

# 論 說 報 告

第 26 卷 第 11 號 昭和 15 年 11 月

## 軌 條 の 撓 み に 就 い て

(昭和 15 年 4 月 4 日第 4 回工學會大會講演會に於て)

會 員 板 橋 三 郎\*

### 目 次

- |               |                                      |
|---------------|--------------------------------------|
| 1. 緒 言        | (2) 實 驗 値                            |
| 2. 彎曲試験による撓み  | (3) 計算式の誘導                           |
| (1) 試験方法      | (a) 弾性限界内                            |
| (2) 試験軌條の化學成分 | (b) 弾性限界外                            |
| (3) 試験軌條の断面性能 | (4) 計算値と實驗値との比較                      |
| (4) 實驗値       | 4. 其 他                               |
| (5) 計算式の誘導    | (1) 錘の高さ ( $h$ ) と相當靜荷重 ( $p$ ) との関係 |
| (a) 弾性限界内     | (2) 錘の重さ ( $W$ ) と高さ ( $h$ ) との関係    |
| (b) 弾性限界外     | (3) 各種軌條に對する公平なる錘の高さ                 |
| 3. 落重試験による撓み  | 5. 結 言                               |
| (1) 試験方法      |                                      |

## 1. 緒 言

最近各鐵道局に一ヶ所宛軌條の修繕工場を造ることゝなつたが、其の工場で軌條の強度試験も行ふことになつてゐる。

其の際行ふ試験の中、彎曲試験と落重試験とに就いて、兩者による撓みの相互關係を考へ之を實驗値と比較してみた。

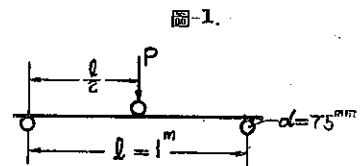
又其の際剪斷力の影響を考慮に入れ、軌條に對する定數を決定した。

## 2. 彎曲試験による撓み

### 1. 試験方法

彎曲試験は八幡製鐵所のモールド試験機 (能力 150 t) を用ひ、圖-1 の如く徑間 1 m として中央に (軌條頭部より底部に向つて) 負荷した。

試験片の長さは 1.5 m で支座及び荷重座共に直徑 75 mm のローラーを用ひ、荷重は靜かに漸増し、2.5 t を増す毎に中央の最大撓み量を測定した。



### 2. 試験軌條の化學成分

軌條は鐵道省で用ひてゐる 3 種類であつて規格及び試験片の化學成分は表-1 の通りであつた。

表-1. 彎曲試験軌條化學成分

軌條別		C	Mn	Si	P	S	抗張力	延伸率
軌條重	番 號	%	%	%	%	%	kg/sq mm	%
鐵道省規格		0.45-0.60	0.60-0.90	0.20以下	0.055以下	0.05以下	65以上	12以上
30 kg (A.S.C.E.)	No. 1	.55	.80	.08	.030	.029	77.4	15.5
	" 2	.60	.73	.10	.016	.027	79.5	12.5
	" 3	.57	.61	.12	.018	.032	80.8	13.0
	" 4	.58	.66	.12	.015	.026	76.5	14.0
	" 5	.54	.64	.13	.016	.030	79.5	14.0
37 kg (A.S.C.E.)	No. 1	.59	.72	.09	.015	.024	77.3	15.0
	" 2	.56	.73	.10	.030	.026	74.5	17.0
	" 3	.58	.79	.08	.021	.031	77.7	14.5
	" 4	.59	.69	.12	.017	.027	76.9	14.5
	" 5	.58	.69	.13	.024	.032	76.6	16.0
	" 6	.58	.66	.10	.030	.034	77.2	17.0
	" 7	.52	.77	.10	.031	.033	86.9	12.0
50 kg (P.S.)	No. 1	.56	.67	.10	.014	.035	72.0	17.5
	" 2	.52	.60	.10	.026	.052	65.6	18.5
	" 3	.54	.70	.12	.010	.034	63.6	17.5
	" 4	.60	.61	.09	.014	.038	77.6	17.5
	" 5	.48	.72	.10	.021	.034	70.0	19.0
	" 6	.59	.66	.09	.047	.045	73.8	17.5

3. 試験軌條の斷面性能

表-2.

