

抄 録

第26巻第11号 昭和15年11月

應用力學

(141) 弾性固定端部材の捩屈理論1068

水 理

(142) 溢流堰断面に就ての模型實驗1073

(143) 圓形小流出口の流量係數1074

(144) Hele-Shaw 氏の装置を利用せる地下水の實驗1075

(145) 粗なる管内の流れ1077

(146) 非常に細い管を流れる粘性流体の不定流1078

(147) 滑らかなる平行境壁間及び滑らかなる管内の流れ1079

コンクリート

(148) 米國コンクリート調査聯合委員會「コンクリート及び鐵筋コンクリート標準
示方書」の改正に就て 1082

施 工

(149) 長さの異なる杭を用ひた杭打基礎の設計1083

熔 接

(150) 熔接継目の熱應力及び其の疲労限度に及ぼす影響に就て1084

下 水 道

(151) 鹽素處理の問題と進歩1086

(152) 促進汚泥法に於ける温度並に促進汚泥濃度の影響1087

道 路

(153) 航空港設計の基本要件1090

橋梁及構造物

(154) 變断面鉄桁の變形量計算1091

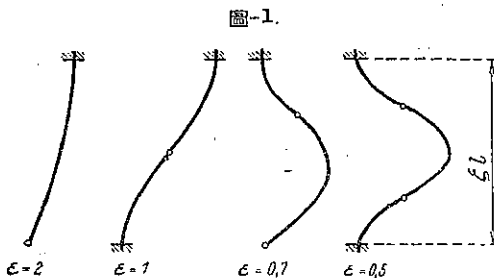
應 用 力 學

(141) 弾性固定端部材の捩屈理論

(H. Sievers, "Die Knickfestigkeit elastisch eingespannter Stäbe." Stahlbau, Heft 10/11 3. Mai 1940, S. 48~52.
日 賢 幸 雄 抄)

弾性固定端壓縮部材の嚴密な理論は周知の如く、一般に多數の未知數を有する超越方程式を誘導し、其の解は試的方法に依つてのみ可能となる。次に説明する近似解法は複雑な場合に於ても應力の段階の簡単な而も驚くべき正確な計算を可能ならしめる。

方法の基本的概念 一端或は兩端固定の長さ ζl の



部材の捩屈荷重は

$$P = \frac{\pi^2 T J}{(\epsilon \zeta l)^2} = \frac{\pi^2 T l}{(\kappa l)^2} \quad (1)$$

である。上式に於て J は慣性能率、 $T = \tau E$ は捩屈係數、 ϵ は支承の種類に關係のある値で、問題になつてゐる場合に對する其の大きさは圖-1 に示されてゐる。

長さ l の弾性固定端部材の捩屈の際の變形仕事と長さ ζl の剛性固定端部材の變形仕事とを比較するに、弾性固定の場合には剛性固定の場合に比して變形仕事量は $\zeta l - l$ の區間の變形仕事量に相當する u_1 だけ小さい。其の代りに夫れに依つて壓縮材が固定される部材の變形仕事 u_2 が加つて来る。捩屈條件

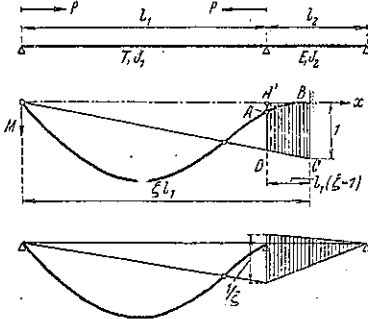
$$u_1 = u_2 \quad (2)$$

は ζ の値を與へる、此の ζ は常に 1 より大である。

壓縮材の曲げモーメントの變化は固定端附近從つて $\zeta l - l$ の間では極めて少いので、その變化を近似的に直線的函數で表す事が出来る。かくて變形仕事 u_1 は ζ の有理函數となる。 u_2 も亦 ζ の有理函數となるので、此の近似方法に於ては超越的捩屈條件の代りに代數的方程式となる。萬一、部材に軸方向力が起つても之は部材の變形には大した影響を與へないものと假定して支障ない。

連続壓縮部材 連続部材の全徑間にわたつて挫屈の危険が存在する場合には該部材は波状に挫屈しその波の長さは個々の徑間の支間に等しくなる。各徑間共 $\kappa=1$ である。依つて一部分の徑間のみ壓力を受ける場合の研究のみを行ふ。先づ第一に二徑間の滑節支承の部材について計算する。圖-2 に該部材及び之と比較するた

圖-2.



めの部材の挫屈曲線及びモーメント曲線が示されてゐる。 $l_1(\xi-1)$ の間に四角形 $A'B'CD$ を曲線で區切つたモーメント面 $ABCD$ を用ひ更に u_2 同様に u_1 に起るモーメント $BC=1$ を考へれば

$$u_1 = \frac{1}{2TJ_1} \int_{l_1}^{\xi l_1} \left(\frac{X}{\xi l_1}\right)^2 dx = \frac{1}{8TJ_1} \cdot \frac{\xi^2 - 1}{\xi^2}$$

$$u_2 = \frac{l^2}{6EJ_2} \cdot \frac{1}{\xi^2}$$

挫屈條件より

$$\xi = \sqrt[3]{1+\nu} \dots \dots \dots (3)$$

但し ν は二徑間の細長比の關係

$$\frac{TJ_1}{EJ_2} \cdot \frac{l_1}{l_1} = \tau \cdot \frac{J_1}{J_2} \cdot \frac{l_2}{l_1} = \nu \dots \dots \dots (4)$$

とす。 $\varepsilon=0.7$ (圖-1 参照) なるに依り

$$\kappa = \varepsilon \xi = 0.7 \sqrt[3]{1+\nu} \dots \dots \dots (5)$$

一例として塑性の領域への應用を示す。計算を適當に遂行するために、先づ τ を $\lambda = \frac{\kappa l}{i}$ の函數とし求める。 $\lambda < 60$ の範圍内では $\sigma_k = \sigma_Q = \frac{\pi^2 \tau E}{\lambda^2}$ と置かれ、従つて $\tau = \frac{\sigma_Q}{\pi^2 E} \cdot \lambda^2$

$$\sigma_Q = 2.4 \text{ t/cm}^2 \text{ なる St 37 に対しては}$$

$$\tau = (1.157 \lambda^2) 10^{-4}$$

$$\sigma_Q = 3.6 \text{ t/cm}^2 \text{ なる St 52 に対しては}$$

$$\tau = (1.735 \lambda^2) 10^{-4}$$

$60 < \lambda < 100$ の範圍では

$$\sigma_k = \sigma_Q - (\sigma_Q - \sigma_{100}) \cdot \frac{\lambda - 60}{40} = \frac{\pi^2 \tau E}{\lambda^2}$$

依つて $\sigma_{100} = 2.073 \text{ t/cm}^2$ なる事より

$$\text{St 37: } \tau = (1.393 \lambda^2 - 0.00393 \lambda^3) 10^{-4}$$

$$\text{St 52: } \tau = (2.84 \lambda^2 - 0.0184 \lambda^3) 10^{-3}$$

表-1 に $60 < \lambda < 100$ の範圍の τ の値が λ の函數として與へられてゐる。

例題 $l_1 = l_2 = 450 \text{ cm}$

$$J_1 = J_2 = 1400 \text{ cm}^4, \quad I_1 = I_2 = 52.5 \text{ cm}^2$$

$$i = \sqrt{\frac{1400}{52.5}} = 5.17 \text{ cm}$$

(4) 式より $\nu = \tau$

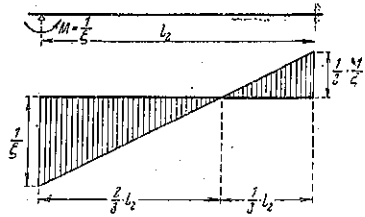
$$\lambda = \frac{0.7 l_1}{i} = 61 \text{ に対しては St 37 の場合に } \tau = 0.43$$

依つて (3) 式より $\xi = 1.125$ 之より求められる $\lambda = 1.125 \cdot 61$ より $\tau = 0.53$ となり之より $\lambda = 70.3$ 更に之より $\tau = 0.551$, $\lambda = 70.6$, 依つて $P = 120.4 \text{ t}$,

Unold は同様の計算に依り且つ $P_2 = 0.5 P$ と置いて

$P = 121 \text{ t}$ なる値を得た。この例題に依り壓力 P_2 が挫屈荷重から充分かけ離れてゐる間は P_2 の影響は無視し得る事がわかる。 P_2 が挫屈荷重に近づいた場合には兩

圖-3.



徑間は挫屈を受け此の時安全の原理から $\kappa=1$ とならねばならない。第二徑間が固定されてゐる場合には、彎曲線の反曲點は $\frac{1}{3} l_2$ の箇所にある。變形仕事は依つて圖-3 に依り計算される。

$$u_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{l_2}{3EJ_2} \cdot \frac{1}{\xi^2} \left[1 \cdot \frac{2}{3} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{3} \right]$$

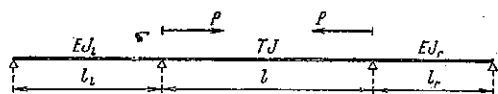
$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{l_2}{3EJ_2} \cdot \frac{1}{\xi^2} \cdot \frac{3}{4}$$

4 箇及び其れ以上の支承を有する連続桁の最終端の徑間計算に際しては、 u_2 を決定する場合に l_2 に關聯する全ての徑間に就いて考慮せねばならぬ。反曲點の位置が決定されるか、若しくは可成り正確に推定されれば、研究は簡單な方法で行はれる。依つて一般に

$$\kappa = 0.7 \sqrt[3]{1+\nu} \approx 0.7 \left(1 + \frac{\nu}{3}\right)$$

と置く事が出来る。上式に於て ν は埋込材の數と支點とに關係する値である。例へば等しい曲げ剛きを有する二徑間が壓縮材に關聯あるものとするれば、 $\nu = \frac{7}{8}$ となる。 ν の限界値は自由端の場合は $\nu=1$, 固定端の場合には $\nu=0.75$ 等些細の變化であるから、壓縮材に關聯する徑間についてのみ考慮し、その終端點は自由端と考へて差支へない。

圖-4.



挫屈條件の誘導の際に $l_1(\xi-1)$ の間のモーメントを常數と假定せる場合にも、同様な結果に到達するであら

う。此の確證によつて、兩端固定の壓縮材の場合にはモーメント結合曲線の傾斜を無視しても差支ない事がわかる。依つて例へば徑間 l_1 が壁面に固定されてある場合に、 $\epsilon=0.5$ なるに依り

$$\kappa=0.5\left(1+\frac{\nu}{3}\right) \dots\dots\dots(6)$$

と置く事が出来る。連続桁の中央徑間に對しては

$$\kappa=0.5\left(1+\frac{1}{3}\nu_l+\frac{1}{3}\nu_r\right) \dots\dots\dots(7)$$

となる。上式に於て

$$\nu_l=\tau\cdot\frac{J}{J_l}\cdot\frac{l_1}{l} \quad \nu_r=\tau\cdot\frac{J}{J_r}\cdot\frac{l_r}{l}$$

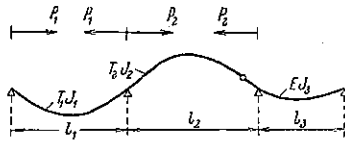
である(圖-4 参照)。

多くの互に連続せる徑間の捩屈が問題となる場合には、捩屈曲線の形態から實際の傾向が明かになる。例へば圖-5 の場合には

$$\xi_1=1 \quad \xi_2=0.7\sqrt[3]{1+\nu}$$

上式に於て $\nu=\tau_2\cdot\frac{J_2}{J_3}\cdot\frac{l_2}{l_3}$

圖-5.



ラーメンの非対象捩屈 既に連続桁の研究に依り明かなる如く、曲げ剛さの關係 ν は壓縮材並びに引張材依つてラーメンの場合には柱材と横梁の捩屈係數 T の關係に關聯を有する。 m 倍の使用荷重 (n =安全率) の場合には、横梁に於ても彈性限度を所々に於て超過する事がある。即ち E の代りにより小さい値となる。かくて生ずる Π_2 の増加量は横梁上の曲げモーメントの分布に關係する。又一方に於て Π_1 も純壓縮材の場合の様に $T=f(\lambda)$ の單純な函數とはならない。何故なれば曲げモーメントの出現の結果、部材の全断面に於てではなく單に所々に於てのみ彈性限度が踏越へられるからである。依つて

$$\sigma=\frac{P\omega}{F}+\frac{M}{IV}$$

なる式を利用する場合には、壓縮材の全長にわたつて断面の重心に於て、捩屈指數 $w=f(\lambda)$ 若しくは捩屈係數 $T=f(\lambda)$ に拘束された應力が σ_w に達する如く寸法を定める。之の遺り方はかくて得られた結果が安全側になるから差支ない。併しラーメンの捩屈を研究するに當つて、柱材に對して $E=T$ と置くのは安全側とはならない。依つて横梁と同様に柱材に對しても E =常數と置く事、即ち κ の計算に際して捩屈は完全に彈性限界内に於て生ずると假定して、計算を行ふ事を推奨する。例外として、横梁及び柱材に曲げモーメントが働かない場合には、柱材の E' の減少は ν の値を $\tau=\frac{T}{E}$ 倍

する事に依つて計算される。

(a) 單徑間ラーメンの嚴密な捩屈條件

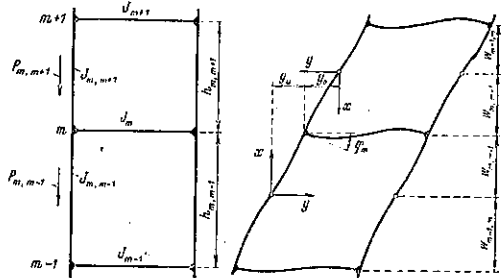
圖-6 にその柱材に同時に捩屈荷重の作用してある二層の捩屈曲線を示す。柱材 $m, m+1$ 及び $m, m-1$ の捩屈長の關係は

$$\frac{\kappa_{m,m+1}l_{m,m+1}}{\kappa_{m,m-1}l_{m,m-1}}=\sqrt{\frac{J_{m,m+1}P_{m,m-1}}{J_{m,m-1}P_{m,m+1}}}=\alpha_m \dots\dots\dots(8)$$

従つて

$$\frac{\kappa_{m,m+1}}{\kappa_{m,m-1}}=\alpha_m\frac{l_{m,m-1}}{l_{m,m+1}} \dots\dots\dots(9)$$

圖-6.



垂直軸に對稱な場合は横梁は捩屈の際に軸應力を受けず、柱材の彎曲線は純正弦曲線となる。其の方程式は坐標原點を彎曲線の反曲點に取れば

$$y=f\sin\frac{\pi x}{\kappa h} \dots\dots\dots(10)$$

を満足させる。

$$\frac{\kappa_{m,m-1}l_{m,m-1}}{\omega_{m,m-1}}=\eta_{m,m-1}$$

及び $\frac{\kappa_{m,m+1}l_{m,m+1}}{\omega_{m,m+1}}=\eta_{m,m+1} \dots\dots\dots(11)$

なる式で節點 m に於ける連續條件を表せば、この點に於ける彎曲線の偏角は

$$\varphi_m=\pi\cdot\frac{f_{m,m-1}}{\kappa_{m,m-1}l_{m,m-1}}\cos\frac{\pi}{\eta_{m,m-1}} \\ =\pi\cdot\frac{f_{m,m+1}}{\pi_{m,m+1}l_{m,m+1}}\cos\frac{\pi}{\eta_{m,m+1}} \dots\dots\dots(12)$$

依つて(8)を用ひて

$$f_{m,m+1}=f_{m,m-1}\alpha_m\cdot\frac{\cos\frac{\pi}{\eta_{m,m-1}}}{\cos\frac{\pi}{\eta_{m,m+1}}} \dots\dots\dots(13)$$

ラーメンの節點 m より彎曲線の反曲點に到る水平距離は(10)及び(13)式より

$$y_u=f_{m,m-1}\sin\frac{\pi}{\eta_{m,m-1}} \\ y_o=f_{m,m+1}\sin\frac{\pi}{\eta_{m,m+1}} \\ =f_{m,m-1}\cos\frac{\pi}{\eta_{m,m-1}}\cdot\frac{\pi}{\eta_{m,m+1}}$$

依つてラーメンの節點 m に於ける捩屈荷重 P に依るモーメントは

$$M_m = \frac{\pi^2 F_m J_{m,m-1}}{\kappa_{m,m-1}^2 h_{m,m-1}^2} \cdot f_{m,m-1} \left(\sin \frac{\pi}{\eta_{m,m-1}} + \beta_{m,m-1} \cos \frac{\pi}{\eta_{m,m-1}} \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{\eta_{m,m-1}} \right) \dots (14)$$

茲に

$$\beta_m = \frac{P_{m,m+1}}{P_{m,m-1}} \cdot \alpha_m = \sqrt{\frac{J_{m,m+1} P_{m,m+1}}{J_{m,m-1} P_{m,m-1}}} \dots (15)$$

之のモーメントとに依り横梁の端の廻轉が起る。

$$\varphi = \frac{M_m b}{6 E J_m} = \pi \cdot \frac{f_{m,m-1}}{\kappa_{m,m-1} h_{m,m-1}} \cdot \pi \cdot \frac{E J_{m,m-1}}{\kappa_{m,m-1} h_{m,m-1}} \times \left(\sin \frac{\pi}{\eta_{m,m-1}} + \beta_{m,m-1} \cos \frac{\pi}{\eta_{m,m-1}} \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{\eta_{m,m-1}} \right) \times \frac{b}{6 E J_m} \dots (17)$$

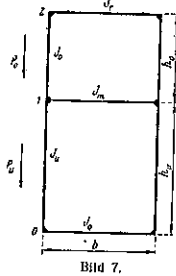
(12) 及び (16) 式及び $\nu_{m,m-1} = \frac{b}{h_{m,m-1}} \cdot \frac{J_{m,m-1}}{J_m}$ より次式が得られる。

$$\frac{\pi}{\kappa_{m,m-1}} \left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{\eta_{m,m-1}} + \beta_{m,m-1} \operatorname{tg} \frac{\pi}{\eta_{m,m-1}} \right) = \frac{6}{\nu_{m,m-1}} \dots (17)$$

式 $\omega_{m-1,m} + \omega_{m,m-1} = h_{m,m-1}$ と (11) 式を組合はせて

$$\frac{1}{\eta_{m-1,m}} + \frac{1}{\eta_{m,m-1}} = \frac{1}{\kappa_{m,m-1}} \dots (18)$$

圖-7.



