

# 論 說 報 告

第 26 卷 第 9 號 昭和 15 年 9 月

## 低 溢 流 堰 堤 の 流 量 係 數 ( 第 二 編 )

會 員 本 間 仁\*

要 旨 第一編に引き続き矩形及び梯形断面を有する低溢流堰堤の流量に關する著者の實驗に就て述べ、その結果によつてこの種の堰堤の流量係數に對する實驗公式を作つた。

### 3. 著 者 の 實 驗

#### 1. 實 驗 設 備 及 び 模 型

本章には昭和 13 年 11 月より同 14 年にかけて日本學術振興會の補助により著者が東京帝國大學工學部内の實驗室に於て行つた實驗の結果に就て述べる。實驗には當大學助手北村友一氏に負ふ處が多かつた。

實驗設備は圖-26 の様な幅 150m のコンクリート水路であつて、その中に木製の床を張り、上に堰堤模型を作つた。一定量  $Q$  の水が高水槽から A 部に導かれ、之から B に落ちる處で流量を測定する。水位は堰堤上流側 ( $h_1$ )、下流側 ( $h_2$ ) 及び堤頂上 ( $h$ ) の 3 箇所の値を測る<sup>15)</sup>。定つた流量  $Q$  の流れに對して下流端の水位調節格子の開きを變へて  $h_2$  を變化させれば、それに伴つて  $h_1$  及び  $h$  も多少變化するから、夫等を測定し、同じ實驗を種々の  $Q$  の値に對して行つて多數の數値を得れば、 $h_1$ 、 $h_2$  及び  $Q$  の關係を表す曲線を畫く事が出来る。従つて更に計算を行へば流量係數  $m$  と  $h_1$  又は  $h_2$  との關係を求める事も出来る。

圖-26. 實 驗 設 備

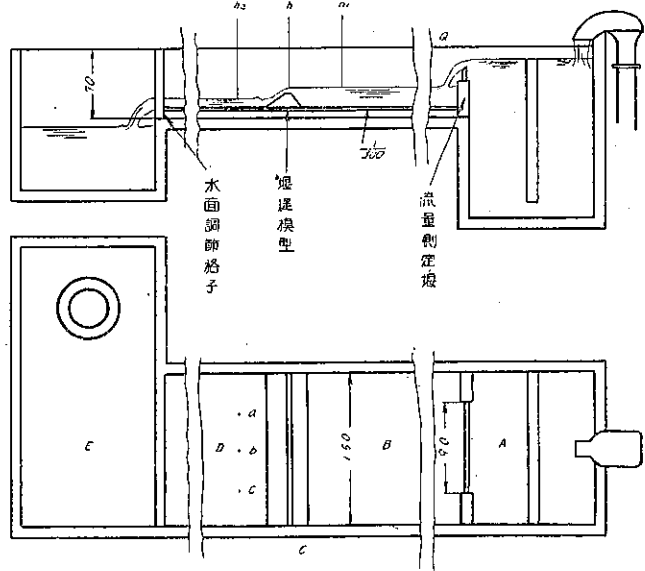
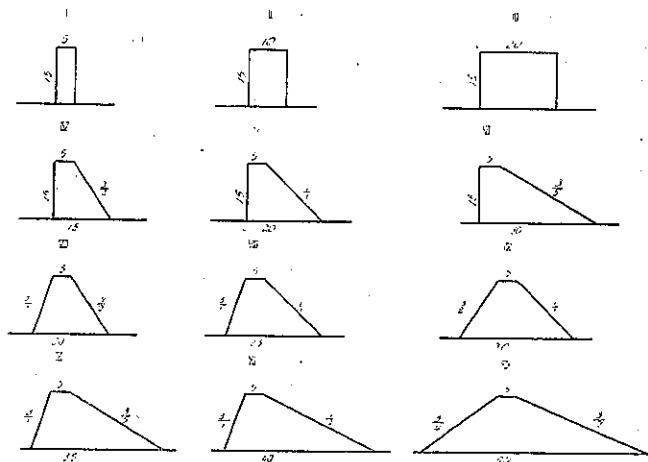


圖-27. 堰堤模型断面圖 (單位 cm)



實驗に用ひた模型の断面形は圖-27 に示す 12 種であつて、何れも圖に向つて左側が上流側、右側が下流側である。高さは總て 15cm とし、隅角は 1cm 程度の半徑の丸味を附けた。圖中の模型番號で I~III は矩形断面廣頂堰、X~ XII は普通用ひられる溢流堰断面を取つたものであつて、他は之等の中間に位するものである。尙断面の上下流側は總て直線狀とし、之が曲線形となる断面に就ての實驗は行はなかつた。

#### 2. 實 驗 結 果

先づ測定の結果を要約して表の形に整理したものゝを次の表-1~12 に示す。( ) 内

\* 工學士 東京帝國大學助教授

15) 堰堤下流側は波立つので、圖の a, b, c の 3 點で測り、その平均を  $h_2$  とする。

表-1. (I)

q	h <sub>1</sub>	h <sub>2</sub>	h	m =
m <sup>3</sup> /sec/m	cm	cm	cm	q/(hw <sup>2</sup> gH)
00133	396	-094	265	038
"	402	+113	271	037
"	426	316	305	035
"	549	495	482	024
"	725	705	688	0160
"	934	925	915	0105
"	1151	1143	1120	0075
00199	503	-092	350	039
"	503	+101	350	039
"	519	307	376	038
"	595	510	485	032
"	744	691	672	022
"	949	927	910	0155
"	1151	1137	1117	0115
00266	596	-094	420	041
"	596	+104	422	041
"	606	323	460	040
"	655	509	502	036
"	798	716	708	027
"	956	907	890	021
"	1125	1113	1091	0160
00334	680	-032	502	042
"	680	+113	502	042
"	702	346	524	040
"	750	548	587	037
"	870	752	758	030
"	1030	954	945	023

表-2. (II)

q	h <sub>1</sub>	h <sub>2</sub>	h	m =
m <sup>3</sup> /sec/m	cm	cm	cm	q/(hw <sup>2</sup> gH)
00133	419	-073	269	035
"	420	+021	270	035
"	420	155	271	035
"	437	361	302	033
"	742	728	719	0150
"	1169	1168	1113	0075
0019	532	-103	351	038
"	533	000	363	038
"	533	+203	365	038
"	550	419	390	035
"	654	616	566	028
"	826	807	781	0190
"	1016	1004	988	0140
00266	630	-085	435	038
"	630	+115	437	038
"	630	215	444	038
"	649	412	465	036
"	723	624	582	031
"	866	825	801	024
"	1057	1037	1021	0180
00334	715	-044	506	039
"	716	+087	511	039
"	721	227	521	039
"	728	394	540	038
"	782	629	623	035
"	895	811	773	028
"	1071	1031	994	022

表-3. (III)

q	h <sub>1</sub>	h <sub>2</sub>	h	m =
m <sup>3</sup> /sec/m	cm	cm	cm	q/(hw <sup>2</sup> gH)
00133	423	-095	256	035
"	423	+114	256	035
"	423	214	256	035
"	492	437	448	027
"	634	613	605	0195
"	843	831	830	0125
"	1033	1019	1018	0090
00200	549	-099	332	036
"	549	+113	332	036
"	549	198	332	036
"	551	416	343	035
"	658	611	581	035
"	837	813	793	0187
"	1006	988	975	0142
00265	657	-105	412	036
"	657	+098	412	036
"	657	203	412	036
"	657	399	412	036
"	692	608	478	033
"	834	803	754	025
"	1011	996	961	0188
00333	778	-036	500	035
"	778	+112	500	035
"	778	326	500	035
"	778	523	504	035
"	813	725	617	033
"	982	939	873	025

