm. とした。

C 種試験用砂： 之には B 種のものと同質の砂を用ひ、唯、其の混合状態を圖-9 に示すが如くにしたものであつて、最大粒径は同様 2.5 mm である。

以上の如くであつて、之等の試験用砂に就き砂礫の運搬され始まる點、運搬される状態、砂礫の静止の状態から掃流されつゝある時へかけての流速及び粗度の變化に就て河床勾配を種々に變化せしめて觀測したものである。

本實驗では試験樋は成るべく水路側壁の影響を受けぬ様幅員の出来るだけ大なるものを選び、幅員 1 m, 長さ約 16 m のガラス張り水槽を使用した。圖-10 に示す通りである。上流より 2.4 m を導水整流に用ひ、夫により 12.9 m の區間に試験用砂を敷き、此の内最初の 1.6 m は水流を一定ならしめるための豫備の長さとし、次の 10 m の區間に於て一切の觀測を行つた。下流 1.3 m は水が砂止槽に入る時の

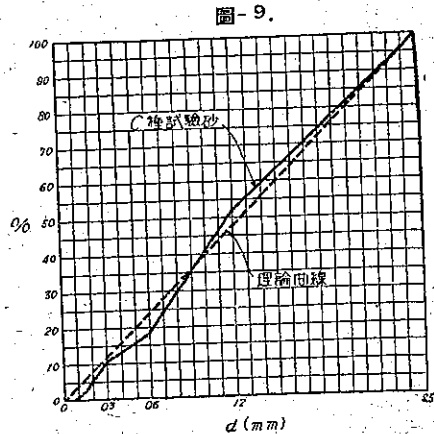
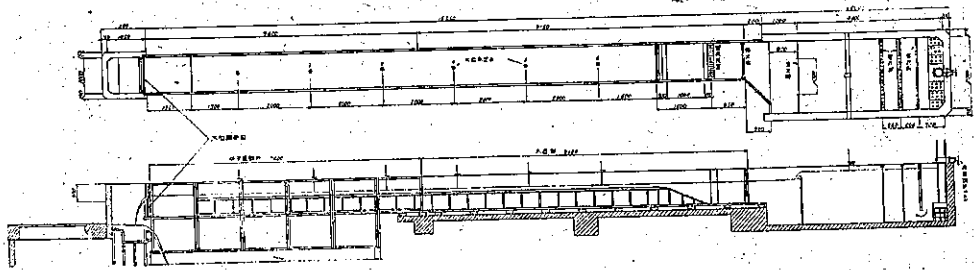


圖-10.



影響を上流 10 m の區間に及ばしめない様豫備として附けた。

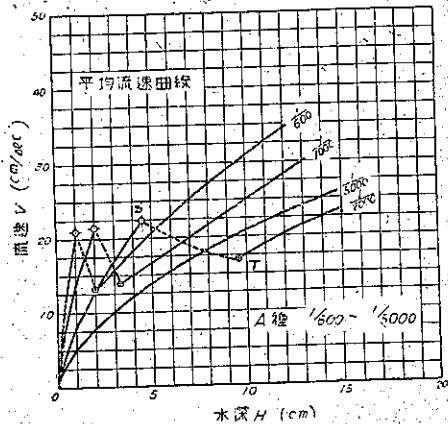
此の場合 A 種試験用砂に對しては勾配 1/600, 1/1 000, 1/2 000, 1/5 000 及び 1/10 000 の 5 種。B 種試験用砂に對しては 1/300, 1/400, 1/600, 1/800, 1/1 000 及び 1/2 000 の 6 種。C 種試験用砂に對しては 1/300, 1/600, 1/800, 1/1 000 及び 1/2 000 の 5 種に區別し、水深は 20 cm, 平均流速は 60 cm/sec 迄觀測した。設備の都合上之以上水深を増すことは出来なかつた。

之等の觀測値に就ては後述する通りであるが、之から水深と平均流速との關係を求めると圖-11, 圖-12 及び圖-13 の如くなる。一般に水深が漸増して點 S に至ると漸く砂粒は微動を開始し、水路全般に互つて所々少しづゝ極く低い砂漣を生じ始めた。砂漣を生じ始めると、流れは不安定になり、水面及び水面勾配の動搖は次第に甚しくなつて来る。

更に水深が増加して T になると砂漣は充分に發達し、水面の動搖は稍々静まり、砂粒の動きも比較的少となる。其の後は漸次砂漣が下流に移動するのみで水流は稍々安定な状態を保つ。

A, B 兩試験用砂は共に T 迄は大體に於て同じ傾向をとる

圖-11.



が、B種では之から状態が異り、一時は稍々安定となるが、其の後水深の増加に伴ひ砂の移動は徐々に激さを益し、流速は加速度的に速くなり、Gに至つて砂漣の山は流水のために崩れ始め、遂にHに至つて河床間は恰も帚で掃いた様になつた。中粒以下の砂粒は粉雲の風に吹き飛ばされるが如くに浮游、運搬され、比較的大粒のも

圖-12.

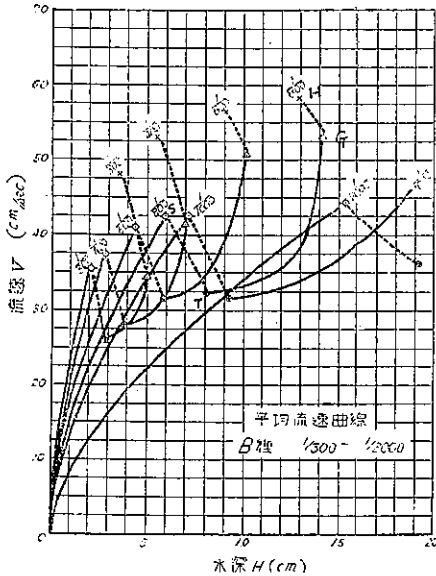
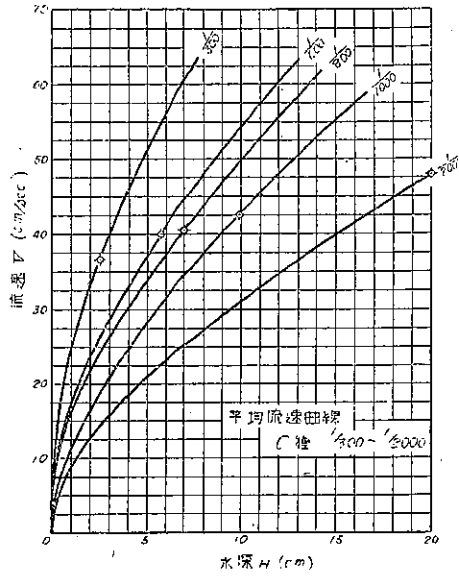


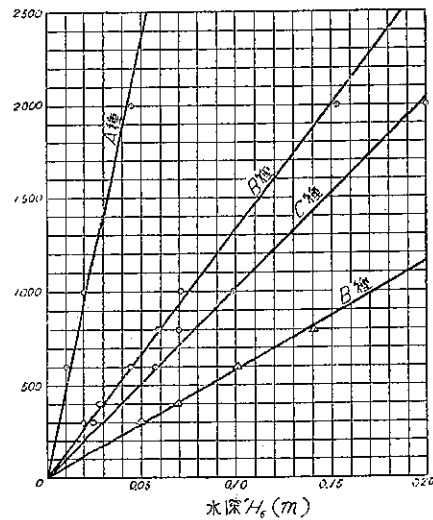
圖-13.