(9) 式及び連続条件 (17) 式及び幾何學的條件 (18) 式から全ての未知数が求められる。二層ラーメンの場合には圖-7 の記號を用ひて

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \sqrt{\frac{J_0}{J_u} \cdot \frac{P_u}{P_0}} \\ \beta &= \sqrt{\frac{J_0}{J_u} \cdot \frac{P_0}{P_u}} \\ \frac{\kappa_0}{\kappa_u} &= \alpha \cdot \frac{h_u}{h} \end{aligned} \right\} \dots (19)$$

2-點に對しては $J_{m,m+1} = 0$ なるに依り $\beta = 0$ となり、(17) 式より次式を得る。

$$\nu_r = \frac{J_0}{J_r} \cdot \frac{b}{h_0} \cdot \frac{\pi}{\eta_{2,1}} = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{6}{\nu_r} \cdot \frac{h_0}{\pi}$$

従つて $\nu_q = \frac{J_u}{J_q} \cdot \frac{b}{h_u}$ とおけば $\frac{\pi}{\eta_{0,1}} = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{6}{\nu_q} \cdot \frac{h_u}{\pi}$

幾何學的條件 (18) 式から次の如くなる。

$$\frac{\pi}{\eta_{1,0}} = \frac{\pi}{\kappa_u} = \frac{\pi}{\eta_{0,1}} = \frac{\pi}{\kappa_u} - \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{6}{\nu_q} \cdot \frac{h_u}{\pi}$$

$$\frac{\pi}{\eta_{1,2}} = \frac{\pi}{\kappa_0} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{6}{\nu_r} \cdot \frac{h_0}{\pi}$$

ラーメンの節點 I に對する連続條件は $\nu_m = \frac{J_u}{J_m} \cdot \frac{b}{h_u}$ と置けば次の如くなる。

$$\frac{\pi}{\kappa_u} \left[\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{\kappa_u} - \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{6}{\nu_q} \cdot \frac{h_u}{\pi} \right) + \beta \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{\kappa_0} - \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{6}{\nu_r} \cdot \frac{h_0}{\pi} \right) \right] = \frac{6}{\nu_m} \dots (20)$$

柱端固定の二層ラーメンの場合には $J_q = \infty$ と置く。

依つて $\nu_q = 0$ $\operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{6}{\nu_q} \cdot \frac{h_u}{\pi} = \frac{\pi}{2}$ となり (20) 式より

$$\frac{\pi}{\kappa_u} \left[\beta \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{\kappa_0} - \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{6}{\nu_r} \cdot \frac{h_0}{\pi} \right) - \cot \frac{\pi}{\kappa_u} \right] = \frac{6}{\nu_m} \dots (21)$$

更に $\kappa_u h_u = \kappa(h_0 + h_u)$ と置けば (1) 及び (19) の關係を用ひて、部材力は變化せず慣性モーメントが變化する一端固定の部材の捫屈條件を得る。

$$\operatorname{tg} \frac{\pi}{\kappa} \cdot \frac{h_u}{h_u + h_0} \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{\kappa} \cdot \frac{h_0}{h_u + h_0} \sqrt{\frac{J_u}{J_0}} = \sqrt{\frac{J_u}{J_0}} \dots (22a)$$

同様に慣性モーメントが一様で部材力の變化する部材の捫屈條件は

$$\operatorname{tg} h_u \sqrt{\frac{P_u}{J_u}} \cdot \operatorname{tg} h_0 \sqrt{\frac{P_0}{EJ}} = \sqrt{\frac{P_u}{P_0}} \dots (22b)$$

滑節端の二層ラーメンに對しては (20) 式より $J_q = 0, \nu_q = \infty$ と置いて

$$\frac{\pi}{\kappa_u} \left[\operatorname{tg} \frac{\pi}{\kappa_u} + \beta \left(\frac{\pi}{\kappa_0} - \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{6}{\nu_r} \cdot \frac{h_0}{\pi} \right) \right] = \frac{6}{\nu_m} \dots (23)$$

多層ラーメンの捫屈條件は二層ラーメンの研究に倣つて

圖-8.

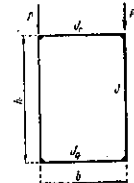
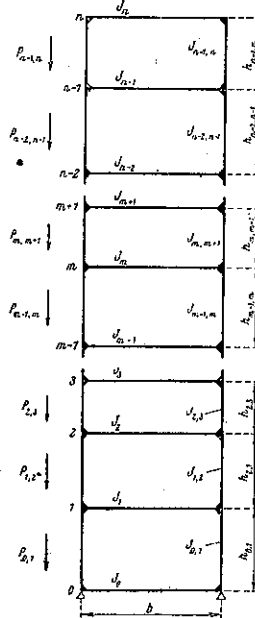


圖-9.



$$\nu_q = \frac{J}{J_q} \cdot \frac{b}{h} \quad \nu = \frac{J}{J_r} \cdot \frac{b}{h} \dots (24)$$

なる關係を用ひて得られる (圖-8 参照)。

$$\operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\kappa}{\pi} \cdot \frac{6}{\nu_q} + \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\kappa}{\pi} \cdot \frac{6}{\nu_r} = \frac{\pi}{\kappa} \dots (25)$$

$J_q = \infty, \nu_q = 0$ とすれば柱端固定、 $J_q = 0, \nu_q = \infty$ と

置けば、二層節端ラーメンの捩屈条件となる。

(b) 単層節間ラーメンの近似解法

先づ第一にラーメンの節点は全て滑節点でないと假定する。之の假定に依り圖-1 に従つて、ε=1, ζ=κ となる。固定位置附近のモーメントを一概と假定すれば(圖-9 参照) h(ξ-1)=h(κ-1) 間の變形仕事は次の如くなる。

$$\begin{aligned} \Pi_1 &= \sum_0^n \frac{P^2_{m,m-1} f_{m,m-1}}{E J_{m,m-1}} (\kappa_{m,m-1}-1) h_{m,m-1} \\ &= \sum_0^n \gamma_{m,m-1} (\kappa_{m,m-1}-1) \\ &= \gamma_{0,1} \left[\kappa_{0,1} \left(1 + \frac{\kappa_{1,2}}{\kappa_{0,1}} \frac{\gamma_{1,2}}{\gamma_{0,1}} + \frac{\kappa_{1,2}}{\kappa_{0,1}} \frac{\kappa_{2,3}}{\kappa_{1,2}} \frac{\gamma_{1,2}}{\gamma_{0,1}} \frac{\gamma_{2,3}}{\gamma_{1,2}} + \dots \right) \right. \\ &\quad \left. - \left(1 + \frac{\gamma_{1,2}}{\gamma_{0,1}} + \frac{\gamma_{1,2}}{\gamma_{0,1}} \frac{\gamma_{2,3}}{\gamma_{1,2}} + \dots \right) \right] \end{aligned}$$

$$\text{茲に } \gamma_{0,1} = \frac{P^2_{0,1} f^2_{0,1}}{E J_{0,1}} \cdot h_{0,1}$$

$$\frac{\gamma_{m,m+1}}{\gamma_{m,m-1}} = \frac{P^2_{m,m+1}}{P^2_{m,m-1}} \frac{J_{m,m-1}}{J_{m,m+1}} \frac{f^2_{m,m+1}}{f^2_{m,m-1}} \frac{h_{m,m+1}}{h_{m,m-1}}$$

近似的に $\gamma_{m,m+1} = \gamma_{m,m-1}$ と置けば、(13) 及び (8) 式より

$$\frac{f^2_{m,m+1}}{f^2_{m,m-1}} = \alpha^2_m = \frac{J_{m,m+1}}{J_{m,m-1}} \frac{P_{m,m-1}}{P_{m,m+1}} \dots (26)$$

依つて

$$\frac{\gamma_{m,m+1}}{\gamma_{m,m-1}} = \frac{P_{m,m+1}}{P_{m,m-1}} \frac{h_{m,m+1}}{h_{m,m-1}} = \delta_m \dots (27)$$

(8) 及び (15) 式を利用して更に次の如くなる。

$$\frac{\kappa_{m,m+1}}{\kappa_{m,m-1}} \frac{\gamma_{m,m+1}}{\gamma_{m,m-1}} = \alpha_m \frac{P_{m,m+1}}{P_{m,m-1}} = \beta_m \dots (28)$$

依つて Π_1 は結局次の如くである。

$$\Pi_1 = \gamma_{0,1} [\kappa_{0,1} (1 + \beta_1 + \beta_1 \beta_2 + \dots) - (1 + \delta_1 + \delta_1 \delta_2 + \dots)] \dots (29)$$

横梁の變形仕事は (13) 及び (15) 式に従つて

$$\begin{aligned} \Pi_2 &= \sum_0^n \frac{M^2_m b}{6 E J_m} = \sum_0^n P^2_{m,m-1} f^2_{m,m-1} (1 + \beta_m)^2 \frac{b}{6 E J_m} \\ &= \vartheta_{0,1} \frac{b}{6 E J_1} \left[\frac{J_1}{J_0} + (1 + \beta_1)^2 + \frac{\vartheta_{1,2}}{\vartheta_{0,1}} \frac{J_1}{J_2} (1 + \beta_2)^2 \right. \\ &\quad \left. + \frac{\vartheta_{1,2}}{\vartheta_{0,1}} \frac{\vartheta_{2,3}}{\vartheta_{1,2}} \frac{J_1}{J_3} (1 + \beta_3)^2 + \dots \right] \end{aligned}$$

$$\text{茲に } \vartheta_{0,1} = P^2_{0,1} f^2_{0,1}$$

$$\begin{aligned} \frac{\vartheta_{m,m+1}}{\vartheta_{m,m-1}} &= \frac{P^2_{m,m+1}}{P^2_{m,m-1}} \frac{f^2_{m,m+1}}{f^2_{m,m-1}} \\ &= \frac{J_{m,m+1}}{J_{m,m-1}} \frac{P_{m,m+1}}{P_{m,m-1}} = \beta^2_m \end{aligned}$$

依つて

$$\begin{aligned} \Pi_2 &= \vartheta_{0,1} \frac{b}{6 E J_1} \left[\frac{J_1}{J_0} + (1 + \beta_1)^2 \right. \\ &\quad \left. + \beta_1^2 (1 + \beta_2)^2 \frac{J_1}{J_1} + \dots \right] \dots (30) \end{aligned}$$

(2) 式から更に次の如くなる。

$$\begin{aligned} \kappa_{0,1} (1 + \beta_1 + \beta_1 \beta_2 + \beta_1 \beta_2 \beta_3 + \dots) \\ = (1 + \delta_1 + \delta_1 \delta_2 + \delta_1 \delta_2 \delta_3 + \dots) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} + \frac{\nu}{6} \left[\frac{J_1}{J_0} + (1 + \beta_1)^2 + \beta_1^2 (1 + \beta_2)^2 \cdot \frac{J_1}{J_2} \right. \\ \left. + \beta_1^2 \beta_2^2 (1 + \beta_3)^2 \cdot \frac{J_1}{J_3} + \dots \right] \end{aligned}$$

或は簡略して次の如く表される。

$$B_m = B_{m-1} \beta_m \quad D_m = D_{m-1} \delta_m \quad \dots (31)$$

$$\begin{aligned} \kappa_{0,1} \left(1 + \sum_1^{n-1} B_m \right) = 1 + \sum_1^{n-1} D_m \\ + \frac{\nu}{6} \left[\frac{J_1}{J_0} + \sum_1^n B^2_{m-1} (1 + \beta_m)^2 \cdot \frac{J_1}{J_m} \right] \dots (32) \end{aligned}$$

茲に $\beta_0 = \delta_0 = 1$ 及び $\beta_n = 0$ と置けば一般に

$$B_1 = \beta_1, D_1 = \delta_1, B^2_{n-1} (1 + \beta_n)^2 = B^2_{n-1} \dots (33)$$

$B_0 = 1, D_0 = 1$ と置いて (32) 式を次の如く書き直せる。

$$\kappa_{0,1} \sum_0^{n-1} B_m = \sum_0^{n-1} D_m + \frac{\nu}{6} \left[\frac{J_1}{J_0} + \sum_1^n B^2_{m-1} (1 + \beta_m)^2 \cdot \frac{J_1}{J_m} \right] \dots (32a)$$

$$\text{茲に } \nu = \frac{J_{0,1}}{J_1} \cdot \frac{b}{h_{0,1}} \dots (34)$$

特殊な場合:

1 $J_0 = \infty, J_{m,m+1} = J_{m,m-1}, J_m = \text{const}, h = \text{const}, P = \text{const}$, の場合は $\kappa = \text{const}, \beta_m = 1, \delta_m = 1, D_m = 1$ となり従つて

$$\kappa = 1 + \frac{\nu}{6n} [4(n-1) + 1] \dots (35)$$

精密解法から Puwein はこの特殊な場合に對して次の如き近似式を求めた。

$$\kappa = 1 + \frac{2}{3} \cdot \nu \cos^2 \frac{\pi}{4n}$$

表-2 に n の種々の値に

表-2.

對する結果が對照して示してある。n=∞ の場合には兩式は一致するが、一層ラーメンの場合には ν の項

n	nach Gl. (40)	nach Puwein
1	1 + 0,167 ν	1 + 0,333 ν
2	1 + 0,417 ν	1 + 0,569 ν
3	1 + 0,500 ν	1 + 0,621 ν
4	1 + 0,541 ν	1 + 0,640 ν

は Puwein に従つて計算した場合は (35) 式に依るもの、二倍となる。何故なれば κ は 1 より僅かだけ大であるから、 $\cos \pi/\kappa = -1, \sin \pi/\kappa = \pi - \pi/\kappa$ と置く事が出来る。依つて脚端固定の一層ラーメンの捩屈条件は次の如くなる。

$$\kappa = 1 + \frac{\nu}{6} \dots (36)$$

2. 二層ラーメンの場合には、 $\beta_1 = \beta, \beta_2 = \beta_n = 0, \delta_1 = \delta$ と置いて捩屈条件が求められる。

$$\kappa_{0,1} (1 + \beta) = 1 + \delta + \frac{\nu}{6} \left[\frac{J_1}{J_0} + (1 + \beta)^2 + \beta^2 \frac{J_1}{J_2} \right] \dots (37)$$

$J_0 = \infty$ の場合には脚端固定の二層ラーメンの捩屈条件となる。

$$\kappa_{0,1} (1 + \beta) = 1 + \delta + \frac{\nu}{6} \left[(1 + \beta)^2 + \beta^2 \frac{J_1}{J_2} \right] \dots (38)$$

以上の兩つの場合に於て $\kappa_{1,2}$ は (9) 式から計算される。

$\beta = \delta = 0$ の場合には多層ラーメンの捩屈条件となる。

$$\kappa = 1 + \frac{\nu}{6} \left(\frac{J_1}{J_0} + 1 \right)$$

或は圖-8 の記號と (24) 式の省略とを用ひて

$$\kappa = 1 + \frac{1}{6} (\nu\gamma + \nu\eta) \dots \dots \dots (39)$$

3. 滑節點を有するラーメンに就いては、0-點が鉸の場合のみについて考へる。此の場合には柱材 0-1 に於て $\varepsilon = 2, \zeta = \frac{\kappa}{2}$ であり且つ u_1 に於ける同柱材の仕事量は、

$$u_{1,0,1} = \frac{P^2 \alpha_{0,1} f^2 \alpha_{0,1}}{E J \alpha_{0,1}} \left(\frac{\kappa_{0,1}}{2} - 1 \right) h_{0,1} = \gamma_{0,1} \left(\frac{\kappa_{0,1}}{2} - 1 \right)$$

(36) 式より (28) 式までの關係は尙存在する。 u_2 の式に於ては J_1/J_0 の項が消失する。かくて捩屈条件は次の如くなる。

$$\begin{aligned} \kappa_{0,1} \left(\frac{1}{2} + \sum_1^{n-1} B_m \right) &= 1 + \sum_1^{n-1} D_m \\ &+ \frac{\nu}{6} \sum_1^n B^2_{m-1} (1 + \beta_m)^2 \frac{J_1}{J_m} \dots \dots \dots (40) \end{aligned}$$

脚端が鉸なる二層ラーメンの場合には捩屈条件は次の如くなる。

$$\kappa_{0,1} \left(\frac{1}{2} + \beta \right) = 1 + \delta + \frac{\nu}{6} \left[(1 + \beta)^2 + \beta^2 \cdot \frac{J_1}{J_2} \right] \dots \dots \dots (41)$$

$\beta = \delta = 0$ とすれば二鉸ラーメンの捩屈条件となる。

$$\kappa = 2 + \frac{\nu}{3} \dots \dots \dots (42)$$

水 理

(142) 溢流堰断面に就ての模型實驗

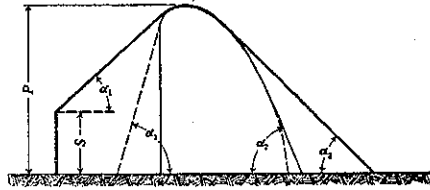
(A. S. Offitzeroff, "Model Studies of Overflow Spillway Sections." Civil Eng., Vol. 10, No. 8, p. 523-526. 本間 仁抄)

溢流堰の流量 Q を

$$Q = m L \sqrt{2g} \left(H + \frac{v^2}{2g} \right)^{3/2}$$

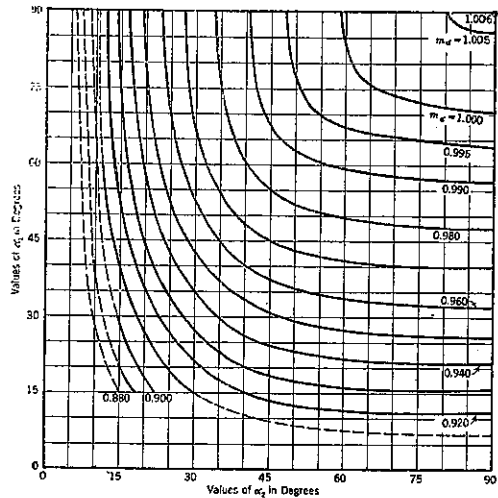
の形で表した時に、溢流係数 m は溢流水流 H の他に堰の形によつて可成り影響される。その影響を見る爲の一實驗として堰頂の形には Creager の断面形を用ひ、上流側及び下流側の面の傾斜を變化させて、それに対する溢流係数 m の値の變化を調べた。

圖-10. 實驗用模型断面



模型の形は圖-10 に示す様なもので、高さ P は 0.10 ~ 1.21 m の間で變化させ、同時に面の傾斜角は α_1 を $90^\circ \sim 15^\circ, \alpha_2$ を $56^\circ 20' \sim 10^\circ$ の間で變化させた。實驗の結果から α_1, α_2 をパラメーターとして $m = f(H)$ の曲線群を畫けば、 m は H の増加に伴つて増加するが、 H 及び α_1, α_2 の中の一つをパラメーターとして、 α_1, α_2 の中の他のものと m の關係、即ち $m = f(\alpha_1)$ 、又は $m = f(\alpha_2)$ の曲線を畫けば、何れの場合にも m は α_1 又は

圖-11. 係數 m_α を與へる圖表

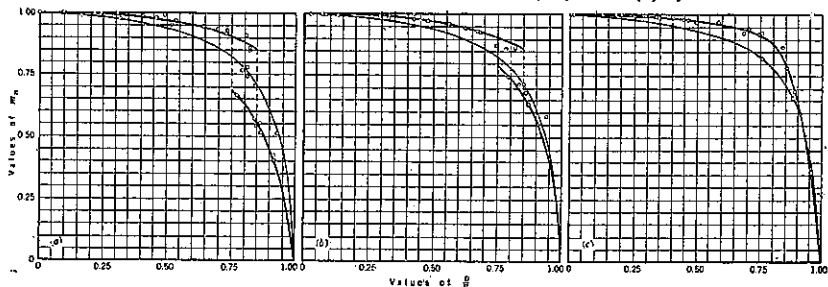


α_2 の増加に伴つて減少する。

著者は之等の實驗結果を公式化せずに、流量係数 m の代りに $m_\alpha m$ を用ひる事とし、 m は $\alpha_1 = 90^\circ, \alpha_2 = 60^\circ$ なる基準断面形に對する溢流係數として、この m_α を圖-11 の圖表から決定する様にした。

次に潛堰に對しても同様な實驗を用ひたが、この場合は H, α_1, α_2 の他に更に下流側水深 D (堰頂から測る) によつて影響される。然し實驗の結果によれば α_2 の影

圖-12. $\frac{m_\alpha}{m}$ と D/H の關係 (a) $\alpha_1 = 90^\circ$, (b) $\alpha_1 = 60^\circ$, (c) $\alpha_1 = 45^\circ$.