表-4. (IV)

q	h <sub>1</sub>	h <sub>2</sub>	h	m =
m <sup>3</sup> /sec/m	cm	cm	cm	q/(hw <sup>2</sup> gH)
00132	398	-093	278	038
"	398	+109	278	038
"	432	327	340	034
"	565	529	531	023
"	747	720	719	0150
"	937	918	912	0105
00200	490	-084	361	042
"	490	+007	361	042
"	490	110	361	042
"	514	292	402	039
"	600	530	525	031
"	770	719	720	022
"	1030	1015	1007	0137
00266	577	-112	419	043
"	577	+117	419	043
"	600	316	469	041
"	632	496	526	038
"	798	707	715	026
"	958	909	910	021
"	1153	1122	1123	0155
00333	646	-076	490	046
"	646	+114	490	046
"	669	208	523	044
"	688	409	540	042
"	741	591	625	037
"	876	769	772	029
"	1060	991	994	020

表-5. (V)

$q$ m <sup>3</sup> /sec/m	$h_1$ cm	$h_2$ cm	$h$ cm	$m =$ $q/(h\sqrt{2gh})$
00132	400	-103	291	037
"	400	+104	291	037
"	400	201	291	037
"	454	407	398	032
"	654	631	629	0185
"	832	827	829	0126
"	1040	1036	1034	0089
00199	503	-091	365	040
"	503	+116	365	040
"	503	210	365	040
"	548	415	430	036
"	687	629	622	026
"	832	814	806	0187
"	1024	1003	1000	0138
00267	591	-097	436	042
"	591	+104	436	042
"	598	312	440	041
"	625	414	500	038
"	716	614	612	031
"	882	817	817	023
"	1070	1025	1028	0185
00333	676	-044	503	043
"	676	+121	503	043
"	678	421	532	043
"	720	524	592	039
"	846	724	731	031
"	994	916	923	024

表-6. (VI)

$q$ m <sup>3</sup> /sec/m	$h_1$ cm	$h_2$ cm	$h$ cm	$m =$ $q/(h\sqrt{2gh})$
00132	403	-129	291	037
"	403	+199	291	037
"	410	297	308	036
"	458	399	374	031
"	632	613	597	0193
"	817	810	814	0127
"	1015	1007	1006	0091
00199	525	-116	384	038
"	525	+168	384	038
"	525	297	384	038
"	575	496	454	033
"	740	686	667	023
"	955	923	915	0155
00265	622	-099	460	039
"	622	+104	460	039
"	622	303	460	039
"	639	495	487	037
"	782	698	678	027
"	943	902	876	021
"	1155	1123	1122	0155
00333	703	-053	537	040
"	703	+190	537	040
"	703	398	537	040
"	711	521	550	040
"	745	621	595	037
"	888	796	770	028
"	1051	1005	996	022

表-7. (VII)

$q$ m <sup>3</sup> /sec/m	$h_1$ cm	$h_2$ cm	$h$ cm	$m =$ $q/(h\sqrt{2gh})$
00133	385	-107	274	040
"	385	+102	274	040
"	400	222	296	036
"	475	424	402	029
"	626	591	581	0196
"	820	806	796	0127
"	1020	1004	1006	0091
00199	485	-094	348	042
"	485	+097	347	042
"	500	202	366	040
"	532	410	419	037
"	650	596	571	022
"	849	809	801	0162
"	1019	1001	1003	0140
00265	569	-096	411	045
"	569	+008	411	045
"	590	209	441	042
"	600	318	455	041
"	640	516	525	037
"	961	909	914	020
00331	643	-036	480	045
"	643	+102	480	045
"	656	198	492	044
"	680	402	531	042
"	740	606	616	036
"	903	823	830	026
"	1082	1025	1034	020

表-8. (VIII)

$q$ m <sup>3</sup> /sec/m	$h_1$ cm	$h_2$ cm	$h$ cm	$m =$ $q/(h\sqrt{2gh})$
00133	380	-115	250	040
"	380	+193	255	040
"	405	300	300	073
"	528	504	488	024
"	722	698	698	0160
"	900	883	883	0110
"	1110	1106	1099	0080
00200	487	-099	326	041
"	487	+209	326	041
"	490	289	340	041
"	560	503	461	035
"	727	698	682	029
"	920	868	884	0162
"	1136	1124	1123	0120
00266	563	-108	391	045
"	563	+212	391	045
"	563	311	396	045
"	610	492	468	040
"	737	681	655	030
"	922	898	882	021
"	1132	1110	1109	0158
00333	641	-051	460	046
"	641	+317	464	046
"	660	413	470	045
"	732	605	587	038
"	896	816	785	028
"	1012	981	973	024

表-9. (IX)

$q$ m <sup>3</sup> /sec/m	$h_1$ cm	$h_2$ cm	$h$ cm	$m =$ $q/(h\sqrt{2gn})$
00132	387	-111	277	039
"	387	+099	277	039
"	400	202	283	037
"	440	366	360	032
"	618	603	583	020
"	841	829	815	0122
"	1011	1007	1001	0091
00199	495	-093	355	041
"	500	+207	359	040
"	532	404	402	037
"	632	597	564	028
"	848	817	812	0183
"	1030	1016	1016	0137
00266	591	-098	416	042
"	593	+206	419	042
"	596	304	435	042
"	632	511	502	038
"	755	710	673	029
"	955	917	910	021
"	1135	1115	1110	0160
00333	659	-029	488	044
"	659	+200	488	044
"	670	307	498	043
"	706	413	543	040
"	754	618	613	037
"	867	810	791	030
"	1076	1041	1031	021

表-10. (X)

$q$ m <sup>3</sup> /sec/m	$h_1$ cm	$h_2$ cm	$h$ cm	$m =$ $q/(h\sqrt{2gn})$
00135	410	-101	293	037
"	410	+109	293	037
"	413	204	296	036
"	452	367	362	031
"	607	591	582	021
"	857	831	830	0120
"	1070	1050	1060	0086
00199	510	-100	368	040
"	510	+200	368	040
"	513	315	371	040
"	561	494	455	035
"	750	707	700	022
"	917	892	877	0162
"	1120	1101	1090	0123
00266	592	-094	441	042
"	592	+203	441	042
"	598	312	446	041
"	623	495	490	039
"	770	697	686	028
"	940	904	898	025
"	1172	1136	1140	0100
00333	675	-033	518	043
"	675	+299	518	043
"	682	398	523	042
"	728	628	632	038
"	876	811	811	029
"	1045	1011	1020	023

表-11. (XI)

$q$ m <sup>3</sup> /sec/m	$h_1$ cm	$h_2$ cm	$h$ cm	$m =$ $q/(h\sqrt{2gn})$
00135	408	-097	283	037
"	408	+189	283	037
"	412	295	292	037
"	538	504	470	024
"	746	723	710	0150
"	908	892	787	0108
"	1140	1133	1128	0077
00203	520	-089	368	038
"	520	+207	368	038
"	520	297	376	038
"	557	483	428	034
"	743	703	691	023
"	912	888	872	0163
"	1126	1111	1105	0120
00268	597	-098	446	042
"	597	+101	446	042
"	597	316	446	042
"	605	415	455	041
"	687	611	480	034
"	870	810	800	024
"	1134	1007	1006	0187
00330	675	-038	513	042
"	675	+293	513	042
"	680	392	520	042
"	715	608	575	039
"	878	791	780	029
"	1020	950	954	023

表-12. (XII)