名 稱	單 位	30 kg(A.S.C.E.)	37 kg(A.S.C.E.)	50 kg (P.S.)
斷 面 積	cm <sup>2</sup>	33.26	47.28	64.33
中 立 軸 の 高 さ	cm	52.07	58.42	66.88
慣性モーメント(水平軸)	cm <sup>4</sup>	604.4	951.5	1744.
同 上 (垂直軸)	cm <sup>4</sup>	152.0	277.0	377.
斷面係數(頭 部)	cm <sup>3</sup>	108.2	149.1	224.8
同 上 (底 部)	cm <sup>3</sup>	116.1	162.9	262.1

4. 實 驗 値

實験の結果は末尾に圖-1~3に示す通りである。

圖に於て中央の實線は誘導したる計算式の曲線であり、上下の點線は試験に現れた上限及び下限を示す。

耐へ得た最大荷重及び之に對する撓みは表-3の通りである。

尙試験軌條は 30 kg No. 2, 3 を除いて全部折損した。

この最大荷重迄の撓みは求めた實験式があてはまる。之から先は荷重を増さなくても撓みは急に進行して、遂に折損するに至ること一般の抗張試験と同様である。

5. 計算式の誘導

前記實験の結果が、計算に依つて出した値と一致するかどうかを考へてみる事とする。

計算式の誘導に當り彈性限界内と彈性限界外とに分けて考へる。

表-3. 耐へ得た最大荷重及び撓み

		30 kg	37 kg	50 kg
最大荷重(t)	最大	53.2	75.8	107.7
	最小	46.1	61.7	97.2
	平均	48.3	67.2	103.0
同撓上のみ(m.m)	最大	117.	107.	119.
	最小	67	66	81
	平均	84	88	93
試 験 本 數		5	7	6



剪断力の弾性エネルギー (Shearing resilience)

$$V = \int_{-y_2}^{y_1} \frac{\tau^2}{zG} \cdot z \cdot l \cdot dy = \frac{l}{zG} \int_{-y_2}^{y_1} \tau^2 \cdot z \cdot dy$$

但し

$\tau$  = 剪断力の強さ

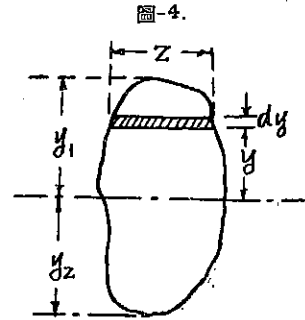
$z$  = 断面の任意の高さに於ける幅

今剪断力に起因する撓みを  $\delta_s$  とすれば、

$$\frac{1}{z} p \cdot \delta_s = V \dots \dots \dots (a)$$

or  $\delta_s = \frac{KPl}{4AG} \dots \dots \dots (b)$

(a), (b) より  $K = \frac{8AGV}{Pl} \dots \dots \dots (c)$



圓形及び矩形の断面に就ては、 $K$  の算出は容易であるが、軌條に就ては、 $V$  の値を求める時に積分する事が出来ない。そこで軌條断面を 120 の層に分けて積分に代へて算出した。

$K$  の値は 37 kg 軌條に就て求めたが、この値を 30 kg, 50 kg 軌條に適用しても大差ないと考へる。

斯くして得た  $K$  の値及び之を用ひて算出した

$m$  の値は表-4 の通りである。

この表に見る如く、圓形や矩形の場合は剪断力の影響は 2.3% に過ぎないが、軌條の彎曲試験の場合は 12% 乃至 21% に及ぶから無視出来ない。

併し軌條の場合でも、徑間が 3 m 以上になれば誤差は無視し得る程度である。

尙 I 型桁、鋲桁等も剪断力の影響は大きくなるから注意を要する。

かくて、實驗値と、(4) 式、(4)'' 式の値とを示せば表-5 の通りである。

表-4.  $K, m$  の値

断面の形	$K$	$m$	備考
圓形	$\frac{10}{9} = 1.1$	1.02	$m$ の値は $\frac{h}{l} = \frac{1}{10}$ の場合
矩形	$\frac{6}{5} = 1.2$	1.03	— " —
軌條 (30 kg)	$\frac{5}{2} = 2.5$	1.12	$m$ の値は徑間 1m の場合
" (37 kg)	"	1.16	"
" (50 kg)	"	1.21	"

