

# 論 說 報 告

第 26 卷 第 12 號 昭 和 15 年 12 月

## ソリッド・リブ・アーチの挫屈強度の計算法に就て

會 員 樋 浦 大 三\*

要 旨 撓角撓度法によるソリッド・リブ・アーチの挫屈強度の計算法に就て述べたものである。

### 1. 緒 論

近來長徑間のソリッド・リブ・アーチが架設せられ、アーチの挫屈問題が構造學者の注目を惹き、數年來活潑に論議せられて來た。アーチの軸がサーキュラー・アーク又はパラボラの場合に就き各種の公式が發表せられてゐるが、之等の公式は何れも一長一短があつて、相當異なつた結果を示してゐる。然かも殆んど總てがアーチ・リブの斷面の慣性モーメントが一定なる場合に限られ、實際のアーチのやうに斷面の變化するものには正確に適用出來ないものである。

之の小論は著者が先に發表した“撓角撓度法による構造物の安定論”の續編をなすもので、斷面の變化するアーチの挫屈問題も撓角撓度法によれば比較的單純に解けることを述べんとするものである。

### 2. 過 去 の 研 究

ソリッド・リブ・アーチの挫屈に関する問題は既に 30 數年以前から、主として歐洲大陸の諸學者によつて研究せられて來た所のものである。即ちアーチの軸がサーキュラー・アーク、若しくはパラボラにして等分布荷重が前者に於ては中心に向つて作用する場合、後者に於ては垂直に作用する場合に就き 3 鉸アーチ、2 鉸アーチ、無鉸アーチ等に對する理論公式が多數發表せられてゐる。然し活潑に論議せられるに至つたのは近々數年來のことである。

F. Engeßer<sup>(1)</sup> はサーキュラー・アーク又はパラボラの軸を有する 3 鉸アーチの挫屈強度の公式を發表してゐる。

E. Hurlbrink<sup>(2)</sup> は 2 鉸サーキュラー・アークが中心に向ふ等分布荷重を受ける場合の挫屈強度を微分方程式を解いて求めてゐる。

E. L. Nicolai<sup>(3)</sup> は同じく無鉸サーキュラー・アークが中心に向ふ等分布荷重を受ける場合、アーチの中心角度を  $30^{\circ}$ ~ $180^{\circ}$  として挫屈強度を計算してゐる。

A. N. Dinanik<sup>(4)</sup> は同じく 2 鉸サーキュラー・アークが中心に向ふ等分布荷重を受け、アーチ・リブの慣性モーメントが變化する場合の挫屈強度を求めてゐる。

R. Mayer<sup>(5)</sup> は各種のアーチの挫屈強度の公式を發表してゐる。

J. Fritsche<sup>(6)</sup> はライズの低いパラボラの軸を有するアーチに就き微分方程式より出發して、2 鉸アーチ、無鉸アーチ及び 3 鉸アーチの挫屈條件式を求めてゐる。

E. Chwalla<sup>(7)</sup> はライズの低いサーキュラー・アークの軸を有する 2 鉸アーチの挫屈強度の研究をしてゐる。

\* 内務技師 工學士 内務省土木局第二技術課

(1) F. Engeßer; Z. f. Arch. u. Ing.-Wess. 1903.

(2) S. Timoschenko; Theory of elastic Stability, p. 226, 1936.

(3) S. Timoschenko; Theory of elastic Stability, p. 229, 1936.

(4) S. Timoschenko; Theory of elastic Stability, p. 229, 1936.

(5) R. Mayer; Die Knickfestigkeit, 1921.

(6) J. Fritsche; Die Bautechnik, 1925.

(7) E. Chwalla; Sitzungsberichte d. Aka. d. Wiss., Ab. IIa, 1927.

K. Federhofer<sup>(8)</sup> も同様にパラボラの軸を有するアーチの捩屈強度を求めてゐる。

W. Fuchssteiner<sup>(9)</sup> は3 絞サーキュラー・アーチの捩屈強度を求めてゐる。

E. Gaber<sup>(10)</sup> はアーチの各種の捩屈強度の公式をあげ、3 絞アーチ、2 絞アーチ及び無絞アーチ等のモデルに就き実験をなし、公式の比較をしてゐる。

A. Nasarow<sup>(11)</sup> はサーキュラー・アーチの軸を有する3 絞アーチを微分方程式を用ひて捩屈条件式を求め、捩屈強度の一公式を提案し、E. Gaber の実験と比較してゐる。

C. F. Kolbrunner<sup>(12)</sup> は2 絞アーチと無絞アーチの捩屈強度の試験結果を公にしてゐる。

A. Lockschin<sup>(13)</sup> は曲線線の微分方程式を Störmer-Adams の方法により正確に数値積分をなし、パラボラとカテナイドの軸を有するアーチに就き捩屈強度を求めてゐる。短い論文であるが極めて特色のある論文である。

B. Busch<sup>(14)</sup> は無絞アーチの実験をなし、アーチ・リブの断面の變化が捩屈強度に及ぼす影響の大なることを指摘し、支間の 1/4 點附近に大なる断面を支へると捩屈強度を増大せしめる上に極めて有效なる旨を述べてゐる。而してアーチの捩屈強度はアーチの長さの半分を有する一端固定、他端絞端の長柱の捩屈強度を以つて代用するも實用上差支へないことを記し、之の断面の變化する長柱の捩屈強度をエネルギー法により求めてゐる。

S. Woinowsky-Krieger<sup>(15)</sup> は中間に絞のあるサーキュラー・アーチを微分方程式により解き捩屈強度を與へてゐる。

以上は殆んど總てアーチの軸と壓力線が一致する場合に對するものであるが、E. Chwalla u. C. F. Kolbrunner<sup>(16)</sup> はアーチの軸がサーキュラー・アーチ又はパラボラにして對稱荷重を受ける場合を理論的並に實驗的に研究し、2 絞又は無絞のパラボラの對稱型アーチが對稱荷重を受ける場合の捩屈強度は之のアーチが等分布荷重を受ける場合の捩屈強度と殆んど等しいと見て實用上差支へない旨を述べてゐる。

次に主なる捩屈強度の公式と計算結果を示すこととする。

1. 3 絞アーチ

(i) F. Engeßer

ライズの低いサーキュラー・アーチ又はパラボラを軸とするアーチの捩屈時の水平反力  $H_k$  は次の (1) 式により與へられる (圖-1 を参照せられたい)。

$$H_k = \pi^2 EJ \frac{1}{(1.172 l)^2} \dots\dots\dots (1)$$

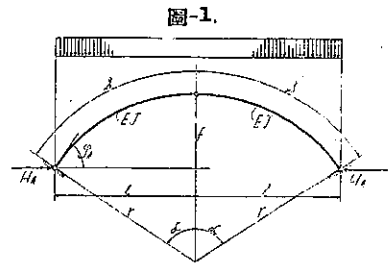
又ライズの極めて低いアーチに對しては

$$\left. \begin{aligned} H_k &= \pi^2 EJ \cos \varphi_k \frac{1}{(1.23 s)^2} \\ \cos \varphi_k &= \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{l}\right)^2}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

なる公式を與へてゐる。

(ii) J. Fritsche

パラボラの軸を有するアーチに對し次の (3) 式を與へてゐる。



(8) K. Federhofer; Sitzungsberichte d. Aka d. Wiss., Ab. IIa. 1934.  
 (9) W. Fuchssteiner; Der Stahlbau, 1935.  
 (10) E. Gaber; Die Bautechnik, 1934.  
 (11) A. Nasarow; Die Bautechnik, 1936.  
 (12) C. F. Kolbrunner; Die Bautechnik, 1936.  
 (13) A. Lockschin; Z. f. ang. Math. u. Mech., 196.  
 (14) B. Busch; Der Bauingenieur, 1937.  
 (15) S. Woinowsky-Krieger; Der Stahlbau, 1937.  
 (16) E. Chwalla u. C.F. Kolbrunner; Der Stahlbau, 1937.

$$H_k = \pi^2 EJ \frac{1}{\left(\frac{\pi}{K}\right)^2} \dots\dots\dots(3)$$

但し  $K$  は次の (4) 式より求むべきものである。

$$\left. \begin{aligned} \tan K + \frac{3\theta[K^2(2K^2+1)+16(\sec K-1)]}{K[K^2(6-7\theta)-120\theta]} = 0 \\ \theta = 2\left(\frac{l}{r}\right)^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4)$$

(iii) W. Fuchssteiner

サーキュラー・アーチに對し次の (5) 式を與へてゐる。

$$H_k = EJ \left( \frac{\pi^2}{s^2} - \frac{1}{r^2} \right) \frac{1}{\Gamma} \dots\dots\dots(5)$$

$\Gamma$  は係數にして、之を示せば 表-1 の通りである。

表-1.

|          |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $l/r$    | 1.5   | 2.0   | 2.5   | 3.0   | 3.5   | 4.0   | 4.5   | 5.0   | 5.5   | 6.0   | 6.5   | 7.0   |
| $\Gamma$ | 1.000 | 1.059 | 1.090 | 1.110 | 1.122 | 1.130 | 1.136 | 1.140 | 1.144 | 1.146 | 1.148 | 1.150 |

(iv) A. Nasarow

サーキュラー・アーチに對し (6) 式を與へてゐる。

$$\left. \begin{aligned} H_k &= \frac{K^2 - 1}{r^2} EJ \\ &= \frac{(K^2 - 1)\alpha^2 FJ}{s^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(6)$$

但し上式中  $\alpha$  はアーチの中心角の半分を表し、 $K$  は次の (7) 式より求める。

$$K^2(\tan \alpha - \alpha) + K\alpha - 2 \tan \frac{K\alpha}{2} = 0 \dots\dots\dots(7)$$

$K$  を求めると 表-2 となる。

表-2.

|          |      |      |      |      |      |      |      |      |
|----------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $\alpha$ | 15°  | 30°  | 40°  | 50°  | 60°  | 70°  | 80°  | 90°  |
| $K$      | 10.4 | 5.29 | 4.01 | 3.26 | 2.79 | 2.44 | 2.19 | 2.00 |

以上の結果よりして最後に次の (8) 式に示す公式を與へてゐる。

$$H_k = \frac{\pi^2 EJ}{1.35 s^2} \dots\dots\dots(8)$$

2. 2 鉸アーチ

圖-2 は 2 鉸アーチを示す。

サーキュラー・アーチの場合は

$$l = r \sin \frac{\beta}{2}, \quad \frac{l}{r} = \alpha = \tan \frac{\beta}{4}$$

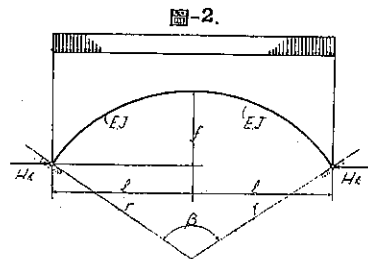
となり、捩屈時の水平反力  $H_k$  は一般に次の (9) 式を以つて表される。

$$H_k = c^2 \frac{EJ}{l^2} \dots\dots\dots(9)$$

上式中  $c$  は係數を示すもので各種の公式がある。

(i) R. Mayer

ライズの低いサーキュラー・アーチに對し次の (10) 式を與へてゐる。



$$c^2 = \frac{(4\pi^2 - \beta^2) \sin^2 \frac{\beta}{2}}{\beta^2(1 + 2\alpha^2)} \dots\dots\dots(10)$$

(ii) E. Chwalla

ライズの低いサーキュラー・アーチに對し次の (11) 式を與へてゐる。

$$c^2 = \frac{4\pi^2 \left(1 + \frac{1}{2} \sin^2 \frac{\beta}{2}\right) \sin^2 \frac{\beta}{2}}{\beta^2(1 + 2\alpha^2)} \omega$$

$$\omega = \frac{(4\pi^2 - \beta^2)^2}{\left[ 16\pi^4 + 2\pi^2\beta^2 \left( \frac{4\pi^2 \sin^2 \frac{\beta}{2}}{\beta^2} - 3 \right) + \beta^4 \left( \frac{3}{2} - \frac{4\pi^2 \sin^2 \frac{\beta}{2}}{\beta^2} \right) \right]} \dots\dots\dots(11)$$

(iii) J. Fritsche

ライズの低いパラボラの軸を有するアーチに對し次の (12) 式を與へてゐる。

$$\tan c + \frac{3c\delta(2c^2 + 1)}{c^2(12 - 5\delta) - 96\delta} = 0$$

$$\delta = 2\alpha^2 \dots\dots\dots(12)$$

上式の最小値をとる。

(iv) K. Federhofer

ライズの低いパラボラの軸を有するアーチに對し

$$c^2 = \frac{\pi^4(1 - 0.5653\alpha^2)}{\pi^2 + 15.16\alpha^2} \dots\dots\dots(13)$$