のみが目まぐるしく河床を轉動した。然しC種試験用砂の場合には之等の現象は見受けられなかつた。砂漣が生じなかつたのである。水深と流速との關係は平滑であつた。

今之等の結果からS、Gに於ける水深 H_0 と勾配 I_0 との間に河床材料に依る何等かの關係があるかを見るために縦軸に $1/I_0$ 、横軸に H_0 をとつて圖示すれば圖-14の如く、殆んど原點を通る直線となつた。之に依れば河床材料に就ては $H_0 I_0$ は一定であると云ふことを示すもので、此の材料に特有な數値を以て限界掃流力として差支へない。即ちP. du Boysの掃流力に關する(6)式は成り立つことが云ひ得られる。

圖-14.



本實驗の結果から河床砂礫の混合状態に依つて河床移動の状態は異なることがあり、之に依つて洗れの状態も異なることを知つた。河床砂礫の混合状態の如何に依つて平均流速公式の粗度係數は異つて來るのである。最大粒徑同一の場合にも細粒を多く含む時には洗況は異り、水深に依つて粗度係數に著しい變化を生ずる。以上の實驗の結果からA、B、C各種類毎に各水深に對應するManning公式の流速係數 C を求め、圖示すれば圖-15、圖-16、圖-17の通りである。

今河床勾配 $1/1000$ に其の例をとれば、A種試験用砂の場合には

上述の點 S に於ては即ち砂礫の移動を見始めた時には水深 2.0 cm で、流速係數 C の値は 93.85 であるが、砂漣の漸く發達した T に於ては水深 3.4 cm となり、 C の値は 43.18 と著しく減少した。河床の安定の間は別にたいした變化はなく、多少減少して 39.02 となつたが、又漸増して水深 13.19 cm では C は 43.28 となつてゐる。B 種試験用砂の場合には勾配 1/800 の時に點 S では水深 6.14 cm で流速係數 C は 81.7 であつたが、砂漣が生じ始めると減少して水深 8.06 cm では 53.1 となり、其の後河床の比較的安定してゐる間は殆んど變化なく、水深 13.59 cm で C は 53.3 となつてゐるが、水深の増加に伴つて再び砂漣が動揺し始める時には C は増加して點 G では水深 14.19 cm で C は 65.2 となり、砂漣が流送されてしまうと流量は同一のまま水深は却つて減少し、點 H では水深 12.95 cm となり、 C の値は 74.9 となつた。實驗設備の都合上之以上の流量の場合の觀測の出來なかつたのは遺憾であるが、各種の實驗の結果から考へれば H は流下始めから S に至る直線を延長した上に略々位して居り、其の後には多少減少氣味ではあるが、此の S-H 線の延長上に來るものと推測される。H 以後の河床は殆んど平滑で、砂漣の代りに著しく間隔の長い洲の状態を形造つて居り、初めの狀況と大略類似してゐるものと見なし得るのである。C 種試験用砂の場合には同じく勾配 1/800 の場合で砂粒の移動し始めた時は水深 6.54 cm で流速係數 C の値は 73.7 であり、此處では初めから終り迄殆んど差異を見せてゐない。此處では砂漣が出來てゐないのである。

斯の如く流況に對して流速係數の變化する事實

を見出した。併し乍ら限界掃流力は之を $\gamma H_0 i_0$ で表はすものとすれば、之は砂の性質に依つて一定であることが判つたから、模型と實際との間の關係は掃流力的に相似ならしめることが出来る。以上の關係から掃流力的相似に模型用の砂を定め得るとすれば、(12) 式又は (14) 式に依つて流量の關係を容易に求めることが出来るのである。

圖-15.

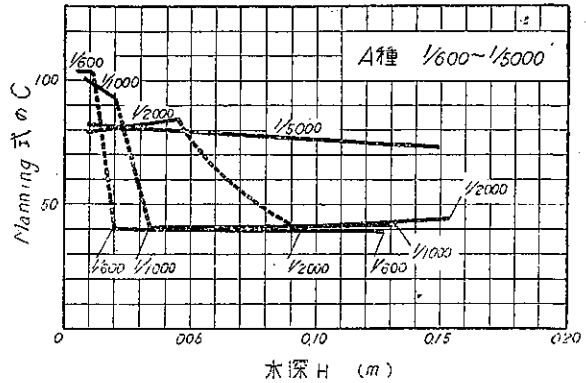


圖-16.

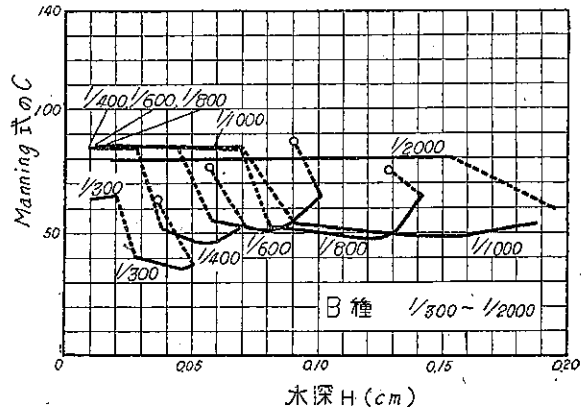
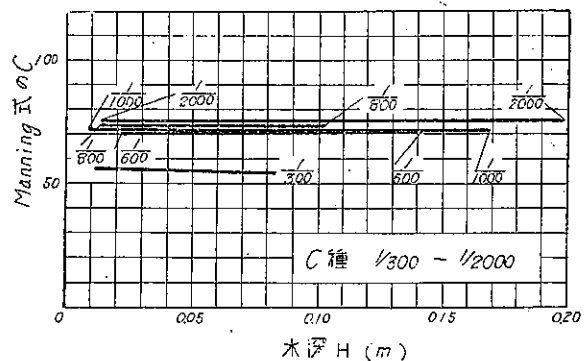


圖-17.



4. 要 諦

可動河床模型實驗と實際との間に相似關係を持たしめることは上述の如くなかなか容易ではない。水理模型實驗自體が既に環境條件の複雑性に依り實際と相似ならしめるには多くの條件が要求せられてゐる。

流水に働く各種作用力、表面波の狀況、整流であるか渦流であるか又は射流であるかの限界は勿論必要な條件であるが、流れ自體の狀況例へば流速分布の有様、亂流の程度が相似關係に如何なる限界を與へるかを考へなければならぬ。水路断面の流速分布狀況は後述するが、水面幅と水深との比率に影響せられるところが大きく、此の流速分布狀況の異なることは渦流の程度をも變へることになり、又河床に働く力にも影響を及ぼすものであつて、模型を至めることは出来るだけ避けなければならない。模型が可動河床の場合には此の影響は尙著しくなる。更に河床砂礫の粒度、混合状態に依つて同一勾配、水深に對し移動狀況を異にし、又河床砂礫の靜止或は移動狀況に應じて流速係数を異にする事實をも考へねばならない。實際河川と模型河川との流量を比較する時には此の點には十分注意を要する。

模型と實際との相似性を得るために採られる假想方法は其の趨勢を知るためには一つの考へられる方法であるが、之は便宜的であり、此の場合には實驗者の判斷が極めて大きな役割をする。Strickler-Gankler 公式に依つて模型用砂を決定することは河床を粗度的に相似ならしめ得られるが、砂礫の移動に關しては何等の相似的關係はないのである。