表-5. 弾性限内計算値と實驗値

A 30 kg 軌條

撓(m.m)	荷重(t)			
	1	5	10	15
(4) 式	0.17	0.86	1.72	2.58
(4)'' 式	0.19	0.96	1.93	2.89
實驗値		1.10	1.94	2.94

B 37 kg 軌條

撓(m.m)	荷重(t)				
	1	5	10	15	20
(4) 式	0.11	0.55	1.10	1.65	2.20
(4)'' 式	0.13	0.64	1.30	1.91	2.60
實驗値		0.63	1.30	2.00	2.63

C 50 kg 軌條

撓(m.m)	荷重(t)						
	1	5	10	15	20	25	30
(4) 式	0.06	0.30	0.60	0.90	1.20	1.50	1.80
(4)'' 式	0.07	0.36	0.73	1.09	1.45	1.82	2.18
實驗値		0.50	0.93	1.35	1.72	2.13	2.53

但し計算に於て

徑間 = 1 m

$E = 2000000 \text{ kg/cm}^2$  (測定値)

$I = 604.4 \text{ cm}^4 \dots \dots \dots 30 \text{ kg}$

951.5 cm<sup>4</sup>.....37 kg  
 1744 cm<sup>4</sup>.....50 kg

50 kg 軌條は計算と多少違ふが試験片の弾性係数が上記の数より少かつた爲であらう。

(b) 弾性限界外

彎曲試験による撓みは末尾圖-9~11 に示したが、之は圖-5 の様に OA, AB の二部分に分けて考へられる。

OA...弾性限界内(直線), AB...弾性限界外(曲線)

弾性限界外の撓みは、理論的に求める一般式は無い様である。故に實驗値が計算式と一致するかどうかを比較することは出来なかつた。只此處では實驗式を求めて置く。

一般に、圖-6 の様な曲線は、次式で表はされる。

$$y = Kx^n$$

この圖-6 の原点 0 が圖-5 の 0'(a, b) に移つたと考へれば、圖-5 AB の部分は次式で表はされる。

$$P = K(\delta - a)^n + b \dots\dots\dots(5)$$

or

$$\delta = \frac{1}{K^{\frac{1}{n}}}(P - b)^{\frac{1}{n}} + a \dots\dots\dots(5)'$$

この式の a, b, n, K の値を、實驗値より決定することは相當に煩瑣である。

30 kg 軌條に就いて求めた結果は

$$a = 3, \quad b = 12, \quad K = 8, \quad n = \frac{1}{3}$$

となり、次の實驗式を得た。

$$P = 8(\delta - 3)^{\frac{1}{3}} + 12 \dots\dots\dots(6)$$

次は 37 kg 及び 50 kg に對する式を求めるのであるが、茲で都合な事には、圖-9~11 を比較して、次の様な面白い關係を見出した。

即ち 30 kg, 37 kg, 50 kg 共、同一撓みを生ぜしめる爲めには、荷重の間に次の關係がある。

$$\frac{P_1}{1} = \frac{P_2}{1.5} = \frac{P_3}{2.2}$$

但し P<sub>1</sub>, P<sub>2</sub>, P<sub>3</sub> は夫々 30 kg, 37 kg, 50 kg に對する荷重

$$\therefore 37 \text{ kg} \dots\dots\dots P_2 = 1.5 P_1$$

$$50 \text{ kg} \dots\dots\dots P_3 = 2.2 P_1$$

故に 30 kg, 37 kg, 50 kg に共通な一般式として次式を得る。

$$P = c \{ K(\delta - a)^n + b \} \dots\dots\dots(7)$$

$$\text{or } \delta = \frac{1}{K^{\frac{1}{n}}} \left( \frac{P}{c} - b \right)^{\frac{1}{n}} + a \dots\dots\dots(7)'$$

(7)' 式に  $a = 3, \quad b = 12, \quad K = 8, \quad n = \frac{1}{3}$

を代入すれば、

$$\delta = \frac{1}{512} \left( \frac{P}{c} - 12 \right)^3 + 3 \dots\dots\dots(7)''$$

但し

$$c = 1 \quad \text{for 30 kg Rail}$$

圖-5.