響は極めて小さい事がわかつた。この場合は流量を

$$Q = m_n m_i \sqrt{2g} L \left(H + \frac{v^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}}$$

の形で表して、 α_2 をパラメーターとして m_n と D/H の関係を求めた。但し m は基準断面形の完全溢流に對する溢流係数である。又實驗によつて m_n と D/H の曲線は H の大きさには影響されない事を知つた。従つて α_2 を變化させて m_n と D/H の曲線を畫けば圖-12 の様になる。著者は之等の曲線から m_n の平均値を求めて D/H に對する m_n の値を與へる表を作つた。

(143) 圓形小流出口の流量係數

(Medaugh and Johnson, "Investigation of the Discharge and Coefficients of Small Circular Orifices." Civil Eng., July 1940, p. 422~424) 永井 莊七郎 抄

堰或は Venturimeter は筒々の装置に因り流量係數が異なるので流量係數の變化の極めて僅少なる測水装置として、大水槽の垂直壁に穿ちた圓形小流出口を提唱してゐる。

孔口用板は 1/4" 厚さの眞鍮板で孔口直径の 7 倍の邊を有する正方形に造られ、之は又 1/2" 厚の鋼板に平

圖-13.

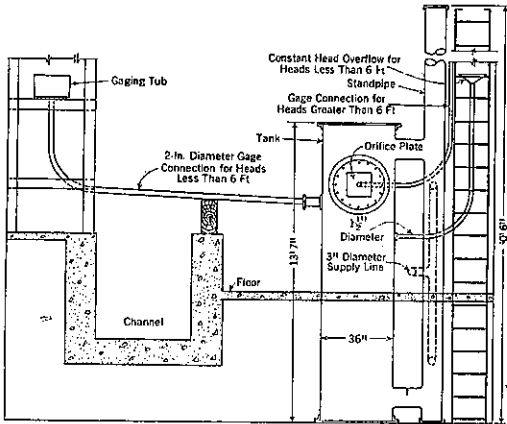
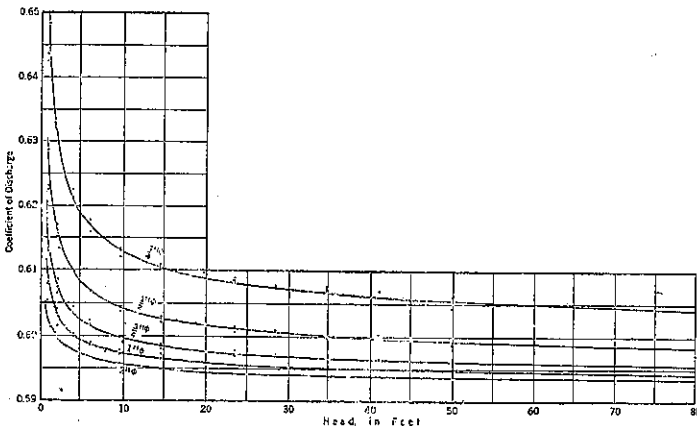


圖-14. 流量係數と水頭との關係



頭螺旋で打附ける。使用された孔口の直径は、1/4", 1/2", 3/4", 1" 及 2" の 5 種である。孔口は drill 鋸の兩面に直角に穿口する。穿たれた孔口の縁は油を塗り、齒科用合金の填充材を挿入する。使用に際しては、眞鍮板の兩面を鋼板の兩面に平行に磨き、靜かに填充材を孔口から抜き取る。

鋼板を高さ 13.5' 直径 3' の大水槽の垂直壁との、内面の眞鍮板上に打着ける (圖-13)。その水槽の頭部及底部から 10" 管に因り注水する、その接近流速は無視し得る程小である。孔口からの流出水は取水池に還へり、斯くして取水池の水位は一定に保たれる。

6' から 50' の間の水頭は、大水槽の流分口背面にゴムホースを取着け、その先端に直径の大なるガラス管を挿入して水位を讀む。6' 及それ以下の水頭は、大水槽から 2" 徑のホースで桶に導水し、その水面を hook gage で測定する。50' 以上の壓力は水銀計で測り、30 秒毎に讀みを取る。他の場合は 1 分毎に讀みを取つた。

多くの場合、流量は流出水を Platform scale に導き計量して容積を出した。然し 1" 孔口で、最高水頭及 2" 孔口の時の流量はコンクリート水路に導いて測定した。實驗使用水の溫度は出来る限り 62.5°F にし、數回のみ此の溫度より 3° 以上異つたに過ぎない。

實驗の結果、水頭 0~80' に對する流量係數の變化は圖-14 の如くである。圖-15 は Reynolds 數と流量

表-3. 垂直圓形孔口の流量係數

Table with columns: Head in Ft (0.25 to 120.0), and Coefficient of Discharge for Orifice Diameters in Inches (0.25, 0.50, 0.75, 1.00, 2.00, 4.00). The table contains numerical data for various head and diameter combinations.

Note: Temperature of discharge water 62.5 F. Heads are expressed in feet of water at 60 F.

係數との關係を示したものである。各流量係數の値は表-3 の如くである。

圖-14 の曲線は次式で表はされる。

$$C = 0.5880 + \frac{0.0045}{d^{2/3}} + \frac{0.0075 + 0.0582(10 - 0.890d)}{\sqrt{H}}$$

茲に H: 水頭 [ft],

d: 孔口直径 [in]

表-3 中の孔口徑 4" に對する流出係數は上式より計算したものである。

圖-15. 流量係数と Reynolds 数との関係

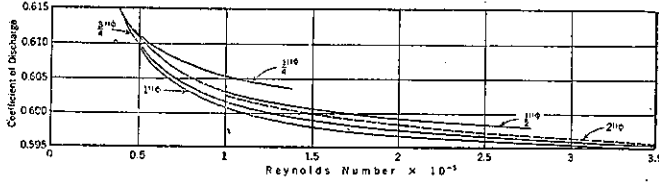


圖-15 に於て、1/4" 孔口を除けば他の凡ての點は、0.25% の誤差の範圍で 1 箇の曲線を以て表はし得る。凡ての點が正確に唯 1 箇の曲線上に集らない理由は

(1) 大きい孔口と、直径がその半分の小孔口との間に正確に相似法則が成立する爲には、Reynolds 数が等しいのみならず、大孔口外側の氣壓が小孔口外側の氣壓の 2 倍にならねばならない。(2) 兩孔口が同じ Reynolds 数を持つ爲には、大孔口の水頭は小孔口の水頭の 1/4 でなければならぬ。又小水頭の時は、孔口内の流速分布が大小孔口により異なる。

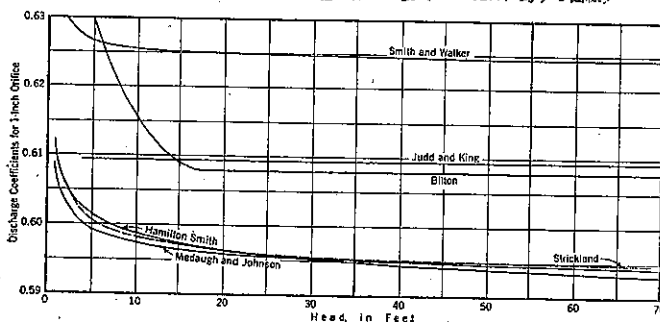
實驗の結果、次の結論に達する。

1. 完全收縮の時の流出係数は 0.588 である。
2. 孔口を上記の方法で作製し、且水頭を十分正確に測定すれば、水頭が 2.0~50.0' に對して、流出係数の誤差を 1/3% 以内に留め得る。

1" 直径或はそれ以上の孔口を採用する事が望ましい。さうすれば、測定の際誤差を孔口径の 1% 以内に留め得る。

圖-16 は H. Smith (Hydraulics, 1886) H. Judd 及 R. S. King ("Some Experiments on the Frictionless Orifice", Eng. News, Sept. 27, 1906, p. 326.), H. J. Bilton (The Engineer, June 19, 1908, p. 648), T. P. Strickland (Transactions, A. S. C. E. Vol. 23, p. 185-206.), D. Smith and W. J. Walker ("Orifice Flow", Proceedings, Institution of Mech. Eng., Jan. 1923, p. 23) 以上 5 種の實驗結果と比較したものである。今日一般に用ひられてゐる Smith 及 Walker の流量係数は著者の實驗値より遙かに大きい。即ち 3/4" 孔口で 6%, 1" 孔口で 5%, 2" 孔口で 2% 大である。H. Smith の實驗は信頼出来ないと言はれてゐるが、流量係数曲線は 1/4" 以上の孔口に對しては、著者の實驗値と 1/3% の差しかない。他の實驗者の値

圖-16. 種々の實驗者による流量係数の比較 (1 in 孔口に對する曲線)



が相當大なるは、孔口附近で孔口表面が多少凹んでゐた爲であらう。薄板の時は水槽内面から水壓に因り押出され易い。H. Smith は可なり厚い板を使用した爲斯る押しが生ぜず、著者の値に近い結果を得たと思はれる。T. P. Strickland の結果も良く一致してゐる。

(144) Hele-Shaw 氏の装置を利用せる地下水の實驗

(E. Günther, "Lösung von Grundwasseraufgaben mit Hilfe der Strömung in dünnen Schichten." Wasserkraft u. Wasser w. Heft 3, 15, März, 1940. S. 49~55. 佐藤清一抄)

地下水及び浸透水の問題には種々重要なものがあるが、純數學的にはその中の幾つかの特別な場合のみが取扱はれてゐるに過ぎない。境界條件の面倒なるものは到底理論的取扱は困難であるから斯る問題の實状態を何等かの適當なる實驗に依りて知るのも一つの方法である。之には大體次の 3 通りの方法がある。その第 1 は電氣的方法で、第 2 は着色液を用ひて砂層を浸透せしめる方法、第 3 には Hele-Shaw の用ひた方法が考へられる。此の最後の方法に依る Günther の實驗を紹介しよう。

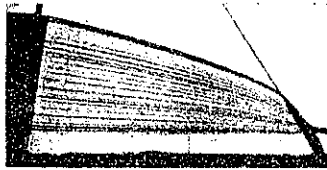
此の實驗は同一粘性流體の運動方程式の成立する事からガラス板の薄い層を用ひてゐるのであるが、之はその透水物の形さへ解つてゐれば透水度の大きさは知る必要がない。透水度の k は間隙幅の自乗に比例するから、 k を變へるには此の間隙幅を變へればよく、例へば粘土の core を有する土塚塊の如きものには中の core に對する間隙幅と他の軀體のそれとを相對的に變へておくでよい。

之に用ひる粘性液體としては、水を加へれば適宜に薄められるので糖蜜がよい事が分つた。次の實驗には動粘性 $7 \cdot 10^2$ (cm²/sec) のものを用ひた。グリセリンは、毛管現象を妨ぐ爲めに間隙を 2mm 位にとると之に適する程の充分の粘性を有しない。油はゴムを胃して實驗がきたなくなるのでいけない。

色素管の用ひ離い場合には次の様な電解法を用ひる。即ち之は流線の始まる點に於て始めて電解に依つて液體が着色される方法で、色素管の代りに棒にラックで絶縁した銅線をコイルの様に捲きつけ、その種々なる場所にて絶縁物をはぎ取りて Kathode とする。而して此の捲付け線の端は直流線に接續せしめる。Anode としては他端より來れる電線を液體中 (上流面) の任意の箇所に吊下げておく。液體の中にチオシアン化カリウ

ムと第1 鹽化鐵とを溶かしておくと、電解に依つて FeCl₂ が FeCl₃ になり、FeCl₃ がチオシアン化カリウムと結びついて赤褐色の色素を生ずる。併し電解に依りても、液體の粘性の變程の温度上昇はない。實驗には約 8 ミリアンペアの電流を用ひ、糖蜜 4l に對して約 1000 g のチオシアン化カリウム

圖-17. 電解による着色の例



と數瓦の第1 鹽化鐵を用ひた。圖-17 が之に依つて着色した例である。尙ほ實驗裝置の詳細については Erich Günther: Untersuchung von Grundwasserströmungen durch analoge Strömungen zäher Flüssigkeiten. Forsch. Ing.-Wes. Bd. 11 (1940) H. 2. を参照されたい。

1. 平板の下の流れ

圖-18 に示す如く良く理論(點線)と一致し、流線は板端を共通焦點とする橢圓となる。圖-19 は境界條件の影響を見たもの。

2. 垂直壁を有する堰堤内の流れ

自由水面及び下流の浸透面がどうなるかが面白い間

圖-18. 平板の下の流れ

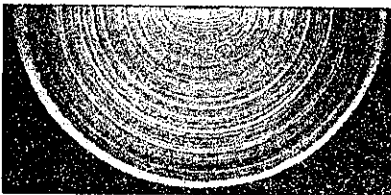


圖-19. 平板の下の流れに對する境界の影響

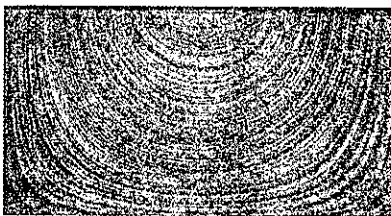


圖-20. 自由面と浸透面

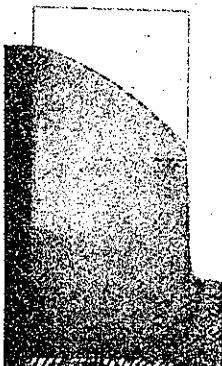
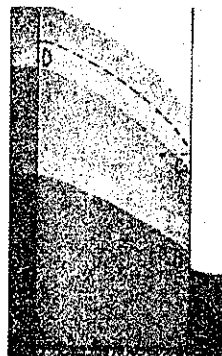


圖-21. 上流上水位を變へた場合の自由面の形



題で、圖-20 にて破線は理論計算値である。又圖-21 は上流面水位を三段に變へて同一乾板に寫したもので自由面はその本質的な形を失はない。之は Forchheimer-Dupuits の假定に依つて計算したのと良く合ふ。即ちこの假定では透水速度は自由面の傾斜が小なる時はその任意の垂直断面内にて一定で、自由面の $\frac{dy}{dx}$ に比例するとなすから k を透水度とすれば

$$w = -k \frac{dy}{dx}$$

而して $q = w \cdot y$

$$= -k \frac{y dy}{dx} = -\frac{k}{2} \frac{dy^2}{dx}$$

$x=0$ にて $y=h$ の條件にて積分すれば

$$h^2 - y^2 = \frac{2q}{k} \cdot x$$

となり、之と良く合ふ。

3. 運河よりの透水

之は圖-22 の如くである。

4. 透水層上の堰堤内の流れ

ガラス板から自由な形はとりにくいので蠟の板より切抜いた。此の厚みを一定にするには 2 板のガラス板の間に溶かした蠟を流し込んだ。圖-23 の示す如くに

圖-22. 運河河底よりの浸透

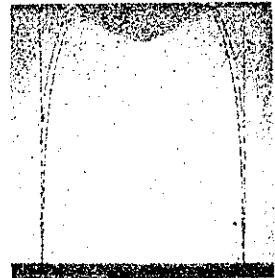
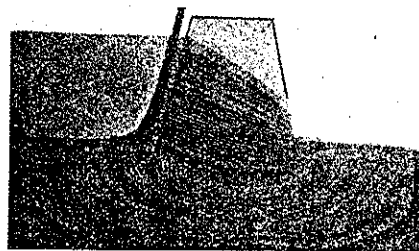


圖-23. 透水基礎上の堰堤内の流れ



單に 圖-17 と圖-18 を組合すといふわけには行かない。

5. 中に透水度小なる心のある場合

圖-24. 25 の如し。此の心は蠟で作つた。毛管現象を避ける爲めには全體の間隙を大にするを要した。

圖-24. 透水度小なる心を有する堰堤

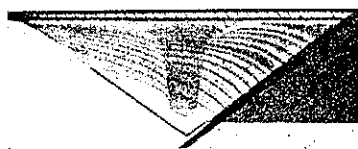


圖-25. 圖-24 にて上流水位の大なる場合



6. 堰體內に水平排水管のある場合

之は 圖-27, 29 の如くで、排水管としては側板に穴をあけて液體を之より模型の裏側に導いた。流線は trace すれば圖-26, 28 の如くである。

圖-26. 圖-27.
水平排水管 2 本を有し下流水位の高い場合

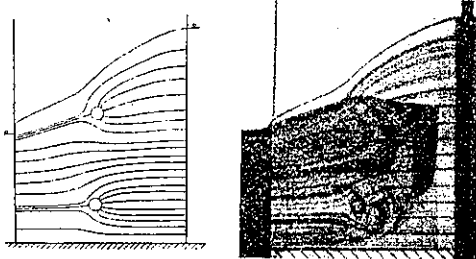
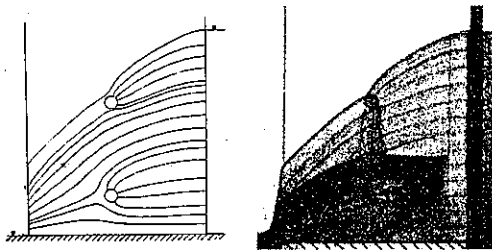


圖-28. 圖-29.
水平排水管 2 本を有し下流水位の低い場合



7. 透水の不連続的に變化する場合

圖-30, 31 は圖 19 に相當するもので、圖-30 にては下部の透水度が上部の約 5 倍大なる場合、圖-31 はその逆の場合である。圖-32 は矢板の影響。

圖-30, 31.