$q$ m <sup>3</sup> /sec/m	$h_1$ cm	$h_2$ cm	$h$ cm	$m =$ $q/(h\sqrt{2gn})$
00135	397	-100	271	038
"	397	+179	271	038
"	410	297	283	037
"	544	506	464	023
"	720	707	700	0160
"	917	910	903	0108
"	1152	1105	1107	0080
00199	507	-099	348	040
"	507	+208	348	040
"	507	300	356	040
"	554	486	440	036
"	733	714	683	028
"	909	901	887	0163
"	1152	1136	1123	0115
00266	596	-109	427	042
"	596	+100	427	042
"	596	303	427	042
"	600	414	452	041
"	685	617	576	034
"	826	806	780	025
"	1018	1006	981	0188
00333	682	-034	491	042
"	682	+306	491	042
"	687	423	496	041
"	719	622	546	039
"	860	814	771	030
"	1021	1000	968	024

は 圖-27 中の模型番號である。實測値は此等の表中に示したものよりも多いが、表では適當に省略してある。最後の列に擧げた流量係数  $m$  は接近流速を無視して

$$m = \frac{Q}{bh_1\sqrt{2gh_1}} \dots\dots\dots (18)$$

とした時の値であつて、潜堰に対しては

$$Q = Cbh_2\sqrt{2g(h_1-h_2)}^{16)} = mbh_1\sqrt{2gh_1}$$

と置いて、 $m$  を次の様に定めたものになつてゐる。

$$m = C' \frac{h_2}{h_1} \sqrt{1 - \frac{h_2}{h_1}} \dots\dots\dots (19)$$

従つて實驗結果から  $C'$  に対する適當な形を與へて實驗公式とせんとするのである。然し潜堰で堰堤の高さが小さい時は接近流速の影響を考慮する必要がある。

之等の表から  $\frac{Q}{b} = q$  と  $\frac{h_2}{h_1}$  との關係圖を畫いたものが圖-28~39 である。 $m$  と  $\frac{h_2}{h_1}$  との關係圖を畫いても類似の形の曲線群が得られる。之等の圖を見れば各々の場合の完全溢流、不完全溢流及び潜堰の 3 つの状態の間の限界を大體知る事が出来る。尙各曲線に対する  $h_1$  の値は  $q=0$  の線上の  $h_2$  の値に等しい。

更に隅角の丸味の影響を知る爲に VIII の形の斷面につき、丸味のない模型を作つて同様な實驗を行つた。この結果は曲線にして圖-40 に示してゐる。之を圖-35 と比較すれば丸味のない場合は流量又は係数  $m$  の値が減少し、その程度は溢流水深が小さい程著しく、深流水深  $h_1$  の大きい時で 4~5%、 $h_1$  の小さい時には 10% 位まで達する。

圖-28. 模型 I の實驗結果

圖-29. 模型 II の實驗結果

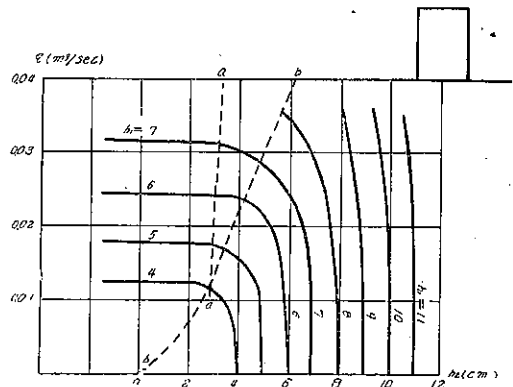
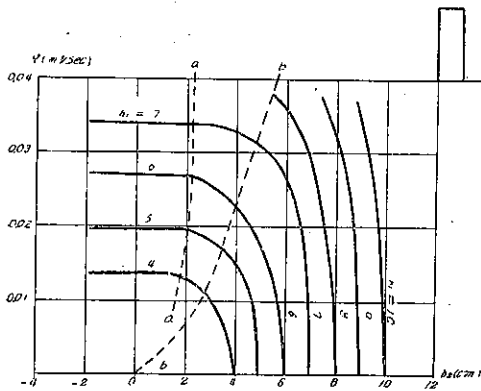
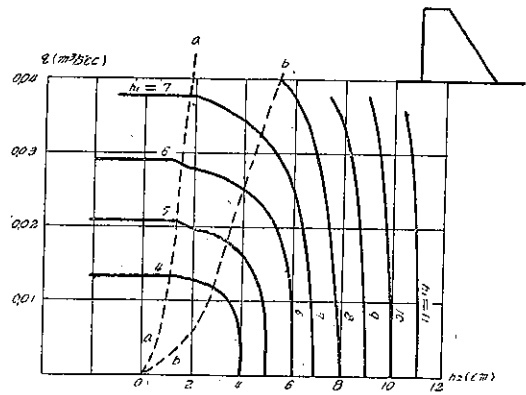
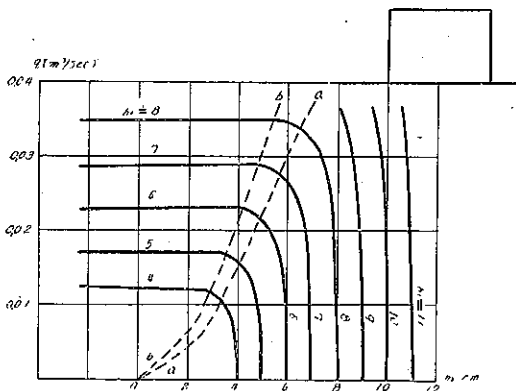