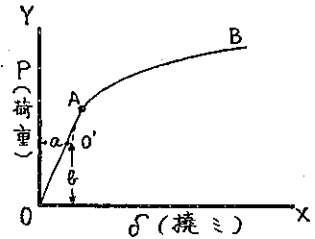
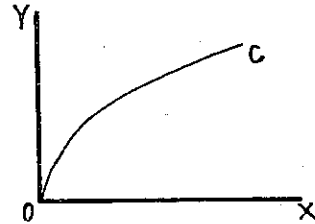


圖-6.



- =1.5 for 37 kg Rail
- =2.2 for 50 kg Rail

即ち (7)'' 式が求むる実験式である。

この  $c$  の値は断面係数の比に近似してゐる。

### 3. 落重試験による撓み

#### 1. 試験方法

実験に用ひた機械は製鐵所設備の落重試験機であつて、圖-7 はその略圖を示したものである。

実験軌條は長さ 1.5 m で頭部を上にして試験した。

高さは 1 m の間隔に高くして行き、各回 2 本乃至 3 本宛試験した。

撓みの測定は、試験軌條の中央下部に粘土を置き、瞬間の最大撓みを測定すると共に、永久撓みも測つた。

#### 2. 実験値

実験の結果を圖示したのが末尾圖-12~14 である。

圖に於て

○印は試験軌條の間隙撓み、×印は永久撓みである。

#### 3. 計算式の誘導

落重試験及び彎曲試験兩者に於て、徑間相等しく、且つ撓み量が相等しい時には、なされた仕事量も相等しい、との假定の下に、前述彎曲試験の計算式より落重試験の時の式を誘導し、実験結果と照合検討する事にする。

##### (a) 弾性限界内

$W$  なる錘を、高さ  $h$  から單純梁の中央に落下した時と同じ撓みを生ずる相當靜荷重を  $P$  とすれば

$P$  による梁の中央の撓みは前述の通り

$$\delta = \frac{mPl^3}{48EI} \dots\dots\dots (4)'$$

$$P \text{ のなした仕事量} = \frac{P\delta}{2}$$

$W$  が  $h$  の高さより落下して  $\delta$  の撓みを與へた時

$$W \text{ のなした仕事量} = W(h+\delta)$$

この兩者を相等しいとおけば、

$$\frac{P\delta}{2} = W(h+\delta) \dots\dots\dots (8)$$

(4)', (8) の兩式より  $P$  を消去すれば、

$$\delta = \frac{mWl^3}{48EI} \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{96EIh}{mWl^3}} \right) \dots\dots\dots (9)$$

之が  $W$  なる錘を高さ  $h$  より落下した時の撓みを示す式である。

併し落重試験機は  $W=1t, l=1m$  で、弾性限界は僅か  $h=50m.m$  未滿位であるから、実験は不可能であつた。

又 (9) 式に (4)' 式の  $\delta$  を代入すれば

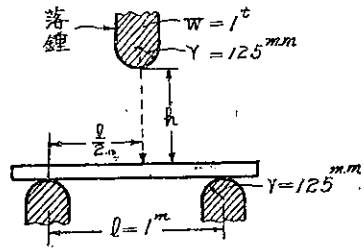
$$P = W \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{96EIh}{mWl^3}} \right) \dots\dots\dots (9)'$$