圖-19 に於て透水層の透水度が垂直方向に不連続に變化する場合

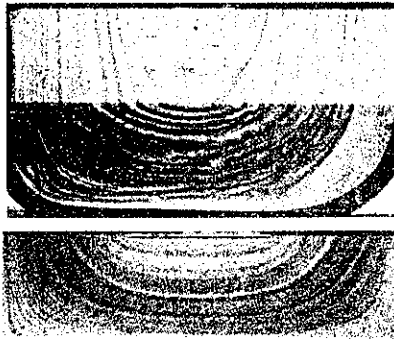
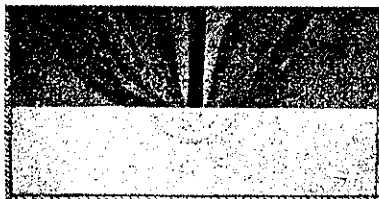


圖-32. 上層に矢板のある場合



8. 井戸

井戸内の水位の幾分下りたる場合を圖-33, 全く下りたる場合を圖-34 に示す。破線は井戸の中心線である。

圖-33. 幾分水位を下げたる井戸

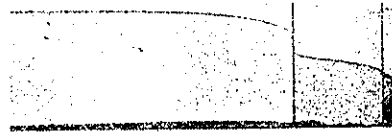
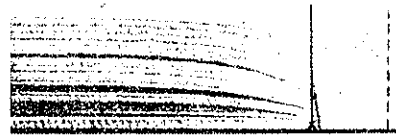


圖-34. 水位を全く下げ切りたる井戸



(145) 粗なる管内の流れ

(T. Okaya, "On the Flow through Rough Circular Pipe". Physics-Math. Soc. Japan, Vol. 22, No. 5. p. 365~377. 佐藤清一抄)

(1) 混合距離

壁面の摩擦を無視し得れば滑らかなる管の場合と全く同様にして $\frac{dl}{dp} = \alpha(l_* - l)$ とおく事が出来る。但し α, l_* は或る常数であり $r = 1 - r'$ である。従つて混合距離に相當のディメンションのない大小 l は

$$l = l_* [1 - e^{-\alpha(l - r')}] \dots \dots \dots (1)$$

となる。但し此の場合は滑らかなる管の場合とは異り l_* は粗度係数 $\kappa = \frac{a}{k}$ の函数となり得る。茲に a は管の半径, k は壁面凹凸の平均の高さである。此れを運動量輸送の式に入れて解けば

$$U_c - U(r') = \frac{U_\tau}{l_*} \theta(r', \alpha) \dots \dots \dots (2)$$

を得る。茲に α は R の函数であつて前の滑らかなる管の場合と同様に R のみの函数として

$$\alpha = 3.757 - 0.210 \log R \dots \dots \dots (3)$$

が成立するものとせば

$$\frac{U_c - U(r'_1)}{U_c - U(r'_2)} = \frac{\theta(r'_1, \alpha)}{\theta(r'_2, \alpha)} \dots \dots \dots (4)$$

となり, $r'_2 = 0.7$ とせる時の右邊を $\Phi(r'_1, \alpha)$, 左邊を $\Psi(r'_1, \alpha)$ とすれば, Φ は θ からの數値計算で知り Ψ は實驗からきめる。Nikuradse の實驗結果を利用すれば (4) に於て $r'_2 = 0.7$ とせるものが成立する事が判る。従つて流速の分布は次式によつて表はされる。

$$U_c - U(r') = \frac{U_\tau}{l_*} \Phi(r', \alpha) \dots \dots \dots (5)$$

(2) 平均流速

r' を以て平均流速 \bar{U} の所の半径に相當するディメンションのない量とすれば、之は (4) を利用して實驗値と計算値より

$$\bar{r}' = 0.775$$

又 $U_c - \bar{U}(R) = \frac{U_r}{l_*} \theta(r', \alpha)$ と書けるから

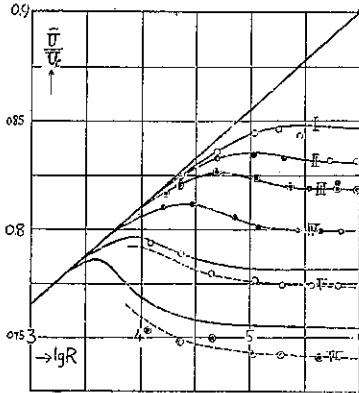
$$\frac{U_c - U(r', \alpha)}{U_c - \bar{U}} = \frac{\theta(r', \alpha)}{\theta(r', \alpha)} \dots \dots \dots (6)$$

となり U_c, \bar{U}, R を知れば任意の r' の速度 U を知る。又

$$A = \frac{U_c - \bar{U}}{\bar{U} \theta(r')} = \frac{U_r}{\bar{U} l_*} \dots \dots \dots (7)$$

とおけばデイメンションの関係から A は R と κ の函数であり得る。之に対して Nikuradse は $\frac{\bar{U}}{U_c}$ を測定して之を R と κ の函数として表はしてある(圖-35)。

圖-35.



但し圖-35 に點描してある實驗値に於て實驗 I~6.7 は II に, II~5.6 は III に屬するもので, 實驗 V, VI は粗度の假定が多少異つたためであらう。

(3) 平均流速と最大流速との比

Nikuradse の實驗より $\log \frac{\bar{U}}{U_c}$ と \sqrt{k} との関係圖を作るときれいに直線となる。

$$\log \frac{\bar{U}}{U_c} = \gamma - m \sqrt{\frac{k}{a}} \dots \dots \dots (8)$$

但し $k = \text{相對速度} = \frac{k}{a}$ γ 及び m はある數値で Reynolds 數に相當する數

$$Z = \frac{U_r k}{r} \dots \dots \dots (9)$$

の函数である。更に Nikuradse の實驗により γ, m を定むれば表-4 の如く、之に依りて $\frac{\bar{U}}{U_c}$ の計算値と實測

表-4.

lg Z = lg U _r k / r	γ	m
0.0	1.9240	0.2820
0.5	0.9222	2.2820
1.0	0.2806	1.940
1.5	0.910	2.022
2.0 or more	0.9222	2.280

表-5.

d/k	lg R, k/v	0.0		0.5		1.0		1.5		2.0 or more	
		obs.	cal.	obs.	cal.	obs.	cal.	obs.	cal.	obs.	cal.
I 5.07	0.0111	815	810	820	825	847	846	813	811	-	815
II 2.52	0.0770	810	805	823	820	841	841	825	825	820	820
III 1.26	0.291	-	742	815	815	823	823	822	822	816	816
IV 0.63	1.204	-	772	748	800	816	815	806	807	801	804
V 0.315	1.806	-	745	783	778	797	795	783	785	779	778
VI 0.157	2.591	-	740	-	740	-	797	797	797	795	795

値を比較する事が出来る(表-5)。又 γ, m の $\log Z$ に對する變り方は表-6 の如くなる。

表-6.

lg U _r k / v	γ	m
0.0	1.9240	0.280
1	60	70
2	80	59
3	94	50
4	308	40
0.5	9322	228
6	34	17
7	44	05
8	52	00
9	57	196
1.0	9300	194
1	59	95
2	58	97
3	57	200
4	55	05
1.5	9340	209
6	37	13
7	32	16
8	28	21
9	24	25
2.0	9322	238
1	21	29
2	20	30
3	20	30
4	20	30
2.5	1.9320	0.230

尚ほ $\frac{\bar{U}}{U_c}$ と $\sqrt{\frac{k}{a}}$ との關係を表はすに (7) 式を用ひてもよいが

$$\log \left(\frac{\bar{U}}{U_c} \right) = \gamma - m \log \left(1 + \sqrt{\frac{k}{a}} \right) \dots \dots (10)$$

なる式を用ひる方がよい。

(7) の A に $\theta(r')$ をかけたものは滑らかな管では $\log R$ の直線式となつたが、今度の場合には $\log R$ と $\log Z$ との複雑な函数となる。又 l_* は

$$l_* = \frac{U_r}{A \bar{U}} - \frac{U_c - \bar{U}}{A \theta(r')}$$

によりて計算され、 $\theta(r'), A, l_*$ は表-5 の如くである。

(146) 非常に細い管を流れる粘性流體の不定流

(K. Kitagawa, "Sur le Mouvement non Permanent des Liquides Visqueux dans les Tubes de Très Petits Diamètres." Physics-Math. Soc. Japan. Vol. 22, No. 6, p. 442~447. 佐藤清一抄)

圓管の半徑を a , 長さを無限大, 始め $t=0$ にては流體も管も静止してゐて外力はなしとす。今管をその軸の方向 Ox に $f(t)$ なる速度で動かす。此の時の流體運動は $\frac{\partial u}{\partial x} = 0$ で、軸について對稱であるから運動の方程式は

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) \dots \dots \dots (1)$$

壁面に於て滑動なきものとせば

$$\left. \begin{aligned} r=a \quad t>0 \quad \text{にて} \quad u=f(t) \\ \text{又} \quad t=0 \quad 0 \leq r \leq a \quad \text{にて} \quad u=0 \end{aligned} \right\} \dots (2)$$

(1) の一つの特解は

$$u_1(r, t) = 1 + \frac{2}{a} \sum_1^{\infty} \frac{J_0(\alpha r) e^{-a^2 \nu t}}{J_0'(\alpha a) \alpha} \dots (3)$$

之は $r=a, t>0$ で $u_1(a, t)=1$

となる。又 $t=0, 0 \leq r \leq a$ では、
 $u_1(r, 0) = 1 + \frac{2}{a} \sum_1^{\infty} \frac{J_0(\alpha r)}{J_0'(\alpha a)} \cdot \frac{1}{\alpha}$ となり、この兩邊に $rJ_0(\alpha r)$ をかけて r について 0 から a まで積分すれば右邊は零になるから

$$u_1(r, 0) = 0 \dots (5)$$

一般解 $u_2(r, t)$ は Duhamel により

$$u_2 = \int_0^t f(\tau) \frac{\partial}{\partial t} \left[1 + \frac{2}{a} \sum_1^{\infty} \frac{J_0(\alpha r)}{J_0'(\alpha a)} \cdot \frac{e^{-a^2 \nu(t-\tau)}}{\alpha} \right] d\tau \quad t \geq \tau \dots (6)$$

となるが之は

$$\begin{aligned} u_2 &= - \int_0^t f(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \left[1 + \frac{2}{a} \sum_1^{\infty} \frac{J_0(\alpha r)}{J_0'(\alpha a)} \cdot \frac{e^{-a^2 \nu(t-\tau)}}{\alpha} \right] \alpha \tau \\ &= \int_0^t f'(\tau) \left[1 + \frac{2}{a} \sum_1^{\infty} \frac{J_0(\alpha r)}{J_0'(\alpha a)} \cdot \frac{e^{-a^2 \nu(t-\tau)}}{\alpha} \right] d\tau \dots (7) \end{aligned}$$

なる形に書きかへると (1) 式に適合す。

而して r の如何に拘はらず $t=0$ に於て $u_2=0$ となる。又 $r=0$ にては (7) より

$$u_2 = \int_0^t f'(\tau) d\tau = f(t)$$

となり境界条件に適合してゐる。

管が静止して流体が運動する場合は流速 u は

$$u = u_2 - f(t) \dots (8)$$

として考へる。滑動度 ω は (7) と (8) より

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{1}{2} \frac{\partial u}{\partial r} \\ &= \frac{1}{a} \int_0^t f'(\tau) \sum_1^{\infty} \frac{J_0'(\alpha r)}{J_0'(\alpha a)} e^{-a^2 \nu(t-\tau)} d\tau \dots (9) \end{aligned}$$

にて表はされ、 $r=0$ で $\omega=0$ 、恐らく $r=a$ で $\omega=\max$ となり、その分布は時間の函数である。

流量 q を計算するに、半徑 r_1 と $r+dr$ による環の流量は $u \cdot 2\pi r \cdot dr$ であるから

$$\begin{aligned} q &= \int_0^t f'(\tau) \left[\pi a^2 + 4\pi \sum_1^{\infty} \frac{e^{-a^2 \nu(t-\tau)}}{\alpha^2} \right] d\tau \\ &\quad - \pi a^2 f(t) \dots (10) \end{aligned}$$

$f(t) = ht$ なる場合、($h = \text{const.}$) は流速 u は (5) と (7) より

$$\begin{aligned} u &= \int_0^t h \left[1 + \frac{2}{a} \sum_1^{\infty} \frac{J_0(\alpha r)}{J_0'(\alpha a)} \cdot \frac{e^{-a^2 \nu(t-\tau)}}{\alpha} \right] d\tau - ht \\ &= -\frac{h}{\nu} \left[-\frac{2}{a} \sum_1^{\infty} \frac{J_0(\alpha r)}{J_0'(\alpha a)} \cdot \frac{1}{\alpha^2} + \frac{2}{a} \sum_1^{\infty} \frac{J_0(\alpha r)}{J_0'(\alpha a)} \cdot \frac{e^{-a^2 \nu t}}{\alpha^2} \right] \end{aligned}$$

茲で $-\frac{2}{a} \sum_1^{\infty} \frac{J_0(\alpha r)}{J_0'(\alpha a)} \cdot \frac{1}{\alpha^2}$ に $rJ_0(\alpha r)$ をかけて 0 から a まで積分すれば $\frac{a}{\alpha^2} J_1(\alpha a)$ になり、又 $\frac{1}{4} (a^2 - r^2)$

に $rJ_0(\alpha r)$ をかけて 0 から a まで積分すれば同じく $\frac{a}{\alpha^2} J_1(\alpha a)$ になる。従つて

$$u = -\frac{h}{\nu} \left[\frac{1}{4} (a^2 - r^2) + \frac{2}{\alpha} \sum_1^{\infty} \frac{J_0(\alpha r)}{J_0'(\alpha a)} \cdot \frac{e^{-a^2 \nu t}}{\alpha^2} \right] \dots (11)$$

を得る。又滑動度は

$$\omega = \frac{hr}{4\nu} - \frac{h}{a\nu} \sum_1^{\infty} \frac{J_0'(\alpha r)}{J_0'(\alpha a)} \cdot \frac{e^{-a^2 \nu t}}{\alpha^2} \dots (12)$$

此の場合の流量は

$$\begin{aligned} q &= -\frac{2\pi h}{\nu} \left[\frac{1}{4} \left(\frac{a^4}{2} - \frac{a^4}{4} \right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{2}{\alpha} \sum_1^{\infty} \frac{J_0'(\alpha a)}{J_0'(\alpha a)} \cdot \frac{e^{-a^2 \nu t}}{\alpha^3} \right] \end{aligned}$$

$$\text{又は} \quad -q = \frac{\pi a^4 h}{8\nu} - \varepsilon \dots (13)$$

$$\varepsilon = \frac{4\pi h}{\nu} \sum_1^{\infty} \frac{e^{-a^2 \nu t}}{\alpha^3} \dots (14)$$

之によりて見れば h を壓力勾配とすれば、(13) 式右邊第一項は Poiseuille の式によりて興へられるものに過ぎない。故に (13) の第 2 次近似値として Hagen-Poiseuille による定流の流量を用ひる事が出来る。而して不定流に於ては ε 丈小さくなり、 ε は時間と共に減少する。

(147) 滑らかなる平行境壁間及び滑らかなる管内の流れ

(T. Okaya, "On the Flow between Smooth Parallel Walls and through Smooth Pipe". Physics-Math. Soc. Japan. Vol. 22. No. 2. 1940, p. 146~161. 佐藤清一抄)

(1) 平行境壁間の流れ

中央面に平行なる流速を U 、此の面よりの距離を y' とすれば剪應力 τ 、及び壓力について Prandtl により

$$\tau = \rho l^2 \left| \frac{dU}{dy'} \right| \frac{dU}{dy'} \dots (1)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{\partial \tau}{\partial y'} \dots (2)$$

が成立する。但し ρ は流体密度、 l は混合距離。

τ_0 を境壁の剪應力とし、速度に相當の項を導けば

$$U \tau = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \dots (3)$$

而して h を境壁と中央面との距離とし、 y を境壁よりの距離とすれば、

$$\rho \frac{U^2 \tau}{h} = \frac{\tau_0}{h} = \frac{\tau}{y'} = -\frac{\partial p}{\partial x} \dots (4)$$

$$y' = h - y \dots (5)$$

従つて (1) より

$$-\varepsilon \frac{\tau_0 y'}{h} = l^2 \left(\frac{dU}{dy'} \right)^2$$

を得る。但し ε は情況に従つて $+1$ 又は -1 を取る。

そこで \$l\$ であるが之は \$\frac{dl}{dy}\$ が \$\rho, \mu\$ 平均流速 \$\bar{U}, \tau_0\$, \$l, y', h\$ の函数であると考へ dimensional analysis をすれば

$$\frac{dl}{dy} = k \left(\frac{y'U\tau}{\nu}\right)^{2\beta} \left(\frac{2h\bar{U}}{\nu}\right)^\gamma \left(\frac{l}{y'}\right)^\epsilon \left(\frac{h}{y'}\right)^{\zeta-\eta}$$

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

を得る。茲で \$\epsilon + \zeta - \eta = 0\$ となし得るものとすれば

$$\frac{dl}{dy} = f\left(\frac{y'U\tau}{\nu}, \frac{2h\bar{U}}{\nu}, \frac{l}{h}\right) \dots\dots\dots(6)$$

となる。

今ディメンションのない長さ

$$l = \frac{l}{h}, \quad y = \frac{y}{h}$$

を導入し、壁面の摩擦を無視し得る時は \$\frac{dl}{dy}\$ は少くともその第 1 次近似に於て \$l\$ について linear と考へてよい。

$$\frac{dl}{dy} = \alpha(l_* - l)$$

茲に \$\alpha, l_*\$ は chanvel の大き及び次の Reynolds 数

$$R = \frac{2h\bar{U}}{\nu} \dots\dots\dots(7)$$

が一定なれば 常数である。而して (6) 又はその前の式により \$\alpha\$ は \$R\$ の函数である。壁面で \$l\$ が消えるとすれば

$$l = l_*(1 - e^{-\alpha y}) \dots\dots\dots(8)$$

\$y'\$ に於ける \$U\$ は前掲の式により

$$\frac{1}{U\tau} \frac{dU}{dy'} = \frac{\sqrt{y'}}{l_*(1 - e^{-\alpha y})}, \quad y' = 1 - y \dots\dots(9)$$

に依りて定められる。而して此の式は

$$\lim_{y' \rightarrow 0} \frac{dU}{dy'} = 0, \quad \lim_{y' \rightarrow 1} \frac{dU}{dy'} = \infty$$

となりて條件に適つてゐる。(9) を積分して \$U(y')\$ を求めば

$$U(y') = U_c - \frac{U\tau}{l_*} \theta(y') \dots\dots\dots(10)$$

$$\text{但し } \theta(y') = \int_0^{y'} \frac{\sqrt{y'}}{1 - e^{-\alpha y}} dy'$$

(2) 圓管に沿ふ流れ

前の (1) に相當して

$$\tau = -\rho v^2 \left[\frac{dU}{dr'} \frac{dr'}{dr} \right] \dots\dots\dots(1')$$

又半径 \$r'\$ の圓筒狀の流體の運動量の式は

$$\frac{2\rho U\tau^2}{a} = \frac{2\tau_0}{a} = \frac{2\tau}{r'} = -\frac{\partial p}{\partial x} \dots\dots\dots(4')$$

但し \$a\$ は管の半径とす。前と同様に

$$l = \frac{l}{a}, \quad y' = \frac{r'}{a}, \quad y = 1 - y' = \frac{a - r'}{a}$$

と置き、 \$\frac{dl}{dr'} = \alpha(l_* - l)\$ とすれば

$$l = l_*(1 - e^{-\alpha r'}) \dots\dots\dots(8')$$

但し \$\alpha\$ は Reynolds 数 \$R = \frac{2a\bar{U}}{\nu}\$ の函数である。然る時 \$U\$ は

$$\frac{U_c - U}{U\tau} = \frac{1}{l_*} \theta(y') \dots\dots\dots(10')$$

(3) Nikradse の實驗

Nikradse は滑らかな圓管について實驗し

$$\frac{\tau_0}{\rho U^2} = \zeta \left(\frac{U\tau}{\nu}\right)^m$$

と假定して \$U\tau = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}\$ を求めた (表-7)。

表-7.