を與へてゐる。

(v) A. Lockschin

パラボラのアーチに就き次の (14) 式を與へてゐる。

$$c^2 = \frac{K_1}{2\alpha} \dots\dots\dots(14)$$

$K_1$  は  $\alpha$  に關係する係數で 表-3 に示す。

以上の諸公式より  $\alpha$  の種々なる値に對する  $c^2$  を求めると 表-4 となる。

表-3.

| $\alpha$ | 0.2  | 0.4  | 0.6  | 0.8  | 1.0  |
|----------|------|------|------|------|------|
| $K_1$    | 3.56 | 5.68 | 5.81 | 5.49 | 4.80 |

表-4.  $c^2$  の 値

| $\alpha$ | 0       | 0.1   | 0.2   | 0.3   | 0.4   | 0.5   | 0.6   | 0.7  | 0.8   | 0.9   | 1.0   |
|----------|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|-------|-------|-------|
| 方程式 (10) | $\pi^2$ | 9.511 | 8.534 | 7.202 | 5.780 |       |       |      |       |       |       |
| " (11)   | $\pi^2$ | 9.530 | 8.607 | 7.338 | 5.976 |       |       |      |       |       |       |
| " (12)   | $\pi^2$ | 9.660 | 9.006 | 7.811 | 5.507 |       |       |      |       |       |       |
| " (13)   | $\pi^2$ | 9.665 | 9.008 | 8.230 | 7.206 | 6.123 | 5.062 | 4.07 | 3.176 | 2.384 | 1.692 |
| " (14)   |         |       | 8.90  |       | 7.1   |       | 4.84  |      | 3.43  |       | 2.40  |

3. 無鉸アーチ

只 J. Fritsche の公式のみをあげておく。

$$H_0 = \pi^2 EJ \cdot \frac{1}{\left(\frac{\pi}{K} l\right)^2} \dots\dots\dots(15)$$

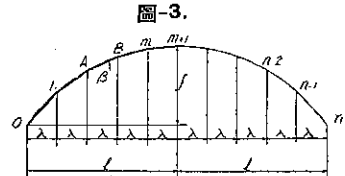
但し  $K$  は次式より求める。

$$\left. \begin{aligned} \tan K - \frac{K(12+7\vartheta)}{12+\vartheta(6\lambda^2-12)} &= 0 \\ \vartheta &= 2\left(\frac{l}{l'}\right)^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

3. 撓角撓度法による挫屈強度の計算法

茲に取扱ふソリッド・リブ・アーチの挫屈は普通の場合のやうに壓力線とアーチの軸とが一致する場合に限るものとする。従つてアーチの軸は垂直の等分布荷重を受けるアーチにあつてはパラボラ、等しき格點荷重を受けるアーチにあつては各格點がパラボラの上に存在することを必要とする。

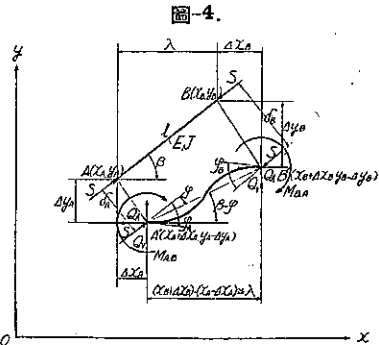
撓角撓度法によりソリッド・リブ・アーチの挫屈強度を求めるには次の方法による。即ち 圖-3 は挫屈強度を求めんとするアーチを示し、徑間長を  $2l$ 、ライズを  $f$  とする。



今之のアーチを圖のやうに  $n$  等分する。 $n$  は任意に選んでよいのであるが出来る丈大なる方がよい結果を與へる。然し計算が複雑となることは免れ難い。

次に各分割點を圖のやうに直線部材で結ぶ多角形のソリッド・リブ・アーチを假想する。適當に  $n$  を選定すれば、與へられたアーチを之の多角形の假想のアーチに置き換へても實用上差支へない。撓角撓度法による挫屈強度の計算法は斯の如くして置き換へた假想のアーチの挫屈強度を求めるものである。従つて決して與へられたアーチ其のものの挫屈強度を表すものではないが、 $n$  を適當に選ぶことによりいくらかでも實際のアーチに近づけ得るもので、實用上差支のない程度の値を得ることは左程困難ではない。

今之の多角形の假想のアーチの任意の部材 AB に就て考へて見る。圖-4 に示す如く、挫屈を起さない以前 AB の位置にあつたものが、A'B' の位置に變位を生じ、曲げモーメントの發生を見、彎曲を起したものとす。然るときは端曲げモーメントの式は



$$M_{AB} = \frac{EJ}{l} \frac{1}{c(z) - s^2(z)} \left[ c(z)\varphi_A + s(z)\varphi_B - \frac{\delta_B - \delta_A}{l} \{c(z) + s(z)\} \right] \dots\dots\dots (17)$$

$$M_{BA} = \frac{EJ}{l} \frac{1}{c^2(z) - s^2(z)} \left[ s(z)\varphi_A + c(z)\varphi_B - \frac{\delta_B - \delta_A}{l} \{c(z) + s(z)\} \right] \dots\dots\dots (18)$$

となる。但し上式中

$$\left. \begin{aligned} z &= \sqrt{\frac{sl^2}{EJ}} \\ c(z) &= +\frac{1}{z^2} - \frac{1}{z} \cot z \\ s(z) &= -\frac{1}{z^2} + \frac{1}{z} \operatorname{cosec} z \\ \delta_A &= A \text{ 點の部材原位置に對する垂直變位} \\ \delta_B &= B \text{ 點の部材原位置に對する垂直變位} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

を表すものとする。

然し (17), (18) 式そのままではアーチに適用困難であるから之が變形を試みる。 $\frac{\delta_B - \delta_A}{l}$  は部材の撓度にして之を  $\varphi$  とすれば、變位が極く小なる場合を考へると、A 點及び B 點の垂直並に水平變位を以つて表すことが出来る。即ち 圖-4 を参照すれば

$$\tan(\beta - \phi) = \frac{(y_B - \Delta y_B) - (y_A - \Delta y_A)}{(x_B + \Delta x_B) - (x_A + \Delta x_A)} \dots \dots \dots (20)$$

となる。

變位が小なる場合を考へれば (20) 式の左邊は

$$\tan(\beta - \phi) \cong \tan \beta - (1 + \tan^2 \beta) \phi \dots \dots \dots (21)^{(17)}$$

となり、更に右邊は

$$\frac{(y_B - \Delta y_B) - (y_A - \Delta y_A)}{(x_B + \Delta x_B) - (x_A + \Delta x_A)} \cong \tan \beta - \tan \beta \left( \frac{\Delta y_B - \Delta y_A}{\lambda \tan \beta} + \frac{\Delta x_B - \Delta x_A}{\lambda} \right) \dots \dots \dots (22)^{(18)}$$

となり、結局

$$\phi = \frac{1}{1 + \tan^2 \beta} \frac{\Delta y_B - \Delta y_A}{\lambda} + \frac{\tan \beta}{1 + \tan^2 \beta} \frac{\Delta x_B - \Delta x_A}{\lambda} \dots \dots \dots (23)^{(19)}$$

となる。之の (23) 式の値を (17), (18) 式に代入すると端曲げモーメントの式は

$$M_{AB} = \frac{EJ}{\lambda} \frac{\cos \beta}{c^2(z) - s^2(z)} \left[ \begin{array}{l} c(z)\varphi_A - s(z)\varphi_B \\ - \frac{1}{1 + \tan^2 \beta} \{c(z) + s(z)\} \frac{\Delta y_B - \Delta y_A}{\lambda} \\ - \frac{\tan \beta}{1 + \tan^2 \beta} \{c(z) + s(z)\} \frac{\Delta x_B - \Delta x_A}{\lambda} \end{array} \right] \dots \dots \dots (24)$$

$$M_{BA} = \frac{EJ}{\lambda} \frac{\cos \beta}{c^2(z) - s^2(z)} \left[ \begin{array}{l} s(z)\varphi_A + c(z)\varphi_B \\ - \frac{1}{1 + \tan^2 \beta} \{c(z) + s(z)\} \frac{\Delta y_B - \Delta y_A}{\lambda} \\ - \frac{\tan \beta}{1 + \tan^2 \beta} \{c(z) + s(z)\} \frac{\Delta x_B - \Delta x_A}{\lambda} \end{array} \right] \dots \dots \dots (25)$$

となる。

(17) (21) 式の誘導

$\varphi$  の極めて小なる場合を考へれば

$$\tan(\beta - \varphi) = \frac{\tan \beta - \varphi}{1 + \varphi \tan \beta}$$

然るに分母の  $\varphi \tan \beta$  は アーチに於ては 1 に比較して極めて小なるを以つて

$$\tan(\beta - \varphi) \cong (\tan \beta - \varphi)(1 - \varphi \tan \beta) \cong \tan \beta - (1 + \tan^2 \beta) \varphi$$

となすことが出来る。

(18) (22) 式の誘導

變位の極めて小なる場合を考へ、 $x_B - x_A = \lambda$ ,  $y_B - y_A = \lambda \tan \beta$  なる関係を念頭におけば

$$\begin{aligned} \frac{(y_B - \Delta y_B) - (y_A - \Delta y_A)}{(x_B + \Delta x_B) - (x_A + \Delta x_A)} &= \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \frac{1 - \frac{\Delta y_B - \Delta y_A}{y_B + y_A}}{1 + \frac{\Delta x_B - \Delta x_A}{x_B - x_A}} \cong \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \left( 1 - \frac{\Delta y_B - \Delta y_A}{y_B - y_A} \right) \left( 1 - \frac{\Delta x_B - \Delta x_A}{x_B - x_A} \right) \\ &\cong \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \left( 1 - \frac{\Delta y_B - \Delta y_A}{y_B - y_A} - \frac{\Delta x_B - \Delta x_A}{x_B - x_A} \right) \\ &\cong \tan \beta - \tan \beta \left( \frac{\Delta y_B - \Delta y_A}{\lambda \tan \beta} + \frac{\Delta x_B - \Delta x_A}{\lambda} \right) \end{aligned}$$

となる。

(19) 部材 AB が水平の場合、即ち  $\beta = 0$  の時は  $\Delta x_B - \Delta x_A \cong 0$  となる。部材 AB が水平でない場合も  $\beta$  が比較的小なる時は  $\Delta x$  は  $\Delta y$  に比較して  $\varphi$  に影響することが少い。従つて近似的に計算をする場合は  $\Delta x$  の項を省略し

$$\varphi = \frac{1}{1 + \tan^2 \beta} \frac{\Delta y_B - \Delta y_A}{\lambda}$$

となすことが出来る。

普通スプリングから 1~2 の分割點に於ける  $\Delta x$  のみを考慮すれば充分のやうである。

A 點が鉸なる場合は  $M_{AB}=0$  にして

$$M_{BA} = \frac{EJ \cos \beta}{\lambda} \frac{1}{c(z)} \left\{ \varphi_B - \frac{1}{1 + \tan^2 \beta} \frac{\Delta y_B - \Delta y_A}{\lambda} - \frac{\tan \beta}{1 + \tan^2 \beta} \frac{\Delta x_B - \Delta x_A}{\lambda} \right\} \dots \dots \dots (26)$$

となり、逆に B 點が鉸なる場合は  $M_{BA}=0$  にして

$$M_{BA} = \frac{EJ \cos \beta}{\lambda} \frac{1}{c(z)} \left\{ \varphi_A - \frac{1}{1 + \tan^2 \beta} \frac{\Delta y_B - \Delta y_A}{\lambda} - \frac{\tan \beta}{1 + \tan^2 \beta} \frac{\Delta x_B - \Delta x_A}{\lambda} \right\} \dots \dots \dots (27)$$

となる。

次に剪断力は便宜上垂直と水平の剪断力とを別々に求める。

垂直剪断力  $Q_v$  は

$$Q_v = -\frac{EJ}{\lambda^2} \cos \beta \left[ \begin{aligned} & \frac{1}{c(z)-s(z)} \varphi_A + \frac{1}{c(z)-s(z)} \varphi_B \\ & + \frac{1}{1 + \tan^2 \beta} \left\{ z^2 - \frac{2}{c(z)-s(z)} \right\} \frac{\Delta y_B - \Delta y_A}{\lambda} \\ & + \frac{\tan \beta}{1 + \tan^2 \beta} \left\{ z^2 - \frac{2}{c(z)-s(z)} \right\} \frac{\Delta x_B - \Delta x_A}{\lambda} \end{aligned} \right] \dots \dots \dots (28)^{(20)}$$

となり、水平の剪断力  $Q_h$  は

$$Q_h = -\frac{EJ \cos \beta}{\lambda^2 \tan \beta} \left[ \begin{aligned} & \frac{1}{c(z)-s(z)} \varphi_A + \frac{1}{c(z)-s(z)} \varphi_B \\ & + \frac{1}{1 + \tan^2 \beta} \left\{ z^2 - \frac{1}{c(z)-s(z)} \right\} \frac{\Delta y_B - \Delta y_A}{\lambda} \\ & + \frac{\tan \beta}{1 + \tan^2 \beta} \left\{ z^2 - \frac{2}{c(z)-s(z)} \right\} \frac{\Delta x_B - \Delta x_A}{\lambda} \end{aligned} \right] \dots \dots \dots (29)^{(21)}$$