之は  $W$  を  $h$  から落下した時の相當靜荷重を表はす式である。

この式は落石止め等構造物の設計に應用出来る式である。

##### (b) 弾性限界外

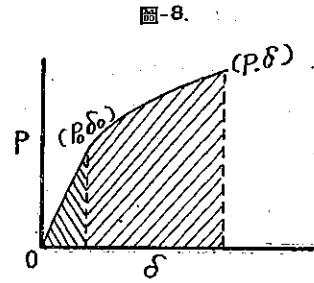
圖-7. 落重試験機略圖



前段同様に錘  $W$  のなした仕事と、相当静荷重  $P$  のなした仕事と等しいとをけば、次式を得る。

$$W(h+\delta) = \frac{P_0\delta_0}{2} + \int_{\delta_0}^{\delta} P \cdot d\delta \quad \dots\dots\dots (10)$$

この式に於て、左邊は  $W$  のなした仕事、右邊は  $P$  のなした仕事で圖-8 の面積で表はされ、第一項は弾性限界内、第二項は弾性限界外の仕事である。



第一項中の  $P_0\delta_0$  は弾性限界点の値で、表-6 の通りである（この値は理論的に正確では無いが誤差は僅少で實用上差支ない）。

次に第二項の値を求める。

表-6.

軌條別	30 kg	37 kg	50 kg
弾性限界			
$P_0(t)$	16	16 × 1.5 = 24	16 × 2.2 = 35
$\delta_0$ (m.m)	3	3	3

前記の通り

$$P = c \{K(\delta - a)^n + b\} \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\therefore \int_{\delta_0}^{\delta} P \cdot d\delta = c \int_{\delta_0}^{\delta} \{K(\delta - a)^n + b\} \cdot d\delta$$

$$= \frac{cK}{n+1} \{(\delta - a)^{n+1} - (\delta_0 - a)^{n+1}\} + bc(\delta - \delta_0)$$

$$\therefore W(h+\delta) = \frac{P_0\delta_0}{2} + \frac{cK}{n+1} \{(\delta - a)^{n+1} - (\delta_0 - a)^{n+1}\} + bc(\delta - \delta_0) \quad \dots\dots\dots (11)$$

この式に於て  $W, h$  を與ふれば落下した瞬間の撓み  $\delta$  を計算することが出来る。

(11) 式に  $a, b, n, K, P_0, \delta_0$  の値を代入すれば次式を得る

$$\begin{aligned} W(h+\delta) &= 6c \{4 + (\delta - 3)^{\frac{4}{3}} + 2(\delta - 3)\} \\ &= 6c \{(\delta - 3)^{\frac{4}{3}} + 2(\delta - 1)\} \quad \dots\dots\dots (11)' \end{aligned}$$

$W = 1t$  の時は

$$h = 6c \{(\delta - 3)^{\frac{4}{3}} + 2(\delta - 1)\} - \delta \quad \dots\dots\dots (12)$$

この式が本試験の時の  $h$  と  $\delta$  の関係式である。

之等の式を通じ  $a, b, n, K, c$  の値は前述の如く次の通り、

$a$ .....	3 m.m	$c$ .....	1 for 30 kg rail
$b$ .....	12 m.m		1.5 for 37 kg rail
$n$ .....	1/3		2.2 for 50 kg rail
$K$ .....	8		

(12) 式を圖示したのが末尾圖-15 である。

#### 4. 計算値と實驗値との比較

計算値と實驗値との比較は末尾圖-12~14 に示す通りである。

實驗の結果  $\delta$  の値は計算値より平均 20% 少い。この原因は次の如きものと想像される。

(a) 計算値は彎曲試験より導いたもので、その支點及び荷重點に半徑 37.5 m.m のローラーを用ひた。然るに實驗した落重試験装置は支點及び荷重點共半徑 125 mm であつた。それ故撓みが大となるにつれ、支點が内方へ移動し、徑間が小となり、従つて撓みが小さくなる傾向となる（圖-1.7 参照）。