著者は可動河床の模型實驗では河床砂礫の移動狀況を相似ならしめることが此の場合最も必要な處置と考へた。豫備實驗の結果限界掃流力 S_0 を

$$S_0 = \gamma H_0 I_0$$

と定義すれば、之は砂礫の性質に従つて或る定數である。即ち砂粒の掃流限界點に於ては水深と勾配とは反比例すると云ふことを確めたのであつて、此の關係から模型用砂を掃流力的相似に決めることの出来るのを知つたのである。併し此の場合とても洗況の河床に及ぼす影響に關しては尙理論的には不明瞭であつて、實驗者の判斷にまつところが多い。著者は本文の最初に河川處理に當つては理論的根據を十分把握すると共に模型實驗、自然觀察の必要性を説いたのであるが、現況に於ても模型實驗に於ても經驗に依る判斷が重要なのである。さればこそ吾々は更に一步進めて此の經驗的判斷を裏付けるところの理論的根據を確實にする要があり、之に依つて一段と高い普遍性を得ることが出来るのである。

第二章 河 相 論

第一節 概 説

河川を處理する場合に吾々は常に其の河川の特異性を十分把握する必要があることを教へられて來た。一般に河川改修を行ふ場合には良く其の河狀を觀察し、現在興へられてゐる河幅から限られてゐる水深が河床に如何なる影響を與へてゐるかを調査して後之が處置を講ずべきであつて、無暗に河幅を擴げれば水深は淺くなり各所に土砂は堆積し亂流の基となるし、河幅を狭くすれば河床は洗掘せられ其の動搖は劇しくなつて不測の結果を來す處がある。捷水路に贅否兩論のあるもの之が根源を確めてゐないからである。又河道彎曲部に於ては遍流に依る洗掘状態と之に對應する對岸の堆積の様子を明らかにしなければ新しい曲率半徑を持つ彎曲法線を決定することは出来ない。護岸、水制等の工作物に至つては尙更である。現存の環境に於ける工法を十分吟味して其の種類、設置方法を考へねばならない。透過水制は何れの場所に於ても最も有效に其の目的を達してゐる理ではなく、所に

依つては不透水制が効果を擧げてゐる場所もあるし、又連続水制が何處でも効果的であるとは云ひ得ず、獨立水制で十分目的を果してゐる所がある。古くから種々工作されてゐる河川では長い經驗と詳細な觀察とから之に作用する諸力に十分抵抗出来る様之に適應した手段が仕組まれて來てゐるのである。

夫々の河川は異つた河相を持つてをり、之に對應して處置方法は當然限られて來ることは既に述べた通りである。吾々は河相を究めなければならぬ。自然河川の流れを注意深く觀察すれば砂礫の移動、細砂の舞ひ上り、浮游してゐることから、流れは断面全體に互つて大きな螺旋運動をすると共に流線は互に交錯し、渦を生じてゐることが認められる。河床では細砂に浮揚つて流れると共に或るものは跳躍して流れ、更に大粒になれば轉動しながら流下する。河床砂礫は普通は常水路では細かい砂澁を形成してゐるが、其の上に河川全體に互り流路に従つて大きな波形段丘を形作つて居り、之が全體として次第に下流に移動するもので、此の浮游、跳躍、轉動する状態から考へれば、此の河床砂礫の大小粒混合状態が此の移動状況に大きな關聯を持つて居り、流れの状況も亦之に依つて變ることが十分推察せられる。既に述べた如く Strickler は Gankler の平均流速公式の流速係數、之は Manning に依つて Kutter 公式の粗度係數 n の逆數で表はされてゐるものであるが、之を河床砂礫の平均粒徑で表はしてをり、又 Kramer は其の實驗から河床に作用する力は砂礫の平均粒徑と其の混合状態で示し得る旨を發表してゐる。著者の實驗に於ても此の事實は確められてゐる。

此の亂流の問題及び河床砂礫の洗掘又は洗澱が河床に作用する力と如何に關聯してゐるかの問題に就ては相當古くから、Reynolds, du Buat 以來論議されてゐるものであるが、未だにはつきりした結論には到達してゐない。

著者は流況を支配するものは主として渦流の状態と河床を構成してゐる砂礫の粒徑、混合比であると考へる。與へられた水面勾配、水深に對し河床が或る一定の粒徑、混合比を持つ砂礫からなる場合に河床は安定の状態を保つものであつて、此の或る一定の粒徑、混合比から離れる場合に河床は不安定となる。河床が安定なるか、不安定なるかに依つて之に對する處置が當然變つて來なければならぬ。

一般に自然河川に於て上流山地の崩壞が著しく、而も之に接近してゐる地方では河床砂礫には大粒が在ると共に又比較的細粒をも多く含んで居り、斯る場合には砂礫は大粒が在つても比較的移動し易く、河床は不安定な状態を示すものであるが、水源地方の山相が良好であるとか、或は崩壞地から相當距離を距て居る場合には流水に依る砂礫の自然撻擇作用が行はれ、砂礫の混合比は漸變して、次第に其の河川の流況に適合する様になつて來る。

圖-18 は富士川に於ける河床砂礫の混合状態の變化を示す。上流端から笛吹川合流點迄は支川がなく、河幅も一樣なので砂礫混合状態は規則正しく變化してゐるが、早川合流點では早川の流送砂礫が多いと共に河幅も擴大されるので著しく状態が異なる。

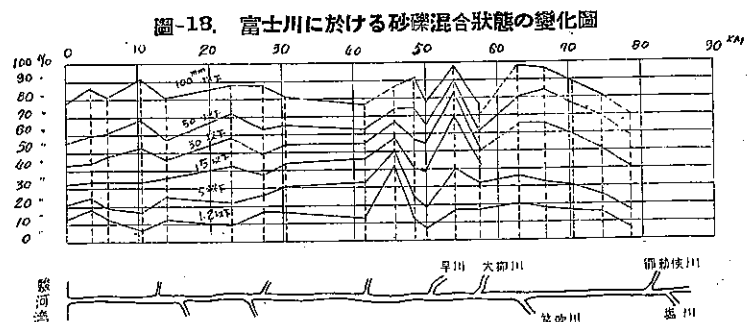
55 km 附近に細砂の多いのは地形上緩勾配をとり、幅員の擴大されてゐるのに依るものである。

第二節 亂流

1. 概説

自然河川に於ける流れは殆んど總て亂流 (turbulent flow) である。

此の亂流の機構に關する問題は解結が極めて困難ではあるが、併し之は水路断面内の流速分布状態、水路周邊又は物體に及ぼす力等に關し重大な關聯を持つてゐる。



亂流の生成は、如何なる條件の下に整流が不安定となつて不規則に變動する亂流に移りかはるか、又亂流の成長、或は老衰の状態等渦流生成後の渦流の機構に關する問題は實驗的には相當論議されてゐるが、之を完全に理論的に説明することは困難であつて、假定を設けて種々の方向から解いて居り、近似的に實驗の結果と比較すべき成果を得てはゐるが、亂流の機構は複雑なものであり、今後に残された大きな問題である。

亂流の機構に關し最初に之を理論的に研究したのは Reynolds である。Reynolds は不規則に變動する速度を持つところの流水の平均運動を考へたのであつて、此の速度の不規則な變動に基因する見掛けの應力の概念を取り入れた。併しながら當時は未だ個々の具體的問題を解決し得る迄には至らなかつたのである。近年になつて、Prandtl, Tollmien, Taylor 又は Kármán 等に依つて之等の問題は大いに理論的に進展せられた。等質媒介中に於ける自由流線の傳播、平滑水路に於ける流速分布に關する問題等の解法が試みられてゐるが、實驗結果と相當よく一致してゐる。