となる。

次に A 點が鉸なる場合は

<sup>(20)</sup> (28) 式の誘導

A' 點に  $\sum M=0$  を施せば

$$M_{AB} + M_{BA} + Q_v \lambda + s(\delta_B - \delta_A) = 0$$

$$\begin{aligned} \therefore Q_v &= -\frac{M_{AB} + M_{BA}}{\lambda} - s \frac{\delta_B - \delta_A}{\lambda} \\ &= -\frac{M_{AB} + M_{BA}}{\lambda} - \frac{s}{\cos \beta} \frac{\delta_B - \delta_A}{l} \end{aligned}$$

となる。然るに

$$\frac{\delta_B - \delta_A}{l} = \phi = \frac{1}{1 + \tan^2 \beta} \frac{\Delta y_B - \Delta y_A}{\lambda} + \frac{\tan \beta}{1 + \tan^2 \beta} \frac{\Delta x_B - \Delta x_A}{\lambda}$$

なるを以つて、之の値と (24), (25) 兩式の曲げモーメントの値を上式に代入すれば (28) 式が得られる。

<sup>(21)</sup> (29) 式の誘導

A' 點に  $\sum M=0$  を施せば

$$M_{AB} + M_{BA} + Q_h(y_B - \Delta y_B - y_A - \Delta y_A) + s(\delta_B - \delta_A) = 0$$

となる。(y\_B - y\_A) に比し (Δy\_B - Δy\_A) は β が相當の大きさを有する場合は微量なるを常とするから省略すること出来る。

従つて

$$Q_h = -\frac{M_{AB} + M_{BA}}{\lambda \tan \beta} - \frac{s}{\sin \beta} \frac{\delta_B - \delta_A}{l}$$

となり、之に (24), (25) 兩式の曲げモーメントの値と前記の  $\frac{\delta_B - \delta_A}{l} = \phi$  の値を代入すれば (29) 式となる。

(29) 式は部材 AB が水平か或は殆んど水平に等しい場合には適用出来ない。然し之の如き場合に於ては (29) 式を必要としない。

$$\left. \begin{aligned}
 Q_v &= -\frac{EJ}{\lambda^2} \cos \beta \left[ \begin{aligned}
 &\frac{1}{c(z)} \varphi^B \\
 &+ \frac{1}{1 + \tan^2 \beta} \left\{ z^2 - \frac{1}{c(z)} \right\} \frac{\Delta y_B - \Delta y_A}{\lambda} \\
 &+ \frac{\tan \beta}{1 + \tan^2 \beta} \left\{ z^2 - \frac{1}{c(z)} \right\} \frac{\Delta x_B - \Delta x_A}{\lambda}
 \end{aligned} \right] \dots\dots\dots (30)^{(22)} \\
 Q_h &= \frac{Q_v}{\tan \beta} \dots\dots\dots
 \end{aligned} \right\}$$

となり、逆に B 點が絞なる場合は

$$\left. \begin{aligned}
 Q_v &= -\frac{EJ}{\lambda^2} \cos \beta \left[ \begin{aligned}
 &\frac{1}{c(z)} \varphi^A \\
 &+ \frac{1}{1 + \tan^2 \beta} \left\{ z^2 - \frac{1}{c(z)} \right\} \frac{\Delta y_B - \Delta y_A}{\lambda} \\
 &+ \frac{\tan \beta}{1 + \tan^2 \beta} \left\{ z^2 - \frac{1}{c(z)} \right\} \frac{\Delta x_B - \Delta x_A}{\lambda}
 \end{aligned} \right] \dots\dots\dots (31)^{(23)} \\
 Q_h &= \frac{Q_v}{\tan \beta} \dots\dots\dots
 \end{aligned} \right\}$$

となる。

扱て捩屈強度を求めんとするアーチに置き換へた多角形の假想のアーチに 圖-5 の如く番號を附し、次の記號を用ひる。

$$\begin{aligned}
 J_0 &= \kappa_0 J_c, & J_1 &= \kappa_1 J_c, & \dots\dots J_m &= \kappa_m J_c, & \dots\dots J_{n-1} &= \kappa_{n-1} J_c, \\
 l_0 &= \frac{\lambda}{\cos \beta_0}, & l_1 &= \frac{\lambda}{\cos \beta_1}, & \dots\dots l_m &= \frac{\lambda}{\cos \beta_m}, & \dots\dots l_{n-1} &= \frac{\lambda}{\cos \beta_{n-1}} \\
 s_{k,0} &= \frac{1}{\cos \beta_0} H_k, & s_{k,1} &= \frac{1}{\cos \beta_1} H_k, & \dots\dots s_{k,m} &= \frac{1}{\cos \beta_m} H_k, & \dots\dots s_{k,n-1} &= \frac{1}{\cos \beta_{n-1}} H_k \\
 z_0 &= \sqrt{\frac{H_k \lambda^2}{E J_c}}, \\
 z_0 &= \mu_0 z_c, & \mu_0 &= \sqrt{\frac{1}{\cos^3 \beta_0}} \\
 z_1 &= \mu_1 z_c, & \mu_1 &= \sqrt{\frac{1}{\cos^3 \beta_1}} \\
 &\vdots & &\vdots \\
 z_m &= \mu_m z_c, & \mu_m &= \sqrt{\frac{1}{\cos^3 \beta_m}} \\
 &\vdots & &\vdots \\
 z_{n-1} &= \mu_{n-1} z_c, & \mu_{n-1} &= \sqrt{\frac{1}{\cos^3 \beta_{n-1}}} \\
 c_0(z_0) &= c_0(\mu_0 z_c) = c_0 & s_0(z_0) &= s_0(\mu_0 z_c) = s_0 \\
 c_1(z_1) &= c_1(\mu_1 z_c) = c_1 & s_1(z_1) &= s_1(\mu_1 z_c) = s_1 \\
 &\vdots & &\vdots \\
 c_m(z_m) &= c_m(\mu_m z_c) = c_m & s_m(z_m) &= s_m(\mu_m z_c) = s_m \\
 &\vdots & &\vdots \\
 c_{n-1}(z_{n-1}) &= c_{n-1}(\mu_{n-1} z_c) = c_{n-1} & s_{n-1}(z_{n-1}) &= s_{n-1}(\mu_{n-1} z_c) = s_{n-1}
 \end{aligned} \dots\dots (32)$$

今之のアーチが捩屈強度に相當する等分荷荷重を受け、彎曲を起してゐる場合、各分割點を切り抜いて考へると

$$\left. \begin{aligned}
 \text{曲げモーメントの平衡條件} & \quad \Sigma M = 0 \\
 \text{垂直剪斷力の平衡條件式} & \quad \Sigma Q_v = 0 \\
 \text{水平剪斷力の平衡條件式} & \quad \Sigma Q_h = 0
 \end{aligned} \right\} \dots\dots (33)$$

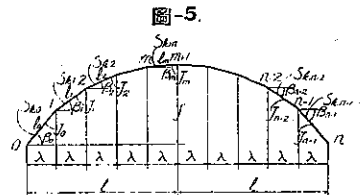


圖-5.

(22), (23) 註 (20), (21) 参照



が夫々成立する。之等の平衡條件式は各分割に於ける撓角と垂直並に水平變位を以つて表すことが出来る。斯くして得られた方程式群の撓角、變位の係数の作る行列式を零と置けば撓屈條件式が得られる。然し乍ら、之の撓屈條件式は行と列の數が多く、計算が困難であるから、著者が先に“撓角撓度法による構造物の安定論”に述べたが如く、先づ撓屈強度を仮定し、曲げモーメントの平衡條件式より各分割點の撓角を垂直並に水平變位の項で表し、之を剪斷力の平衡條件式に代入し、變位のみ方程式となし、その係数の行列式の値を計算する。之の方法を撓屈強度の種々なる値に就て求め、撓屈強度を決定する方がよい。

任意の分割點  $m$  に於ける曲げモーメントの平衡條件式を求めれば

$$\begin{aligned}
 & \frac{k_{m-1}s_{m-1}}{c_{m-1}^2 - s_{m-1}^2} \cos \beta_{m-1} \varphi_{m-1} \\
 & + \left\{ \frac{k_{m-1}c_{m-1}}{c_{m-1}^2 - s_{m-1}^2} \cos \beta_{m-1} + \frac{k_m c_m}{c_m^2 - s_m^2} \cos \beta_m \right\} \varphi_m + \frac{k_m s_m}{c_m^2 - s_m^2} \cos \beta_m \varphi_{m+1} \\
 & + \frac{\cos \beta_{m-1}}{1 + \tan^2 \beta_{m-1}} \frac{k_{m-1}}{c_{m-1} - s_{m-1}} \frac{\Delta y_{m-1}}{\lambda} \\
 & - \left\{ \frac{\cos \beta_{m-1}}{1 + \tan^2 \beta_{m-1}} \frac{k_{m-1}}{c_{m-1} - s_{m-1}} - \frac{\cos \beta_m}{1 + \tan^2 \beta_m} \frac{k_m}{c_m - s_m} \right\} \frac{\Delta y_m}{\lambda} \\
 & - \frac{\cos \beta_m}{1 + \tan^2 \beta_m} \frac{k_m}{s_m - s_m} \frac{\Delta y_{m+1}}{\lambda} \\
 & + \frac{\sin \beta_{m-1}}{1 + \tan^2 \beta_{m-1}} \frac{k_{m-1}}{c_{m-1} - s_{m-1}} \frac{\Delta x_{m-1}}{\lambda} \\
 & - \left\{ \frac{\sin \beta_{m-1}}{1 + \tan^2 \beta_{m-1}} \frac{k_{m-1}}{c_{m-1} - s_{m-1}} - \frac{\sin \beta_m}{1 + \tan^2 \beta_m} \frac{k_m}{c_m - s_m} \right\} \frac{\Delta x_m}{\lambda} \\
 & - \frac{\sin \beta_m}{1 + \tan^2 \beta_m} \frac{k_m}{c_m - s_m} \frac{\Delta x_{m+1}}{\lambda} = 0
 \end{aligned} \tag{34}$$

となる。

次に垂直剪斷力の平衡條件式を求めれば

$$\begin{aligned}
 & - \frac{k_{m-1} \cos \beta_{m-1}}{c_{m-1} - s_{m-1}} \varphi_{m-1} - \left\{ \frac{k_{m-1} \cos \beta_{m-1}}{c_{m-1} - s_{m-1}} - \frac{k_m \cos \beta_m}{c_m - s_m} \right\} \varphi_m + \frac{k_m \cos \beta_m}{c_m^2 - s_m^2} \varphi_{m+1} \\
 & + \frac{k_{m-1} \cos \beta_{m-1}}{1 + \tan^2 \beta_{m-1}} \left( z_{m-1}^2 - \frac{2}{c_{m-1} - s_{m-1}} \right) \frac{\Delta y_{m-1}}{\lambda} \\
 & - \left\{ \frac{k_{m-1} \cos \beta_{m-1}}{1 + \tan^2 \beta_{m-1}} \left( z_{m-1}^2 - \frac{2}{c_{m-1} - s_{m-1}} \right) + \frac{k_m \cos \beta_m}{1 + \tan^2 \beta_m} \left( z_m^2 - \frac{2}{c_m - s_m} \right) \right\} \frac{\Delta y_m}{\lambda} \\
 & + \frac{k_m \cos \beta_m}{1 + \tan^2 \beta_m} \left( z_m^2 - \frac{2}{c_m - s_m} \right) \frac{\Delta y_{m+1}}{\lambda} \\
 & + \frac{k_{m-1} \sin \beta_{m-1}}{1 + \tan^2 \beta_{m-1}} \left( z_{m-1}^2 - \frac{2}{c_{m-1} - s_{m-1}} \right) \frac{\Delta x_{m-1}}{\lambda} \\
 & - \frac{k_{m-1} \sin \beta_{m-1}}{1 + \tan^2 \beta_{m-1}} \left( z_{m-1}^2 - \frac{2}{c_{m-1} - s_{m-1}} \right) + \frac{k_m \sin \beta_m}{1 + \tan^2 \beta_m} \left( z_m^2 - \frac{2}{c_m - s_m} \right) \frac{\Delta x_m}{\lambda} \\
 & + \frac{k_m \sin \beta_m}{1 + \tan^2 \beta_m} \left( z_m^2 - \frac{2}{c_m - s_m} \right) \frac{\Delta x_{m+1}}{\lambda} = 0
 \end{aligned} \tag{35}$$