(b) 錘の半徑が大であるから、撓みが進むと錘は軌條と或る長さで接觸し、局部的に分布荷重となり、之又撓みを小さくする原因となる。

(c) 計算では彎曲試験の時も、落重試験の時も同じ弾性曲線となると假定したが、精確には實際と異なるものである。

衝擊荷重と靜荷重との關係は更に研究を要する。

4. 其 他

1. 錘の高さ ( $h$ ) と相当静荷重 ( $P$ ) との関係

(11) 式  $W(h+\delta) = \frac{P_0\delta_0}{2} + \frac{cK}{n+1} \{(\delta-a)^{n+1} - (\delta_0-a)^{n+1}\} + bc(\delta-\delta_0)$

(7)' 式  $\delta = \frac{1}{K^{\frac{1}{n}}} \left( \frac{P}{c} - b \right)^{\frac{1}{n}} + a$

より、  $W \left\{ h + \frac{1}{K^{\frac{1}{n}}} \left( \frac{P}{c} - b \right)^{\frac{1}{n}} + a \right\}$   
 $= \frac{P_0\delta_0}{2} + \frac{c}{K^{\frac{1}{n}}} \left[ \frac{1}{n+1} \left\{ \left( \frac{P}{c} - b \right)^{\frac{n+1}{n}} - \left( \frac{P_0}{c} - b \right)^{\frac{n+1}{n}} \right\} + b \left\{ \left( \frac{P}{c} - b \right)^{\frac{1}{n}} - \left( \frac{P_0}{c} - b \right)^{\frac{1}{n}} \right\} \right]$  .....(13)

今  $W=1t$  として定数を挿入すれば、

$h = \frac{1}{2048} \cdot \frac{1}{c^3} (P-12c)^3 (3P+12c-4) + 24c - 3$  .....(13')

これを図示したのが末尾 圖-16 である。

之も前述の如き誤差を含む譯である。

2. 錘の重さ ( $W$ ) と高さ ( $h$ ) との関係

普通落重試験には  $W=1t$  の錘を用ひてゐるが、この錘の重さを變へた時、高さを幾何にすれば同一な撓みになるか、即ち仕事量が同じになるかを考へる事とする。

$W$  を高さ  $h$  から落した時の仕事 =  $W(h+\delta)$  .....(a)

又  $W'$  を高さ  $h'$  から落した時の仕事 =  $W'(h'+\delta)$  .....(b)

この兩者の仕事量を相等しと置き、

$W(h+\delta) \equiv W'(h'+\delta)$

$W=1t$  とすれば

$h+\delta = W'(h'+\delta)$  .....(c)

$\therefore h' = \frac{h+\delta}{W'} - \delta$  .....(14)

この式から高さを計算すればよい。

若し高さが 1 m 以上であれば、 $\delta$  を無視してもその誤差は大體 3% 以下であるから實用上差支ない。

然る時は  $h' = \frac{h}{W'}$  .....(14')

即ち錘を倍にすれば高さは半分になり、その關係は反比例である。

之を圖示したものが末尾 圖-17 である。

3. 各種軌條に對する公平な錘の高さ

現在の規定は次の通りになつてゐる。

30 kg	3.5 m
37 kg	5.0 m
50 kg	8.0 m

この高さから錘を落すと、軌條は彈性限を越すのであるが、その時に龜裂の生じないものを合格としてゐる。

或一種の軌條に對して、落下高の絶體値を幾何にすべきかは經驗に依つて定めるのである。

併し乍ら 30 kg, 37 kg, 50 kg 共同一効果を與へるやうに試験する必要があるから、高さ相互間には一定的關係がある筈である。

之に對しては、八幡製鐵所内研究所の元森技師の實驗がある。それは、大さを異にする軌條に對して、落下高を



公平にする爲には、径間の中央に於ける、屈曲部表面の最大の延伸率が同じになるやうに高さを選ぶべきであるとして、30 kg, 37 kg, 50 kg の 3 種の軌條に就き高さを種々に變へて屈曲部表面（軌條底面）の延伸率を測定した結果落下高を断面係數に比例せしむれば良い。