2. 亂流の概念

現在一般に認められてゐるところの見解に従へば亂流の主たる表徴は統計學的法則に支配されてゐる脈動で示されてゐる。流線に直角の方向への衝力傳達は唯分子間のみでなく、有限の大きさの流體部分である渦球に依つても行はれるもので、渦球は不規則に脈動する運動の横分力に依つて本質的な部分に衝力傳達を行ふ。之等の渦球は夫自身の存在を回轉してゐる部分の蓄積に負ふものであつて、他の渦球との衝突に依つて其の存在を失ひ、其處で更に新しい渦球が発生する。

亂流の斯る實體的觀察に到達する以前には亂流の其の點の程度を其の點に於ける全壓力即ち速度の大きさを以て表はす方法が試みられてゐた。之等に關しては Bazin が既に試みてゐるし、Schockhütisch も行つてゐる。之等の技術者は其の點に於ける主流の速度に關する變動を其の夫々の方向に測られた速度を亂流に對し或る 1 つの大きさとして觀察したのである。此の方法は最初に Koženy に依つて公算法を用ひた式で表はされた。

$$\frac{(\omega - \bar{\omega})^2}{\bar{\omega}^2} = s_1 \dots \dots \dots (17)$$

茲に ω は主方向の流速であり、 $\bar{\omega}$ は其の平均値を示す。

其の後 Krey は亂流の程度を長さの方向の變動ではなく、長さの方向の速度に關聯する横方向の變動を以て其の大きさを表はさうと試みた。此の大きさは

$$\frac{\mu^2}{\bar{\omega}^2} = s_2 \dots \dots \dots (18)$$

で示された。茲に μ は横方向の速度である。

之等の提案は亂流の或る點に於ける其の程度を 1 つの數に依つて特性づけると云ふことは充分可能であるかどうかと云ふことに就ては言及してゐないが、水路に利用する點から云へば有利である。任意の點に於て夫々の方向に得られた分力は其の點に於ける速度ベクトルで表はすことが出来る。之から任意の方向 y に於ける平均値を v とすれば、變動平均値は $\left(\frac{v - \bar{v}}{\bar{\omega}^2}\right) = s_y$ で表はされる。此の場合 v は y 方向の ω の分力である。併しながら之では s_y が y 方向に就て如何なる關係にあるかは分らない。夫れで此の場合 s_y は固體の慣性能率に類似してゐるものと考へ、直線ベクトル函數で表はし得るものと假定する。斯くすれば一般に任意の點では 3 個の主亂流方向を興へるものであつて、先に述べた Koženy の s_1 及び Krey の s_2 は夫々異なる 3 個の主亂流値の内の 2 つを示すものとなる。Koženy と Krey の亂流の大きさは相並んで置かれたものとなり、交互に其の點の亂流を

表はすことは出来ない。之は單獨の實驗に這入る前に多様な可能性を根本的に觀察し得たところに價値がある。

Prandtl は渦球の經路の本質的觀察を示唆して、之等の經路は曲線であり、主流線方向に直角に特に速い速度で描くものであつて、長さの方向には等速度で走るものと假定した。其の描くところの作用から知ることの出来る之等の脈動する方位流線は適當な直接方法に依つて見ることが出来る。Nikuradse は水の中に牛乳を入れて觀測し、之を確めてゐる。

3. 平均流速公式

等速定流の場合に就て考へる。流量 Q は一定であつて、流心に沿ふて l なる距離にある 2 断面の面積は等しく、勾配は一様であるとする。

l なる距離を流れるために消費せられる勢力は運動の抵抗に依つて直線的に變化するものと考へられるから、此の場合河床勾配は水面勾配と同一である。

今此の流が定流で、流速が變化しないとすれば、此の l なる區間に 2 断面間に限られた水は之に作用する力と平衡状態になると考へられる。此の流水に作用する力、即ち流動に伴ふ勢力消耗の大部分は水路周邊の摩擦抵抗のみに依るものと考へれば、潤邊長を p 、周邊に於ける摩擦抵抗の平均値を τ_m 、斷面積を A 、河床勾配を i とすれば

$$p\tau_m = \gamma \cdot A \cdot l \cdot \sin i = \gamma \cdot A \cdot h$$

となる。又實驗の結果に依れば此の場合周邊の摩擦抵抗は次の如き形で表はし得られるから

$$\tau_m = \gamma \cdot V^2 \cdot \frac{\xi}{2g}$$

茲に ξ は dimension のない値である。此の 2 つの關係から

$$V = \sqrt{\frac{2g}{\xi}} \cdot \sqrt{\frac{A}{p} \cdot \frac{h}{l}}, \quad \frac{h}{l} = \sin i$$

ξ を抵抗係數と云ふ。一般に此の場合自然河川に於ては i は極めて小さい値であるから普通 $\sin i = \tan i = I$ と置く。更に $\frac{A}{p} = R$ 、 $\sqrt{\frac{2g}{\xi}} = C$ と置くことに依り、 $I = \xi \frac{V^2}{2gR}$ と書き換へることが出来る。1755 年 Chézy に依つて求められた平均流速公式は此の型をとるもので、現今吾々の用ひてゐる平均流速公式の根幹をなすものである。

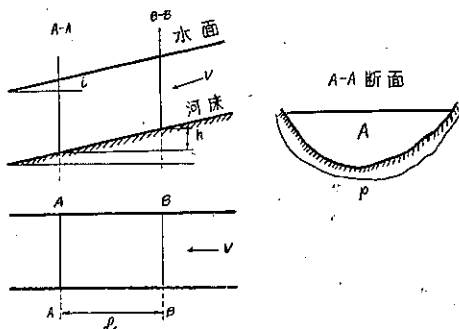
Chézy $V = C \sqrt{RI}$ (19)

茲に R を動水半徑と云ひ、 C は \sqrt{g} の dimension を持つ係數である。此の型式を基本として Bazin, Kutter 以下多數の人々が其の實測値から實用になる様此の係數の値を探究したのである。

Mises に依ると $I = \xi \frac{V^2}{2gR}$

に於て ξ は dimension のない値であつて、斷面の形(之は勿論水深の變動に依つても異なる値である)、Reynolds 常數 $Re = \frac{vR}{\nu}$ 及び此の場合の粗度 $\frac{\epsilon}{R}$ に關係する。 ν は流水の動粘性係數、 ϵ は抵抗係數である。一般に特別に斷面形狀の變らぬところでは $\xi \left(Re, \frac{\epsilon}{R} \right)$ は實用的には等しいと見て差支へなく、又普通自然河川に見られる様な水路周邊の粗度の高い場合には ξ は Reynolds 常數に依る變化は僅かであり、斯る場合には ξ は單に $\frac{\epsilon}{R}$ の面數で表はし得られると云はれてゐる。

圖-19.