となる。

更に水平剪斷力の平衡條件式を求めれば

$$\begin{aligned}
 & \frac{k_{m-1} \cos \beta_{m-1}}{\tan \beta_{m-1}} \frac{1}{c_{m-1} - s_{m-1}} \varphi_{m-1} \\
 & - \left\{ \frac{\cos \beta_{m-1}}{\tan \beta_{m-1}} \frac{k_{m-1}}{c_{m-1} - s_{m-1}} - \frac{\cos \beta_m}{\tan \beta_m} \frac{k_m}{c_m - s_m} \right\} \varphi_m + \frac{\cos \beta_m}{\tan \beta_m} \frac{k_m}{c_m - s_m} \varphi_{m+1} \\
 & + \frac{\cos \beta_{m-1}}{\tan \beta_{m-1}} \frac{k_{m-1}}{1 + \tan^2 \beta_{m-1}} \left( z_{m-1}^2 - \frac{2}{c_{m-1} - s_{m-1}} \right) \frac{\Delta y_{m-1}}{\lambda}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - \left\{ \frac{\cos \beta_{m-1}}{\tan \beta_{m-1}} \cdot \frac{l_{m-1}}{1 + \tan^2 \beta_{m-1}} \left( z^2_{m-1} - \frac{2}{c_{m-1} - s_{m-1}} \right) \right. \\
 & \quad \left. + \frac{\cos \beta_m}{\tan \beta_m} \cdot \frac{l_m}{1 + \tan^2 \beta_m} \left( z^2_m - \frac{2}{c_m - s_m} \right) \right\} \frac{\Delta y_m}{\lambda} \\
 & \quad + \frac{\cos \beta_m}{\tan \beta_m} \cdot \frac{l_m}{c_m - s_m} \left( z^2_m - \frac{2}{c_m - s_m} \right) \frac{\Delta y_{m+1}}{\lambda} \\
 & + \frac{l_{m-1} \cos \beta_{m-1}}{1 + \tan^2 \beta_{m-1}} \left( z^2_{m-1} - \frac{2}{c_{m-1} - s_{m-1}} \right) \frac{\Delta x_{m-1}}{\lambda} \\
 & - \left\{ \frac{l_{m-1} \cos \beta_{m-1}}{1 + \tan^2 \beta_{m-1}} \cdot \left( z^2_{m-1} - \frac{2}{c_{m-1} - s_{m-1}} \right) \right. \\
 & \quad \left. + \frac{l_m \cos \beta_m}{1 + \tan^2 \beta_m} \left( z^2_m - \frac{2}{c_m - s_m} \right) \right\} \frac{\Delta x_m}{\lambda} \\
 & \quad + \frac{l_m \cos \beta_m}{1 + \tan^2 \beta_m} \left( z^2_m - \frac{2}{c_m - s_m} \right) \frac{\Delta x_{m+1}}{\lambda} = 0
 \end{aligned} \tag{36}$$

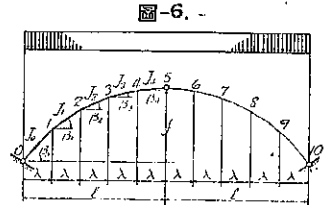
となる。

以上の (34), (35), (36) の各式は各分割點に成立する。但し  $m-1$  又は  $m+1$  が鉸なる場合は鉸端に於ける曲げモーメントは零なる條件を使用して、係数を若干變更しなければならないこと勿論である。

(36) 式は  $\beta$  が相當に大なる場合は正しいけれども、アーチのクラウンに近い  $\beta$  の極めて小なる分割點に於ては不正確たるを免れ難い。然し之の如き分割點に於ては  $\Delta x$  の項は省略してよい。従つて (36) 式を必要としない。普通スプリングの次の分割點に於ける  $\Delta x$ 、即ち  $\Delta x_1$  と  $\Delta x_{n-1}$  のみを考慮し、其の他の分割點に於ては  $\Delta x$  は總て等しいと見ても差支へない。

(1) 3 鉸アーチ

圖-6 に示すやうに對稱 3 鉸アーチの平衡條件式を求めると次の通りとなる、但  $n=10$  とする。E. Gaber のモデルの實驗結果より、3 鉸アーチは支間とライズの比が小なる場合に於ては對稱型の彎曲をなし、比が相當大となると逆對稱型の彎曲をなすことが知られてゐる。



(i) 對稱型彎曲の場合

曲げモーメントの平衡條件式を示せば次の (37) 式となる。

$$\begin{aligned}
 \rho_1' \varphi_1 + a_1 \varphi_2 & \dots \dots \dots - d_1 \frac{\Delta y_1}{\lambda} - b_1 \frac{\Delta y_2}{\lambda} \dots \dots \dots - f_1 \frac{\Delta x_1}{\lambda} - g_1 \frac{\Delta x_2}{\lambda} = 0 \\
 a_1 \varphi_1 + \rho_2 \varphi_2 + a_2 \varphi_3 & \dots \dots \dots + b_1 \frac{\Delta y_1}{\lambda} - d_2 \frac{\Delta y_2}{\lambda} - b_2 \frac{\Delta y_3}{\lambda} \dots \dots \dots + g_1 \frac{\Delta x_1}{\lambda} - f_2 \frac{\Delta x_2}{\lambda} = 0 \\
 a_2 \varphi_2 + \rho_3 \varphi_3 + a_3 \varphi_4 & \dots \dots \dots + b_2 \frac{\Delta y_2}{\lambda} - d_3 \frac{\Delta y_3}{\lambda} - b_3 \frac{\Delta y_4}{\lambda} \dots \dots \dots = 0 \\
 a_3 \varphi_3 + \rho_4 \varphi_4 & \dots \dots \dots + b_3 \frac{\Delta y_3}{\lambda} - d_4 \frac{\Delta y_4}{\lambda} - b_4 \frac{\Delta y_5}{\lambda} \dots \dots \dots = 0
 \end{aligned} \tag{37}$$

但し上式中

$$\begin{aligned}
 \rho_m &= \frac{l_{m-1} c_{m-1}}{c^2_{m-1} - s^2_{m-1}} \cos \beta_{m-1} - \frac{l_m c_m}{c^2_m - s^2_m} \cos \beta_m \\
 a_m &= \frac{l_m s_m}{c^2_m - s^2_m} \cos \beta_m \\
 d_m &= \frac{\cos \beta_{m-1}}{1 + \tan^2 \beta_{m-1}} \cdot \frac{l_{m-1}}{c_{m-1} - s_{m-1}} - \frac{\cos \beta_m}{1 + \tan^2 \beta_m} \cdot \frac{l_m}{c_m - s_m} \\
 b_m &= \frac{\cos \beta_m}{1 + \tan^2 \beta_m} \cdot \frac{l_m}{c_m - s_m}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \rho'_1 &= \frac{k_0}{c_0} \cos \beta_0 + \frac{k_1 c_1}{c_1^2 - s_1^2} \cos \beta_1 \\
 \rho'_4 &= \frac{k_2 c_3}{c_3^2 - s_3^2} \cos \beta_3 + \frac{k_4}{c_4} \cos \beta_4 \\
 d'_1 &= \frac{\cos \beta_0}{1 + \tan^2 \beta_0} \cdot \frac{k_0}{c_0} \cdot \frac{\cos \beta_1}{1 + \tan^2 \beta_1} \cdot \frac{k_1}{c_1 - s_1} \\
 d'_4 &= \frac{\cos \beta_3}{1 + \tan^2 \beta_3} \cdot \frac{k_2}{c_3 - s_3} \cdot \frac{\cos \beta_4}{1 + \tan^2 \beta_4} \cdot \frac{k_4}{c_4} \\
 b'_4 &= \frac{\cos \beta_4}{1 + \tan^2 \beta_4} \cdot \frac{k_4}{c_4} \\
 f_1 &= \frac{\sin \beta_0}{1 + \tan^2 \beta_0} \cdot \frac{k_0}{c_0} \cdot \frac{\sin \beta_1}{1 + \tan^2 \beta_1} \cdot \frac{k_1}{c_1 - s_1} \\
 f_2 &= \frac{\sin \beta_1}{1 + \tan^2 \beta_1} \cdot \frac{k_1}{c_1 - s_1} \\
 g_1 &= \frac{\sin \beta_1}{1 + \tan^2 \beta_1} \cdot \frac{k_1}{c_1 - s_1}
 \end{aligned} \tag{38}$$

を表すものである。

次に剪断力の平衡条件式を示せば

$$\begin{aligned}
 -\bar{d}'_1 \varphi_1 + \bar{b}'_1 \varphi_2 &\dots\dots\dots - \bar{\rho}'_1 \frac{\Delta y_1}{\lambda} + \bar{a}'_1 \frac{\Delta y_2}{\lambda} \dots\dots\dots - j_1 \frac{\Delta x_1}{\lambda} + i_1 \frac{\Delta x_2}{\lambda} = 0 \\
 -\bar{b}'_1 \varphi_1 - \bar{d}'_2 \varphi_2 + \bar{b}'_2 \varphi_3 &\dots\dots\dots + \bar{a}'_1 \frac{\Delta y_1}{\lambda} - \bar{\rho}'_2 \frac{\Delta y_2}{\lambda} + \bar{a}'_2 \frac{\Delta y_3}{\lambda} \dots\dots\dots + i_1 \frac{\Delta x_1}{\lambda} - j_2 \frac{\Delta x_2}{\lambda} = 0 \\
 -\bar{b}'_2 \varphi_2 - \bar{d}'_3 \varphi_3 + \bar{b}'_3 \varphi_4 &\dots\dots\dots + \bar{a}'_2 \frac{\Delta y_2}{\lambda} - \bar{\rho}'_3 \frac{\Delta y_3}{\lambda} + \bar{a}'_3 \frac{\Delta y_4}{\lambda} \dots\dots\dots = 0 \\
 -\bar{b}'_3 \varphi_3 - \bar{d}'_4 \varphi_4 &\dots\dots\dots + \bar{a}'_3 \frac{\Delta y_3}{\lambda} - \bar{\rho}'_4 \frac{\Delta y_4}{\lambda} + \bar{a}'_4 \frac{\Delta y_5}{\lambda} \dots\dots\dots = 0 \\
 -\bar{b}'_4 \varphi_4 &\dots\dots\dots + \bar{a}'_4 \frac{\Delta y_4}{\lambda} - \bar{\rho}'_5 \frac{\Delta y_5}{\lambda} \dots\dots\dots = 0 \\
 -\bar{f}'_1 \varphi_1 + \bar{g}'_1 \varphi_2 &\dots\dots\dots - \bar{j}'_1 \frac{\Delta y_1}{\lambda} + \bar{i}'_1 \frac{\Delta y_2}{\lambda} \dots\dots\dots - \bar{\rho}'_1 \frac{\Delta x_1}{\lambda} + \bar{a}'_1 \frac{\Delta x_2}{\lambda} = 0 \\
 -\bar{g}'_1 \varphi_1 - \bar{f}'_2 \varphi_2 + \bar{g}'_2 \varphi_3 &\dots\dots\dots + \bar{i}'_1 \frac{\Delta y_1}{\lambda} - \bar{j}'_2 \frac{\Delta y_2}{\lambda} + \bar{i}'_2 \frac{\Delta y_3}{\lambda} \dots\dots\dots + \bar{a}'_1 \frac{\Delta x_1}{\lambda} - \bar{\rho}'_2 \frac{\Delta x_2}{\lambda} = 0
 \end{aligned} \tag{39}$$