圖-30. 模型 III の實驗結果

圖-31. 模型 IV の實驗結果



16) この形に就ては第一編中で (8) 式として與へた。

圖-32. 模型 V の實驗結果

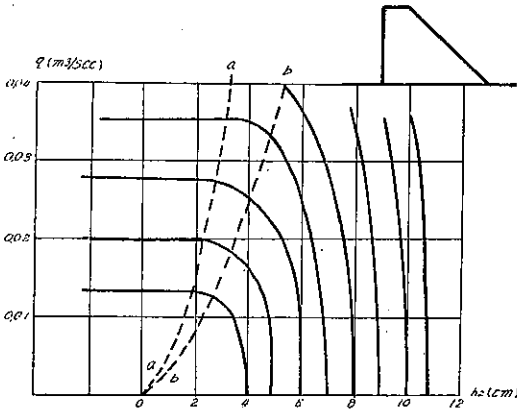


圖-33. 模型 VI の實驗結果

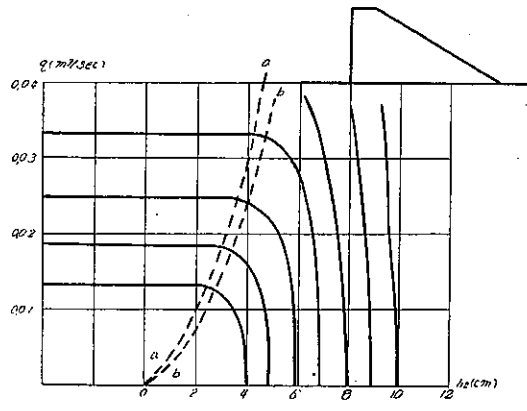


圖-34. 模型 VII の實驗結果

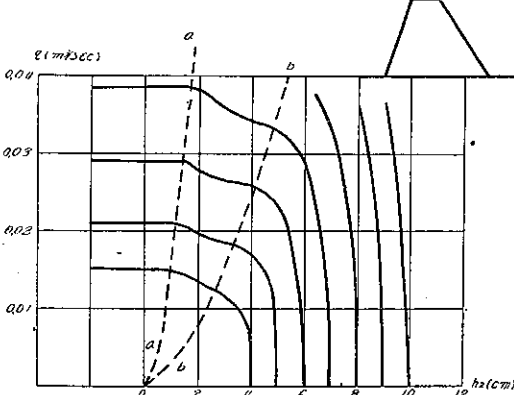


圖-35. 模型 VIII の實驗結果

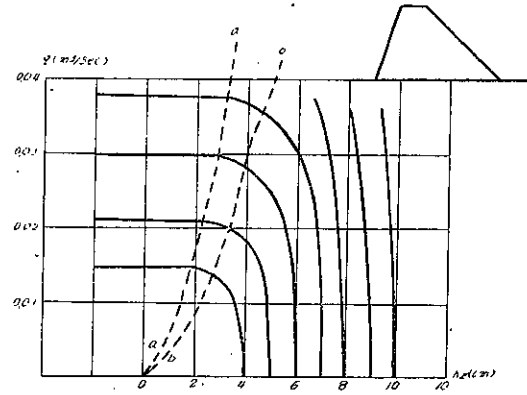


圖-36. 模型 IX の實驗結果

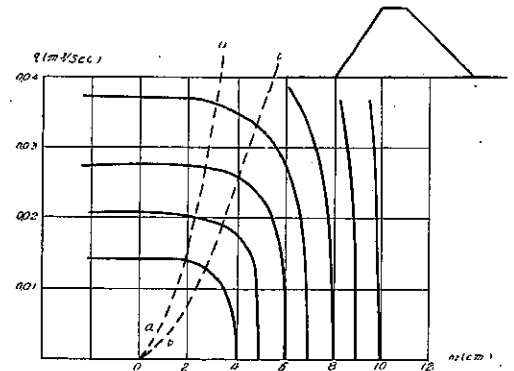


圖-37. 模型 X の實驗結果

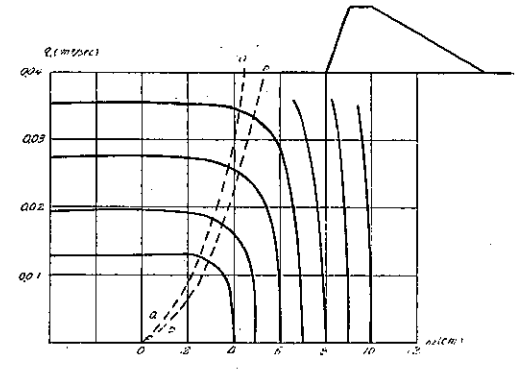


圖-38. 模型 XI の實驗結果

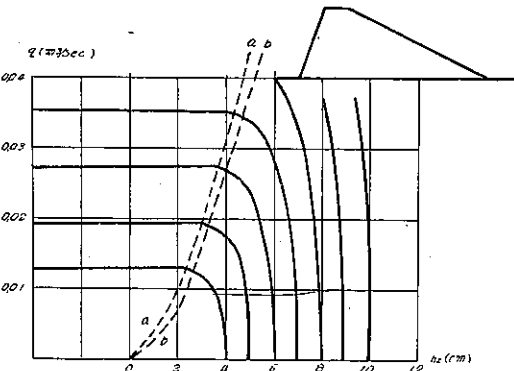
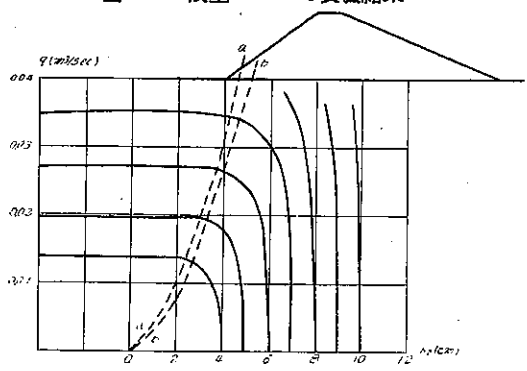


圖-39. 模型 XII の實驗結果



### 4. 新しい実験公式

#### 1. 完全溢流及び潜堰の範囲

前章に掲げた実験の結果から先づ完全溢流, 不完全溢流並に潜堰の 3 つの状態の起る範囲を調べて見る。

前にも述べた様に完全に潜堰の状態になるのは堰頂部に射流状態の現れない時であつて, 射流状態があれば I, II, III の様な形の矩形断面堰を除けば廣頂堰では何時でも限界水深は堰頂部の下流端附近に現れる。故に下流側の水位  $h_2$  を限界水深以上にして置けば, 或は更に厳密に言へば流速水頭による堰頂の水位低下を考へて

$$h_2 > h_c + \frac{1}{2g} \left\{ \left( \frac{q}{h_2} \right)^2 - \left( \frac{q}{h_2 + h_d} \right)^2 \right\}$$

として置けば射流部は現れる事がなく, 従つて潜堰の状態となる。水脈が堰背面から離れる事のない場合には, 遠心力の影響を無視すれば  $h_c = \frac{2}{3} h_0$  であるから潜堰となる爲の條件は

$$h_2 > \frac{2}{3} h_0 + \frac{1}{2g} \left\{ \left( \frac{3}{2} \frac{q}{h_0} \right)^2 - \left( \frac{q}{h_2 + h_d} \right)^2 \right\} \dots \dots \dots (20)$$

但しこの中の  $q$  の値は潜堰となる前の値であつて, 実験から見ればその大きさは甚だ不確定であり, 又この補正項は一般に餘り大きくはならないから, 公式化する便宜上  $h_0 > \frac{2}{3} h_0$  の場合は潜堰の公式を適用するものとする。圖-28~40 の中の點線 bb は更に近似的に接近流速を無視して  $h_2 = \frac{2}{3} h_1$  を表した線であり, この線より右側の部分を潜堰を表すものと考へる。故に厳密に言へばこの線は今少し右に寄るべきである。然し之等の圖から見れば  $h_2 = \frac{2}{3} h_1$  の線が殆ど潜堰状態の限界線になつてゐる事が解る。尙矩形断面堰に就ては別に最後に述べる。

完全溢流と不完全溢流との境界は堰の断面形によつて定まるのであるから, 実験結果によつて個々に定めねばならない。圖-28~40 で曲線の水平になつてゐる部分が完全溢流の部分であるから, 之等の圖から見れば VI, X, XI 及び XII の 4 種, 即ち下流側勾配が 3/5 以下の緩勾配のものでは不完全溢流の部分は極めて少い。そこで圖-33~39 の中で點線 aa を  $h_2 = \frac{6}{10} h_1$  となる様に畫いた。之から見れば X の形に對して多少の誤差がある以外は大體この aa 線より左側を完全溢流と見て差支へない。即ち堰の下流側勾配が 3/5 より緩な場合には次の様に區別する。

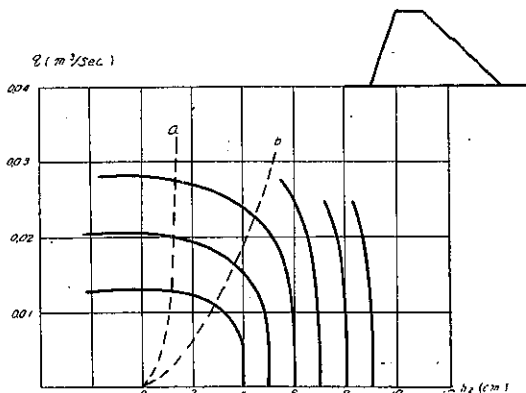
- $h_2 < 0.6 h_1 \dots \dots \dots$  完全溢流
- $0.6 h_1 < h_2 < \frac{2}{3} h_1 \dots \dots \dots$  不完全溢流
- $\frac{2}{3} h_1 < h_2 \dots \dots \dots$  潜堰

次にこの下流側勾配が多少急になつた形として V, VIII 及び IX を考へる。之等は何れもこの勾配が 1/1 の場合であつて,  $q$  と  $h_2$  の關係は比較的平滑な曲線で示されてゐるが, 不完全溢流に相當する部分が廣い。圖-31, 35, 36 に示した點線 aa は  $h_2 = 0.45 h_1$  とした線であつて, 大體この線より左側は完全溢流になつてゐる。故に下流側勾配が 1/1 附近 (大體 5/4~3/5) に對しては次の様に區別する。