此の粗度に關しては實驗的には多くの値が與へられてゐるが、現在では Reynolds 常數と之に關聯する粗度とに關係すると考へられるだけで、之以上深くは力學的には了解されてゐない。Eisner は水路周邊の粗度に依つて引起される抵抗は近似的には單位長當りの粗度 ϵ 又は $\frac{\epsilon}{R}$ に依つて表はし得ることを述べてゐる。

Gankler, Manning, Winkel 等に依つて實驗的に誘導された平均流速公式に

$$V = A R^\alpha I^\beta$$

と指數公式と云はれる型式がある。Eisner は Mises の示唆に従つて α, β を適當に定めることに依つて之に適應する樣常數 A の dimension を定めることが出来ることを認め、之等の間にある重要な關係を解決してゐる。

Lindquist は多くの實驗の結果から検討して、之等の理論に立脚した實驗公式として Manning の公式を推奨してゐる。

$$\text{Manning} \quad V = M R^{2/3} I^{1/2} \dots \dots \dots (20)$$

Manning の公式では $\zeta = \left(\frac{k'}{R}\right)^{1/2}$ と考へてゐることになる。

Strickler は其の實驗の範圍内に於て Manning 公式の M は $M = \frac{21.1}{\epsilon^{1/6}}$ で表はし得ることを述べてゐる。此の ϵ は水路斷面の凹凸に關する値である。併し之には多少疑問の餘地もあるのであつて、河床砂礫が張詰められた様になつてゐる場合又は其の混合状態の如何に依り、類似の凹凸又は粒徑の場合にも相當異つた流況を示すことがある。Strickler の公式は併し今述べたところと異なる觀點に立つものであり、更に研究を要するであらう。

平均流速公式 n は又其の公式中から粗度に關する係數を取り除いたものがある。之は Sielek に始まるものであつて、Hermanek は更に之を發展せしめた。Kudielka も之等に關する公式を發表してゐる。之等の公式に於ては粗度に關する係數を取り除いた代りに水面幅、水位等で河川の形狀、大いさを區別し、其の間に適用せられる數値を與へてゐるのである。之は水路周邊の粗度に依る影響は周邊から隔る或る一定の區域に限らせてゐるものであり、水路の内部に於ける勢力の消耗は之とは別途に水路の規模に左右されるとの考に基くものである。

以上簡単に平均流速公式に關し其の概況を述べて來たのであるが、現今一般に用ひられてゐる公式は $I = \zeta \frac{V^2}{2gR}$ を基本とし、實驗的に ζ を周邊の粗度のみに關聯するものとして誘導せられたものである。多くの實測値から河床の状態を區別し、之に應ずる粗度係數を與へてゐる。併しながら實際の河川に於ては流水は水路周邊の粗度に依る摩擦抵抗に依り勢力を消費するのみでなく、内部摩擦に依る勢力の消費も流速の如何に依つては相當量に達するものであつて、此の亂流の程度は流速に關聯するから或る考ふる地點に於ける勢力の消費は總ての水位の場合に之を單に水路周邊の粗度のみに依らしめることは不合理であることを免がれない。著者は未だ數値的には流速の如何に依る亂流の程度を知ることは出来ないが、或る同一地點に於ける水位に依る流況の著しい差異は實際に當つて容易に知ることが出来る。此の點は Hermanek 等の様に水位に依つて粗度に起因する係數を區分することは之等の事實を考慮に入れる一つの方法とも考へられる。

今 Strickler の Donau 河での實測値及び著者が鬼怒川に於て實測した數値から各種の平均流速公式を比較して見ると表-2, 表-3, 表-4, 及び表-5 の通りとなる。

此の場合 Donau 河に於ては平均水深 2.46 m より 8.68 m, 鬼怒川に於ては 0.93 m より 2.16 m に達してゐるもので、大體に於て其の中間に於ける水深のものを一例にとり各種公式の粗度係數を實測値から求め、之を用ひて他の水位の場合に就て公式に依り流速を計算し、實測値と比較したのである。此の結果に依ると其の河狀に就て流速公式の係數を求めた Kudielka 公式以外に於ては殆んど總て中間水位以下の場合には過少の値を與へ、

表-2. 1897年 Wien, Donau 河に於ける測定流速

観測月日	測定水面勾配	測定平均水深	測定平均流速	Kudielka ¹⁾ に依る算定平均流速	Hermanekに依る算定平均流速	Kutter ²⁾ に依る算定平均流速	Matakiewiczに依る算定平均流速	Manning ³⁾ に依る算定平均流速
	I (%)	H (m)	V_m (m/sec)	$V_{m.1}$ (m/sec)	$V_{m.2}$ (m/sec)	$V_{m.3}$ (m/sec)	$V_{m.4}$ (m/sec)	$V_{m.5}$ (m/sec)
10 XI 1897	0.439	2.46	1.59	1.63	1.39	1.52	1.40	1.46
3 XI "	0.452	2.64	1.67	1.72	1.50	1.64	1.48	1.55
19 X "	0.477	3.07	1.81	1.93	1.72	1.84	1.66	1.76
30 IV "	0.508	3.58	2.01	2.14	1.99	2.14	1.90	2.01
1 V "	0.518	3.76	2.14	2.20	2.08	2.21	1.98	2.11
16 VI "	0.551	4.52	2.44	2.43	2.47	2.57	2.27	2.46
30 VI "	0.557	4.76	2.51	2.49	2.58	2.67	2.33	2.55
4 VI "	0.561	4.91	2.51	2.53	2.63	2.73	2.38	2.62
14 IV "	0.563	4.95	2.45	2.54	2.67	2.74	2.40	2.64
28 V "	0.576	5.34	2.52	2.61	2.84	2.88	2.53	2.81
18 V "	0.588	5.68	2.65	2.64	3.02	3.02	2.67	2.95
7 VIII "	0.592	5.91	2.46	2.67	3.13	3.09	2.73	3.04
6 VIII "	0.602	7.11	2.79	2.80	3.50	3.54	3.00	3.47
5 VIII "	0.590	8.08	2.89	2.95	3.74	—	3.20	3.75
2 VIII "	0.582	8.48	3.01	3.02	3.82	—	3.24	3.84
3 VIII "	0.580	8.68	2.97	3.04	3.85	—	3.27	3.88

(1) $C_3 = \frac{6}{(1+I)^{3.5}} - 0.07H$ $V_m = C_2HI$, (2) $n = 0.0261$, (3) $n = 0.0261$

表-3. 測定流速と計算流速との誤差比較表

測定流速 V_m (m/sec)	Kudielka $V_m - V_{m.1}$	Hermanek $V_m - V_{m.2}$	Kutter $V_m - V_{m.3}$	Matakiewicz $V_m - V_{m.4}$	Manning $V_m - V_{m.5}$
1.59	-0.04	+0.20	-0.07	+0.19	+0.13
1.67	-0.05	+0.17	+0.03	+0.19	+0.12
1.81	-0.12	+0.09	-0.03	+0.15	+0.05
2.01	-0.13	+0.02	-0.13	+0.11	0
2.14	-0.06	+0.06	-0.07	+0.16	+0.03
2.44	+0.01	-0.03	-0.13	+0.17	-0.02
2.51	+0.02	-0.07	-0.16	+0.18	-0.04
2.51	-0.02	-0.12	-0.22	+0.13	-0.11
2.45	-0.09	-0.22	-0.29	+0.05	-0.19
2.52	-0.09	-0.32	-0.36	-0.01	-0.29
2.65	+0.01	-0.37	-0.37	-0.02	-0.30
2.46	-0.21	-0.67	-0.63	-0.27	-0.58
2.79	-0.01	-0.71	-0.75	-0.21	-0.68
2.89	-0.06	-0.85	—	-0.31	-0.76
3.01	-0.01	-0.81	—	-0.23	-0.83
2.97	-0.07	-0.88	—	-0.30	-0.91