となる。但し上式中

$$\begin{aligned}
 \bar{d}_m &= \frac{k_{m-1}}{c_{m-1} - s_{m-1}} \cos \beta_{m-1} - \frac{k_m}{c_m - s_m} \cos \beta_m, \\
 \bar{b}_m &= \frac{k_m}{c_m - s_m} \cos \beta_m \\
 \bar{\rho}_m &= \frac{k_{m-1} \cos \beta_{m-1}}{1 + \tan^2 \beta_{m-1}} \left( z_{m-1}^2 - \frac{2}{c_{m-1} - s_{m-1}} \right) + \frac{k_m \cos \beta_m}{1 + \tan^2 \beta_m} \left( z_m^2 - \frac{2}{c_m - s_m} \right) \\
 \bar{a}_m &= \frac{k_m \cos \beta_m}{1 + \tan^2 \beta_m} \left( z_m^2 - \frac{2}{c_m - s_m} \right) \\
 j_1 &= \frac{k_0 \sin \beta_0}{1 + \tan^2 \beta_0} \left( z_0^2 - \frac{1}{c_0} \right) + \frac{k_1 \sin \beta_1}{1 + \tan^2 \beta_1} \left( z_1^2 - \frac{2}{c_1 - s_1} \right) \\
 j_2 &= \frac{k_1 \sin \beta_1}{1 + \tan^2 \beta_1} \left( z_1^2 - \frac{2}{c_1 - s_1} \right) \\
 i_1 &= \frac{k_1 \sin \beta_1}{1 + \tan^2 \beta_1} \left( z_1^2 - \frac{2}{c_1 - s_1} \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \bar{g}_m &= \frac{\cos \beta_m}{\tan \beta_m} \frac{k_m}{c_m - s_m} \\
 \bar{f}_1 &= \frac{\cos \beta_0}{\tan \beta_0} \frac{k_0}{c_0} - \frac{\cos \beta_1}{\tan \beta_1} \frac{k_1}{c_1 - s_1} \\
 \bar{f}_2 &= \frac{\cos \beta_1}{\tan \beta_1} \frac{k_1}{c_1 - s_1} - \frac{\cos \beta_2}{\tan \beta_2} \frac{k_2}{c_2 - s_2} \\
 \bar{i}_m &= \frac{k_m \cos \beta_m}{\tan \beta_m (1 + \tan^2 \beta_m)} \left( z_m^2 - \frac{2}{c_m - s_m} \right) \\
 \bar{j}_1 &= \frac{k_0 \cos \beta_0}{\tan \beta_0 (1 + \tan^2 \beta_0)} \left( z_0^2 - \frac{1}{c_0} \right) + \frac{k_1 \cos \beta_1}{\tan \beta_1 (1 + \tan^2 \beta_1)} \left( z_1^2 - \frac{2}{c_1 - s_1} \right) \\
 \bar{j}_2 &= \frac{k_1 \cos \beta_1}{\tan \beta_1 (1 + \tan^2 \beta_1)} \left( z_1^2 - \frac{2}{c_1 - s_1} \right) + \frac{k_2 \cos \beta_2}{\tan \beta_2 (1 + \tan^2 \beta_2)} \left( z_2^2 - \frac{2}{c_2 - s_2} \right) \\
 \bar{\rho}_1 &= \frac{k_0 \cos \beta_0}{1 + \tan^2 \beta_0} \left( z_0^2 - \frac{1}{c_0} \right) + \frac{k_1 \cos \beta_1}{1 + \tan^2 \beta_1} \left( z_1^2 - \frac{2}{c_1 - s_1} \right) \\
 \bar{\rho}_2 &= \frac{k_1 \cos \beta_1}{1 + \tan^2 \beta_1} \left( z_1^2 - \frac{2}{c_1 - s_1} \right) \\
 \bar{\alpha}_1 &= \frac{k_1 \cos \beta_1}{1 + \tan^2 \beta_1} \left( z_1^2 - \frac{2}{c_1 - s_1} \right) \\
 \bar{d}_1' &= \frac{k_0}{c_0} \cos \beta_0 - \frac{k_1}{c_1 - s_1} \cos \beta_1 \\
 \bar{d}_4' &= \frac{k_2}{c_2 - s_2} \cos \beta_2 - \frac{k_4}{c_4} \cos \beta_4 \\
 \bar{b}_1' &= 2 \frac{k_4}{c_4} \cos \beta_4 \\
 \bar{p}_1' &= \frac{k_0 \cos \beta_0}{1 + \tan^2 \beta_0} \left( z_1^2 - \frac{1}{c_0} \right) + \frac{k_1 \cos \beta_1}{1 + \tan^2 \beta_1} \left( z_1^2 - \frac{2}{c_1 - s_1} \right) \\
 \bar{p}_3' &= \frac{k_2 \cos \beta_2}{1 + \tan^2 \beta_2} \left( z_3^2 - \frac{1}{c_3 - s_3} \right) + \frac{k_4 \cos \beta_4}{1 + \tan^2 \beta_4} \left( z_4^2 - \frac{1}{c_4} \right) \\
 \bar{p}_6' &= 2 \frac{k_4 \cos \beta_4}{1 + \tan^2 \beta_4} \left( z_4^2 - \frac{1}{c_4} \right) \\
 \bar{\alpha}_4' &= 2 \frac{k_4 \cos \beta_4}{1 + \tan^2 \beta_4} \left( z_4^2 - \frac{1}{c_4} \right)
 \end{aligned} \tag{40}$$

を表すものである。

(ii) 逆対稱彎曲の場合

曲げモーメントの平衡条件式は

$$\left. \begin{aligned}
 \rho_1' \varphi_1 + a_1 \varphi_2 \dots \dots \dots - d_1' \frac{\Delta y_1}{\lambda} - b_1 \frac{\Delta y_2}{\lambda} \dots \dots \dots - f_1 \frac{\Delta x_1}{\lambda} - g_1 \frac{\Delta x_2}{\lambda} &= 0 \\
 a_1 \varphi_1 + \rho_2 \varphi_2 + a_2 \varphi_3 \dots \dots \dots + b_1 \frac{\Delta y_1}{\lambda} - d_2 \frac{\Delta y_2}{\lambda} - b_2 \frac{\Delta y_3}{\lambda} \dots \dots \dots + g_1 \frac{\Delta x_1}{\lambda} - f_2 \frac{\Delta x_2}{\lambda} &= 0 \\
 a_2 \varphi_2 + \rho_3 \varphi_3 + a_3 \varphi_4 \dots \dots \dots + b_2 \frac{\Delta y_2}{\lambda} - d_3 \frac{\Delta y_3}{\lambda} - b_3 \frac{\Delta y_4}{\lambda} \dots \dots \dots &= 0 \\
 a_3 \varphi_3 + \rho_4 \varphi_4 \dots \dots \dots + b_3 \frac{\Delta y_3}{\lambda} - d_4 \frac{\Delta y_4}{\lambda} \dots \dots \dots &= 0
 \end{aligned} \right\} \tag{41}$$

となる。但し上式中の記号は (38) 式と全く同様の内容を表すものである。

次に剪断力の平衡条件式は

$$\left. \begin{aligned}
 -\bar{d}'_1 \varphi_1 + \bar{b}_1 \varphi_2 \dots \dots \dots - \bar{\rho}'_1 \frac{\Delta y_1}{\lambda} + \bar{\alpha}_1 \frac{\Delta y_2}{\lambda} \dots \dots \dots - j_1 \frac{\Delta x_1}{\lambda} + i_1 \frac{\Delta x_2}{\lambda} &= 0 \\
 -\bar{b}_1 \varphi_1 - \bar{d}'_2 \varphi_2 + \bar{b}_2 \varphi_3 \dots \dots \dots + \bar{\alpha}_1 \frac{\Delta y_1}{\lambda} - \bar{\rho}'_2 \frac{\Delta y_2}{\lambda} + \bar{\alpha}_2 \frac{\Delta y_3}{\lambda} \dots \dots \dots + i_1 \frac{\Delta x_1}{\lambda} - j_2 \frac{\Delta x_2}{\lambda} &= 0 \\
 -\bar{b}_2 \varphi_2 - \bar{d}'_3 \varphi_3 + \bar{b}_3 \varphi_4 \dots \dots \dots + \bar{\alpha}_2 \frac{\Delta y_2}{\lambda} - \bar{\rho}'_3 \frac{\Delta y_3}{\lambda} + \bar{\alpha}_3 \frac{\Delta y_4}{\lambda} \dots \dots \dots &= 0 \\
 -\bar{b}_3 \varphi_3 - \bar{d}'_4 \varphi_4 \dots \dots \dots + \bar{\alpha}_3 \frac{\Delta y_3}{\lambda} - \bar{\rho}'_4 \frac{\Delta y_4}{\lambda} \dots \dots \dots &= 0 \\
 -\bar{b}'_4 \varphi_4 \dots \dots \dots + \bar{\alpha}'_4 \frac{\Delta y_4}{\lambda} \dots \dots \dots &= 0 \\
 -\bar{f}'_1 \varphi_1 + \bar{g}_1 \varphi_2 \dots \dots \dots - \bar{j}'_1 \frac{\Delta y_1}{\lambda} + \bar{i}'_1 \frac{\Delta y_2}{\lambda} \dots \dots \dots - \bar{p}'_1 \frac{\Delta x_1}{\lambda} + \bar{a}'_1 \frac{\Delta x_2}{\lambda} &= 0 \\
 -\bar{g}_1 \varphi_1 - \bar{f}'_2 \varphi_2 + \bar{g}_2 \varphi_3 \dots \dots \dots + \bar{i}'_2 \frac{\Delta y_1}{\lambda} - \bar{j}'_2 \frac{\Delta y_2}{\lambda} + \bar{i}'_2 \frac{\Delta y_3}{\lambda} \dots \dots \dots + \bar{a}'_1 \frac{\Delta x_1}{\lambda} - \bar{p}'_2 \frac{\Delta x_2}{\lambda} &= 0
 \end{aligned} \right\} \dots (42)$$

となる。之の場合各記號は(40)式で表す内容と同一である。

對稱型彎曲の場合と逆對稱形彎曲の場合の挫屈強度を求め兩者の中、小なる値をとるべきことは勿論である。

圖-7.



(2) 2 鉸アーチ

對稱 2 鉸アーチの場合は逆對稱型に彎曲を起すことが知られてゐる。圖-7を参照せられたい。前同様  $n=10$  とすれば、

逆對稱型彎曲の場合の平衡條件式を求めればよい。

曲げモーメントの平衡條件式を示せば

$$\left. \begin{aligned}
 \rho'_1 \varphi_1 + \alpha_1 \varphi_2 \dots \dots \dots - d'_1 \frac{\Delta y_1}{\lambda} - b_1 \frac{\Delta y_2}{\lambda} \dots \dots \dots - j'_1 \frac{\Delta x_1}{\lambda} - g_1 \frac{\Delta x_2}{\lambda} &= 0 \\
 \alpha_1 \varphi_1 + \rho_2 \varphi_2 + \alpha_2 \varphi_3 \dots \dots \dots + b_1 \frac{\Delta y_1}{\lambda} - d_2 \frac{\Delta y_2}{\lambda} - b_2 \frac{\Delta y_3}{\lambda} \dots \dots \dots + g_1 \frac{\Delta x_1}{\lambda} - f_2 \frac{\Delta x_2}{\lambda} &= 0 \\
 \alpha_2 \varphi_2 + \rho_3 \varphi_3 + \alpha_3 \varphi_4 \dots \dots \dots + b_2 \frac{\Delta y_2}{\lambda} - d_3 \frac{\Delta y_3}{\lambda} - b_3 \frac{\Delta y_4}{\lambda} \dots \dots \dots &= 0 \\
 \alpha_3 \varphi_3 + \rho_4 \varphi_4 + \alpha_4 \varphi_5 \dots \dots \dots + b_3 \frac{\Delta y_3}{\lambda} - d_4 \frac{\Delta y_4}{\lambda} \dots \dots \dots &= 0 \\
 \alpha_4 \varphi_4 + \rho_5 \varphi_5 \dots \dots \dots + b_4 \frac{\Delta y_4}{\lambda} \dots \dots \dots &= 0
 \end{aligned} \right\} \dots (43)$$

となる。但し上式中

$$\begin{aligned}
 \rho_m &= \frac{k_m - 1 c_{m-1}}{c^2_{m-1} - s^2_{m-1}} \cos \beta_{m-1} + \frac{k_m c_m}{c^2_m - c^2_m} \cos \beta_m \\
 \alpha_m &= \frac{k_m s_m}{c^2_m - s^2_m} \cos \beta_m \\
 d_m &= \frac{\cos \beta_{m-1}}{1 + \tan^2 \beta_{m-1}} \frac{k_{m-1}}{c_{m-1} - s_{m-1}} - \frac{\cos \beta_m}{1 + \tan^2 \beta_m} \frac{k_m}{c_m - s_m} \\
 b_m &= \frac{\cos \beta_m}{1 + \tan^2 \beta_m} \frac{k_m}{c_m - s_m} \\
 \rho'_1 &= \frac{k_0}{c_0} \cos \beta_0 + \frac{k_1 c_1}{c_1^2 - s_1^2} \cos \beta_1 \\
 \rho'_5 &= \frac{k_5 c_5}{c_5^2 - s_5^2} \cos \beta_5 \\
 d'_1 &= \frac{\cos \beta_0}{1 + \tan^2 \beta_0} \frac{k_0}{c_0} - \frac{\cos \beta_1}{1 + \tan^2 \beta_1} \frac{k_1}{c_1 - s_1}
 \end{aligned} \dots (44)$$

$$\begin{aligned}
 f_1 &= \frac{\sin \beta_0}{1 + \tan^2 \beta_0} \frac{k_0}{c_0} - \frac{\sin \beta_1}{1 + \tan^2 \beta_1} \frac{k_1}{c_1 - s_1} \\
 f_2 &= \frac{\sin \beta_1}{1 + \tan^2 \beta_1} \frac{k_1}{c_1 - s_1} \\
 g_1 &= \frac{\sin \beta_1}{1 + \tan^2 \beta_1} \frac{k_1}{c_1 - s_1}
 \end{aligned}$$

