

## 論 說 報 告

第 26 卷 第 9 號 昭和 15 年 9 月

機械的圖上計算法による基本三角網の迅速  
且つ嚴密なる調整計算に就て

會 員 板 倉 忠 三\*

**概 概** 平面三角網の調整に當り、測點、角及び邊の 3 種の條件より誘導されるコリレート正常方程式を吟味して、コリレートの係數及びコリレート相互の間に存在する一定の關係からコリレート方程式を簡單に作製する方法を見出し、更に圖上に於て、イテラチオン法により數多の コリレート 聯立方程式を解くことにより、機械的且つ迅速に近似計算と大差ない時間内に嚴密計算を簡明に行ふ新方法を述べたものであつて茲には 2 種の有心多角形、單列三角網及び四邊形の基本形 4 種に就いて計算例を擧げて説明し、且つ在來の方法による結果と比較したものである。原著「Ditto」the Memoirs of the Faculty of Eng., Hokkaido Imp. Univ. Vol. 5, No.3」の抜萃（第 4 回工學會大會講演會に於て“三角網の新調整計算法に就て”と題して講演）。

## 1. 緒 論

平面三角網の調整計算には、測點條件、角條件及び邊條件があり、これら 3 種の條件より誘導される條件方程式は同時に満足せらるべきことは論を俟たないが、現今特に土木關係の測量に於ては近似計算によりこれらを各別個に取扱ひ幾度も觀測角を調整し直してゐるのは、その數多の聯立方程式を嚴密に解くことの煩に耐えないことも一因であると言ふことが出来る。

これらの聯立方程式を解くに當りコリレート法（未定係數法）の便なることは周知の通りであるが三角網を構成する個々の三角形の増加するに伴ひ、コリレート聯立方程式の數も増加する。

一般に、この種聯立方程式の解法には行列式<sup>1)</sup>、消去法<sup>2)</sup>、繰返へし計算法<sup>3)</sup>等があり、ある種の三角網に就いてはその方程式を一般的に解き、補正值を compact な綺麗な形で表はした便利なものもあるが、方程式の數が多くなれば計算因子及び課程が増加し、計算の途中四捨五入等の些かの違ひも計算中に累加するから、正確な結果を得んとするには、勢ひ桁數の多い數字を取扱はなければならない<sup>4)</sup>。従つて計算は複雑となり違算の機會が多くなり、且つ違算のあつた事も最後の結果を得た後でなければ判明せず、ましてやその個所は見出し得ないから最初から計算し直さなければならない。

茲に提案する新計算法によれば決して斯かる憂ひはない。今測點及び三角形群に番號を付け、順序正しくこれらの方程式を配列すれば、コリレートの係數間及びコリレート相互の間に或る規則正しい關係があり、iteration 法を應用し得ることを知る。

且つ又圖形上一定の場所に絶對項及びある特殊の係數を書き、圖上で必要な數値を拾ひ方程式を解くと云ふ煩はしさを離れて機械的に近似計算と大差ない時間で、場合によつては寧ろこれよりも少い時間と努力で、迅速に嚴密計算を行ふことが出来る。

これに就いては既に北海道帝國大學工學部紀要第 5 册第 3 號に詳述し、第 4 回工學會大會講演會に於てその概要を述べたのであるが、尙多少の改訂を施して、2 種の有心多角形、單列三角網、及び四邊形の 4 ケの基本形に就いて計算例を擧げて茲にはその主要部を説明する。又角度の觀測は凡べて同一の重みを以て行はれたものとしコリレート方程式の誘導は何れも同様であるから有心多角形のみを説明をなし他はその結果を記述するに止める。

\* 工學士 北海道帝國大學助教授。

1) 後記参考文献 (1), (2), (3)      2)    "      (4), (5), (6), (7), (8)      3)    "      (9)  
4)    "      (10), (11), (12)      5)    "      (13)

説明の都合上、測點、角及び邊條件方程式に關係したコリレートを夫々、點、角及び邊コリレートと名付け次の如き符號で表はすこととする。

$$K(P), K(Q), K(Q), K(i), (i=1, 2, 3, \dots, n, n+1);$$

點コリレート、各 suffix は點條件の成立する測點を意味する  $K_i (i=1, 2, 3, \dots, n)$ ;