\$\frac{\partial p}{\partial x}\$ = 壓力勾配, \$U_c\$ = 最大速度
 \$\bar{U}\$ = 平均流速, \$U\tau\$ = 相當剪断速度
 \$\nu\$ = 動粘性係數, \$R\$ = Reynolds 數
 \$a\$ = 管の半径

Exp. No.	\$\frac{\partial p}{\partial x}\$ (dyne/cm ²)	\$l\$ (cm/sec.)	\$R\$ (cm/sec)	\$U\$ (cm/sec)	\$\frac{U\tau}{\nu}\$ (cm ² /sec)	\$\frac{U_c}{U}\$	\$\frac{U_c}{U}\$ (\$\times 10^3\$)	\$\frac{U_c}{U}\$ (cm)
1	0.0836	98.1	51.5	3.82	0.0125	4.0	0.5	
2	12.10	101.8	81.8	5.44	0.125	6.1	0.5	
3	2.95	102.5	123.5	7.76	0.175	5.2	0.5	
4	7.23	278.0	255.5	13.3	0.125	10.7	0.5	
5	1.255	382.6	315	12.55	0.125	23.3	0.5	
6	0.205	210.5	238.2	13.44	0.1119	42.4	1.0	
7	4.85	482.8	485	13.05	0.114	19.5	1.5	
8	2.7	483.0	394	17.4	0.096	20.5	2.5	
9	1.55	856	752	20.4	0.0925	39.0	2.5	
10	4.8	2016.5	875	24.28	0.121	72.5	5.0	
11	9.1	1443	1245	47.2	0.1125	111.0	5.0	
12	1.59	1440	1650	62.4	0.11	130.0	5.0	
13	2.45	5468	2159	77.5	0.11	102.0	5.0	
14	1.00	2294	192.8	68.3	0.082	235.0	5.0	
15	2.202	2440	245	74.5	0.077	279.0	5.0	
16	2.82	2768	249.0	83.1	0.075	324.0	5.0	

更に此の實驗について \$U_c - U(y')\$ を計算すれば表-8 の如し。但し \$U_c\$ は最大流速。

表-8. \$U_c - U\$ の値

Exp.	1	2	3	4	5	6	7	8
\$R \times 10^{-3}\$	4.0	6.1	9.2	10.7	23.3	43.3	105	235
0.00	00.0	000.0	000.0	000.0	000.0	000.0	000.0	000.0
02	1	1	2	2	4	6	5	8
04	2	4	6	8	8	9	1.0	1.0
10	7	1.3	1.5	2.5	2.5	1.8	3.0	3.5
20	1.7	2.0	4.0	6.4	7.5	6.8	9.0	9.0
30	3.1	3.5	6.5	11.0	15.5	10.5	16.0	15.0
40	4.6	0.8	10.0	16.5	21.5	16.0	24.0	24.0
60	6.4	9.3	15.5	22.0	30.5	23.5	30.0	31.0
80	8.6	12.0	18.0	31.0	42.5	32.0	43.0	46.0
70	11.5	16.0	24.0	33.5	57.5	33.5	67.0	61.0
80	15.4	22.1	31.5	55.0	77.5	58.5	82.0	81.0
85	17.8	25.7	30.5	60.5	80.5	68.0	107.0	97.0
90	31.1	39.6	45.5	75.5	106.5	89.5	130.0	116.0
93	23.7	51.5	56.5	83.5	120.5	91.5	145.0	133.0
96	28.2	41.0	60.5	99.0	141.5	107.5	160.0	156.0
98	33.1	48.8	71.0	115.0	169.5	127.5	202.0	181.0
99	40.1	53.8	80.5	128.0	200.5	135.5	224.0	216.0
1.00	47.9	66.8	103.5	161.0	266.5	198.5	278.0	250.0

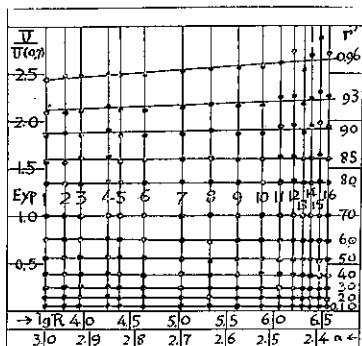
Exp.	9	10	11	12	13	14	15	16
\$R \times 10^{-3}\$	396	725	1110	1536	1959	2350	2790	3240
0.00	000	0000.0	0000	0300	0300	0300	0300	0000
02	1	1	5	1	1	1	1	2
04	2	1.5	2	3	3	2	4	4
10	5	5.6	7	9	10	6	13	11
20	14	15.5	19	24	29	23	31	30
30	25	27.5	30	47	56	48	67	66
40	40	42.5	49	75	96	76	98	98
50	57	61.5	84	100	141	116	127	144
60	78	80.5	118	150	196	161	177	200
70	105	116.5	169	205	262	221	237	274
80	142	166.5	214	281	336	304	327	370
85	169	182.5	253	326	416	359	388	440
90	196	221.5	310	400	500	432	482	536
92	224	250.5	350	469	570	504	559	624
96	260	288.2	417	569	661	630	691	749
98	310	331.5	525	688	781	748	823	878
99	366	368.5	596	788	924	778	871	972
1.00	436	510.5	736	990	1156	894	1026	1256

そこで

$$\phi(r', R) = \frac{[U_c - U(r')]}{[U_c - U(0.7)]} \dots\dots\dots(11)$$

$$\bar{\phi}(r', \alpha) = \frac{\theta(r')}{\theta(0.7)} \dots\dots\dots(12)$$

図-36.



とおき、図-36 に示す如く α と \bar{U} の圖を計算に依りてかく。更に同じく圖-36 に

$$\alpha = 3.757 - 0.210 \log R \dots\dots\dots (13)$$

なる様に $\log R$ を横軸にとる。そこで ϕ なる観測値を各相當せる R に對してプロットすれば圖-36 に見る如く \bar{U} の計算による線と全く一致す。従つて (15) なる條件の下に少くとも第 1 近似として

$$\phi(r', R) = \bar{U}(r', \alpha) \dots\dots\dots (14)$$

が云へる。

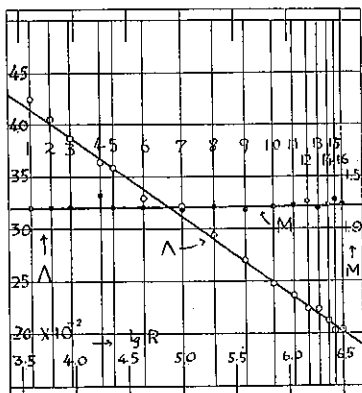
(4) 平均流速と流速分布

混合距離は前述の如くに (8) 又は (8') の形の方が、普通用ひられる $l = K(1-\eta)$ やその他 Kármán, Goldstein による複雑な形より良く合ふ。 α を以て η' 或は η'' を代表せしめ、若し (10) 又は (10') なる流速分布が成立するものとすれば

表-9.

Exp.	α	$\alpha(0.7)$	$\log R$	A_{obs}	$A_{est.}$	M
1	3.00	0.4875	3.002	0.484	0.4159	1.19
2	2.80	0.502	3.25	0.5	0.5	2.9
3	2.6	0.519	3.5	0.52	0.5294	21
4	2.4	0.537	4.246	0.5	0.57	33
5	2.2	0.555	5.0	0.57	0.59	19
6	2.0	0.573	5.75	0.57	0.61	20
7	1.8	0.591	6.5	0.57	0.62	21
8	1.6	0.609	7.25	0.57	0.63	21
9	1.4	0.627	8.0	0.57	0.64	18
10	1.2	0.645	8.75	0.57	0.65	23
11	1.0	0.663	9.5	0.57	0.66	24
12	0.8	0.681	10.25	0.57	0.67	25
13	0.6	0.699	11.0	0.57	0.68	20
14	0.4	0.717	11.75	0.57	0.69	22
15	0.2	0.735	12.5	0.57	0.70	22
16	0.0	0.753	13.25	0.57	0.71	1.20

図-37.



$$A = \frac{[U_c - U(r)]}{\theta(r, \alpha) \bar{U}} \dots\dots\dots (15)$$

は一種類の實驗については一定で R のみの函數となる筈である。Nikradse の實測値より A を計算すれば表-9 の如く、之より

$$A = 0.6797 - 0.0733 \log R \dots\dots\dots (16)$$

なるを知る (圖-37)。

\bar{U} に對する r' を r_1' とすれば之は

$$\frac{\theta(r_1')}{\theta(r'')} = \frac{U_c - \bar{U}}{U_c - U(r'')}$$

より決定される。 $M = \frac{(U_c - \bar{U})}{(U_c - U(0.7))}$ において $r' = 0.7$ について計算すれば表-9 の如し。之に對し θ の方は表-10 の如くであるから \bar{U} は第一近似として $r_1' = 0.765$

表-10.

α	$\theta(0.7)$	$\theta(0.765)$	$\theta(0.765/\theta(0.7))$
3.4	0.5193	0.6577	1.264
2.4	0.530	0.636	1.212
2.0	0.522	0.606	1.220
2.7	0.528	0.588	1.256
2.8	0.519	0.570	1.296
2.9	0.504	0.578	1.205
3.0	0.4973	0.585	1.203

の所の \bar{U} をとつてよい。

(17) から $\bar{U} = \frac{U_c}{(1 + A\theta(r_1'))}$ となり $\theta(r_1') = 0.6677 - 0.01435 \xi + 0.0004723 \xi^2$, $\xi = (\alpha - 2.4) \times 10$ であるから $1 + A\theta(r_1') = 1.3898 - 0.0388 \log R$ となり従つて平均流速の式は次の如くなる。

$$\bar{U} = \frac{U_c}{(1.3898 - 0.0388 \log R)} \dots\dots\dots (17)$$

之は表-11 に示す如く實測値 $\bar{U} = \frac{Q}{\pi a^2}$ と非常に良く一致す。又流速分布は

表-11.

Exp.	$\log R$	α	$\alpha(0.765)$	A	$\bar{U}_c(1.3898)$	$U_{obs.}$
1	3.002	3.004	0.7385	0.1159	54.5	54.5
2	3.25	2.802	0.688	0.127	32.0	31.8
3	3.5	2.6	0.638	0.137	25.4	25.5
4	4.246	2.4	0.588	0.147	22.9	23.5
5	5.0	2.2	0.538	0.157	21.1	21.5
6	5.75	2.0	0.488	0.167	20.4	20.8
7	6.5	1.8	0.438	0.177	20.0	20.0
8	7.25	1.6	0.388	0.187	20.0	20.4
9	8.0	1.4	0.338	0.197	20.0	20.0
10	8.75	1.2	0.288	0.207	20.0	20.0
11	9.5	1.0	0.238	0.217	20.0	20.0
12	10.25	0.8	0.188	0.227	20.0	20.0
13	11.0	0.6	0.138	0.237	20.0	20.0
14	11.75	0.4	0.088	0.247	20.0	20.0
15	12.5	0.2	0.038	0.257	20.0	20.0
16	13.25	0.0	0.000	0.267	20.0	20.0

$$\frac{U_c - U(r')}{\bar{U}} = A\theta(r') \dots\dots\dots (18)$$

(5) 混合距離

$U_r^2 = \frac{\tau_0}{\rho} = \frac{\alpha}{2\rho} \frac{\partial p}{\partial x}$ であるから之より計算した U_r を用ひて混合距離に關係した係數 l_* は (10) と (17) とから導いた式

$$l_* = \frac{U_c}{U_r A} \dots\dots\dots (19)$$

によつて計算される (表-12)。之によりて見るに l_* は $\log R$ の linear function となり ($3.6 < \log R < 4.4$) (Blasius の領域) にては

$$\log \frac{\bar{U}}{U_r} = \frac{1}{8} \log R + 0.7052$$

又純粹に渦流の領域 ($5.6 < \log R$) では

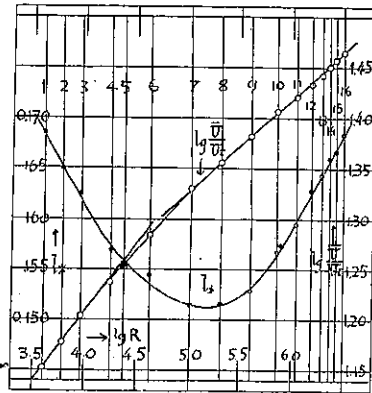
表-12.

Exp.	U_1/\bar{U} obs.	U_1/\bar{U} cal.	l_1
1	0.0791	0.07003	0.1685
2	665	6647	46
3	628	6311	35
4	646	6312	127.9
5	537	—	53
6	521	—	46
7	487	—	35
8	452	4.178	16
9	416	4.163	29
10	382	3.922	67
11	379	3.752	97
12	369	3.672	162.8
13	361	3.592	44
14	354	3.533	60
15	337	3.372	68
16	0.0342	0.03381	0.1688

$$\log \frac{U}{U_1} = \frac{1}{11} \log R + 0.8727$$

となり (4.4 < log R < 5.6) には log R の係数は $\frac{1}{8}$ から $\frac{1}{11}$ に變る。 l_1 の變化は圖-38 の如く log=5.2 に於て最小となる。

圖-38.



コンクリート

(148) 米國コンクリート調査聯合委員會「コンクリート及び鐵筋コンクリート標準示方書」の改正に就て

(The Joint Committee, "Recommended Practice for the Use of Concrete and Reinforced Concrete and Standard Specifications for Concrete and Reinforced Concrete." Proc. of the A.S.C.E., June 1940, Part 2, p. 1~122.
一木保夫抄

米國コンクリート調査聯合委員會は、1904年に最初の聯合委員會が組織され、當時はコンクリート技術界發展の初期であつたが、委員會の努力によつて1916年に“推奨する基準工法”を發表した。次いで1920年に第2番目の聯合委員會が成立し、最初の聯合委員會の報告を基とし之に幾多の進歩を織り込んで、標準示方書の作製に努力し、1924年に“コンクリート及び鐵筋コンクリート標準示方書”を發表した。更に近年に於けるコンクリート技術の大なる進歩發展に即應し、1930年に第3番目即ち現在の聯合委員會が成立し、各部門に互り慎重研究の結果、1938年6月27~28日に

最後の委員會を終了し、その後實行委員及び幹事の努力によつて茲に委員會の推奨する“コンクリート及び鐵筋コンクリート基準工法”及び1924年の示方書とは形に於ても内容に於ても大いに異つた“コンクリート及び鐵筋コンクリート標準示方書”を發表するに至つたものである。この様に“基準工法”と“標準示方書”の2部分つたことは、總ての問題を十分具體的に表現せんとしたためである。従つて聯合委員會の推奨する工法としては、之等の2つを組合せて考へなければならぬ。何れにしても之等はコンクリートの設計及び施工に對する確定的な規定として發表するものではなく、今日のところ最も良い施工法はこの程度のものであると云ふ、一般の標準を與へんとするものである。

聯合委員會の組織：

本聯合委員會に加盟せる團體及び代表者は次の如くである。

1. 米國土木技術協會 (A.S.C.E.) W. A. Slater 外6名,
2. 米國材料試驗協會 (A.S.T.M.) P. H. Bates 外3名,
3. ボルトランドセメント協會 (P.C.A.) F. R. McMillan 外7名,
4. 米國コンクリート協會 (A.C.I.) S. C. Hollister 外4名,
5. 米國鐵道技術協會 (A.R.E.A.) C. P. Richardson 外5名,
6. 米國建築技術協會 (A. I. A.) Paul W. Norton 外6名.