を表すものである。

次に剪断力の平衡条件式は

$$\left. \begin{aligned}
 -\bar{d}_1' \varphi_1 + \bar{b}_1 \varphi_2 &\dots\dots\dots -\bar{p}_1' \frac{\Delta y_1}{\lambda} + \bar{a}_1 \frac{\Delta y_2}{\lambda} \dots\dots\dots -j_1 \frac{\Delta x_1}{\lambda} + i_1 \frac{\Delta x_2}{\lambda} = 0 \\
 -\bar{b}_1 \varphi_1 - \bar{d}_2 \varphi_2 + \bar{b}_2 \varphi_3 &\dots\dots\dots + \bar{a}_1 \frac{\Delta y_1}{\lambda} - \bar{p}_2 \frac{\Delta y_2}{\lambda} + \bar{a}_2 \frac{\Delta y_3}{\lambda} \dots\dots\dots + i_1 \frac{\Delta x_1}{\lambda} - j_2 \frac{\Delta x_2}{\lambda} = 0 \\
 -\bar{b}_2 \varphi_2 - \bar{d}_3 \varphi_3 + \bar{b}_3 \varphi_4 &\dots\dots\dots + \bar{a}_2 \frac{\Delta y_2}{\lambda} - \bar{p}_3 \frac{\Delta y_3}{\lambda} + \bar{a}_3 \frac{\Delta y_4}{\lambda} \dots\dots\dots = 0 \\
 -\bar{b}_3 \varphi_3 - \bar{d}_4 \varphi_4 + \bar{b}_4 \varphi_5 &\dots\dots\dots + \bar{a}_3 \frac{\Delta y_3}{\lambda} - \bar{p}_4 \frac{\Delta y_4}{\lambda} \dots\dots\dots = 0 \\
 -\bar{f}_1 \varphi_1 + \bar{g}_1 \varphi_2 &\dots\dots\dots -\bar{j}_1 \frac{\Delta y_1}{\lambda} + \bar{i}_1 \frac{\Delta y_2}{\lambda} \dots\dots\dots -\bar{p}_1 \frac{\Delta x_1}{\lambda} + \bar{a}_1 \frac{\Delta x_2}{\lambda} = 0 \\
 -\bar{g}_1 \varphi_1 - \bar{f}_2 \varphi_2 + \bar{g}_2 \varphi_3 &\dots\dots\dots + \bar{i}_1 \frac{\Delta y_1}{\lambda} - \bar{j}_2 \frac{\Delta y_2}{\lambda} + \bar{i}_2 \frac{\Delta y_3}{\lambda} \dots\dots\dots + \bar{a}_1 \frac{\Delta x_1}{\lambda} - \bar{p}_2 \frac{\Delta x_2}{\lambda} = 0
 \end{aligned} \right\} \dots (45)$$

となる。但し

$$\begin{aligned}
 \bar{d}_m &= \frac{k_{m-1}}{c_{m-1} - s_{m-1}} \cos \beta_{m-1} - \frac{k_m}{c_m - s_m} \cos \beta_m \\
 \bar{b}_m &= \frac{k_m}{c_m - s_m} \cos \beta_m \\
 \bar{p}_m &= \frac{k_{m-1} \cos \beta_{m-1}}{1 + \tan^2 \beta_{m-1}} \left( z_{m-1}^2 - \frac{2}{c_{m-1} - s_{m-1}} \right) + \frac{k_m \cos \beta_m}{1 + \tan^2 \beta_m} \left( z_m^2 - \frac{2}{c_m - s_m} \right) \\
 \bar{a}_m &= \frac{k_m \cos \beta_m}{1 + \tan^2 \beta_m} \left( z_m^2 - \frac{2}{c_m - s_m} \right) \\
 \bar{d}_1' &= \frac{k_0}{c_0} \cos \beta_0 - \frac{k_1}{c_1 - s_1} \cos \beta_1 \\
 \bar{p}_1' &= \frac{k_0 \cos \beta_0}{1 + \tan^2 \beta_0} \left( z_0^2 - \frac{1}{c_0} \right) + \frac{k_1 \cos \beta_1}{1 + \tan^2 \beta_1} \left( z_1^2 - \frac{2}{c_1 - s_1} \right) \\
 j_1 &= \frac{\sin \beta_0}{1 + \tan^2 \beta_0} \frac{k_0}{c_0} - \frac{\sin \beta_1}{1 + \tan^2 \beta_1} \frac{k_1}{c_1 - s_1} \\
 j_2 &= \frac{\sin \beta_1}{1 + \tan^2 \beta_1} \frac{k_1}{c_1 - s_1} \\
 i_1 &= \frac{\sin \beta_1}{1 + \tan^2 \beta_1} \frac{k_1}{c_1 - s_1} \\
 \bar{f}_1 &= \frac{\cos \beta_0}{\tan \beta_0} \frac{k_0}{c_0} - \frac{\cos \beta_1}{\tan \beta_1} \frac{k_1}{c_1 - s_1} \\
 \bar{f}_2 &= \frac{\cos \beta_1}{\tan \beta_1} \frac{k_1}{c_1 - s_1} - \frac{\cos \beta_2}{\tan \beta_2} \frac{k_2}{c_2 - s_2} \\
 \bar{g}_m &= \frac{\cos \beta_m}{\tan \beta_m} \frac{k_m}{c_m - s_m} \\
 \bar{j}_1 &= \frac{k_0 \cos \beta_0}{\tan \beta_0 (1 + \tan^2 \beta_0)} \left( z_0^2 - \frac{1}{c_0} \right) + \frac{k_1 \cos \beta_1}{\tan \beta_1 (1 + \tan^2 \beta_1)} \left( z_1^2 - \frac{1}{c_1 - s_1} \right) \\
 \bar{j}_2 &= \frac{k_1 \cos \beta_1}{\tan \beta_1 (1 + \tan^2 \beta_1)} \left( z_1^2 - \frac{2}{c_1 - s_1} \right) + \frac{k_2 \cos \beta_2}{\tan \beta_2 (1 + \tan^2 \beta_2)} \left( z_2^2 - \frac{2}{c_2 - s_2} \right)
 \end{aligned} \dots (46)$$

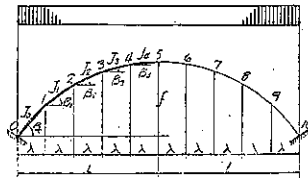
$$\begin{aligned} \bar{i}_m &= \frac{k_m \cos \beta_m}{\tan \beta_m (1 + \tan^2 \beta_m)} \left( z^2_m - \frac{2}{c_m - s_m} \right) \\ \bar{p}_1 &= \frac{k_0 \cos \beta_0}{1 + \tan^2 \beta_0} \left( z_0^2 - \frac{1}{c_0} \right) + \frac{k_1 \cos \beta_1}{1 + \tan^2 \beta_1} \left( z_1^2 - \frac{2}{c_1 - s_1} \right) \\ \bar{p}_2 &= \frac{k_1 \cos \beta_1}{1 + \tan^2 \beta_1} \left( z_1^2 - \frac{2}{c_1 - s_1} \right) \\ \bar{a}_1 &= \frac{k_1 \cos \beta_1}{1 + \tan^2 \beta_1} \left( z_1^2 - \frac{2}{c_1 - s_1} \right) \end{aligned}$$

を表すものである。

(3) 無絞アーチ

図-8 に示すやうな対稱無絞アーチに於ても逆對稱型の撓曲を起すことが知られてゐる。今  $n=10$  とする。

図-8.



曲げモーメントの平衡條件式は

$$\left. \begin{aligned} \rho_1 \varphi_1 + a_1 \varphi_2 \dots \dots \dots - d_1 \frac{\Delta y_1}{\lambda} - b_1 \frac{\Delta y_2}{\lambda} \dots \dots \dots - f_1 \frac{\Delta x_1}{\lambda} - g_1 \frac{\Delta x_2}{\lambda} &= 0 \\ a_1 \varphi_1 + \rho_2 \varphi_2 + a_2 \varphi_3 \dots \dots \dots + b_1 \frac{\Delta y_1}{\lambda} - d_2 \frac{\Delta y_2}{\lambda} + b_2 \frac{\Delta y_3}{\lambda} \dots \dots \dots - g_1 \frac{\Delta x_1}{\lambda} + f_2 \frac{\Delta x_2}{\lambda} &= 0 \\ a_2 \varphi_2 + \rho_3 \varphi_3 + a_3 \varphi_4 \dots \dots \dots + b_2 \frac{\Delta y_2}{\lambda} - d_3 \frac{\Delta y_3}{\lambda} - b_3 \frac{\Delta y_4}{\lambda} \dots \dots \dots &= 0 \\ a_3 \varphi_3 + \rho_4 \varphi_4 + a_4 \varphi_5 \dots \dots \dots + b_3 \frac{\Delta y_3}{\lambda} - d_4 \frac{\Delta y_4}{\lambda} \dots \dots \dots &= 0 \\ a_4 \varphi_4 + \rho_5 \varphi_5 \dots \dots \dots + b_4 \frac{\Delta y_4}{\lambda} \dots \dots \dots &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (47)$$

となる。但し

$$\begin{aligned} \rho_m &= \frac{k_{m-1} c_{m-1}}{c_{m-1}^2 - s_{m-1}^2} \cos \beta_{m-1} + \frac{k_m c_m}{c_m^2 - s_m^2} \cos \beta_m \\ a_m &= \frac{k_m s_m}{c_m^2 - s_m^2} \cos \beta_m \\ d_m &= \frac{\cos \beta_{m-1}}{1 + \tan^2 \beta_{m-1}} \frac{k_{m-1}}{c_{m-1} - s_{m-1}} \frac{\cos \beta_m}{1 + \tan^2 \beta_m} \frac{k_m}{c_m - s_m} \\ b_m &= \frac{\cos \beta_m}{1 + \tan^2 \beta_m} \frac{k_m}{c_m - s_m} \\ f_1 &= \frac{\sin \beta_0}{1 + \tan^2 \beta_0} \frac{k_0}{c_0 - s_0} - \frac{\sin \beta_1}{1 + \tan^2 \beta_1} \frac{k_1}{c_1 - s_1} \\ f_2 &= \frac{\sin \beta_1}{1 + \tan^2 \beta_1} \frac{k_1}{c_1 - s_1} \\ g_1 &= \frac{\sin \beta_1}{1 + \tan^2 \beta_1} \frac{k_1}{c_1 - s_1} \end{aligned} \dots (48)$$

を表す。

次に剪断力の平衡條件式は

$$\begin{aligned}
 & -\bar{d}_1\varphi_1 + \bar{b}_1\varphi_2 \dots \dots \dots - \bar{p}_1 \frac{\Delta y_1}{\lambda} + \bar{a}_1 \frac{\Delta y_2}{\lambda} \dots \dots \dots - j_1 \frac{\Delta x_1}{\lambda} + i_1 \frac{\Delta x_2}{\lambda} = 0 \\
 & -\bar{b}_1\varphi_1 - \bar{d}_2\varphi_2 + \bar{b}_2\varphi_3 \dots \dots \dots + \bar{a}_1 \frac{\Delta y_1}{\lambda} - \bar{p}_2 \frac{\Delta y_2}{\lambda} + \bar{a}_2 \frac{\Delta y_3}{\lambda} \dots \dots \dots + i_1 \frac{\Delta x_1}{\lambda} - j_2 \frac{\Delta x_2}{\lambda} = 0 \\
 & \quad \quad \quad -\bar{b}_2\varphi_2 - \bar{d}_3\varphi_3 + \bar{b}_3\varphi_4 \dots \dots \dots + \bar{a}_2 \frac{\Delta y_2}{\lambda} - \bar{p}_3 \frac{\Delta y_3}{\lambda} + \bar{a}_3 \frac{\Delta y_4}{\lambda} \dots \dots \dots = 0 \\
 & \quad \quad \quad \quad \quad \quad -\bar{b}_3\varphi_3 - \bar{d}_4\varphi_4 + \bar{b}_4\varphi_5 \dots \dots \dots + \bar{a}_3 \frac{\Delta y_3}{\lambda} - \bar{p}_4 \frac{\Delta y_4}{\lambda} \dots \dots \dots = 0 \\
 & -\bar{j}_1\varphi_1 + \bar{g}_1\varphi_2 \dots \dots \dots - \bar{j}_1 \frac{\Delta y_1}{\lambda} + i_1 \frac{\Delta y_2}{\lambda} \dots \dots \dots - \bar{p}_1 \frac{\Delta x_1}{\lambda} + \bar{a}_1 \frac{\Delta x_2}{\lambda} = 0 \\
 & -\bar{g}_1\varphi_2 - \bar{j}_2\varphi_2 + \bar{g}_2\varphi_3 \dots \dots \dots + \bar{i}_1 \frac{\Delta y_1}{\lambda} - \bar{j}_2 \frac{\Delta y_2}{\lambda} + \bar{i}_2 \frac{\Delta y_3}{\lambda} \dots \dots \dots + \bar{a}_1 \frac{\Delta x_1}{\lambda} - \bar{p}_2 \frac{\Delta x_2}{\lambda} = 0
 \end{aligned} \tag{49}$$