- $h_2 < 0.45 h_1 \dots \dots \dots$  完全溢流
- $0.45 h_1 < h_2 < \frac{2}{3} h_1 \dots \dots \dots$  不完全溢流
- $\frac{2}{3} h_1 < h_2 \dots \dots \dots$  潜堰

下流側勾配が更に急になつた場合, 即ち IV 及び VII の様に之が 3/2 になれば,  $q$  と  $h_2$  の曲線は圖に示す様に段が付く。この段は圖-41 の A 部に空氣の入る状態と, 之が水で滿される状態との境界を示すものと考へられる。この場合には不完全溢流部が非常に廣くなり, 圖-31, 34 の點線 aa は  $h_2 = 0.25 h_1$  に取つた。故に下流側勾配 3/2 附近 (大體 2/1~5/4) では次の様に區別する。

圖-40. 模型 VIII て隅角に丸味のない場合



- $h_2 < 0.25 h_1$  ..... 完全溢流
- $0.25 h_1 < h_2 < \frac{2}{3} h_1$  ..... 不完全溢流
- $\frac{2}{3} h_1 < h_2$  ..... 潜堰

圖-41. 下流側勾配の急な溢流堰



I, II 及び III の様な矩形堰では堰頂の幅  $l$  の大きさによつてその性質は非常に變化する。今簡単に

- $h_1/l > 1/2$  ..... 矩形堰
- $h_1/l < 1/2$  ..... 廣矩形堰

として區別する。圖-28 の曲線は總て矩形堰の状態であり、圖-29 では  $h_1=4$  の曲線は廣矩形堰、 $h_1=6$  以上は矩形堰に相當し、 $h_1=5$  はその境界の状態である。又圖-30 では總て廣矩形堰に相當してゐる。

この様に區別すれば圖-28~30 を見れば大體廣矩形堰では  $h_2 < \frac{2}{3} h_1$  では常に完全溢流と考へられるが、普通の矩形堰では  $h_2 < \frac{2}{3} h_1$  の中に相當の不完全溢流部がある。但し廣矩形堰では堰上の水深が限界水深  $h_c$  以下であるから、 $h_2$  が  $h_c$  以上になつても暫くは射流状態を續ける事が出来る。従つてこの場合は他の場合と反對に  $h_2 > \frac{2}{3} h_1$  の處に不完全溢流部がある事になる。圖-30 に於て曲線の曲率が急變する點を連ねる事によつて次の様にこの不完全溢流の區間を分けた。

即ち廣矩形堰 ( $h_1/l < 1/2$ ) に對しては

- $h_2 < \frac{2}{3} h_1$  ..... 完全溢流
- $\frac{2}{3} h_1 < h_2 < 0.8 h_1$  ..... 不完全溢流
- $0.8 h_1 < h_2$  ..... 潜堰

普通の矩形堰では  $h_1/l$  の大きい間は不完全溢流部が廣く、 $h_1/l$  が  $1/2$  に近付けば廣矩形堰に近付いて簡単に區分し難い。而もこの種類の形は實際の構造物にも現れる事が稀であるから、此處では強いて公式化する事を避けておく。

2. 完全溢流に對する公式

完全溢流時の流量は  $h_1$  又は  $h_0$  のみによつて定まり、その流量公式の形は

$$Q = mbh_0\sqrt{2gh_0} \dots\dots\dots (21)$$

又は接近流速を無視して

$$Q = mbh_1\sqrt{2gh_1} \dots\dots\dots (22)$$

の形で與へられる。表-1~12 の中の係數  $m$  の値は (22) 式によつて計算したものである。然し  $h_0/h_1=2$  即ち  $h_1/h_0=0.5$  程度より大きくなれば、(9) 式から計算した圖-10によつて  $m$  の値に補正を加へるか、又は (21) 式に

圖-42.  $m$  と  $h_1/h_0$  の關係 (1)

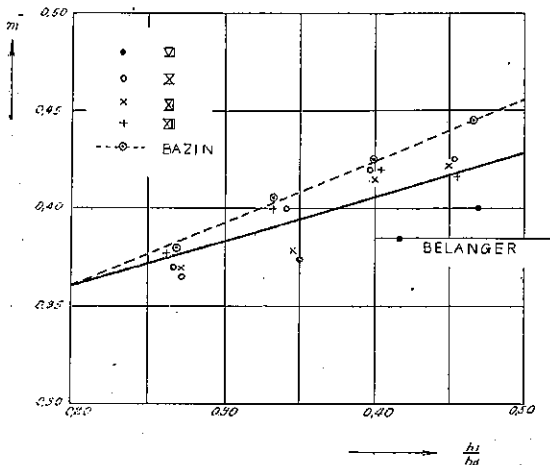
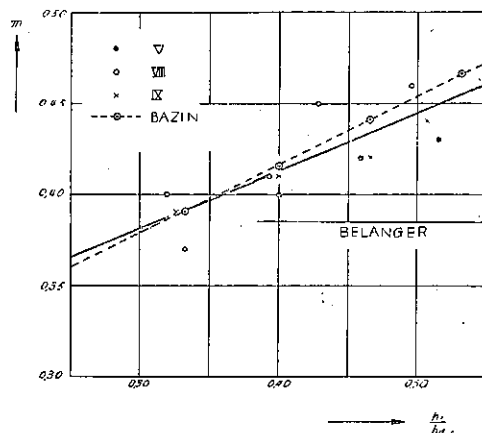


圖-43.  $m$  と  $h_1/h_0$  の關係 (2)





よつて計算せねばならない。然し假令 (21) の形を用ひても  $m$  の値は  $h_1/h_a$  の値によつて多少變化する事は既に述べた諸氏の實驗結果から見ても明かである。唯圖-18 から見れば  $m$  の大きさが  $h_1$  の絶對量即ち堰堤の大き、流流水深の大き等のそのまゝの量には殆ど影響されず、模型と實際との間の相似律がよく成立してゐる様である。

圖-42~45 は表-1~12 中の  $m$  の値と  $h_1/h_a$  の値との關係を圖示したものであつて、水平線は Bélanger の法則による係數  $m=0.385$  及び Boussinesq の鋭縁堰公式に於ける係數  $m=0.4325$  である。又圖-42, 43 の中には夫々圖-11, 12 の中に示した Bazin の實驗値たる  $m$  の値をも記入してゐる。

圖-44.  $m$  と  $h_1/h_a$  の關係

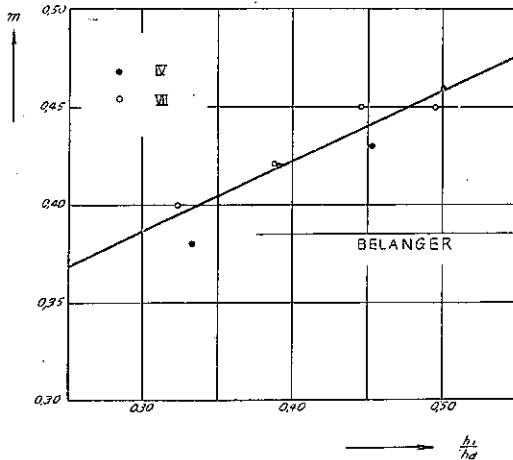


圖-45.  $m$  と  $h_1/h_a$  の關係

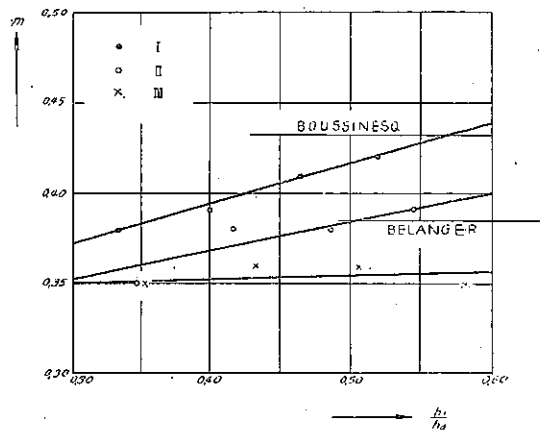


圖-42 は模型 VI, X, XI 及び XII の場合、即ち下流側勾配が 3/5 以下の緩勾配の場合であつて、大體

$$m = 0.31 + 0.23 \frac{h_1}{h_a} \dots \left( \frac{h_1}{h_a} < 0.5 \right) \dots (23)$$