といふ結論を與へられて居る。

又斯くすれば、落重試験の永久撓みは、軌條の大きに拘らず略一定になる事も明かとなつた。

鐵道省の規程の落下高の比は断面係數の比によく一致してゐる。

又圖-15 又は圖-16 に依つて、省規程の各種軌條に對する高さをみれば、精確ではないが大體撓みが近似してゐる。

### 5. 結 言

以上述べた所を一括すれば次のやうになる。

1. 軌條の彎曲試験及び落重試験による撓みは、径間が小さい時は、剪斷力の影響が相當に多いから、計算に於ては之を無視出来ないこと。

その剪斷力の影響を算定すべき定數を決定した事。

2. 彎曲試験と落重試験との關係を或程度示した事。

等である。

尙更に注目すべき事柄がある。それは彎曲試験と落重試験の場合に於て、中央に於ける兩者の撓みが相等しき時は、なされた仕事は相等しいと假定したが之は兩者の彈性曲線が等しい時のみ云へる事柄で、實際は彈性曲線は完全には一致しないものである。落重試験の彈性曲線は比較的フラットな形をしてゐるが彎曲試験のそれはシャープで、中央が尖つた曲線になるやうである。之は應力變形をなすには一定の時間が必要であるが、瞬間的な落重試験に於ては充分に變形する暇がない爲であらう。之は靜荷重と衝撃荷重との關係を暗示するもので、述べたい事もあるが茲では省略する。