角コリレート、suffix は角條件の成立した三角形を表はす  $K_s$ ; 邊コリレート

其他

$$(P), (Q), (1), (2), \dots, (n), (n+1), (\gamma), 1, 2, \dots, n, 3i-2, 3i-1, 3i, \text{等};$$

夫々その示す角の觀測値 (括弧で包んだものはその點の外角を示し、括弧で包まないものは内角を示す)

$$v(P), v(Q), v(1), v(2), \dots, v(n), v(n+1), v(\gamma), v_3, v_{3i-2}, v_{3i-1}, (i=1, 2, \dots, n) \text{等};$$

夫々その suffix の示す角の補正值 (單位秒)

$$d_{3i-2}, d_{3i-1}, (i=1, 2, \dots, n); \text{夫々 } L \cdot \sin 3i-2, L \cdot \sin 3i-1 \text{ の } 1'' \text{ に對する表差でその對數表の最後の桁を單位としたもの、或ひは } \log \epsilon \rho'' \cdot \cot 3i-2, \log \epsilon \rho'' \cdot \cot 3i-1, \text{ 茲に } \log \epsilon \rho'' = (4.7494 \times 10^5)^{-1}$$

尙、測點並に外角に關係した量は凡べてその番號を括弧に包んで表はし、三角形、邊及び内角に關連を持つ量と區別した。  $B_1, B_2$ ; 基線或は他の方法で知られた邊長。

### 2. コリレート正常方程式の誘導

緒論にも述べた通りコリレート方程式の誘導は何れの場合も殆んど同様であるから有心多角形に就いて説明し、他は凡べて結果のみを擧げることとする。

圖-1 の有心  $n$  角形に於て、條件方程式の數は、測點條件  $n+1$  ケ、角條件  $n$  ケ、邊條件  $1$  ケ、合計  $2n+2$  ケであつて、各測點三角形、及び角に圖に示す通りの番號を付け、條件方程式を作れば次の通りである。

點方程式

$$\text{測點 } (0) \text{ に於て } \sum_{i=1}^n v_{3i} = w(0)$$

$$\text{外周の測點に於て } v_{3i-4} + v_{3i-2} + v(i) = w(i) \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

角方程式

$$\text{各三角形に於て } v_{3i-2} + v_{3i-1} + v_{3i} = w_i \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

中央點 (0) を pole としたる邊方程式

$$\sum_{i=1}^n (d_{3i-2} \cdot v_{3i-2} - d_{3i-1} \cdot v_{3i-1}) = w_s$$

$$\dots \dots \dots (1)$$

茲に

$$w(0) = 360^\circ - \sum_{i=1}^n 3i$$

$$w(i) = 360^\circ - (3i-4 + 3i-2 + i)$$

$$w_i = 180^\circ - (3i-2 + 3i-1 + 3i)$$

$$w_s = \sum_{i=1}^n (L \cdot \sin 3i-1 - L \cdot \sin 3i-2)$$

$$\dots \dots \dots (2)$$

太字はその角の各觀測値を示すこととする。

次に  $[v \cdot v] = \text{最小}$  にする代り、次の  $M = \text{最小}$  とする。

$$M = [v \cdot v] - 2K(0) \left( \sum_{i=1}^n v_{3i} - w(0) \right) - 2 \sum_{i=1}^n K(i) (v_{3i-4} + v_{3i-2} + v(i) - w(i)) - 2 \sum_{i=1}^n K_i (v_{3i-2} + v_{3i-1} + v_{3i} - w_i) - 2K_s \left\{ \sum_{i=1}^n (d_{3i-2} \cdot v_{3i-2} - d_{3i-1} \cdot v_{3i-1}) - w_s \right\}$$

$$\partial M / \partial v = 0 \text{ より}$$

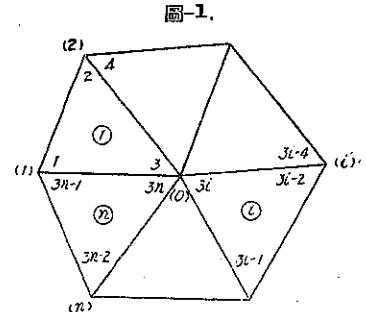


圖-1.