聯合委員會の委員長は A. E. Lindau 常務委員會の外に9つの實行委員會を設け、各擔當部門につき原案の作成に當つた。

改正の要點：

1924年第2番目の聯合委員會によつて發表された標準示方書と、今般發表された基準工法及び標準示方書との、異なる點の主なるものは次の如くである。

材料—早強セメントを考慮に入れたこと、及び特殊な場合に對しては特種セメントの有効なことを認めてゐる。

骨材に關しては、1924年の示方書に於けるよりも廣範圍に包括して取扱ひ、特別な要求に對して必要な場合には變形し得る様に規定してゐる。

輕量骨材の使用及び耐火性を基とした骨材の分類をも含めてゐる。

配合—特に強調した點はコンクリートの耐久性である。近年セメントの強度が増加したこと及びコンクリート技術の改善されたことを以てすれば、水量を多くしても普通の設計に對しては十分なる強度を有するコンクリートを作り得る。委員會の意見としては、コンクリートの分類又は等級は、最小限度の要求に基づくよりも、露出の状態に基づく方がより一般的に有效であると云ふ意見が多い。又、ウォーカーピリチー、及び空隙の少い齊等なコンクリートの製作に影響を及ぼす如き要素に對しても、特別な考慮を拂つた。

配合に就いての示方様式を2つに變へたこと、コンクリートの配合に就いては2つの様式の示方を與へてある。その1つに於ては、事業請負者は、或る範囲内でかなり自由な處置によつて、規定された性質（露出の状態と強度とを考慮してある）のコンクリートをつくることを要求されてゐる。もう一方に於ては、責任技術者がセメントの最小使用量をも含めて所要の配合を規定してゐる。強度の規定された場合には、試験によつて要求された強度が出てゐるか否かを確かめることになつてゐる。

新しい方法の採用一揆め混合せるコンクリートの使用、振動方法によるコンクリートの締固め及び新しい運搬方法の採用などを何れも示方書に取入れてゐる。

設計一委員會は鉄筋コンクリート構造物の設計に於て、連續の原理及び弾性學的解析を益、使用することに特別な考慮を拂つた。鉄筋コンクリート構造物は本質的に單一體的のものであるから、之等の新しい設計方法は單に念入りであるばかりでなく、更に合理的な更によく均衡のとれた設計をなきんとするものであると考へられる。設計者には、構造物解析の幾つかのよく知られた方法が用ひられ、近似解法は餘計な計算をせず普通の建物を設計する場合に用ひられるに止まる様になつて來たのである。

柱一柱の問題に就いては、1924年の報告には取入れられてゐない研究の結果、特に1930~1933年に米國コンクリート協會の報告に發表された實驗の結果を考慮に入れてある。柱の安全荷重は柱の全斷面積を計算に入れて、コンクリートの破壊強度と軸方向鉄筋の降伏點強度とを基として定めてゐる。螺旋鉄筋はその量が、柱の核の破壊強さを、核の外側の部分のコンクリートによつて高められる破壊強さに等しいか又はそれ以上増すに十分な量がない場合には、安全荷重の計算に當つて螺旋鉄筋を考慮に入れない。若しもこれだけ十分な量の螺旋鉄筋を使用したときは、核の外側のコンクリートが剝離した場合、螺旋鉄筋によつて高められる柱の強さは、安全荷重を十分な螺旋鉄筋のない場合の柱の安全荷重よりも25%増すものと認めてゐる。

版一版に關しては、この種構造に附帶する細部に關し幾らか詳細に記述した。然しその根本的な設計方法は變更されてゐない。新しい實驗結果がないから、之に關しては1924年の報告の範圍に止まつた。版の厚さに對する式は簡易化し、コンクリートの28日強度に適應し得る様に變形した。

2方向に主鉄筋を有する版—2方向に主鉄筋を有する版の設計に對しては、委員會は彈性板としてモーメントの分布及び應力度を求める方法を採用した。然しながら、理論の範圍と試験結果とを考慮し、適用を簡易化することに努力した。

設計算式—矩形梁及び丁形梁の設計に對する標準計

算式及び計算に使用する標準記號は、報告から除くことになつた。

（譯者記：以上は示方書改正の概略であるが、“基準工法”及び“標準示方書”の全譯文は追つて土木試験所彙報に發表する。）

施 工

(149) 長さの異なる杭を用ひた杭打基礎の設計

（“Design of Pile Foundations using Piles of Varied Lengths”, E.N.R., June 20, 1940, p. 70.
岡正義抄）

基礎の斷面に、長さも支持力も違ふ杭を用ひる事は經濟上望ましいが、此の爲に慣性能率に依る方法で所要な杭を算定する一般の方法を用ひるのは、質質的に間違つてゐる。此の誤りは載荷に依る各杭の沈下に對して、杭の長さの差違が影響する事を考慮に入れてゐない事に歸因してゐる。此處では不確かな杭の支持力による影響には言及しないが、杭打基礎に對する慣性能率の方法の根本をなす概念は矩形斷面梁に於ける抵抗モーメントの概念と同様であつて、此の考へは土壤上の礎段又は、全く均一の長さの杭上の礎段に對してのみ適當である。

礎段の下に於ける抵抗はその時には、均一物質で出來た矩形梁に於ける抵抗に多少類似してゐる。壁體に設計荷重が働いてゐる時、若しも荷重の合力が礎段に對して偏心荷重である場合には、礎段は水平にはならぬであらう。

普通の壁體の杭打基礎の場合には、均一物質による矩形斷面梁の場合のやうな均一な固有の抵抗力は、基礎全體の面積中の各單位面積に對して存在しない。此の型の壁にあつては設計荷重が作用する時に、基礎を水平位置に保つやうに注意する事は重要である。

擁壁或ひは他の偏心荷重を受ける壁體に對する杭打基礎の一般の型では、均一の長さでもなく、支持力も異なる杭を使ふが、總ての杭の1'當りの抵抗を等しいものとして設計する。此の時は礎段は設計荷重下で水平である。杭を均一の物質の中に打つ時此の實際のやり方が正しい事は經驗上分つてゐる。其故に、基礎設計に當つて、若しも各杭の長さが必要な力に比例するならば、短い枕杭の全沈下は附近の長い杭の全沈下に等しいと考へる事が出来る。此の型の基礎に於ける礎段は最後の位置では水平になるであらう。斯様な基礎に於ける總ての杭の上端の均等な沈下は慣性能率の方法によつて設計されるところの矩形梁に應力が作用した際の長さの不等變化と反對である。

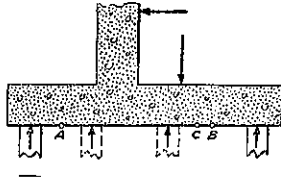
杭打基礎の最も簡単な設計方法は圖-39の太線で示すやうな礎段の前側に一列と後側に一例の杭を打つや

うな設計である。此の時壁に作用してゐる總ての外力のモーメントは杭の各列の中心線に關して計算する。若しも各列に於ける杭の長さを載荷荷重に比例して造ればすべての杭の沈下は同一であり、礎段は水平になるであらう。礎段の下に3列か4列の杭がある場合に、簡單で正確な設計の方法は、隣接する杭の縦の列を4列の杭がある場合には2列宛二組に集める事であり、3列の時1列と2列の集團に集める事である。此の場合に總ての杭に来る力はどの一組の列に關しても、その一組の列の中の杭一つ宛については均しいものと考へられる。最初に、列の横の間隔を總ての場合假定しなければならぬが、通常縦の間隔は前以て假定する必要はない。縦の3列の杭の場合に、2列の杭の時と同様に總ての外力のモーメントを一つの外側の列にとればよい。

此れに依つて或る與へられた長さの壁に對して隣接せる2つの杭の列に来る全荷重を算定出来る。そして此の半分は各集團の中の各列に於ける荷重になるのである。

杭の一つの列上の全荷重は壁にかゝる全垂直荷重から減ずる事の一組(2つ)の列に對す

圖-39. 壁に對する杭打基礎、杭の集團に来る荷重を決定する爲にモーメントを計算する點を示す



る全荷重でなければならぬ。2つの列に於て總ての杭の能力は同じであるから、杭の長さと同様の間隔は亦2つの列中に於ては同一であらねばならぬ。4つの列の杭を有する礎段に對し、必要な杭の能力は一集團として一方の側の2列を考へれば正確に計算し得るであらう。與へられた長さの壁に作用する總ての外力のモーメントは圖-39のA點に關し、又はB點に關して計算される。A、Bは一集團の列の間で中間に位置する點である。A及びBで支持される梁の反力を決定する方法に従つてモーメントを計算する。此の事から他の2列上の全荷重は直ちに出る。杭の2つの集團に於ける能力及び縦方向の間隔は、前に與へた方法で決定される。外力のモーメントは、若しもその集團に於ける比較的能力と縦方向の間隔が次の條件を満足するやうになつてゐるならば、どの集團の杭上のどの點に關して計算してもよい。その條件は「その點で總ての外力のモーメントが計算されるやうな點に杭の集團の重心が来る事」である。

5列か6列も杭を必要とする壁の場合には5列の時には杭列は2列と3列に、6列のものは3列と3列に組合される。そして前と同様の設計方法を用ひる事が出来る。各杭の能力の比率及び一團としての各杭列の横間隔を豫め假定すれば重心が決定する。各列の縦間隔はその集團に對する能力の比率の總和でその集團に對

する荷重を分けることに依つて決定される。若しも此の杭列に對する全能力を最初のを標準即1として他の列に對してはそれ以下であると假定すれば以上の力の分配は最大能力を有する列に對する最大能力を直ちに與へるのである。そして他の列に對する必要な能力は標準の値に對する比率で決められる。此の文中に與へた設計に就ての簡単な試算の方法が正しい事を證明する爲に最小仕事の原理がよく用ひられる。此の方法は計算した杭の重心が外力の重心に對應するところの結果を與へる。

熔 接

(150) 熔接継目の熱應力及び其の疲労限度に及ぼす影響に就て

(R. Elack-Tönnessen, "Beitrag zur Beurteilung der Wärmespannungen und ihr Einfluß auf die Dauerfestigkeit von Schweißverbindungen." Der Stahlbau, Heft 23/24, S. 164-168.
河合秀夫 抄)

鋼は固有應力が疲労限度に影響する。然かも Thum 及 Erker の研究に依ると St 37 では固有應力が此の鋼に作用する應力を事情次第で阻止したり助長したりする。強度の高い鋼は反之内部應力は振動強度を損はないし更に交番彎曲應力に依り内部應力を除去出来ると Schlutz 及 Buchholtz が報じて居る。

熱應力の特殊な作用を研究するに當り最も困難なのは同時に入つて来る影響を分離する事である。即ち切込、熱による材料の特性變化、低温加工の作用及種々の副影響である。更に熱應力の影響を調べるに當つて正確な應力測定方法が不可能な事等である。

先づ熔接として次の三つの異つた電極棒により研究を進める。

1. 43 珪/耗² から 47 珪/耗² の引張強さを有する厚巻電極棒
2. 39 珪/耗² から 43 珪/耗² の引張強さを有する厚巻電極棒
3. 43 珪/耗² と 45 珪/耗² の中間の引張強さの薄巻電極棒

熔接部固有應力の大きさは繰返荷重の前後にレントゲン光線及機械検査によつて測定する。更に母材の豫熱の影響と熔接から疲労限度試験迄の経過時間も研究する。

試験には全部で6組の試験片を作り二つ毎に同一電極棒を用ふ。之の中一つは母材を豫熱した上に熔接し他は熔接時に部分的に水中冷却をなす。母材としては St 37 の平鋼から 15 珪厚の片を取り之に條溝をつくり此處に熔着金屬を入れる。3.25 珪の棒で 120 A とする(衝合 DIN 4101 第一種)。

應力測定は Regler 氏の方法に依る。編幅の測定に

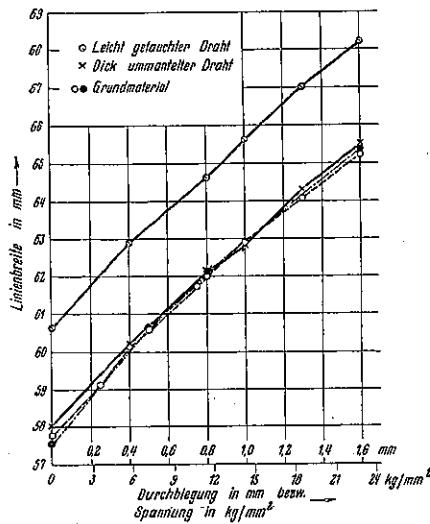
はレントゲンフィルムの光度測定法を用いた。

レントゲン管: Haddington の Jonen 管
 光線電源及電流: 半波長機械及 16 MA
 温度: 18°C
 点火時間: 約 10 分
 対陰極板: クローム
 供試體-フィルム距離: 63.5 耗

光度測定にはレントゲンフィルムを局限した先線上に緩かに通しフォトセルに依り曲線を記録する。

應力測定はの尺度とする爲、平な試験片を前以つて赤熱し應力の等しい様にして置き棒に入れて徐々に彎曲して吟味をする。かくして圖-40の如く母材の價を基礎とし

圖-40.



て二曲線が得られる。同圖を見ると厚巻の棒の場合は微かに薄巻時は強く偏れる。表-13に A から F迄の各組の試験結果を示す。母材の豫熱は内部應力を減少せしめ 2 の棒では甚だ小さい値を示して居る。

表-13.

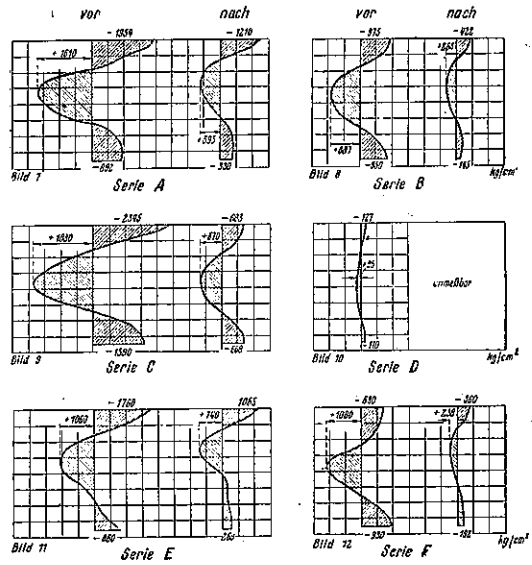
Serie	Linienbreite (Mittel aus zwei Photogrammen) mm	Spannung kg/cm ²
A	65,1	-2200
B	61,7	-1080
C	65,3	-2250
D	58,2	-100
E	67,4	-2000
F	61,4	-1050

表-14.

Serie	Spannung kg/cm ²
A	-1954
B	-975
C	-2345
D	-127
E	-1750
F	-600

次に機械的應力測定はの爲に供試體を固定し熔接断面で切削する。内部應力に依り片は高低する。片の偏れはダイヤルインディケータで測る。表-14は熔接表面で見出した多くの材の平均應力を示したものでレントゲン試験の表-13の値と良く一致して居る。6組の供試體に對し熔着金屬の直下に繰返荷重を加へると熱應力は著しく減少するが零にはならない。圖-41は繰返荷重前後の断面の應力値を示す。應力減少は第 1 回の荷重變換から始まり 30 回の繰返しに依り測り得る程の低下を來たす。荷重の繰返しは零と最高値若くは低い限界と高い方の限界とが同符號

圖-41.



の場合各其の中間に於て材料は降伏點に達するか又は其れを超過してしまふ。

次に 680°C に灼熱せる場合の試験を行ふ。内部應力は 1, 變態點直下で全く取去られる事が證明される。反之供試體を半年も放置して置いても内部應力の減少は得られぬ。

繰返荷重を與へた各組の結果を表-15に示す。熱應力は疲労度を妨害する事が分る (DIN 4101 第一種銜合の熔着金屬部では之の關係を良く示してゐる) が内部應力の影響は種々の電極棒で等しくない。電極棒 1 では疲労限度が 19.1 耗/耗² から 18.8 耗/耗² に下り (振動幅の減少は 0.6 耗/耗²) 之の時の熱應力は 10 耗/耗² から約 21 耗/耗² に昂上する。棒 2 では疲労限度 18.7 耗/耗² から 17.9 耗/耗² に下り (振動幅低下 1.6 耗/耗²) 熱應力は 1 耗/耗² から 23 耗/耗² に上る、反之棒 3 は疲労限度 17.8 耗/耗² から 14.9 耗/耗² に落ち (振動幅低下 5.8 耗/耗²) 熱應力は 9 耗/耗² から約 19 耗/耗² に上る。薄巻の疲労限度 (裸棒では勿論) の低下は内部應力の爲明かである。棒 3 の場合融着金屬は脆いが之の原因は内部應力に依る所大である。裸又は薄巻の棒では氣泡無しの熔接を得る事は殆んど不可能と見てよいが厚巻の時は得られる。

表-15.

Serie	Dauerfestigkeit kg/cm ²
A	1820
B	1910
C	1730
D	1870
E	1490
F	1780

厚巻の棒で行つた伸張性のある熔着金屬の場合には振動幅低下は熱應力の爲小さいから内部應力の作用を度外視出来る。

以上の結果は適當な豫熱と適當な電極棒を用ふれば内部應力を減ずる事を示して居る。

下水道

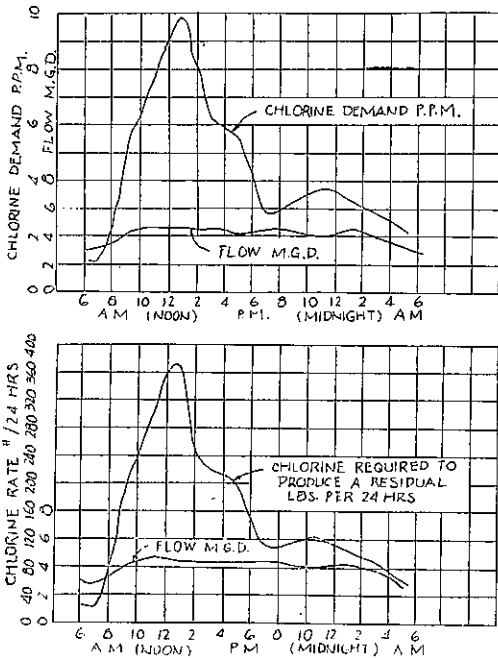
(151) 鹽素處理の問題と進歩

A. E. Griffin and G. A. Campbell, "Problem and Progress in the Chlorination of Sewage." Sewage Works Journal, Mar., 1940. pp. 307~320.
野中八郎 抄

下水處分に於て鹽素處理の擔ふ役割は極めて大きく、下水の消毒殺菌に、臭氣の抑制に、將又沈澱效果の増進、B.O.D. 減率の増進に、或は脱脂に、多大の成果を挙げつゝあるのである。元來下水はその性質上、量的にも質的にも通例 24 時間を週期とする時間的變化を行ふことは、下水處理場操作者のみならず一般の周知する所である。従つて鹽素處理に於て(他の處理法に於ても同様だが)處理能率の全きを確保する爲めには、夫等の變化に即應する操作法を採ることが極めて肝要なのである。次に典型的な處理場の範例二、三を摘示してその流入下水の特性を分析し、次いで一、二の新しい鹽素處理法を紹介しやうと思ふ。

圖-42 は處理人口約 35 000 人の處理場流入下水(家庭下水)の代表的な 24 時間變化を例示する。元來處理場の負擔する荷重は下水の鹽素要求量、浮游物質、B.O.D. 等の要素に依存するもので、圖-42 の曲線はその中

圖-42.



の鹽素要求量に基いて描かれ、且 Buffalo の Symons 博士の資料に依つたのである。是は尖頭鹽素要求量が尖頭下水量と同時的に起る例で、一般によくあるタイプである。尖頭荷重は午後 1 時頃起る。

圖-43.

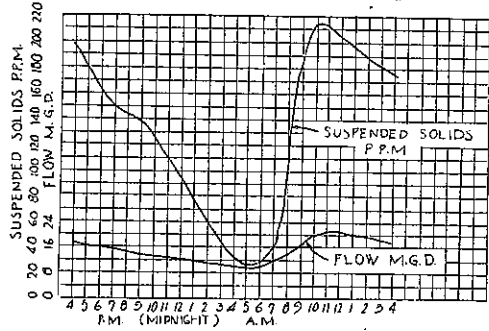
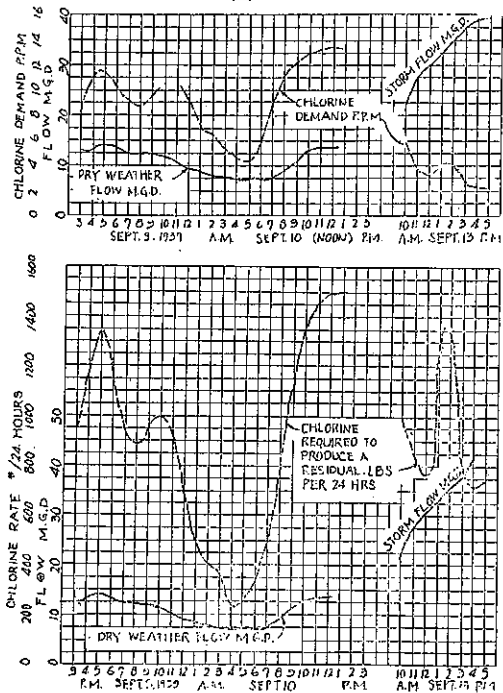


圖-43 は同様な 24 時間荷重變化を浮游物質に基いて圖示したもので、Georgia 州 Atlanta に於ける Peachtree Creek 處理場の E. F. Killman 氏の實測に成る。尖頭荷重と尖頭下水量は共に正午少し前に起り、早朝に於て最小である。本圖は下水の流量變化が比較的僅小なのに、下水の強度が甚しく激變する例證である。即ち流量が 2 倍になる間に下水の強度は約 7 倍に増加してゐる。

圖-44 は N.Y. 州 Yonkers に於ける Saw Mill River 下水處理場の流入下水の變化狀況を表すもので、晴天時下水量に對比して雨天時下水量の場合も併せ示

圖-44.