最後に本試験に當つて製鐵所の寄せられた御好意に感謝すると共に、鐵道省工務局線路課北村技手並に退職せられた藤野技師も關係せられた事を附記して敬意を表する。

圖-9. 30 kg 軌條彎曲試験

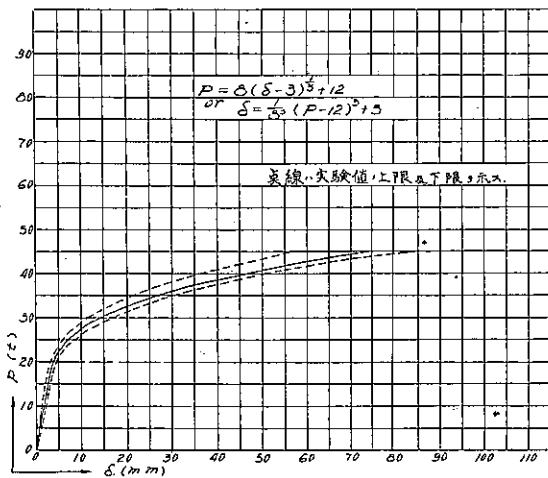


圖-10. 37 kg 軌條彎曲試験

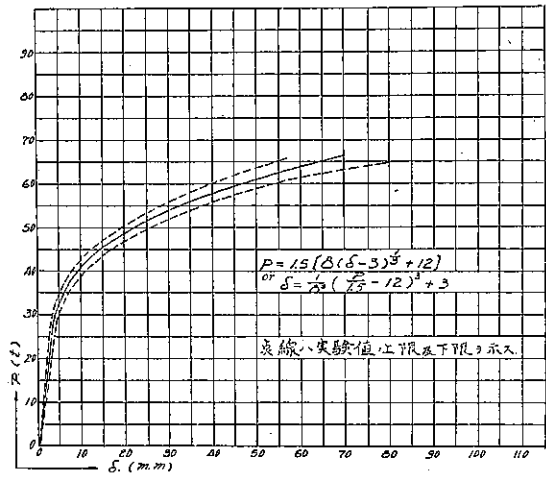


圖-11. 50 kg 軌條彎曲試験

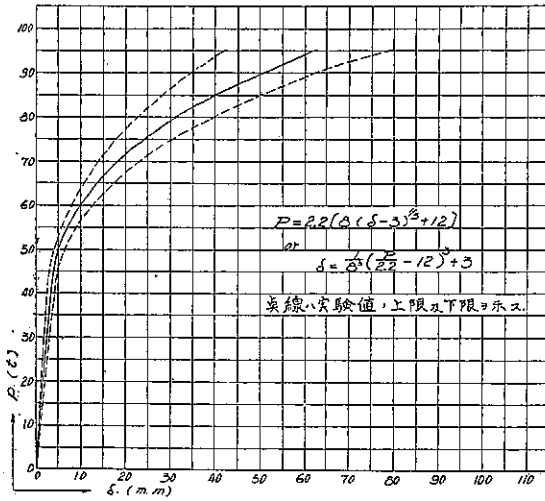


圖-12. 30 kg 軌條落重試験記録

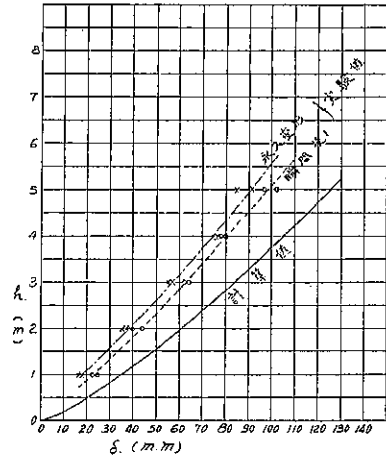


圖-13. 37 kg 軌條落重試験記録

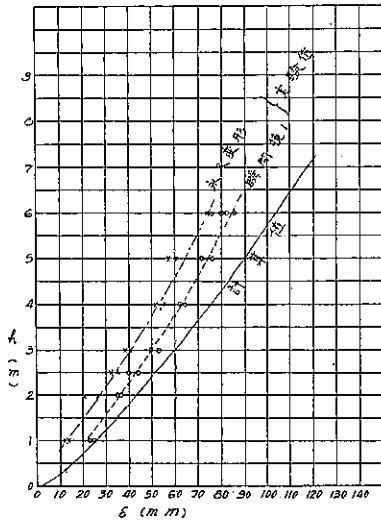


圖-14. 50 kg 軌條落重試験記録

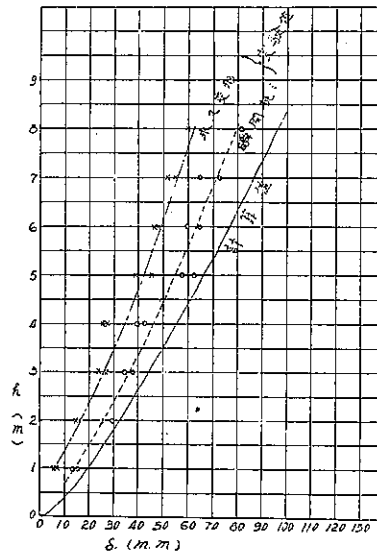


圖-15. 錘の高さと撓み

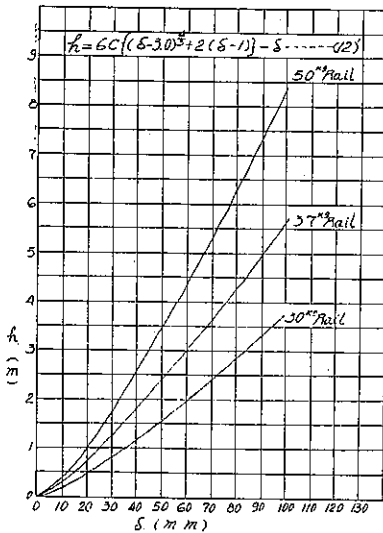


圖-17. 錘の重さと高さとの関係

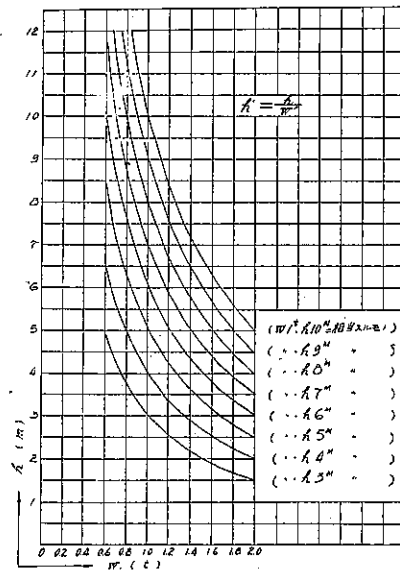


圖-16. 錘 (1 kg) の高さと同當靜荷重