となつてゐる。この關係は  $h_1/h_a > 0.5$  に對しても多少は延長して使用し得ると思ふ。又  $h_1/h_a$  の増加に伴ふ  $m$  の値の増加は接近流速の考慮による増加よりも遙かに著しいから、公式の形としては (23) 式を使用しても實際上差支へない様である。例へば表-12 の  $q=0.0333 \text{ m}^2/\text{sec}$ ,  $h_1=6.82 \text{ cm}$ ,  $h_2=-0.34 \text{ cm}$  の場合に接近流速を考慮して  $m$  の値を計算すれば、 $h_1/h_a=0.455$

$$\begin{aligned} h_0 &= h_1 + \frac{1}{2g} \left( \frac{q}{h_1 + h_a} \right)^2 = 0.068 + 0.00119 \\ &= 0.069 \text{ cm} \\ m &= \frac{q}{h_0 \sqrt{2gh_0}} = 0.415 \end{aligned}$$

即ち表の様に (22) から計算しても、接近流速を考慮して (21) から計算しても  $h_1/h_a=0.455$  程度では  $m$  の値に全然變化がない。

圖-43 は模型 V, VIII 及び IX の場合で下流側勾配は 1/1 である。この時の  $m$  の値は

$$m = 0.29 + 0.32 \frac{h_1}{h_a} \dots \left( \frac{h_1}{h_a} < 0.55 \right) \dots (24)$$

この場合は Bazin の實驗結果とも比較的よく一致し、Cox の實驗結果は堤頂の形が異なる爲に  $m$  の値が大きくなつてゐる。

圖-44 は模型 IV 及び VII 即ち下流側勾配が 3/2 の比較的急な場合であつて、この時は  $h_1/h_a$  の増加による  $m$  の増加の割合は最も著しい。この圖によれば

$$m = 0.28 + 0.37 \frac{h_1}{h_a} \dots \left( \frac{h_1}{h_a} < 0.50 \right) \dots (25)$$

然し之等の何れの場合にも實測から得た  $m$  の値は Bélanger の法則から得られる  $m=0.385$  よりも大體に於

て大きく、(23),(24) 及び (25) は  $h_1/ha < 0.25$  の範囲まで適用し得るやは疑問である。

圖-45 は矩形断面及び廣矩形断面の場合であつて、この場合は  $h_1/ha$  の増加による  $m$  の値の増加は著しくなく、殊に III の形では殆ど増減がない。即ち相當幅の廣い矩形断面廣頂堰ならば大體

$$m = 0.35 \dots\dots\dots(26)$$

と考へてよく、この値は Jacoby の實驗結果とは非常によく一致し、Keutner の實驗結果にも近いものである。又 Bazin の實驗によれば  $m$  の値が  $h_1/ha$  と共に多少増加する様になつてゐるが、その大きさは  $m = 0.335 \sim 0.365^{17)}$  の程度であるから (26) の値と大差はない。

3. 潜堰及び不完全溢流の公式

既に述べた様に潜堰公式の理論的な形は (8) 式から

$$Q = m' b h_2 \sqrt{2g(h_0 - h_2)}$$

但し  $m'$  は流量係數である。或は近似的に  $h_0$  の代りに  $h_1$  を用ひて

$$Q = m' b h_2 \sqrt{2g(h_1 - h_2)} \dots\dots\dots(27)$$

$Q/b = q$  と書き次の様なデイメンションのない量を作つておく。

$$\frac{q}{h_1 \sqrt{2g h_1}} = m' \left( \frac{h_2}{h_1} \right) \sqrt{1 - \frac{h_2}{h_1}} \dots\dots\dots(28)$$

$q$  と  $h_2$  の關係は圖-7 に示した様になり、 $h_2 = \frac{2}{3} h_1$  の時に完全溢流  $q = m h_1 \sqrt{2g h_1}$  に等しくなるのであるから

$$2gm^2 h_1^3 = 2gm'^2 \left\{ h_1 \times \frac{4}{9} h_1^2 - \frac{8}{27} h_1^3 \right\}$$

$$\therefore \left( \frac{m}{m'} \right)^2 = \frac{4}{27} \text{ 或は } m' = \frac{3\sqrt{3}}{2} m \approx 2.6m \dots\dots\dots(29)$$

$m$  の値は (23),(24),(25) 及び (26) によつて與へられるから夫々の場合に對する  $m'$  の値が計算出来る。この關

係を圖に表せば圖-46 の様に  $\frac{q}{h_1 \sqrt{2g h_1}}$  と  $\frac{h_2}{h_1}$  との關係は曲線 abcde の様になる。然し實際には不完全溢流部がある爲に bd の間で曲線が點線で示す様に低下するのであつて、この部分に對しては別な公式を作らねばならない。即ち不完全溢流部だけに新しい公式を作る事は不可能であつて、不完全溢流部全部と潜堰の中の cd の部分とに互る一つの公式を作り、de の部分には (27) を用ふる事になる。之は潜堰にも不完全と完全の區別がある事を示す形になり、實際的にも意味がある様に思はれる。bd の間の曲線は高次曲線で連ねた方がよいが、公式の形を簡單にする爲に直線で連ねる事にする。即ち公式の基本形として次の形を與へる。

$$\frac{q}{h_1 \sqrt{2g h_1}} = \alpha \left( \frac{h_2}{h_1} \right) + \beta \dots\dots\dots(30)$$

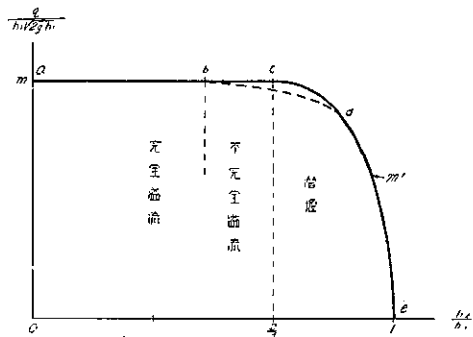
但し  $\alpha$  及び  $\beta$  は常數であつて、之等は次の條件から定められる。

- (i) b の位置  $\left( \frac{h_2}{h_1} = x_1 \right)$  で  $\frac{q}{h_1 \sqrt{2g h_1}} = m$
- (ii) d の位置  $\left( \frac{h_2}{h_1} = x_2 \right)$  で  $\frac{q}{h_1 \sqrt{2g h_1}} = m' x_2 \sqrt{1 - x_2}$

即ち之等の條件から

$$\left. \begin{aligned} \alpha x_1 + \beta &= m \\ \alpha x_2 + \beta &= m' x_2 \sqrt{1 - x_2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(31)$$

圖-46. 流量と  $h_2/h_1$  との一般的關係



17) 圖-14 から計算した値である。

(31) 式から  $\alpha$  及び  $\beta$  を求め,  $m'=2.6m$  とおけば

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{1-2.6x_2\sqrt{1-x_2}}{x_1-x_2} m \\ \beta &= m - \alpha x_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots (32)$$

$x_1$  の値即ち  $b$  の位置は既に與へてあるが,  $x_2$  の値即ち  $d$  の位置は定まつてゐない。之は (27) 式が成立しなくなる限界であつて, 圖上では餘り明瞭でないが, 大體次の様に定めれば實測値と比較的良く一致する。又次の表の中の  $\alpha$  及び  $\beta$  の値はこの  $x_2$  を用ひて (32) 式から計算した結果である。