す。晴天時下水量が増加するに従つて下水強度も増大するのが常則だが、雨天時下水量の増加は通例逆に下水強度の減少を伴ふ。此の特殊下水は家庭下水と工場廢水の混合下水で、こゝう下水では、工場廢液が下水道に流入すると著しく下水強度を増大するのが常である。圖-44 の鹽素要求量曲線の第二の隆起(午後 11 時に起

れる)はそういふ現象の示標である。

舊來の鹽素處理は概ね手働式であつて、間々自動式が採用された。定率の手働式鹽素處理の場合、鹽素の注加過剰とか注加寡小の期間が長くなる虞がある。小處理場では元々所要鹽素量が小なので、こゝいふ方法も許容されようが、大處理場ではそれはゆかぬ。鹽素注加量が 1 p. p. m. だけ違つても經費に大影響を及ぼすのである。而も操作の有効を期する爲めには、絶えず注加率を監視調整する事が不可欠なのである。こゝいふ場合、操作者は多く二つの異なる鹽素注加率、即ち最大荷重期間——通例晝間と、その殘餘の期間とで別々の注加率を採用してゐる。斯様な方法は、併し、精々旨く行つた所で、鹽素要求量が常に満足されて注加過剰も不足もないと云ふ理想的状態には猶未だしである。

次に提案された自動式鹽素處理に依ると鹽素注加率を流入下水量に應じて、即ち容量的に調整可能である。併し之でも問題の全的解決を齎すものではない。先に指摘した様に、流量が假りに 2:1 に變化したとき、鹽素要求量が 8:1 又は 10:1 にも變化する場合があるからである。

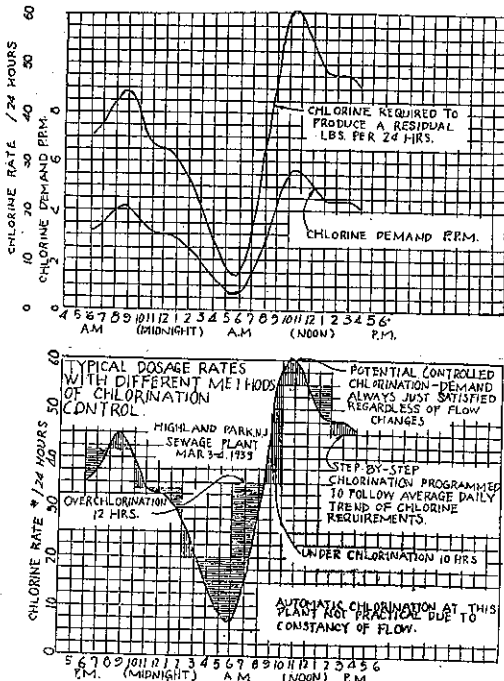
近時、こゝいふ事態に適應する更に有效妥當な二つの新しい鹽素處理法が考案利用されてゐる。其の第一は段階式鹽素處理とも稱すべきもので、24 時間週期を豫め幾つかの間隔に分割し、各間隔毎に注加率を異にする方法である。各間隔の注加率は、實測又は操作者自身の

理場では流入下水量が殆んど不變(約 1.3 m. g. d.)なのに、鹽素要求量は 0.7~6 p. p. m. の範圍に變化し、最大下水強度は午前 11 時頃到達した。下圖は同處理場に於ける、上述の段階式調整法の適用貨状を示す(此處では 6 種の注加率を採用した)。段階式鹽素處理調整法は鹽素要求量曲線に相應に能く隨順するけれども、猶注加過剰乃至不足の期間が生ずるのは免れない。

第二は最近發達した所謂電位鹽素處理である。此の調整法は電極式を應用したもので、操作に當つて、少量の下水が測定用並に對照用電極を有する電池を流過する。電池からの電位示標が適當な記録計に傳達され、その記録計が鹽素滅菌機の注加率を調整する様になつてゐる。こゝいふ方式は、下水の容積のみならず、強度の變化に依る鹽素要求量の變動に即應し得る理想的方法である。圖-45 の鹽素要求量曲線は電位調整鹽素滅菌機と聯動せる自記鹽素注加圖より直接求めたもので、これらの注加量は常に、鹽素注加點から數分下流の下水中に 0.2 p. p. m. の殘留鹽素を生ずるに充分な量であつた。

之を要するに、大處理場には電位式鹽素處理が最も妥當であらう。蓋し此の鹽素處理調整法は最も合理的な結果を、最も經濟的に與へるからである。之に對し、比較的小さい處理場では、操作の精緻と云ふ事は左程緊要でないので、段階式鹽素處理が最も適するであらう。

圖-45.



(152) 促進汚泥法に於ける温度並に促進汚泥濃度の影響

C. N. Sawyer, "Activated Sludge Oxidation: Results of Feeding Experiments to Determine the Effect of the Variables Temperature and Sludge Concentration." Sewage Works Journal, Mar., 1940. pp. 244~259. 野中八郎抄

下水の促進汚泥法處理に當つて最も重大な要素の一つである返送促進汚泥の濃度(換言すれば浮遊物質 p. p. m.)、並に促進汚泥の硝化能力に對する温度の影響に就て次の要旨の實驗的研究を行った。

- (I) 促進汚泥濃度を 1000 p.p.m. に保ち、温度 10, 15, 20, 25°C に於ける研究
- (II) 促進汚泥濃度を 800, 1600, 2400, 3200 p.p.m. に變化せしめた場合に付、夫々室温(約 20°C)及び 10°C に於ける研究

各實驗毎に B.O.D. 減率、硝化率、汚泥生成率並に酸素利用量を觀察し、且發生汚泥の分析試驗(揮散物質並に窒素含有量)を行った。因に實驗に供した下水は典型的な家庭下水に約 10% の薬品處理した確詰工場廢水を混入したもので、供試下水の 5 日間 B.O.D. は 154~382 p.p.m., 平均 248 p.p.m. であつた。

- (I) 温度 10, 15, 20, 25°C に於ける研究(促進汚泥濃

經驗に依つて定められた實際の鹽素要求量を以て選定するのである。圖-45 上圖は New Jersey 州 Highland Park 下水處理場に於ける鹽素要求量曲線を示す。本處

度 1000 p.p.m.)

(a) B.O.D. 減率 表-16 に示す如くで 10°C に於け

表-16. 各種温度に於ける促進汚泥法流出水の B.O.D. (p.p.m.)

温度 (C)	7 日間	13 日間	18 日間	平均 B.O.D. 減少百分率
10°	28.0	23.7	16.4	91.5
15°	10.0	15.4	15.5	94.3
20°	10.5	16.8	12.0	94.5
25°	14.0	13.9	11.0	94.6

る浄化度 (B.O.D. 減率より見たる) が稍劣つてゐるのが目立つ。

(b) 硝化率 促進汚泥に依る硝酸鹽生成は表-17 に示す如くで、10°C に於ける硝酸鹽生成は 7 日目を轉機

表-17. 各種温度に於ける促進汚泥に依る硝酸鹽生成 (窒素として p.p.m.)

温度 (C)	7 日間	13 日間	14 日間	22 日間	35 日間
10°	12	4	4	2.8	0.0
15°	16	16	20	22	—
20°	20	16	24	22	—
25°	22	18	24	22	—

として漸次減少し始め、22 日目を以て事實上終熄した。10°C に於ける実験は 59 日間繼續されたが、31 日以後は流出水中に硝酸鹽を全く見出さなかつた。然し乍ら亜硝酸鹽の生成は表-18 に示す如くそれより多少長く

表-18. 各種温度に於ける促進汚泥に依る亜硝酸鹽生成 (窒素として p.p.m.)

温度 (C)	7 日間	14 日間	22 日間	36 日間	59 日間
10°	—	18.0	25.0	2.5	2.0
15°	—	0.4	0.5	—	—
20°	—	0.1	0.4	—	—
25°	—	0.1	0.0	—	—

繼續し、36 日目に亜硝酸性窒素は 2.5 p.p.m. の極小値に達した。アムモニア性窒素を酸化する能力の消滅と共に、流出水中のアムモニア性窒素の濃度は漸次増加し、亜硝酸鹽及び硝酸鹽生成が極小に達した 46 日目に至つて、10°C 試験の流出水は 18.4 p.p.m. のアムモニア性窒素を含有した。

(c) 促進汚泥の生成率は

温度の影響が顯著なること、而して 15°C に於て最も急速、25°C に於て最も緩慢なることが判明した (圖-46 参照)。

(d) 酸素利用量の試験

結果は圖-47 に示す如く

で、20 及び 25°C の場合は

硝化段階が約 2.5 時間で完了したが、10 及び 15°C の場合は約 3.5~4 時間を要することが認められた。此の懸隔は後者の汚泥に於ける硝化生物の減少に起因するものゝ如く、且 10°C 汚泥に依る硝酸鹽生成力の喪失と關聯するものと意料せられる。

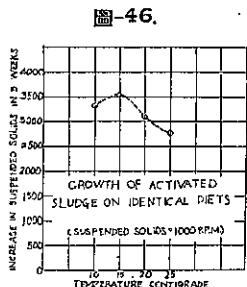
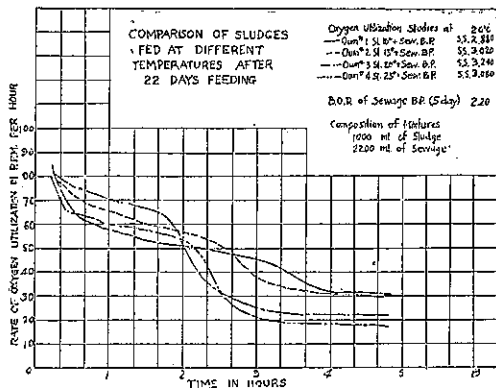


圖-46.

圖-47.



(II) 各種濃度の促進汚

泥に依る研究

A. 室温 (約 20°C)

(a) B.O.D. 実験第一

週の間は 800 p.p.m. 及び

1 600 p.p.m. 汚泥に依つ

て生ずる流出水は、高濃度

の汚泥による流出水より遙

かに良質であつたが、それ

以後は表-19 より判る如く流出水の水質が全くま

ちであつた。

表-19. 各種濃度の促進汚泥に依つて生ずる流出水の B.O.D. (室温) (p.p.m.)

汚泥濃度 p.p.m.	7 日間	18 日間	18 日間	40 日間	48 日間
800	6.5	24.5	11.5	7.0	5.5
1 600	8.0	24.5	12.3	—	—
2 000	—	—	—	8.0	6.5
2 400	13.5	24.0	14.1	—	—
3 200	16.5	20.0	13.1	9.0	8.5

(b) 硝酸鹽生成は表-20 の通りで、原促進汚泥の硝化能力が、凡ての汚泥に於て 52 日間を通じ保持された事が本表より察知される。低濃度の促進汚泥に依つて生じた流出水中の硝酸性窒素の比較的少量なるは意義

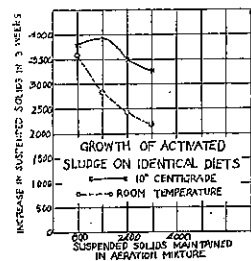
表-20. 各種濃度の促進汚泥に依る硝酸鹽生成 (室温) (硝酸性窒素として p.p.m.)

汚泥濃度 p.p.m.	7 日間	15 日間	23 日間	41 日間	52 日間
800	20	20	20	16	16
1 600	20	20	24	—	—
2 100	—	—	—	26	20
2 400	24	20	24	—	—
3 200	26	20	24	26	22

があり、促進汚泥生成や發生汚泥の窒素含量と關係がある。是等汚泥に依つて生じた流出水中の亜硝酸性窒素は常に微量にして、且如何なる場合にも痕跡 (0.4p.p.m.) 以上のアムモニア性窒素は見出されなかつた。

(c) 汚泥の生成率は曝氣混合液中の促進汚泥の濃度が増加する程減少した。此の間の資料は圖-47 に與へる通りで、最小浮游物質 (800 p.p.m.) 混合液に於ける發生汚泥量は最大 (3200 p.p.m.) の場合より略低 65%

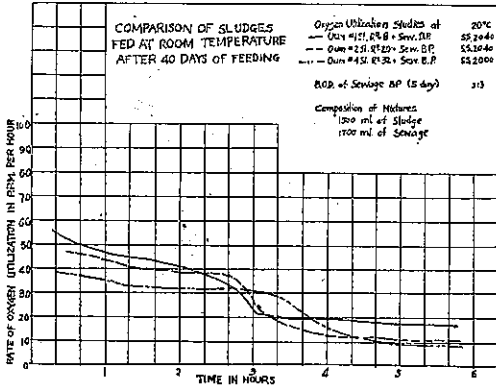
圖-48.



大であつた。このことは汚泥処分施設の設計とか経済上看過すべからざる事である。

(d) 各種汚泥の酸素利用量比較は圖-49 に示す如くで、各汚泥の等量が使用せられる場合、800 p.p.m. 汚泥の酸素要求量が最大で、3200 p.p.m. 汚泥のそれが最小であつた。

圖-49.



B. 10°C

(a) B.O.D. 減率 最低濃度 800 p.p.m. 汚泥に依つて生じた流出水は實驗當初より極めて潤濁し且 B.O.D. は稍大であつた(表-21 参照)。同温に於て他の汚泥濃度に依り生じた流出水の B.O.D. は凡ての場合に小であつた。

表-23. 各種汚泥濃度及び温度に依る發生促進汚泥の揮散物質並に窒素含有量 (%)

	温度 (°C)				汚泥濃度 (室温)				汚泥濃度 (10°C)			
	10°	15°	20°	25°	800	1600	2400	3200	800	1600	2400	3200
揮散物質	76.8	76.6	74.8	73.0	76.3	73.7	72.6	72.5	75.0	77.6	76.9	76.6
窒素	6.49	6.61	6.34	5.97	6.49	6.16	5.82	6.77	6.06	6.45	6.48	6.44

表-21. 各種濃度の促進汚泥に依つて生じた流出水の B.O.D. (10°C) (p.p.m.)

汚泥濃度 p.p.m.	5 日間	13 日間	21 日間	28 日間	平均 B.O.D. 減少百分率
800	48.0	36.0	24.5	30.0	84.0
1600	11.5	12.0	6.7	5.7	95.9
2400	5.0	6.7	6.8	6.1	97.2
3200	8.0	6.6	5.5	7.6	96.8

(b) 是等汚泥に依る硝酸鹽生成の研究は、硝化能力の喪失が一樣でなく、使用された汚泥濃度に依つて變化する事を示した(表-22 参照)。この事は、低温に於ける硝化能力の存在の有無を決定する上に、温度以外の要素が重要な事を示唆する。

表-22. 各種濃度の促進汚泥に依る硝酸鹽生成 (10°C) (硝酸性窒素として p.p.m.)

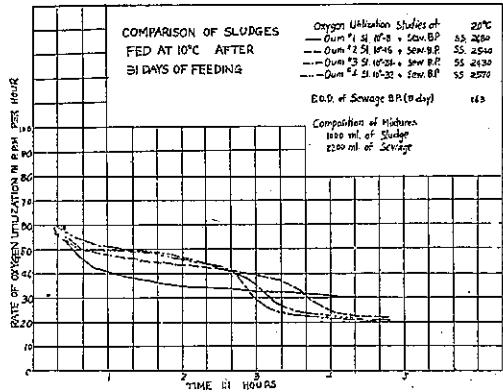
汚泥濃度 p.p.m.	6 日間	11 日間	28 日間	32 日間	34 日間
800	8	4	0.6	0.0	0.0
1600	12	8	9.0	8.0	6.0
2400	20	16	14	22	25
3200	24	24	16	20	28

(c) 汚泥の生成研究の結果は圖-48 に示す如くで、

10°C の場合、汚泥の生成率は 1600~3200 p.p.m. の範圍に於ては曝氣固形物の減少に従ひ増大したが、800 p.p.m. 汚泥に於てはこの傾向に従はなかつた。

(d) 各種汚泥に依る酸素利用量比較は圖-50 に示す。本圖表に就いて知られる如く、10°C-800 p.p.m. 汚泥に依る酸素利用率曲線は非硝化性汚泥の代表的なものであり、其の他の汚泥に依る該曲線は硝化性汚泥の代表的なものである。

圖-50.