$$\left. \begin{aligned} v(t) &= K(t) \\ v_{3i-2} &= K(t) + K_i + d_{3i-2} K_s \\ v_{3i-1} &= K(t+1) + K_i - d_{3i-1} \cdot K_s \\ v_{3i} &= K(t) + K_i \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

を得る。

(3) 式は、コリレートの数値を求めた後これから各角の補正値を得る式であるが、これを見ると外角の補正値はその頂点の点コリレート自身、内角の補正値はその角の頂点の点コリレートに、その属する三角形の角コリレートを加へたもので、外周の角のみに更に邊コリレート  $K_s$  が関係し、角の番號の奇數の方に  $+d$ 、偶數の方に  $-d$  を乗じたものを加へればよいのであるから、式として考へるよりも圖上から直ちに數値を拾つて加へ合はした方が誤りが無くわかり易い。

(3) 式を (1) に代入して次のコリレート正常方程式を得る。

$$\left. \begin{aligned} nK(t) + \sum_{i=1}^n K_i &= w(t) \\ 3K(t) + K_{i-1} + K_i + d_i \cdot K_s &= w(t) \quad (i=1, 2, \dots, n) \\ K(t) + K_{(i-1)} + K(t) + 3K_i + d_i K_s &= w_i \quad (i=1, 2, \dots, n) \\ \sum_{i=1}^n d_i \cdot K(t) + \sum_{i=1}^n d_i K_i + d_s K_s &= w_s \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

茲に  $d_i(t) = d_{3i-2} - d_{3i-4}$ ,  $d_i = d_{3i-2} - d_{3i-4}$ ,  $d_s = \sum d \cdot d \dots\dots\dots (5)$

### 3. 新 方 法 の 理 論

(3) 式のコリレートの係数を抜出し、上欄に點、角及び邊コリレートの順に配列したコリレートに對して表示すれば表-1 の通りである。又外周の各測點に於て、單獨に測點調整を行つたか或ひは何かの都合で外周の點に測點條件の成立しない時は、(1) 及び (4) 式中の第 2 式は不必要となり、従つてコリレートの係数を抜出したものは表-2 となる。

これらの表から知られる事は次の通りである。

(1) 大きな値の係数は左上より右下に向つて對角線狀に並び、小さな値の係数は此の對角線を軸として對稱に配置されてゐる。

(2) 對角線狀に並ぶ大きな係数の値は、點コリレートに於てはその頂點に集まる角の數、即ち圖-1 に於ては  $n$  又は  $3$  であり、角コリレートにあつてはその方程式を立てた三角形内の觀測角の數即ち  $3$  で、邊コリレートのみは  $d_s$  と云ふ特殊な値である。

(3) 方程式中の點及び角コリレートに對する小さな値の係数は凡べて  $1$  であつて、そのコリレートは點方程式に於てはその測點を頂點とする三角形の角コリレート、角方程式にあつてはその  $3$  頂點の點コリレート、邊方程式に於ては  $d(t)$ ,  $d_i$  と云ふ特殊なものである。

又各方程式に於て  $d(t) \cdot K_s$  又は  $d_i \cdot K_s$  の積は一般に大きな係數  $3$  に比して小であるから、大きな係數を有するコリレートがその方程式に於て大きな支配力を有してゐることは明らかである。それ故この聯立方程式を解くにイテラチオン法を應用し得ることがわかる。又各方程式内のコリレートは圖-1 を對稱すれば夫々その近くに集合したものであつて、決して遠くに散在してゐない。この性質からイテラチオン法を

表-1.