表-4. 昭和 2 年鬼怒川筋長塚地先に於ける測定流速

観測 月日	測定 水面勾配 I (%)	測定 平均深 H (m)	測定 平均流速 V_m (m/sec)	Kudielka に依る算定 平均流速 $V_{m.1}$ (m/sec)	Hermanek に依る算定 平均流速 $V_{m.2}$ (m/sec)	Kutter に依る算定 平均流速 $V_{m.3}$ (m/sec)	Matakiewicz に依る算定 平均流速 $V_{m.4}$ (m/sec)	Forchbeimer に依る算定 平均流速 $V_{m.5}$ (m/sec)	Winkel に依る算定 平均流速 $V_{m.6}$ (m/sec)
8-1927	0.228	0.93	0.652	0.526	0.431	0.454	0.540	0.456	0.549
"	0.351	1.34	0.854	0.834	0.770	0.735	0.821	0.730	0.866
"	0.444	1.51	0.958	0.941	0.976	0.898	1.059	0.895	1.044
"	0.513	1.66	0.973	1.008	1.126	1.030	1.215	1.025	1.177
"	0.625	1.84	1.085	1.035	1.343	1.221	1.434	1.216	1.392
"	0.470	2.02	1.117	1.207	1.249	1.131	1.347	1.126	1.316
"	0.559	2.16	1.172	1.228	1.432	1.289	1.530	1.287	1.488

表-5. 測定流速と計算流速との誤差比較表

測定 平均流速 V_m (m/sec)	Kudielka $V_m - V_{m.1}$	Hermanek $V_m - V_{m.2}$	Kutter $V_m - V_{m.3}$	Matakiewicz $V_m - V_{m.4}$	Forchbeimer $V_m - V_{m.5}$	Winkel $V_m - V_{m.6}$
0.652	+0.126	+0.221	+0.198	+0.112	+0.196	+0.103
0.854	+0.020	+0.084	+0.119	+0.033	+0.124	-0.012
0.958	+0.017	-0.018	+0.060	-0.101	-0.064	-0.086
0.973	-0.035	-0.153	-0.057	-0.242	-0.052	-0.204
1.085	+0.050	-0.258	-0.136	-0.349	-0.131	-0.307
1.117	-0.090	-0.132	-0.014	-0.230	-0.009	-0.199
1.172	-0.056	-0.260	-0.117	-0.358	-0.115	-0.316
計	0.394	1.126	0.701	1.425	0.691	1.227
平均	0.056	0.161	0.103	0.204	0.099	0.175

以上の場合には過大な値を與へてゐる。之は粗度に依る係数のみでは解決出来ぬ問題のあることを示してゐるものと考へることが出来る。

河床の凹凸又は砂礫の粒径に依つて粗度係数を表はさうと云ふ Strickler の試みも自然河川に於ては一つの新しい行方を示すものであつて、著者の試みた実験水路に於ては上述の様に同一混合状態の河床砂礫の場合にも砂漣の生じてゐる間と砂漣の消滅してからの場合とでは Manning 公式の流速係数は殆んど 50% に近い差異を持つて居り、砂漣の大きい等河床の凹凸の状態に依つて流速係数は異つた値を持つことが認められる。自然河川に於ても平均流速 0.50 m/sec 程度以下の場合には相當發達した砂漣を認め得られるから斯る場合と河床に大きな砂丘の如きものを作つて流れる高水位の場合との間には河床の状態の差異に依る影響も相當程度に含まれてゐるに違ひない。河床の状態が流況に及ぼす影響も此の場合考へねばならない。

著者は平均流速公式を考へる場合には水路周辺の粗度の異つた多くの例をとりあげる以上に同一地點に於て更に水位の異つた場合に就て詳細な観測を試みる必要のあることを認めてゐる。問題の要點は亂流の生成と之に依る勢力の消費である。此の事實は實際としては既存の平均流速公式中にどの内に實測値から其の傾向は包含されてゐるが、吾々は此の事實を明らかにしなければならない。此の點に關し著者は次の如く考へたのである。

4. 亂流の平均流速

今 Reynolds に従つて亂流の運動を考へる。此の場合圖-20 に於て亂流中の 1 點 (x, y, z) の x, y, z 方向の流速 u, v, w の極めて短い時間 τ の間の平均流速は次の如くであると考へられる。

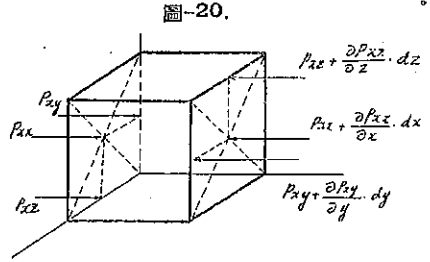


圖-20.

$$\left. \begin{aligned} \bar{u} &= \frac{1}{\tau} \int_{t-\frac{1}{2}\tau}^{t+\frac{1}{2}\tau} u dt \\ \bar{v} &= \frac{1}{\tau} \int_{t-\frac{1}{2}\tau}^{t+\frac{1}{2}\tau} v dt \\ \bar{w} &= \frac{1}{\tau} \int_{t-\frac{1}{2}\tau}^{t+\frac{1}{2}\tau} w dt \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

夫れ故に實際に見られるところの流速は次の通りとなる。

$$\left. \begin{aligned} u &= \bar{u} + u' \\ v &= \bar{v} + v' \\ w &= \bar{w} + w' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (22)$$

此の u', v', w' は亂流運動に原因する分速度であつて、今此の文字の上に線を附したものを其の平均値とすると

$$\left. \begin{aligned} \bar{u}' &= 0 \\ \bar{v}' &= 0 \\ \bar{w}' &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (23)$$

となる。

此處で Reynolds は Navier の運動の方程式と類似の形をとつて、此の場合の運動の方程式を次の様に考へたのである。

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} = \rho X + \frac{\partial}{\partial x} (\overline{p_{xx}} - \rho u u) + \frac{\partial}{\partial y} (\overline{p_{xy}} - \rho u v) + \frac{\partial}{\partial z} (\overline{p_{xz}} - \rho u w) \dots\dots\dots (24)$$

此の場合 $\bar{u}, \bar{u}u', \bar{v}w', \bar{u}v', \dots$ の平均値は夫々 $\bar{u}, 0, 0, 0, \dots$ と考へられることから、尤も之は多少誤差を含むものであるが、此の u, v, w の夫々の平均値からの τ なる時間に於ける偏差は相當の數値にのぼるので斯く考へても差支へない。夫れで $\overline{uv}, \overline{vw}, \overline{uw}$ の平均値は次の通りとなる。

$$\left. \begin{aligned} \overline{uu} &= \bar{u}\bar{u} + \overline{u'u'} \\ \overline{uv} &= \bar{u}\bar{v} + \overline{u'v'} \\ \overline{uw} &= \bar{u}\bar{w} + \overline{u'w'} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (25)$$

此の關係から (24) 式の各項の平均値を求めると

$$\rho \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = \rho X + \frac{\partial}{\partial x} (\overline{p_{xx}} - \rho \bar{u}\bar{u} - \rho \overline{u'u'}) + \frac{\partial}{\partial y} (\overline{p_{xy}} - \rho \bar{u}\bar{v} - \rho \overline{u'v'}) + \frac{\partial}{\partial z} (\overline{p_{xz}} - \rho \bar{u}\bar{w} - \rho \overline{u'w'}) \dots\dots (26)$$

となり、此の場合の連続方程式は

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots (27)$$

となる。之が亂流の場合の平均運動の方程式であつて、之は (24) 式と全く同じ形式をとり、更に應力分力を附加したものである。

Boussinesq に依れば亂流の場合流體内の流れに平行な單位面積に作用する抵抗力を表はすのに

$$\rho_{yx} = \epsilon \frac{\partial u}{\partial y}, \quad \rho_{zx} = \epsilon \frac{\partial u}{\partial z} \dots\dots\dots (28)$$