- (i) 模型 VI, X, XI, XII に対しては  $x_1=0.60, x_2=0.70, \alpha=-0.030m, \beta=1.018m$
- (ii) 模型 V, VIII, IX に対しては  $x_1=0.45, x_2=0.80, \alpha=-0.200m, \beta=1.090m$
- (iii) 模型 IV, VII に対しては  $x_1=0.25, x_2=0.80, \alpha=-0.124m, \beta=1.032m$

模型 III に対しては  $h_2/h_1 > 2/3$  の範圍は總て (27) 式を用ふる事とする。

4. 公式整理と檢算

之までに導いた實驗公式を整理すれば次の一覧表の様になる。

表-13. 公式一覧表

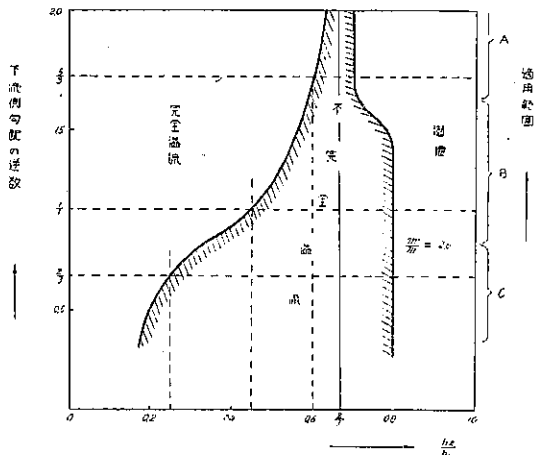
	下流側勾配 (模型番號)	完全溢流 係数 $m$	境界の $h_2/h_1$	不完全溢流		境界の $h_2/h_1$	潜堰 $m'/m$
				$-\alpha$	$\beta$		
A	3/5 以下 (VI, X, XI, XII)	$0.31+0.23 h_2/h_1$	0.60	0.030m	1.018m	0.7	2.6
B	1/1 附近 (V, VIII, IX)	$0.29+0.32 h_2/h_1$	0.45	0.200m	1.090m	0.8	2.6
C	3/2 附近 (IV, VII)	$0.28+0.37 h_2/h_1$	0.25	0.124m	1.032m	0.8	2.6
D	$\infty$ (III) 但し $h_2/h_1 < 1/2$	0.35	2/3	—	—	2/3	2.6

但し 完全溢流では  $q = m h_1 \sqrt{2gh_1}$   
 不完全溢流 }  $q = \left( \alpha \frac{h_2}{h_1} + \beta \right) h_1 \sqrt{2gh_1}$   
 不完全潜堰 }  
 潜堰 ( $h_2/h_1 \geq 0.7$  又は  $0.8$ )  $q = m' h_2 \sqrt{2g(h_1 - h_2)}$   
 不完全溢流と不完全潜堰の境界は D 以外は  $h_2/h_1 = 2/3$

之等の公式の適用範圍は大體圖-47 の様になるものと見てよい。

尙この係数  $m$  は上流側勾配, 隅角の丸味の大小等によつても影響されるが, 公式が煩雜になるのを避けてそれ等の要素は入れなかつた。上流側勾配は圖-42, 43 等から見ればその影響は少い様である。又隅角の丸味に就ては圖-35 と 圖-40 を比較すれば, 丸味の全くないものは流量が數% 少く, その差は  $h_1$  が少い程著しくて 10% 位までに達する事が見られる。従つて丸味が全くないか又は甚しく小さい時は, Fteley and Stearns の公式或は Keutner の實驗値等を参照して補正する事が必要がある。

圖-47. 公式の適用範圍



下流側勾配の違いによる各公式の係数の變化は次の様になつてをり。その變化の割合は  $h_2/h_1$  の値が増す程大きくなつてゐる。

勾配	$h_1/h_a =$	0.2	0.4	0.6	0.8
3/5	$m(A) =$	0.36	0.40	0.45	0.49
1/1	$m(B) =$	0.35	0.42	0.48	0.55
3/2	$m(C) =$	0.35	0.43	0.50	0.58

但し  $h_1/h_a > 0.5$  に対しては実験値がないから稍不正確である。

次に不完全溢流及び潜堰の場合に就て検算を行つて見る。一例として下流側勾配 3/5 の堰に對して、 $h_a = 15$  cm、 $h_1 = 6$  cm の場合に就て計算する。この時の完全溢流の係数  $m$  の値は

$$m = 0.31 + 0.23 \times \frac{6}{15} = 0.402$$

不完全溢流及び不完全潜堰の状態 ( $0.60 < h_2/h_1 < 0.70$ ) に對しては

$$-\alpha = 0.030 m, \beta = 1.018 m, \frac{q}{h_1 \sqrt{2g h_1}} = \left( -0.030 \frac{h_2}{h_1} + 1.018 \right) \times 0.402$$

潜堰に對しては  $m' = 2.6 m = 1.045$  であるから

$$\frac{q}{h_1 \sqrt{2g h_1}} = 1.045 \frac{h_2}{h_1} \sqrt{1 - \frac{h_2}{h_1}}$$

之等の關係式によつて  $\frac{h_2}{h_1}$  と  $\frac{q}{h_1 \sqrt{2g h_1}}$  との關係を計算すれば次の様になる。

$\frac{h_2}{h_1}$	0.6	0.7	0.8	0.9	0.95
$\frac{q}{h_1 \sqrt{2g h_1}}$	0.402	0.401	0.374	0.298	0.222

之を模型 VI 及び XII の實驗結果と比較すれば圖-48 の様になる。但し  $h_1$  が 5~7 cm の範圍にある實驗結果を集め、更に圖-12 から Bazin の實驗の中で  $h_1/h_a = 0.4$  のものを加へた。尙之に Du Buat 型の公式たる Fteley and Stearus の公式

$$Q = \frac{2}{3} C \sqrt{2g} b \left( h_1 + \frac{h_2}{2} \right) \sqrt{h_1 - h_2} \quad \left. \begin{array}{l} \frac{h_2}{h_1} = 0.5 \quad 0.65 \quad 0.8 \quad 0.9 \\ \frac{2}{3} C = 0.388 \quad 0.385 \quad 0.389 \quad 0.389 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (33)$$

から  $\frac{q}{h_1 \sqrt{2g h_1}}$  を計算したものは圖の點線の様になる。

第二の例として下流側勾配 1/1 の堰に就て、前と同じく  $h_a = 15$  cm、 $h_1 = 6$  cm として計算すれば

$$m = 0.29 + 0.32 \times \frac{6}{15} = 0.418$$

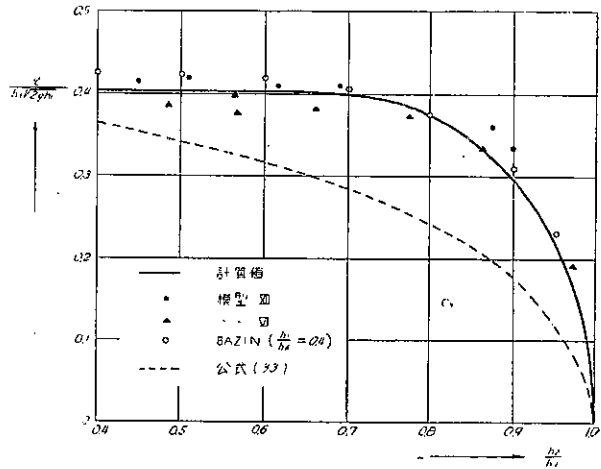
$0.45 < h_2/h_1 < 0.80$  に對しては

$$\frac{q}{h_1 \sqrt{2g h_1}} = \left( -0.200 \frac{h_2}{h_1} + 1.090 \right) \times 0.418$$

$h_2/h_1 > 0.80$  に對しては  $m' = 2.6 m = 1.0860$  であり、従つて

$$\frac{q}{h_1 \sqrt{2g h_1}} = 1.086 \frac{h_2}{h_1} \sqrt{1 - \frac{h_2}{h_1}}$$

圖-48. 公式と實驗値の比較-1.