方程式 符 号	方 程 式 左 辺						方 程 式 右 辺		
	$K(t)$	$K_1$	$K_2$	$K_3$	$K_4$	$K_s$	$K(t)$	$K_i$	$K_s$
(0)	$n$						$1$	$1$	$1$
(1)		$3$					$1$		$d_{11}$
(2)			$3$				$1$		$d_{21}$
⋮									
(m)							$1$	$1$	$d_{m1}$
(n+1)								$3$	$d_{n+1}$
1		$1$	$1$	$1$				$3$	$d_1$
2		$1$	$1$	$1$				$3$	$d_2$
⋮									
n-1		$1$						$3$	$d_{n-1}$
n		$1$						$3$	$d_n$
s						$d_s$			$d_s$

表-2.

方程式 符 号	方 程 式 左 辺			方 程 式 右 辺		
	$K(t)$	$K_i$	$K_s$	$K(t)$	$K_i$	$K_s$
(0)	$n$	$3$	$1$		$1$	$1$
1		$1$	$3$			$d_1$
2		$1$	$3$			$d_2$
⋮						
n-1		$1$				$d_{n-1}$
n		$1$				$d_n$
s		$d_s$	$d_s$			$d_s$

應用する際圖上から計算に要する數値を採ることの便利なることを知るのである。

先づ今調整せんとする三角網の圖を適當の大きさに畫きその頂點並に三角形内に二重圓を畫く。而してその中央に夫々測點並に三角形の番號を記入する。唯一つだけは圖形外適當な場所を選びその中央に  $S$  と記す。餘白の都合によつては圓 ( $w$ ) も圖形外に書くことも便利な場合がある。内外圓間の上の空白には  $d$  の値、圓  $S$  に対しては  $1/d$ 、下の空白には  $w$  の値を記入する。これら二重圓の周圍の餘白は次々と得られるコリレートの値を記入してゆくのに用ひられるのである。この圖を今假りにコリレート圖と呼ぶ(圖-2参照)。

又最初各コリレートに與へてコリレート圖に記入しておく第一近似値は  $w/n$  又は  $w/3$  等何でもよいのであるが繰返へし近似値の收斂を速かにする爲には次の圖-3 を用ひれば便利である。

圖-2.