茲に ϵ を亂流係數 (coefficient of turbulency) と云ふ。

今任意の形の水路内に於ける非壓縮性液體の運動は Navier-Stoke に従へば

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \rho X - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial \rho_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \rho_{zx}}{\partial z}$$

此の場合 $\mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ は一般に極めて小さいので之を省略し、(28) 式の關係を入れると

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \rho X - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\epsilon \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\epsilon \frac{\partial u}{\partial z} \right) \dots\dots\dots (29)$$

今此處で問題は開水路で極めて幅員の擴い場合を考へると

$$\rho X = \gamma I, \quad \frac{\partial p}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial z} \left(\epsilon \frac{\partial u}{\partial z} \right) = 0$$

更に流速は時間に関し變化しないとすれば

$$\frac{Du}{Dt} = 0 \quad \therefore \frac{\partial}{\partial z} \left(\epsilon \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\gamma I \dots\dots\dots (30)$$

此處で平均運動の方程式である (26) 式に就て考へると、之を (24) 式と比較することから (26) 式中の $\overline{\rho u' u'}$, $\overline{\rho u' v'}$, $\overline{\rho u' w'}$ と云ふ項は渦流に原因することが判る。此の (24) 式及び (26) 式は小直六面體 $\delta x \cdot \delta y \cdot \delta z$ の區域内に含まれてゐる部分の運動量の變化する割合を表はしてゐる。亂流では不絶小時間内に運動量の變化が起つてゐるものであるから、此の瞬間的の變化は

$$\rho u' u' = \rho u, u - \rho \bar{u} \bar{u}$$

で表はされる。夫れ故に此の運動量の變化の平均は

$$\overline{\rho u' u'} = \rho \bar{u}, \bar{u} - \rho \bar{u} \bar{u}$$

亂流係數 ϵ は此の平均變化の割合に比例して増減するものであるから

$$\frac{\overline{u' u'}}{\bar{u} \bar{u}} = k \cdot \epsilon \dots\dots\dots (31)$$

と置くことが出来る。茲に k は比例常數である。

此の (31) 式の左邊は小なる時間 τ の間の流速の變動する割合に關係するものであるから、今若し流速計を水中に x の方向に固定せしめ、之が流速の變動を極めて敏感に感受し得るものとすれば、 τ なる時間に於ける測定流速と之等の平均流速とから此の關係は求め得られる。即ち測定平均流速を V 、或る小時間の測定値と此の平均流速との差を dV とすれば (31) 式から

$$\left(\frac{dV}{V} \right)^2 = k \cdot \epsilon \dots\dots\dots (32)$$

今距離を S 、其の間を流れるに要する時間を t とすれば

$$V = \frac{S}{t} \quad \therefore \left| \frac{dV}{V} \right| = \left| \frac{dt}{t} \right|$$

なる關係が得られる。J. Kőženy は Donau 河に於ける流速計に依る實測値から以上の關係を確めたところ、大體に於て之が成立することを認めた。夫れ故に (32) 式は

$$\left(\frac{dt}{t}\right)^2 = k \cdot \varepsilon \dots\dots\dots (33)$$

として差支へない。茲に t は流速計のある僅かな回轉數に對する平均所要時間で、 dt は平均所要時間と夫々の所要時間との差である。

Donau 河での觀測の結果に依ると $\left(\frac{dt}{t}\right)^2$ と u との關係は大體に於て流速最大のところで $\left(\frac{dt}{t}\right)^2$ は最少となり、流速が減んずると共に $\left(\frac{dt}{t}\right)^2$ は増加してゐる。 $\left(\frac{dt}{t}\right)^2$ の流速に連れて變化する割合は大體に於て直線であると見ることが出来るので、Kőženy は

$$\begin{aligned} \left(\frac{dt}{t}\right)^2 &= a - bu = k \cdot \varepsilon \\ \therefore \varepsilon &= \alpha - \beta u \dots\dots\dots (34) \end{aligned}$$

と云ふ關係式を與へた。

此處に於て (30) 及び (34) の兩式から

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[(\alpha - \beta u) \frac{\partial u}{\partial z} \right] = -\gamma I \dots\dots\dots (35)$$

茲に z は水面からの深さを示す。之を積分して

$$\alpha u - \beta \frac{u^2}{2} = -\frac{\gamma I}{2} z^2 + c_1 z + c_2$$

c_1, c_2 は積分常數で限界條件で定められる。今 $z=h$ と置けば $u=u_r =$ 河底流速となるから

$$\alpha u_r - \beta \frac{u_r^2}{2} = -\frac{\gamma I}{2} h^2 + c_1 h + c_2$$

此の 2 つの式から c_2 を消却して

$$\beta \frac{u^2}{2} - \alpha u = \frac{\beta u_r^2}{2} - \alpha u_r - \frac{\gamma I}{2} (h^2 - z^2) + c_1 (h - z) \dots\dots\dots (36)$$

又 $(\alpha - \beta u) \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\gamma I}{2} z + c_1$

から、最大流速の點に於ては $\frac{\partial u}{\partial z} = 0$ であるので、 z_1 を最大流速の位置とすれば

$$\gamma I z_1 = c_1$$

斯くすれば (36) 式から

$$u = \frac{\alpha}{\beta} \pm \sqrt{\left(u_r - \frac{\alpha}{\beta}\right)^2 - \frac{\gamma I}{\beta} (h^2 - z^2) + \frac{2\gamma I z_1}{\beta} (h - z)} \dots\dots\dots (37)$$

(37) 式に $z=h$ と置けば u は河床の流速を示す。此のためには右邊第 2 項の符號は正をとらねばならない。此の右邊第 2 項の平方根値は有限であるから、之を展開して I^2 以上を含む低位の項を省略すると、(37) 式は

$$u = u_r + \frac{\gamma I a h^2}{\beta \left(u_r - \frac{\alpha}{\beta}\right)} \left(1 - \frac{z}{h}\right) - \frac{\gamma I h^2}{2\beta \left(u_r - \frac{\alpha}{\beta}\right)} \left(1 - \frac{z^2}{h^2}\right) \dots\dots\dots (38)$$

となる。此處に

$$z_1 = ah$$

と置く。

今 (38) 式を z に関し水面から河床迄積分し、深さで除すれば平均流速が求められる。即ち

$$u_m = \frac{1}{h} \int_0^h u dz = u_r + \frac{\gamma J a h^2}{\beta \left(u_r - \frac{\alpha}{\beta}\right)} - \frac{\gamma J a h^2}{2\beta \left(u_r - \frac{\alpha}{\beta}\right)} - \frac{\gamma J h^2}{2\beta \left(u_r - \frac{\alpha}{\beta}\right)} + \frac{\gamma J h^2}{6\beta \left(u_r - \frac{\alpha}{\beta}\right)}$$

$$= u_r + \frac{\gamma J h^2 (3\alpha - 2)}{6\beta \left(u_r - \frac{\alpha}{\beta}\right)} \dots \dots \dots (39)$$

一般に流速の相當大なる時には

$$\epsilon \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=h} = -B u_r^3$$