となる。但し

$$\begin{aligned}
 \bar{d}_m &= \frac{k_{m-1}}{c_{m-1} - s_{m-1}} \cos \beta_{m-1} - \frac{k_m}{c_m - s_m} \cos \beta_m \\
 \bar{b}_m &= \frac{k_m}{c_m - s_m} \cos \beta_m \\
 \bar{a}_m &= \frac{k_{m-1} \cos \beta_{m-1}}{1 + \tan^2 \beta_{m-1}} \left( z_{m-1}^2 - \frac{2}{c_{m-1} - s_{m-1}} \right) + \frac{k_m \cos \beta_m}{1 + \tan^2 \beta_m} \left( z_m^2 - \frac{2}{c_m - s_m} \right) \\
 \bar{a}_m &= \frac{k_m \cos \beta_m}{1 + \tan^2 \beta_m} \left( z_m^2 - \frac{2}{c_m - s_m} \right) \\
 j_1 &= \frac{\sin \beta_0}{1 + \tan^2 \beta_0} \frac{k_0}{c_0 - s_0} - \frac{\sin \beta_1}{1 + \tan^2 \beta_0} \frac{k_1}{c_1 - s_1} \\
 j_2 &= \frac{k_1 \sin \beta_1}{1 + \tan^2 \beta_1} \frac{k_1}{c_1 - s_1} \\
 i_1 &= \frac{k_1 \sin \beta_1}{1 + \tan^2 \beta_1} \frac{k_1}{c_1 - s_1} \\
 \bar{j}_m &= \frac{\cos \beta_{m-1}}{\tan \beta_{m-1}} \frac{k_{m-1}}{c_{m-1} - s_{m-1}} - \frac{\cos \beta_m}{\tan \beta_m} \frac{k_m}{c_m - s_m} \\
 \bar{j}_m &= \frac{\cos \beta_m}{\tan \beta_m} \frac{k_m}{c_m - s_m} \\
 \bar{i}_m &= \frac{k_m \cos \beta_m}{\tan \beta_m (1 + \tan^2 \beta_m)} \left( z_m^2 - \frac{2}{c_m - s_m} \right) \\
 \bar{j}_m &= \frac{k_{m-1} \cos \beta_{m-1}}{\tan \beta_{m-1} (1 + \tan^2 \beta_{m-1})} \left( z_{m-1}^2 - \frac{2}{c_{m-1} - s_{m-1}} \right) + \frac{k_m \cos \beta_m}{\tan \beta_m (1 + \tan^2 \beta_m)} \left( z_m^2 - \frac{2}{c_m - s_m} \right) \\
 \bar{p}_m &= \frac{k_{m-1} \cos \beta_{m-1}}{1 + \tan^2 \beta_{m-1}} \left( z_{m-1}^2 - \frac{2}{c_{m-1} - s_{m-1}} \right) + \frac{k_m \cos \beta_m}{1 + \tan^2 \beta_m} \left( z_m^2 - \frac{2}{c_m - s_m} \right) \\
 \bar{a}_1 &= \frac{k_1 \cos \beta_1}{1 + \tan^2 \beta_1} \left( z_1^2 - \frac{2}{c_1 - s_1} \right)
 \end{aligned} \tag{50}$$

を表す。

以上の如くアーチ毎に平衡条件式を求めて置くと非常に便利である。

### 4. 計 算 例

計算例として径間  $2l$ 、ライズ  $f$  なるパラボラの軸を有する 2 鉸アーチが等分布荷重を受ける場合の捩屈強度を以上述べた方法により求めて見る。但しアーチの慣性モーメントは全長を通じ一定とし、且つ  $\frac{f}{l} = 0.4$  の場合とする。アーチの軸の方程式は

$$y = \frac{f(2lx - x^2)}{l^2}$$



にして、今  $n=10$  とすれば  $f=2\lambda$  となり次の表-5 が得られる。

表-5.

|                        |                                       |                            |
|------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| $y_1 = \frac{9}{25}f$  | $\tan \beta_0 = \frac{18}{25} = 0.72$ | $\beta_0 = 35^\circ - 46'$ |
| $y_2 = \frac{16}{25}f$ | $\tan \beta_1 = \frac{14}{25} = 0.56$ | $\beta_1 = 29^\circ - 15'$ |
| $y_3 = \frac{21}{25}f$ | $\tan \beta_2 = \frac{10}{25} = 0.40$ | $\beta_2 = 21^\circ - 49'$ |
| $y_4 = \frac{24}{25}f$ | $\tan \beta_3 = \frac{6}{25} = 0.24$  | $\beta_3 = 13^\circ - 30'$ |
| $y_5 = \frac{25}{25}f$ | $\tan \beta_4 = \frac{2}{25} = 0.08$  | $\beta_4 = 4^\circ - 35'$  |

従つて又次の表-6 を求めること出来る。

表-6.

| $\beta$   | $\sin \beta$ | $\cos \beta$ | $\sec \beta$ | $\frac{\cos \beta}{1 + \tan^2 \beta}$ | $\frac{\sin \beta}{1 + \tan^2 \beta}$ | $\frac{\cos \beta}{\tan \beta}$ | $\sec^2 \beta$ |
|-----------|--------------|--------------|--------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------|----------------|
| $\beta_0$ | 0.5845       | 0.8114       | 1.2324       | 0.534                                 | 0.985                                 | 1.127                           | 1.8718         |
| $\beta_1$ | 0.4886       | 0.8725       | 1.1461       | 0.664                                 | 0.372                                 | 1.558                           | 1.5055         |
| $\beta_2$ | 0.3716       | 0.9284       | 1.0771       | 0.800                                 | 0.320                                 | 2.321                           | 1.2496         |
| $\beta_3$ | 0.2334       | 0.9724       | 1.0272       | 0.919                                 | 0.221                                 |                                 | 1.0838         |
| $\beta_4$ | 0.0799       | 0.9968       | 1.0032       | 0.990                                 | 0.079                                 |                                 | 1.0096         |

次に  $\mu$  を求めると

$$\left. \begin{aligned} \mu_0 &= \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \beta_0}} = 1.37 \\ \mu_1 &= \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \beta_1}} = 1.23 \\ \mu_2 &= \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \beta_2}} = 1.12 \\ \mu_3 &= \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \beta_3}} = 1.04 \\ \mu_4 &= \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \beta_4}} = 1.00 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (51)$$

となる。

扱て先づ  $z_0 = \sqrt{\frac{H_K \lambda^2}{EJ}} = 0.15 \pi$  と假定して見る。然るときは

$$\left. \begin{aligned} z_0 &= 0.21 \pi \\ z_1 &= 0.18 \pi \\ z_2 &= 0.17 \pi \\ z_3 &= 0.16 \pi \\ z_4 &= 0.15 \pi \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (52)$$

となり、

曲げモーメントの平衡条件式は (43) 式より

$$\left. \begin{aligned}
 (1) \quad & 5.615 \varphi_1 + 1.755 \varphi_2 & + 2.408 \frac{\Delta y_1}{\lambda} - 3.763 \frac{\Delta y_2}{\lambda} & + 1.077 \frac{\Delta x_1}{\lambda} - 2.220 \frac{\Delta x_2}{\lambda} = 0 \\
 (2) \quad & 1.755 \varphi_1 + 7.130 \varphi_2 + 1.866 \varphi_3 & + 2.963 \frac{\Delta y_1}{\lambda} + 0.815 \frac{\Delta y_2}{\lambda} - 4.773 \frac{\Delta y_3}{\lambda} & + 2.220 \frac{\Delta x_1}{\lambda} - 2.220 \frac{\Delta x_2}{\lambda} = 0 \\
 (3) \quad & 1.866 \varphi_2 + 7.535 \varphi_3 + 1.954 \varphi_4 & + 4.773 \frac{\Delta y_2}{\lambda} + 0.713 \frac{\Delta y_3}{\lambda} - 5.471 \frac{\Delta y_4}{\lambda} & = 0 \\
 (4) \quad & 1.954 \varphi_3 + 7.815 \varphi_4 + 2.002 \varphi_5 & + 5.471 \frac{\Delta y_3}{\lambda} - 0.056 \frac{\Delta y_4}{\lambda} & = 0 \\
 (5) \quad & 2.002 \varphi_4 + 3.953 \varphi_5 & + 5.455 \frac{\Delta y_4}{\lambda} & = 0
 \end{aligned} \right\} \dots (53)$$

となり、剪断力の平衡条件式は (45) 式より

$$\left. \begin{aligned}
 (6) \quad & 2.844 \varphi_1 + 5.207 \varphi_2 & + 9.036 \frac{\Delta y_1}{\lambda} - 7.713 \frac{\Delta y_2}{\lambda} & + 5.275 \frac{\Delta x_1}{\lambda} - 4.321 \frac{\Delta x_2}{\lambda} = 0 \\
 (7) \quad & -5.207 \varphi_1 + 0.337 \varphi_2 + 5.544 \varphi_3 & - 7.713 \frac{\Delta y_2}{\lambda} + 12.040 \frac{\Delta y_3}{\lambda} - 9.327 \frac{\Delta y_4}{\lambda} & - 4.321 \frac{\Delta x_1}{\lambda} + 4.321 \frac{\Delta x_2}{\lambda} = 0 \\
 (8) \quad & -5.544 \varphi_2 + 0.266 \varphi_3 + 5.810 \varphi_4 & - 9.327 \frac{\Delta y_3}{\lambda} + 20.077 \frac{\Delta y_4}{\lambda} - 10.950 \frac{\Delta y_5}{\lambda} & = 0 \\
 (9) \quad & -5.810 \varphi_3 + 0.150 \varphi_4 + 5.960 \varphi_5 & - 10.950 \frac{\Delta y_4}{\lambda} + 21.418 \frac{\Delta y_5}{\lambda} & = 0 \\
 (10) \quad & 0.016 \varphi_4 + 9.298 \varphi_5 & + 15.610 \frac{\Delta y_4}{\lambda} + 13.773 \frac{\Delta y_5}{\lambda} & + 9.036 \frac{\Delta x_1}{\lambda} - 7.713 \frac{\Delta x_2}{\lambda} = 0 \\
 & -9.298 \varphi_5 + 4.563 \varphi_6 + 13.361 \varphi_7 & - 13.773 \frac{\Delta y_5}{\lambda} + 37.091 \frac{\Delta y_6}{\lambda} - 23.313 \frac{\Delta y_7}{\lambda} & - 7.713 \frac{\Delta x_1}{\lambda} + 7.713 \frac{\Delta x_2}{\lambda} = 0
 \end{aligned} \right\} \dots (54)$$

となる。(53) 式より  $\varphi$  を求めると

$$\left. \begin{aligned}
 \varphi_1 &= -0.254 \frac{\Delta y_1}{\lambda} + 0.718 \frac{\Delta y_2}{\lambda} - 0.225 \frac{\Delta y_3}{\lambda} + 0.062 \frac{\Delta y_4}{\lambda} - 0.096 \frac{\Delta x_1}{\lambda} + 0.305 \frac{\Delta x_2}{\lambda} \\
 \varphi_2 &= -0.530 \frac{\Delta y_1}{\lambda} - 0.120 \frac{\Delta y_2}{\lambda} + 0.745 \frac{\Delta y_3}{\lambda} - 0.205 \frac{\Delta y_4}{\lambda} - 0.310 \frac{\Delta x_1}{\lambda} + 0.254 \frac{\Delta x_2}{\lambda} \\
 \varphi_3 &= +0.142 \frac{\Delta y_1}{\lambda} - 0.659 \frac{\Delta y_2}{\lambda} - 0.075 \frac{\Delta y_3}{\lambda} + 0.727 \frac{\Delta y_4}{\lambda} + 0.083 \frac{\Delta x_1}{\lambda} - 0.068 \frac{\Delta x_2}{\lambda} \\
 \varphi_4 &= -0.041 \frac{\Delta y_1}{\lambda} + 0.188 \frac{\Delta y_2}{\lambda} - 0.786 \frac{\Delta y_3}{\lambda} + 0.204 \frac{\Delta y_4}{\lambda} - 0.024 \frac{\Delta x_1}{\lambda} + 0.020 \frac{\Delta x_2}{\lambda} \\
 \varphi_5 &= +0.021 \frac{\Delta y_1}{\lambda} - 0.095 \frac{\Delta y_2}{\lambda} + 0.397 \frac{\Delta y_3}{\lambda} - 1.476 \frac{\Delta y_4}{\lambda} + 0.012 \frac{\Delta x_1}{\lambda} - 0.010 \frac{\Delta x_2}{\lambda}
 \end{aligned} \right\} \dots (55)$$