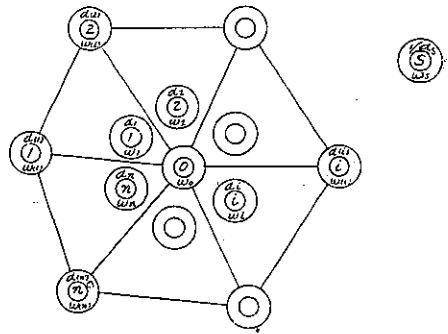


圖-3. 第一近似値を求めるとき  $w$  に對する係數

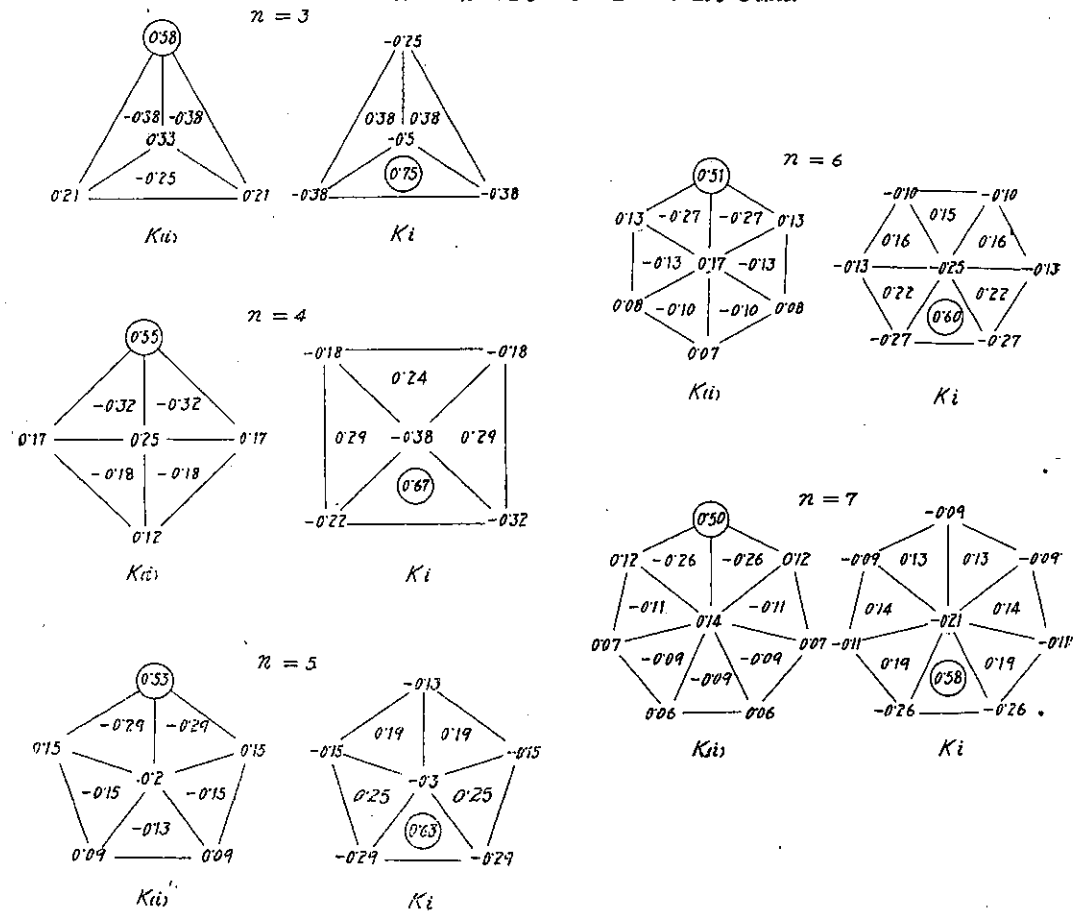


圖-3 に於て、圓の中の數字は今求めんとするコリレートに相當する  $w$  の係數、圓を有しないものはその位置の  $w$  に對する係數を示し、これらと  $w$  との相乗積の代數和がそのコリレートの第一近似値となるのである。

例へば  $n=3$  即ち有心三角形に於ては

$$K_{(i)} = 0.58 w_{(i)} + 0.21(w_{(i+1)} + w_{(i-1)}) + 0.33 w_{(0)} - 0.38(w_{(i-1)} + w_{(i)}) - 0.25 w_{(i+1)}$$

$$K_{(i)} = 0.75 w_i + 0.38(w_{i-1} + w_{i+1}) - 0.5 w_{(0)} - 0.38(w_{(i+1)} + w_{(i)}) - 0.25 w_{(i-1)} \quad \text{等即ち}$$

$$K_{(1)} = 0.58 w_{(1)} + 0.21(w_{(2)} + w_{(3)}) + 0.33 w_{(0)} - 0.38(w_{(0)} + w_{(1)}) - 0.25 w_{(2)}$$

$K_1 = 0.75 w_1 + 0.38(w_2 + w_3) - 0.5 w_{(0)} - 0.38(w_{(2)} + w_{(1)}) - 0.25 w_3$ , 等の如くである。

これらも算式上では誤り易いが圖上ではその心配がない。又  $K_{(0)}$  の第一近似値は上の角コレートから得られるが次式からも求められる。

$$K_{(0)} = \frac{5}{2n} w_{(0)} + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (w_{(i)} - w_i) \dots (6)$$

$K_i$  の値はかくして求めた  $K_{(i)}$ ,  $K_i$  の値を用ひて計算する。

測點調整を夫々單獨に行つた場合即ち表-2 の場合にあつては第一近似値は次の式から求められる。

$$\left. \begin{aligned} K_{(0)} &= \frac{3}{2n} (w_{(0)} - w/3) \\ K_i &= \frac{1}{3} (w_i + m/2n) - w_{(0)}/2n \\ w &= \sum_{i=1}^n w_i \end{aligned} \right\} \dots (7)$$

これらの第一近似値（以後單に第一値と呼ぶ）は直ちに夫々の二重圓外の餘白に記入し、これを基礎として第二、第三の値をイテラチオン法によつて求めることである。この計算法の詳細は次の例により述べることとする。