(III) 發生汚泥の揮散物質並に窒素含有量

汚泥のメタン瓦斯發生量を決定する上に於ける汚泥の揮散物質含有量、並に汚泥の肥效價值決定に於ける窒素含有量の重要性に鑑み、各種試験の終末に於て得た發

生汚泥の試料を 105°C に於て乾燥し分析試験を行つた。その結果は表-23 に示す。本表より知られる通り、揮散物質含有量多大なる汚泥は低温低濃度の促進汚泥に於てよく發生する。又窒素含量多大なる汚泥の發生も低温低濃度の場合が好適であるが、然し硝化作用が損はれる程温度又は汚泥濃度が餘りに低くなると、發生汚泥の窒素含量は低下する。この事は 10°C-800 p.p.m. 汚泥に依る發生促進汚泥の窒素含量の低率な事實に依つてよく證明される。

以上の實驗的研究を要約するに次の結論を導き得る。

1. 10°C に於ける濃度 800 及び 1000 p.p.m. 汚泥の場合を除き、凡ての條件の下に等量の B.O.D. 減率が得られた。
2. B.O.D. 減率が等量なる場合、最大汚泥生成率は、最低促進汚泥濃度及び最低温度に於て得られた。
3. 促進汚泥の硝化能力は、低濃度の返送汚泥が使用された場合、10°C に於て消失した。
4. 最大揮散物質含有汚泥は、返送促進汚泥濃度最低且温度最低の場合發生した。
5. 窒素含有量高率なる汚泥の發生は、返送促進汚泥

濃度低く且低温の場合が好適であつた。

道 路

(153) 航空港設計の基本要件

“Basic Requirements for Airport Design.”
E.N.R., July 4, 1940 p. 40~44.
鈴木溪二抄

航空港の等級 種々の型の都市に對する必要條件を推測するに便せんが爲、The Civil Aeronautics Authority の航空港断面に關する規定は、計畫目的に伴ひ暫定的に四階級に定められた。

最小型の第一級航空港は、現在及び將來航空網中に進入しない小都市にして、大約人口 5000 以下の小都市に用ひられる。第二級航空港は、現在及び將來培養航空網上に位置し、相當の航空活動を有する人口 5000 から 25000 までの都市に用ひられる。第三級航空港は、培養航空網上の主要都市にして、主要航空路との接續點にあり、人口は 2500 から數萬までの都市に用ひられる。最大型の第四級航空港は、主要工業中心地の都市にして、航空網の主要接續點及び終端地に用ひられる。

過去における航空港敷地選定に當つての一般的誤りは、舗裝荷路、道路、鐵道等に依り將來の擴張が制限されたことである。このため現在の航空機の操縦にとつて安全にして、將來必要に應じ適當な費用の範圍で擴張が可能なる箇所に、航空港を新設して移轉する必要が生じた。

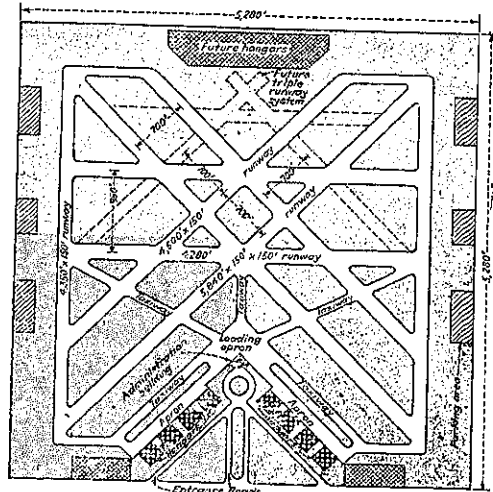
第一級航空港は、面積 1/4 平方哩で、將來必要に際し隣接 1/4 平方哩づゝ増加して、一平方哩まで擴張しうる如く敷地を定める。最初購入に際しては、一平方哩全區域に對し選擇の自由を持つ必要があり、航空港隣接地には、建築制限地帯を設くるべきである。この爲に C.A.A. は典型的地域法を制定した。

第一級航空港の最小限の地域は、圖-51 に示し、第四級航空港にまで擴張する方法は、圖-52 に示してある。

然しかかる理想は大部分達成出來ず、種々の制限をうける。航空港選定に關して、小都市では既存航空路に就いての關係を考慮する必要があり、大都市では同地方の隣接航空港との關係を考慮する必要がある。C.A.A. は航空交通を安全に處理する爲に、主要航空港の離着場中心間の距離は、6 哩以下ではならぬと規定した。

航空港周囲の障礙物 航空港に近接せる樹木、高壓線、建築物、丘陵の如き障礙物は、離着場の有效長を減ずる。離着場周界線から外側に高さを制限する斜面の勾配は、第一級航空港では 1:20 それより大型の航空

圖-52.



港では 1:30 とする。故に大型航空港の周界に近く、滑走路近接地帯に高さ 50' の障礙物があれば、滑走路長は 1500' 増加する必要がある。

近接地帯は梯形地域と云はれ、航空港周界で幅 1000' 2 哩外方で幅は 4000' に擴げられる。

高度の影響 航空港敷地選定に際し、氣象學上の條件も重大な關係をもち、標高高きときは、氣壓低い爲に滑走路の長さは増す。

之等の増加は表-24 に示す。

表-24. 航空港の大きさと標高の關係
滑走路長 (呎)

標高	第一級	第二級	第三級	第四級
海面	1 800	2 500	3 500	4 500
2 000	2 040	2 840	3 930	4 860
4 000	2 340	3 250	4 550	5 250
6 000	2 690	3 740	5 230	5 670
8 000	3 120	4 350	6 070	6 150
10 000	3 660	5 090	7 120	7 120

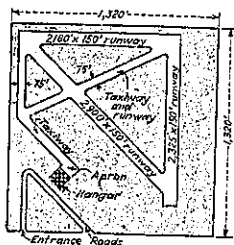
氣温も滑走路長を決定する際に考慮すべき要素で、氣温の高い地方では、このため空氣密度が減少し上昇割合が減少する爲に、更に長い滑走路が必要になる。

地形及び土壌狀態 地形及び土壌狀態も、航空港の敷地、勾配の選擇上重要な條件であり、排水工事は航空港建設費の大部を占めて居る。位置としては、緩慢に傾斜してゐる圓丘がよく、滑走路の建設にも排水にも特に有利である。

航空港として最も好ましい土壌は、礫、砂の適當な結合材に依り結合された風化花崗岩の如き多孔性材料を、適當量含んだものである。好ましからざる土壌は、濕つた際に柔かになりわづかの支持力しか持ち得ないのである。航空港は雨期にも使用可能なることが重要であつて、土壌調査により最高地下水位を決定する必要がある。

排水 米國の大抵の地方では、10 年間における最大 1 時間降雨量曲線を使用すれば、恒久的排水設計が可能

圖-51.



である。降雪大なる地方では、凍れる土地への降雨と融雪の結合した影響を考慮して、設計する必要がある。

表面設計に際しては、表面の滲透性、勾配、並びに流量割合を考慮すべきである。舗装滑走路、自動車道、エプロンの滲透性は考慮する必要がない。普通かゝる表面からの流量は、85%~100%と考へられる。舗装せざる區域の流量を合理的に決定するには、實測に依らねばならぬ。

勾配及び滑走路 敷地を選定した後に、先づ最初に使用せられる區域の細部設計に先だつて、最後に擴張せらるべき全地域について大體の勾配計畫をつくつて置く必要がある。主要航空港の滑走路、離着場の勾配は1 1/2%以内にする。滲透性の大なる砂、礫を除いては、水平勾配は避くるべきであり、普通約1%の勾配が適當である。

第一級航空港以外には舗装滑走路が必要で、舗装要件は道路舗装と一致するが、粗にして滑りによる磨耗のない表面は、着陸の際航空機のタイヤがひどい磨耗をうける故避ける必要がある。コンクリート表面は、鍍を以て滑かに仕上げ、瀝青表面は砂で仕上げる。滑走路の色、光線反射の性質は、夜間飛行にとり重要である。

路頂及び橋斷勾配は表面排水を迅速ならしむる如く設計せねばならず、特に氷結の起る所では重要である。C.A.A.の推舉する路頂は、幅100'のとき9"、幅200'のとき18"である。

橋梁及構造物

(154) 變斷面鋸桁の變形量計算

(Dr. J. Wanke, "Zur Berechnung der Formänderungen vollwandiger Tragwerke mit veränderlichem Querschnitt." Der Stahlbau Heft 23/24, S. 163~166. 河合秀夫 抄)

斷面が一様であるか又は慣性率 μ が規則的に變化する場合の撓は可成單純に表現出来るが然らざる場合は EJ_c 倍した變形計算に際して $\int M \bar{M} \frac{J_c}{J} dx$ 又は $\int N \bar{N} \frac{J_c}{F} dx$ を適當な和の形に改めて行ふ。又斷面の變化が規則的でも適當な式を得ない時は彎曲力率圖 $M \frac{J_c}{J}$ を M 及 $M(\frac{J_c}{J}-1)$ に分割する。 J_c としては最大値を選ぶ方が得策である。

$\int N \bar{N} \frac{J_c}{F} dx$ 及 $\frac{E}{G} \int Q \bar{Q} \frac{J_c}{F} dx$ の計算も以上と同様である。

今 μ を選減能率

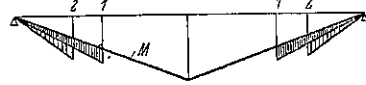
$$\mu = M \frac{J_c}{J} \dots\dots\dots(1)$$

若くは $\mu = M(\frac{J_c}{J}-1) \dots\dots\dots(1a)$

を表はすものとせば能率に基く變形量は $\int \mu \bar{M} dx$ となる。

慣性率 μ が斷續的に變化するか又は或間隔丈不變なる場合は $\int (\frac{J_c}{J}-1) M \bar{M} dx$ を更に分けて單純化し得る。圖-53 に於て陰影を施せる二つの三角形は減少し

圖-53.



た M -面を示し第一の三角形は1點で最大縱距 $(\frac{J_c}{J}-1)M$ を示し第二のものは2點で $(\frac{J_c}{J_2}-\frac{J_c}{J_1})M$ を示す。

今二點支承の梁に於て(1)若くは(1a)が不變であり且 \bar{M} が一定なりとせば

$$\int \mu \bar{M} dx = \bar{M} \int \mu dx = \bar{M} F \dots\dots\dots(2)$$

F は μ -面の面積を表はす。

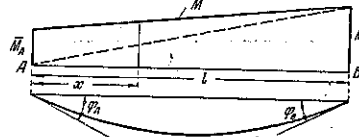
又 \bar{M} が直接的に變化する場合即ち

$$\bar{M} = \bar{M}_A \frac{l-x}{l} - \bar{M}_B \frac{x}{l}$$

なる場合は $\int \bar{M} \mu dx = \frac{\bar{M}_A}{l} \int \mu(l-x) dx + \frac{\bar{M}_B}{l} \int \mu x dx$

$$\int \bar{M} \mu dx = \frac{\bar{E}_A}{l} S_B + \frac{\bar{M}_B}{l} S_A \dots\dots\dots(3)$$

圖-54.



此處に δ_A 及 δ_B は A 及 B に於ける μ -面の能率を示し $\mu = M \frac{J_c}{J}$ に對しては $\frac{\delta_A}{l}$ 及 $\frac{\delta_B}{l}$ は EJ_c 倍せる撓角 φ_B 及 φ_A を示す。

突桁の場合は $F = \int \mu \frac{J_c}{J} dx$ は EJ_c 倍せる端の撓角 φ を示し $S = \int M \frac{J_c}{J} x dx$ は EJ_c 倍せる端の撓 δ を與へる。同様の事がラーメン、拱及其他の不靜定桁にも言へる。

次に $F = \int \mu dx$ 及 $S = \int \mu x dx$ を求める場合 μ の勝手な形を和の形に置換出來得ない時之を單純にシンブソンの加法で片付けるのは正確を缺く。著者が1920年に示した論文の様に dx なる距離に三點を取つて之を通る二次曲線に依つて生ずる ω_i なる重量を用ふる方がより正確である。即ち

$$\left. \begin{aligned} \omega_0 &= \frac{4x}{24} (7\mu_0 + 6\mu_1 - \mu_2) \\ \omega_1 &= \frac{4x}{12} (\mu_1 - 1 + 10\mu_1 + \mu_1 + 1) \\ \omega_n &= \frac{4x}{24} (7\mu_n + 6\mu_{n-1} - \mu_{n-2}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4)$$

之を用ふると F -面を次の如く非常に正確な値で示す事が出来る。

$$F = \sum_0^n \omega_i = 4x \left[\frac{3}{8} (\mu_0 + \mu_n) + \sum_1^{n-1} \mu_i \right]$$

$$+ \frac{1}{6}(\mu_1 + \mu_{n-1}) - \frac{1}{24}(\mu_2 + \mu_{n-2}) \dots (5)$$

同様に

$S = \int \mu x dx$ も $\mu' = \mu_i x_i$ として (5) から導き得る。然も誤差を正負何れかの側に集中する事を得る。

$$S = \sum_1^n \omega_i x_i = \Delta x \sum_1^n \omega_i \dots (6)$$

$$S = \Delta x^2 \left[\frac{1}{12}(\mu_0 - \mu_n) + \sum_1^n \sum_k^n \mu_i - \frac{n}{24}(\mu_{n-2} - 4\mu_{n-1} + 15\mu_n) \right] \dots (7)$$

以上の計算で二重和は下表の如く計算し得。

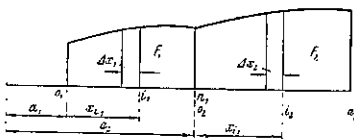
κ	μ_κ	$\sum_\kappa^n \mu_i$	} (8)
n	μ_n	$\mu_n = \sum_n^n \mu_i$	
$n-1$	μ_{n-1}	$\sum_n^n \mu_i + \mu_{n-1} = \sum_{n-1}^n \mu_i$	
$n-2$	μ_{n-2}	$\sum_{n-1}^n \mu_i + \mu_{n-2} = \sum_{n-2}^n \mu_i$	
1	1	$\sum_2^n \mu_i + \mu_1 = \sum_1^n \mu_i$	
		$\sum_1^n \sum_\kappa^n \mu_i$	

S の能率作用点が 0 と一致せる場合 (距離 a) は $x_i = a + i \Delta x$

$$S_a = a \sum_0^n \omega_i + \Delta x \sum_1^n i \omega_i = aF + S \dots (9)$$

μ -面の形が不連続なる場合 (圖-55) は變化する位置で μ 面を分けて別々に計算する。

圖-55.



$$\left. \begin{aligned} F &= F_1 + F_2 \\ S_a &= \alpha_1 F_1 + \alpha_2 F_2 + S_1 + S_2 \end{aligned} \right\} \dots (10)$$

但し $\mu_{n1} = \mu_{c2}$

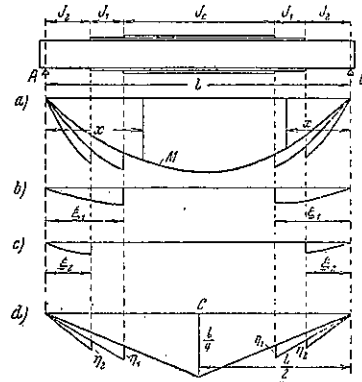
著者は以上の例として先づ慣性能率が斷續的に變化する桁の場合を二つ、次に和 F 及 δ の應用を三つ示して居るが此の各場合から一例宛を抄録すると次の通りである。

a) 弦鈸の無い平行弦鈸桁の中央に於ける撓決定 $p l / m$ による等分布荷重の M -線は拋物線であつて次の如し。

$$M = \frac{1}{2} p x (l - x)$$

減少せる M -面は三つの部分に分れ (圖-56) 圖の M -面, (6b) 及 (6c) に示す。縦距は各々 $\eta_1 = \left(\frac{J_c}{J} - 1 \right) M = \alpha_1 M$, $\eta_2 = \left(\frac{J_c}{J_2} - \frac{J_c}{J_1} \right) M = \alpha_2 M$ 之の三部分より生ずる撓は中央に於て

圖-56.



$$\begin{aligned} E J_c \delta_0 &= \frac{5}{384} p l^4 \\ E J_c \delta_1 &= \alpha_1 2 \frac{p}{4} \int_0^{\xi_1} x^2 (l-x) dx = \alpha_1 \frac{p}{24} \xi_1^3 (4l - 3\xi_1) \\ E J_c \delta_2 &= \alpha_2 2 \frac{p}{4} \int_0^{\xi_2} x^2 (l-x) dx = \alpha_2 \frac{p}{24} \xi_2^3 (4l - 3\xi_2) \end{aligned}$$

依て之等を合計すれば

$$E J_c \delta = \frac{p}{24} \left[\frac{5}{16} l^4 + \alpha_1 \xi_1^3 (4l - 3\xi_1) + \alpha_2 \xi_2^3 (4l - 3\xi_2) \right]$$

同様に任意の點の撓も計算する事が出来る。 M が單一荷重に基く時は c 點の撓を其の影響線から求めると甚だ便利である。即ち c 點の影響線を荷重として x 點の力率をとれば $x=1$ なる荷重を加へた時の c 點の撓を得。

$$E J_c \delta_0 = \frac{x}{48} (3l^2 - 4x^2) \quad x=0 \sim \frac{l}{2}$$

$$E J_c \delta_1 \left\{ \begin{aligned} &= \frac{x \eta_1}{6 \xi_1} [3 \xi_1^2 - x^2] & x=0 \sim \xi_1 \\ &= \frac{\xi_1 2 \eta_1}{3} \dots & x=\xi_1 \sim \frac{l}{2} \end{aligned} \right.$$

$$E J_c \delta_2 \left\{ \begin{aligned} &= \frac{x \eta_2}{6 \xi_2} [3 \xi_2^2 - x^2] \dots & x=0 \sim \xi_2 \\ &= \frac{\xi_2^2 \eta_2}{3} & x=\xi_2 \sim \frac{l}{2} \end{aligned} \right.$$

總撓 $E J_c \delta = E J_c (\delta_0 + \delta_1 + \delta_2)$

此處に $\eta_1 = \left(\frac{J_c}{J} - 1 \right) \frac{\xi_1}{2}$

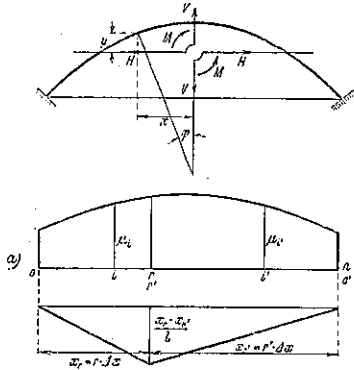
$$\eta_2 = \left(\frac{J_c}{J_2} - \frac{J_c}{J_1} \right) \frac{\xi_2}{2}$$

を代入すれば良い。

6) 對稱固定拱 (圖-57) に於て不靜定量影響線決定 彈性荷重 $\frac{1}{J}$ の重心に於ける不靜定量 M, V 及 H は次の荷重を受けた單桁の彎曲率として表はせる。

$$M, \quad \mu'' = \frac{dx}{J \cos \phi}$$

圖-57.



$$V, \quad \mu' = \frac{x \cdot i x}{J \cos \varphi}$$

$$H', \quad \mu = \frac{y dx}{J \cos \varphi}$$

拱が等距離の Δx に依て n 個に分割される場合 μ_i' , μ_i' 及 μ_i から (4) を用ひて ω_i'' , ω_i' 及 ω_i を計算し得る。即ち

$$M = - \frac{\sum m \omega''}{\sum \omega''}$$

$$V = - \frac{\sum m \omega'}{\sum \omega' x}$$

$$H = - \frac{\sum m \omega}{\sum \omega y + \sum \frac{\cos \varphi}{F'} \cdot \Delta x}$$

を求め得る。

上式で分母は (5) により μ' 面 $x\mu'$ 面及 $y\mu$ 面の面積として求められる。但し H に於ては更に $\frac{\cos \varphi}{F'}$ 面を要する。分子は μ' (μ', μ) を荷重とせる時の単桁の能率として得られる。即ち圖-57 a) より ω なる荷重を與へた桁の能率に依り計算すると

$$\begin{aligned} M_{\omega} &= \frac{\gamma'}{n} \sum_1^{\gamma'} \omega_i x_i + \frac{\gamma}{n} \sum_1^{\gamma'-1} \omega_i' x_i' \\ &= \frac{\Delta x}{n} \left[\gamma' \sum_1^{\gamma'-1} i \omega_i + \gamma \sum_1^{\gamma'-1} i' \omega_i' \right] \end{aligned}$$

(4) を代入せば

$$\sum_1^{\gamma} i \omega_i = \Delta x \left[\frac{1}{12} \mu_0 + \sum_1^{\gamma} \sum_{\kappa}^{\gamma} \mu_i - \frac{(\gamma+1) \mu_{\gamma} - \gamma \mu_{\gamma+1}}{12} \right]$$

對稱拱の場合は分割値の影響として $\gamma=1 \sim n-1$ 迄の加法を試みれば良いから

$$M_{\omega} = \frac{\Delta x}{n} \left[(n-\gamma) \sum_1^{\gamma} i \omega_i + \gamma \sum_1^{n-\gamma-1} i \omega_i \right]$$