となり、之の値を (54) 式に代入すれば

$$\left. \begin{aligned}
 5.554 \frac{\Delta y_1}{\lambda} - 6.296 \frac{\Delta y_2}{\lambda} + 3.239 \frac{\Delta y_3}{\lambda} - 0.891 \frac{\Delta y_4}{\lambda} + 3.383 \frac{\Delta x_1}{\lambda} - 2.131 \frac{\Delta x_2}{\lambda} &= 0 \\
 -5.782 \frac{\Delta y_1}{\lambda} + 9.641 \frac{\Delta y_2}{\lambda} - 8.320 \frac{\Delta y_3}{\lambda} + 3.639 \frac{\Delta y_4}{\lambda} - 3.465 \frac{\Delta x_1}{\lambda} + 2.441 \frac{\Delta x_2}{\lambda} &= 0 \\
 2.738 \frac{\Delta y_1}{\lambda} - 7.743 \frac{\Delta y_2}{\lambda} + 11.360 \frac{\Delta y_3}{\lambda} - 8.235 \frac{\Delta y_4}{\lambda} + 1.601 \frac{\Delta x_1}{\lambda} - 1.310 \frac{\Delta x_2}{\lambda} &= 0 \\
 -0.706 \frac{\Delta y_1}{\lambda} + 3.256 \frac{\Delta y_2}{\lambda} - 8.066 \frac{\Delta y_3}{\lambda} + 8.428 \frac{\Delta y_4}{\lambda} - 0.414 \frac{\Delta x_1}{\lambda} + 0.338 \frac{\Delta x_2}{\lambda} &= 0 \\
 9.154 \frac{\Delta y_1}{\lambda} - 10.569 \frac{\Delta y_2}{\lambda} + 5.573 \frac{\Delta y_3}{\lambda} - 1.533 \frac{\Delta y_4}{\lambda} + 5.576 \frac{\Delta x_1}{\lambda} - 3.516 \frac{\Delta x_2}{\lambda} &= 0 \\
 -11.861 \frac{\Delta y_1}{\lambda} + 20.816 \frac{\Delta y_2}{\lambda} - 18.866 \frac{\Delta y_3}{\lambda} + 8.565 \frac{\Delta y_4}{\lambda} - 7.084 \frac{\Delta x_1}{\lambda} + 5.094 \frac{\Delta x_2}{\lambda} &= 0
 \end{aligned} \right\} \dots (56)$$

となる。之の (56) 式の係数の行列式は

$$\begin{vmatrix}
 5.554 & -6.296 & 3.239 & -0.891 & 3.383 & -2.131 \\
 -5.782 & 9.641 & -8.320 & 3.639 & -3.465 & 2.441 \\
 2.738 & -7.743 & 11.360 & -8.235 & 1.601 & -1.310 \\
 -0.706 & 3.256 & -8.066 & 8.428 & -0.414 & 0.338 \\
 9.154 & -10.569 & 5.573 & -1.533 & 5.576 & -3.516 \\
 -11.861 & 20.816 & -18.866 & 8.565 & -7.084 & 5.094
 \end{vmatrix} = -9.6 \times 10^{-4} \dots (57)$$

となる。

次に  $z_c = \sqrt{\frac{H_c \lambda^2}{EJ}} = 0.20 \pi$  と假定して見る。従つて

$$\left. \begin{aligned} z_0 &= 0.27 \pi \\ z_1 &= 0.25 \pi \\ z_2 &= 0.22 \pi \\ z_3 &= 0.21 \pi \\ z_4 &= 0.20 \pi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (58)$$

となり、曲げモーメントの平衡条件式は

$$\left. \begin{aligned} (1) \quad & 5733y_1 + 1763y_2 & + 2.419 \frac{y_1}{\lambda} - 3.943 \frac{y_2}{\lambda} & + 1.111 \frac{x_1}{\lambda} - 2.209 \frac{x_2}{\lambda} & = 0 \\ (2) \quad & 1763y_1 + 2072y_2 + 1872y_3 & + 3.943 \frac{y_1}{\lambda} - 0.819 \frac{y_2}{\lambda} - 4.762 \frac{y_3}{\lambda} & - 2.209 \frac{x_1}{\lambda} - 2.209 \frac{x_2}{\lambda} & = 0 \\ (3) \quad & 1872y_2 + 2.487y_3 + 1.759y_4 & + 4.762 \frac{y_2}{\lambda} + 0.712 \frac{y_3}{\lambda} - 5.474 \frac{y_4}{\lambda} & & = 0 \\ (4) \quad & 1.759y_3 + 2.767y_4 + 2.007y_5 & + 5.474 \frac{y_3}{\lambda} - 0.056 \frac{y_4}{\lambda} & & = 0 \\ (5) \quad & 2.007y_4 + 3.934y_5 & + 5.416 \frac{y_4}{\lambda} & & = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (59)$$

となり、更に剪断力の平衡条件式は

$$\left. \begin{aligned} (6) \quad & 2.865y_1 + 5.180y_2 & + 5.616 \frac{y_1}{\lambda} - 2.476 \frac{y_2}{\lambda} & + 5.010 \frac{x_1}{\lambda} - 4.188 \frac{x_2}{\lambda} & = 0 \\ (7) \quad & -5.180y_1 + 0.346y_2 + 5.520y_3 & - 2.476 \frac{y_1}{\lambda} + 6.617 \frac{y_2}{\lambda} - 9.141 \frac{y_3}{\lambda} & - 4.188 \frac{x_1}{\lambda} + 4.188 \frac{x_2}{\lambda} & = 0 \\ (8) \quad & -5.520y_2 + 0.246y_3 + 5.742y_4 & - 9.141 \frac{y_2}{\lambda} + 19.689 \frac{y_3}{\lambda} - 10.547 \frac{y_4}{\lambda} & & = 0 \\ (9) \quad & -5.742y_3 + 0.149y_4 + 5.941y_5 & - 10.547 \frac{y_3}{\lambda} + 21.023 \frac{y_4}{\lambda} & & = 0 \\ (10) \quad & 6.036y_4 + 2.251y_5 & + 14.933 \frac{y_4}{\lambda} - 13.350 \frac{y_5}{\lambda} & + 8.616 \frac{x_1}{\lambda} - 7.476 \frac{x_2}{\lambda} & = 0 \\ (11) \quad & -9.251y_4 + 4.564y_5 + 13.875y_6 & - 13.350 \frac{y_4}{\lambda} + 13.620 \frac{y_5}{\lambda} - 22.852 \frac{y_6}{\lambda} & - 7.476 \frac{x_1}{\lambda} - 7.476 \frac{x_2}{\lambda} & = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (60)$$

となる。

(59) 式より  $\varphi$  を解けば

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 &= -0.259 \frac{\Delta y_1}{\lambda} + 0.726 \frac{\Delta y_2}{\lambda} - 0.231 \frac{\Delta y_3}{\lambda} + 0.064 \frac{\Delta y_4}{\lambda} - 0.093 \frac{\Delta x_1}{\lambda} + 0.307 \frac{\Delta x_2}{\lambda} = 0 \\ \varphi_2 &= -0.531 \frac{\Delta y_1}{\lambda} - 0.124 \frac{\Delta y_2}{\lambda} + 0.751 \frac{\Delta y_3}{\lambda} - 0.209 \frac{\Delta y_4}{\lambda} - 0.310 \frac{\Delta x_1}{\lambda} + 0.254 \frac{\Delta x_2}{\lambda} = 0 \\ \varphi_3 &= 0.144 \frac{\Delta y_1}{\lambda} - 0.652 \frac{\Delta y_2}{\lambda} - 0.076 \frac{\Delta y_3}{\lambda} - 0.729 \frac{\Delta y_4}{\lambda} + 0.084 \frac{\Delta x_1}{\lambda} - 0.069 \frac{\Delta x_2}{\lambda} = 0 \\ \varphi_4 &= -0.042 \frac{\Delta y_1}{\lambda} + 0.180 \frac{\Delta y_2}{\lambda} - 0.790 \frac{\Delta y_3}{\lambda} + 0.206 \frac{\Delta y_4}{\lambda} - 0.024 \frac{\Delta x_1}{\lambda} + 0.020 \frac{\Delta x_2}{\lambda} = 0 \\ \varphi_5 &= 0.021 \frac{\Delta y_1}{\lambda} - 0.092 \frac{\Delta y_2}{\lambda} + 0.403 \frac{\Delta y_3}{\lambda} - 1.482 \frac{\Delta y_4}{\lambda} + 0.012 \frac{\Delta x_1}{\lambda} - 0.010 \frac{\Delta x_2}{\lambda} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (61)$$

となる。之の値を (60) 式に代入すれば

$$\left. \begin{aligned} & 5.123 \frac{\Delta y_1}{\lambda} - 6.038 \frac{\Delta y_2}{\lambda} + 3.228 \frac{\Delta y_3}{\lambda} - 0.900 \frac{\Delta y_4}{\lambda} + 3.123 \frac{\Delta x_1}{\lambda} - 1.992 \frac{\Delta x_2}{\lambda} = 0 \\ & - 5.522 \frac{\Delta y_1}{\lambda} + 9.210 \frac{\Delta y_2}{\lambda} - 8.104 \frac{\Delta y_3}{\lambda} + 3.624 \frac{\Delta y_4}{\lambda} - 3.323 \frac{\Delta x_1}{\lambda} + 2.305 \frac{\Delta x_2}{\lambda} = 0 \\ & 2.729 \frac{\Delta y_1}{\lambda} - 7.586 \frac{\Delta y_2}{\lambda} + 10.942 \frac{\Delta y_3}{\lambda} - 8.005 \frac{\Delta y_4}{\lambda} + 1.596 \frac{\Delta x_1}{\lambda} - 1.306 \frac{\Delta x_2}{\lambda} = 0 \\ & - 0.715 \frac{\Delta y_1}{\lambda} + 3.256 \frac{\Delta y_2}{\lambda} - 7.831 \frac{\Delta y_3}{\lambda} + 8.027 \frac{\Delta y_4}{\lambda} - 0.420 \frac{\Delta x_1}{\lambda} + 0.344 \frac{\Delta x_2}{\lambda} = 0 \\ & 8.458 \frac{\Delta y_1}{\lambda} - 10.115 \frac{\Delta y_2}{\lambda} + 5.554 \frac{\Delta y_3}{\lambda} - 1.547 \frac{\Delta y_4}{\lambda} + 5.156 \frac{\Delta x_1}{\lambda} - 3.273 \frac{\Delta x_2}{\lambda} = 0 \\ & - 11.388 \frac{\Delta y_1}{\lambda} + 19.913 \frac{\Delta y_2}{\lambda} - 18.337 \frac{\Delta y_3}{\lambda} + 8.525 \frac{\Delta y_4}{\lambda} - 6.824 \frac{\Delta x_1}{\lambda} + 4.849 \frac{\Delta x_2}{\lambda} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (62)$$

となる。従つて

|         |         |         |        |        |        |                                       |
|---------|---------|---------|--------|--------|--------|---------------------------------------|
| 5.123   | -6.038  | 3.228   | -0.900 | 3.123  | -1.932 | = +29.2 × 10 <sup>-4</sup> ..... (63) |
| -5.522  | 9.210   | -8.104  | 3.624  | -3.323 | 2.305  |                                       |
| 2.729   | -7.586  | 10.942  | -8.005 | 1.596  | -1.306 |                                       |
| -0.715  | 3.256   | -7.831  | 8.027  | -0.420 | 0.344  |                                       |
| 8.458   | -10.115 | 5.554   | -1.547 | 5.156  | -3.273 |                                       |
| -11.388 | 19.913  | -18.337 | 8.525  | -6.824 | 4.842  |                                       |

以上の計算結果より  $\varepsilon_0 = 0.162 \pi$  となる。 $\varepsilon_0 = \sqrt{\frac{H_k A^2}{EJ}}$  なるを以つて

$$H_k = 6.47 \frac{EJ}{l^2} \dots\dots\dots (64)$$

となる。

次に計算は省略して結果のみをあげると、 $\Delta x_1$  のみを考慮したる場合には同じく  $\varepsilon_0 = 0.162 \pi$  となり、 $H_k$  は全く (64) 式と同様となる。更に  $\Delta x$  を全く省略して計算すれば  $\varepsilon_0 = 0.172 \pi$  となり

$$H_k = 7.30 \frac{EJ}{l^2} \dots\dots\dots (65)$$

となる。

以上求めた計算の結果を A. Lockschin が正確に微分方程式より求めたる値と比較すると (64) 式は 9-%、(65) 式は +3% の差があるが、K. Federhofer につぐ良好なる値にして、R. Mayer, E. Chwalla, J. Fritsche のいづれよりもすぐれてゐる (表-4 を参照せられたい)。又上の計算例よりして  $\Delta x$  は  $\Delta x_1$  のみ考へれば充分なることが知られる。

### 5. 結 論

以上述べたる結果を要約すれば次の通りである。

1. 撓角撓度法によるソリッド・リブ・アーチの挫屈強度の計算法はアーチ・リブの慣性モーメントが一定の場合でも、變化する場合でも、等しく適用することが出来、然かも結果は充分信頼し得る。
2.  $\Delta x$  はスプリングの次の分割點に於てのみ、即ち  $\Delta x_1$  のみを考慮するだけで充分である。
3. 撓角を變位の項で表す場合イテラチオン法によると便利である。
4. 撓角撓度法による挫屈強度の計算法は理論は極めて單純であり、各アーチに對する一般式を示してあるから、初等代數學程度の知識があれば誰でも出来る。
5. ソリッド・リブ・アーチの挫屈強度の計算法としても、撓角撓度法による方法は極めてすぐれた方法と云ふことが出来る。

最後に計算の一部と圖面のトレーシングを同室の内務技手安藤隆敏君に依頼した。茲に厚く感謝する。