#### 4. 計算例-1. 有心六角形

内角、外角を凡べて觀測し點、角及び邊方程式を全部同時に解く。表-3 は各角の觀測値並に調整値、コレレー

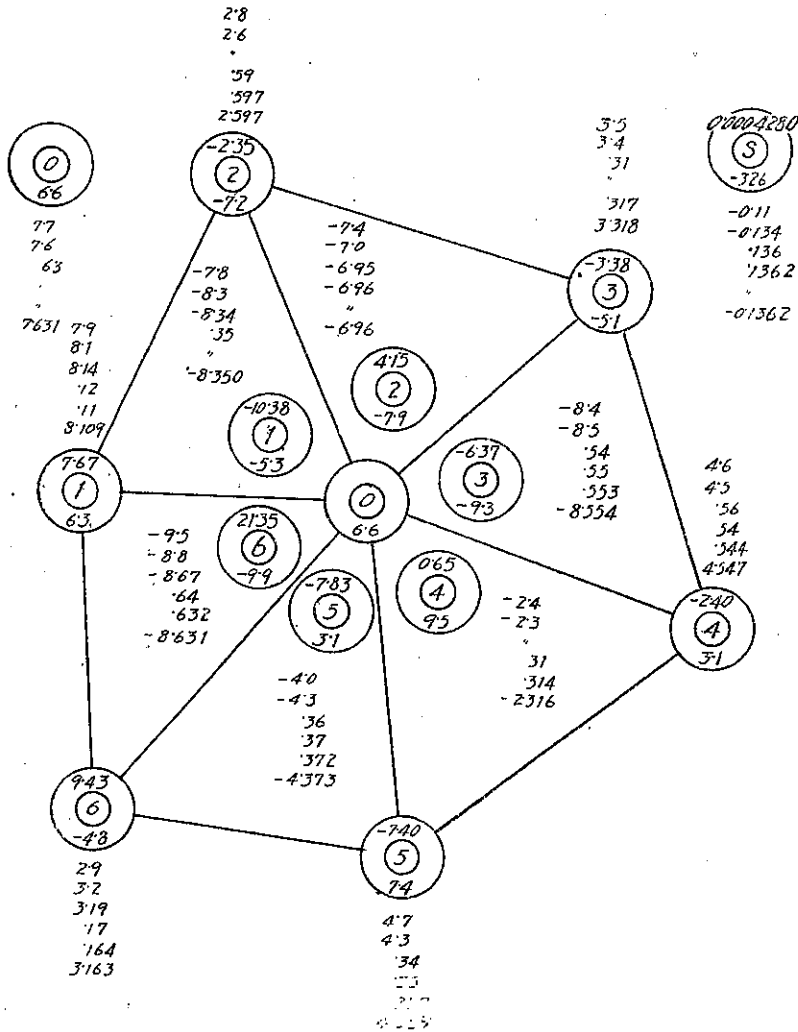
表-3. 有心六角形の計算例 (1)