之等を用ひて前と同様に計算すれば

$\frac{h_2}{h_1}$	0.4	0.45	0.8	0.9	0.95
$\frac{q}{h_1\sqrt{2gh_1}}$	0.418	0.418	0.389	0.309	0.230

之を模型 VIII, IX の実験結果及び圖

-11 の Bazin の実験結果と比較すれば圖-49 の様になる。

次に下流側勾配 3/2,  $h_a=15$  cm,  $h_1=6$  cm の場合に就て計算すれば

$$m=0.428$$

0.25 <  $\frac{h_2}{h_1}$  < 0.80 に対しては

$$\frac{q}{h_1\sqrt{2gh_1}} = (-0.127 \frac{h_2}{h_1} + 1.032) \times 0.428$$

$h_2/h_1 > 0.80$  に対しては  $m' = 2.6m =$

1.113 であるから

$$\frac{q}{h_1\sqrt{2gh_1}} = 1.113 \frac{h_2}{h_1} \sqrt{1 - \frac{h_2}{h_1}}$$

之等の関係式を用ひて計算すれば

$\frac{h_2}{h_1}$	0.25	0.8	0.9	0.95
$\frac{q}{h_1\sqrt{2gh_1}}$	0.428	0.398	0.317	0.237

之を模型 IV 及び VII の実験結果と比較すれば圖-50

の様になる。圖-48~50 から見れば本章に於て導入した実験公式は従来の Du Buat 型の公式に比して遙によく實測値と一致してゐる。<sup>18)</sup>

### 5. 相似律その他

#### 1. 堰公式の相似律

溢流量  $q$  のデメーションは  $[L^3T^{-1}]$ ,  $h_0\sqrt{2gh_0}$  又は  $h_2\sqrt{2g(h_0-h_2)}$  のデメーションは  $[L][LT^{-2}]^{1/2}[L]^{1/2}$  即ち

$[L^3T^{-1}]$  であるから、溢流係数  $m, m'$  及び  $q/(h_0\sqrt{2gh_0})$  或は  $q/(h_2\sqrt{2g(h_2-h_1)})$  等は何れもデメーションのない数である。従つて

完全溢流の時に  $q = mh_0\sqrt{2gh_0}$

潜堰の時に  $q = m'h_2\sqrt{2g(h_2-h_1)}$

圖-49. 公式と實驗値の比較-2.

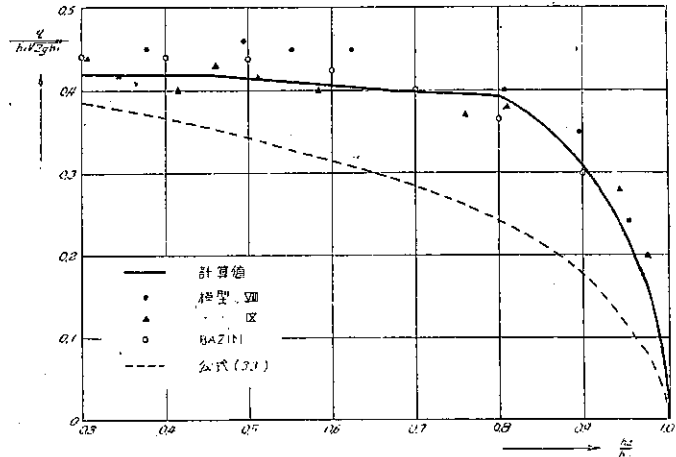
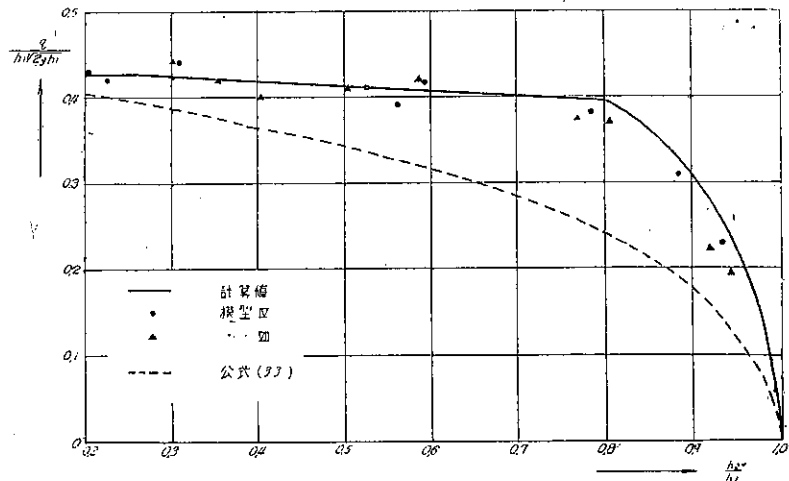


圖-50. 公式と實驗値の比較-3.



<sup>18)</sup> Du Buat 型の公式には Fteley and Stearus のものよりも新しく、且つ改良された形として、Koyeny, Keutner 等の公式がある (Forchheimer; Hydraulik, s. 393~394)。

の形の公式を與へ、 $m$  及び  $m'$  を實驗によつて定めれば、之等の實驗の模型と幾何學的相似の形を持つた溢流堰に對しては、この  $m$  及び  $m'$  がその儘用ひられる筈である。即ち相似律が完全に成立してゐる筈である。<sup>19)</sup>又この事は第一編に掲げた Kirschmer の測定<sup>20)</sup>の結果から見ても大體妥當であると言つて良い様である。然し實際には次の様な點から見てこの相似律が充分であるとは言へない。即ち

(i) 完全溢流から不完全溢流に、又は不完全溢流から潜堰に移る時の  $h_1/h_0$  の値が  $h_1$  の絶對値と共に變化する事がないとは確言出来ない。

(ii) 表面渦及び之に伴ふ壓力分布の相似性が充分明かでない。

従つて一般には相似律はよく成立してゐるが、表面渦の影響の著しい様な場合等には多少の誤差を生ずるものである事を知つて置かねばならない。

## 2. 流量係数に影響する種々の要素

前章の公式中に入らない條件で係数に影響するものゝ主なものを列挙すれば

(i) 側壁の影響 (係数  $m, m'$  を小さくする)

(ii) 堰堤の上流側勾配の影響 (概して勾配の大きい程、 $m, m'$  の値は小さくなる)

(iii) 隅角の丸味の半径の大小による影響 (半径が小さい程  $m, m'$  が小さくなる)

この中の (ii) と (iii) は結局堰頂部の形の問題に歸する。堰頂部の形の係数  $m$  に及ぼす影響は相當に大きい。が、梯形以外の断面になれば系統的に公式化する事は困難であつて、代表的なもの數個を擇んで實驗公式を與へる様にすべきであらう。その他接近流速、遠心力等の影響に就ては既に述べた。

## 3. 射流現象に就て

溢流堰の問題の如く射流現象を伴つてゐる時は、その解決に當つては射流に關する知識が必要であるが、この點に關しては未だ充分に信賴すべき理論が見られない。射流が特に常流と異つてゐる點を挙げれば次の様なものである。

(i) その平均速度がそれ自身の水面に起る表面波の傳播速度以上になつてゐると考へられる事。

(ii) 運動エネルギーの位置エネルギーに對する比の大きい事。

(iii) 流線の攪亂度が非常に小さい事。

然しこの問題に關しては更に實驗研究を進める事を計畫してゐる。

<sup>19)</sup> Froude の相似律のみでよい事を示す。

<sup>20)</sup> 土木學會誌第 26 卷第 6 號、低溢流堰堤の流量係数 (第一編)