と表はすことが出来る。茲に B は河床の粗度を示す係數である。(30) 式に此の關係を入れて $z=h$ の値を求めると

$$u_r^3 = \frac{Ih}{B} \dots \dots \dots (40)$$

之を平均流速の式に代入して

$$u_m = \frac{\sqrt{Ih}}{\sqrt{B}} - \frac{\gamma \sqrt{Ih} \sqrt{Ih} \cdot h \cdot (2-3\alpha)}{6\beta \left(\frac{\sqrt{Ih}}{\sqrt{B}} - \frac{\alpha}{\beta}\right)} = \sqrt{Ih} \left[\frac{1}{\sqrt{B}} + \frac{1}{6} \frac{(2-3\alpha)\gamma h}{\alpha} \sqrt{Ih} + \frac{1}{6} \frac{(2-3\alpha)\gamma \cdot h \cdot \beta I h}{\alpha^2 \sqrt{B}} \right. \\ \left. + \dots \dots \dots \right] \dots \dots \dots (41)$$

茲に $\frac{1}{\sqrt{B}}$ は (40) 式から推定し得るが如く、Chèzy 型平均流速は公式の流速係數に相當するものであるから、一般に吾々の遭遇する様な場合には \sqrt{B} の値は小数點以下 2 位程度のものであり、普通 $\sqrt{B} > I$ と見なし得る。又 α 及び β は其の性質上共に正の値をとり、 $\alpha > \beta$ と考へられるから、右邊第 3 次以下は前項に較べてより低位のものとなる。夫れ故水面勾配 I の比較的緩な場合には之を省略して

$$u_m = \left[\frac{1}{\sqrt{B}} + \frac{1}{6} \frac{(2-3\alpha)\gamma}{\alpha} \cdot I^{1/2} \cdot h^{3/2} \right] \sqrt{Ih} = (m+n I^{1/2} h^{3/2}) \sqrt{Ih} \dots \dots \dots (42)$$

茲に $\frac{1}{\sqrt{B}} = m, \quad \frac{1}{6} \frac{(2-3\alpha)\gamma}{\alpha} = n$

之は水深に比し極めて水面幅の廣い場合の一垂直線上の平均流速を示す公式である。

5. 河相と流速

(42) 式から考へると一垂直線上の平均流速は Chèzy 型平均流速公式と同一型をとり、其の流速係數は水路周邊の粗度、最大流速の位置、微小時間に流速の變動する割合に關係し、水面勾配の $1/3$ 乗、水深の $3/2$ 乗に従つて増加する。

(42) 式に従へば流速係數は最大流速の位置如何と云ふことにかなり支配される。最大流速の位置が水面から 23 の所に在る場合には流速係數は常數となり、之より上流に在る場合には水深の増加と共に漸増するが、低い時には却つて減少する。一般に水深の大きな場合には最大流速の位置は低いから流速係數の變化は淺い場合より小さいのである。 α は微小時間内の流速の變動する割合を示す或る常數であるが、之は一個の垂直線上に於て或る與へられた流速の場合に其の線上に於て微小時間内の流速の變動する割合の變化を示すものであり、之を確める十分な實測値のないのは遺憾であるが、大體に於て流速が大となるか又は一垂直線上に於ける流速の變化の大きな場合には相對的に dt/t の増加が推察せられる。斯く考へると亂流の程度の高い時には α は大となるから水位に

伴ふ流速係数の増加の割合は亂流の程度の低い場合に比してより低くなる。

水路の全断面の平均流速も亦大體に於て此の型式をとるものと考へられる。3 項に述べた Donau 河及び鬼怒川の實測例に依れば流速係数は水深の大きな場合には寧ろ水深の増加に依つて其の減少する傾向が認められる。多くの流速公式に於て水深の大きな場合に過大な値を示してゐるのは此の間の事情に依るものと考へられる。著者の考へるところに依れば著しく事情の異なる多くの水路又は同一地點に於ても水位の低い場合と高い場合には流水の状態は相當に異なるものであるから、斯る場合に單一な流速公式で總ての場合を表はそうとすることは極めて困難であることが了解せられる。當然之等のものは流水の規模に従つて區別されねばならぬと考へられる。

今 (38) 式に於て z_m を平均流速の位置とすれば

$$u_m = u_r + \frac{\gamma I h^2}{\beta \left(u_r - \frac{\alpha}{\beta} \right)} \left(\alpha - \frac{1}{2} - \alpha \frac{z_m}{h} + \frac{z_m^2}{h^2} \right) \dots \dots \dots (43)$$

又 (39) 式は之を書き換へて

$$u_m = u_r + \frac{\gamma I h^2}{\beta \left(u_r - \frac{\alpha}{\beta} \right)} \frac{3\alpha - 2}{6} \dots \dots \dots (44)$$

(43) 及び (44) の兩式から

$$\frac{z_m^2}{h^2} - 2\alpha \frac{z_m}{h} + \alpha - \frac{2}{3} = 0$$

$$\therefore \frac{z_m}{h} = \alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \alpha + \frac{1}{3}} \dots \dots \dots (45)$$

之に依れば平均流速の位置は最大流速の位置に支配され

$\alpha = 0$	即ち最大流速水面に在る場合	$\frac{z_m}{h} = 0.57$
$\alpha = 0.1$	" " 水面より $0.1h$ に在る場合	$\frac{z_m}{h} = 0.59$
$\alpha = 0.2$	" " " $0.2h$ " "	$\frac{z_m}{h} = 0.61$
$\alpha = 0.3$	" " " $0.3h$ " "	$\frac{z_m}{h} = 0.65$
$\alpha = 0.4$	" " " $0.4h$ " "	$\frac{z_m}{h} = 0.71$

之等の値に就ては F. S. Murphy は北米合衆國測地局の極めて多くの實測値から結論として次の如く述べてゐる。即ち比較的水路は直線であり、規則正しい断面を持ち、河床も大體に於て平滑で 10cm 以上の突起など殆んど認められぬ様な場合には

- (1) 水面から平均流速の位置迄の深さは水深の増加、水深と幅員との比の増加につれて大となり、一般に水深の 0.55 から 0.65 に變化する。
- (2) 比較的幅員廣く水深 0.1~0.3 m の浅い水路では河床が砂か又は細かい砂利の場合には平均流速の位置は 0.5 から 0.55 の點に在る。
- (3) 幅員廣く水深 0.3~1.0 m 程度の水路に於ては河床が砂利ならば平均流速の位置は水面から水深の 0.55 ~ 0.6 の點に在る。

(4) 普通の水路で水深 0.3~2.0 m 程度のものでは平均流速の位置は水面から大體に於て 0.6 のところに在る。

(5) 幅員 6~12 m 程度の小さな水路では平均流速の位置は同一深さの幅廣き水路の場合より尙水面から深いところに在る。

(6) 河床の粗度が大きくなると平均流速の位置は昇り、深さの 0.6 の點の流速は平均流速より小となり、平滑になれば其の位置は下つて深さの 0.6 の點の流速は平均流速より大となる。

斯くの如く平均流速の位置は水路周囲の粗度、水路幅員と水深との關係に支配されることが大きいのであつて、水路の規模、其の状態に著しく左右される。

此の事實は茲に著者が述べて來たところを十分に説明してゐる。自然河川に於ける流速の分布状態は河床粗度、之は河床構成砂礫の粒径或は其の混合状態で説明出来るであらう。又は水路の規模に従つて區別せられ、流況に依つてかなり支配せられるのである。

之を要するに彼上の亂流の問題の取扱ひは極めて不十分ではあるが、河川處理又は水理模型實驗に當つては不可缺の問題であり、河相と流況の關係を明瞭ならしめることに依つて始めて之に適應した處置が講ぜられるのである。以上述べて來たところは此の點に或る示唆を與へるものと信ずる。