(1) No.	角		(3) 觀測値に 對する L. sin. ω	(13) 調整値に 對する L. sin	(4) l'に 對する 表差 d	(5) d	(8) d·K <sub>s</sub>	(9) 補正值 v	(10) Δv	(11) v·v	(6) d·d
	(2) 觀測値	(12) 調整値									
1	66 44 31.7	66 44 30.23	9.9631 912	9.9631 899	9.05	-10.38	-1.233	-1.47	-13.3	2.1609	81.9025
2	47 17 6.8	47 17 3.69	9.8661 335	9.8661 275	19.43		2.646	-3.11	-60.4	9.6721	377.5249
3	65 58 26.8	65 58 29.08						-0.72		0.5184	
	180 00 5.3	180 00 00.00	$w_1 = -5.3$								
4	50 57 34.0	50 57 27.31	9.8902 535	9.8902 421	17.08	4.15	-2.326	-6.69	-114.3	44.7561	291.7264
5	58 26 16.4	58 26 14.52	9.9304 769	9.9304 745	12.93		1.761	-1.88	-24.3	3.5344	167.1849
6	70 36 17.5	70 36 18.17						0.67		0.4489	
	180 00 7.9	180 00 00.00	$w_2 = -7.9$								
7	65 36 12.8	65 36 6.26	9.9593 797	9.9593 735	9.55	-6.37	-1.301	-6.54	-62.5	42.7716	91.2025
8	52 55 19.0	52 55 17.16	9.9019 021	9.9018 992	15.92		2.168	-1.84	-29.3	3.3856	253.4464
9	61 28 37.5	61 28 36.58						-0.92		0.8464	
	180 00 9.3	180 00 00.00	$w_3 = -9.3$								
10	57 17 50.7	57 17 51.09	9.9250 471	9.9250 476	13.52	0.65	-1.841	0.39	5.3	0.1521	182.7904
11	58 35 10.7	58 35 14.50	9.9311 660	9.9311 709	12.87		1.753	3.80	48.9	14.4400	165.6369
12	64 6 49.1	64 6 54.41						5.31		28.1661	
	179 59 50.5	180 00 00.00	$w_4 = 9.5$								
13	75 24 46.2	75 24 45.44	9.9857 702	9.9857 698	5.47	-7.83	-0.745	-0.76	-4.2	0.5776	29.9209
14	57 42 32.7	57 42 33.30	9.9270 348	9.9270 356	13.30		1.811	0.60	8.0	0.3600	176.8900
15	46 52 38.0	46 52 41.26						3.26		10.6276	
	179 59 56.9	180 00 00.00	$w_5 = 3.1$								
16	42 48 9.2	42 48 0.64	9.8321 728	9.8321 533	22.73	21.35	-3.096	-8.56	-194.6	73.2736	516.6529
17	86 14 56.2	86 14 55.80	9.9990 686	9.9990 685	1.38		0.188	-0.34	-0.5	0.1156	1.9044
18	50 57 4.5	50 57 3.50						-1.00		1.0000	
	180 00 9.9	180 00 00.00	$w_6 = -9.9$								
			$w_{(0)} = 6.6$								
			$w_3 = -326$								
									$\sum \Delta v = -326.0$		$d_s = 2\ 336.6831$
											$1/d_s = 0.0004\ 280$
(1)	207 00 25.8	207 00 33.91	$w_{(1)} = 6.3$			7.67		8.11		65.7721	
(2)	261 45 26.4	261 45 26.40	$w_{(2)} = -7.2$			-2.35		2.60		6.7600	
(3)	235 57 35.9	235 57 39.22	$w_{(3)} = -5.1$			-3.38		3.32		11.0224	
(4)	249 46 47.2	249 46 51.75	$w_{(4)} = 3.1$			-2.40		4.55		20.7025	
(5)	225 59 55.7	226 00 0.06	$w_{(5)} = 7.4$			-7.40		4.36		19.0096	
(6)	259 29 22.9	259 29 26.06	$w_{(6)} = -4.8$			9.43		3.16		9.9856	
									$\sum v \cdot v = 370.0592$		

推差 =  $\pm 0.6745 \sqrt{370.0592/14} = \pm 3.46'$

ト圖作製造の必要計算，更正結果及び檢算迄を一纏めにしたもので上欄の番號は記入或は計算の順序を示し，缺番の (7) は圖-4 のコリレート圖である。

圖-4. コリレート圖 (計算例 1)



尙表-3 の中 (5) は  $d_i$  又は  $d_u$  であつて，例へば

$$d_1 = d_1 - d_2 = 9.05 - 19.43 = -10.38$$

$$d_{(1)} = d_1 - d_{11} = 9.05 - 1.38 = 7.67 \text{ 等。}$$

(6) は觀測角  $3i-2, 3i-1$  に對する  $L \sin$  の 1 秒の表差の自乗を示し之を加へ合はせて下欄に  $d_s = 2.336.6891$ ,  $1/d_s = 0.0004280$  を得る。

これら  $d$  の値はコリレート圖内の二重内外圓間の上の空白に記入し，下の空白には (3) の  $m$  の値を記入する。測點 (0) の周りの角は邊條件には入つてゐないから，(0) の二重圓の上の空白には何等數値は記入されてゐない。

次にコリレートの第一値を求める。

點コリレート  $K_{(0)}$  は (6) 式より

$$K_{(0)} = \frac{5}{12} \times 6.6 + \frac{1}{6} (6.8 - 7.2 - 5.1 + 3.1 + 7.4 - 4.8) - \frac{1}{6} (-5.3 - 7.9 - 9.3 + 9.5 + 3.1 - 9.9) = 7.7$$

又圖-3  $n=6$  より點コリレート  $K_{(i)}$  及び角コリレート  $K_i$  を求める。

$$K_{(1)} = 0.17 \times 6.6 + 0.51 \times 6.3 + 0.13(-7.2 - 4.8) + 0.08(-5.1 + 7.4) + 0.07 \times 3.1 - 0.27(-5.3 - 9.9) - 0.13(-7.9 + 3.1) - 0.10(-9.3 + 9.5) = 7.9$$

同様に

$$K_{(2)} = 2.8, K_{(3)} = 3.5, K_{(4)} = 4.6, K_{(5)} = 4.7, K_{(6)} = 2.9$$

又

$$K_1 = -0.25 \times 6.6 - 0.27(6.3 - 7.2) - 0.13(-5.1 - 4.8) - 0.10(7.4 + 3.1) + 0.60 \times -5.3 + 0.22(-7.9 - 9.9) + 0.16(-9.3 + 3.1) + 0.15 \times 9.5 = -7.8$$

同様に

$$K_2 = -7.4, K_3 = -8.4, K_4 = -2.4, K_5 = -4.0, K_6 = -9.5$$

この計算は圖上から  $w$  の値を拾ひ、計算尺或ひは算盤を用ひて速かに行はれ、結果は直ちに二重圓外の餘白に書くのである。 $K_{(i)}$  の値は餘白の關係上別に適當な場所を求めて記入する。

次に邊コリレート  $K_s$  の値は次の如くに行はれる。

各圓内の上の數字にその圓の近くの第一値を乗じて加へ合せ、符號を變へて圓  $S$  内の下の數字に加へ、これに圓  $S$  内の上の數字を乗ずる。即ち

$$K = 0.0004280 \left\{ \begin{array}{l} \underbrace{-326}_{\text{圓 } S \text{ 内の上の數字}} \underbrace{-(-7.67 \times 7.9 - 2.35 \times 2.8 + \dots)}_{\substack{\text{點(1)の } K_{(1)} \text{ の第一値} \\ \text{點(2)の } K_{(2)} \text{ の第一値}}} \\ \underbrace{-10.38 \times -7.8}_{\substack{\text{圓 1 内の } K_1 \text{ の上の數字} \\ \text{三角形 1}}} \underbrace{+4.15 \times -7.4 + \dots}_{\substack{\text{圓 2 内の } K_2 \text{ の上の數字} \\ \text{三角形 2}}} \end{array} \right\}$$

$$= -0.11 \text{ これを圓 } S \text{ 外の餘白に書く。}$$

第二値は次の如くにして求める。

點コリレート  $K_{(i)}$ ;

點  $(i)$  の周りの三角形の角コリレートの第一値、及び圓  $(i)$  内の上の數に  $K_s$  の第一値を乗じたものを符號を換へて、圓  $(i)$  内の下の數に加へ、これを點  $(i)$  の周りの角の數即ち 3 で除する。

$$K_{(1)} = \frac{1}{3} (6.3) \frac{+9.5 + 7.8}{\substack{\text{點(1)の周りの角の數} \\ \text{圓(1)内の下の數字}}} \frac{+7.67 \times 0.11}{\substack{\text{點(1)の周りの三角形 6 及び 1 の角コリレートの第一値} \\ \text{圓(1)内の } K_s \text{ の上の數字} \\ \text{第一値}}} = 8.1$$

符號を變へて加へる

$$K_{(2)} = \frac{1}{3} (-7.2) \frac{+7.8 + 7.4}{\substack{\text{點(2)の周りの角の數} \\ \text{圓(2)内の下の數字}}} \frac{-2.35 \times 0.11}{\substack{\text{點(2)の周りの三角形 1 及び 2 の角コリレートの第一値} \\ \text{圓(2)内の } K_s \text{ の上の數字} \\ \text{第一値}}} = 2.6$$

符號を變へて加へる

同様にして  $K_{(3)} = 3.4, K_{(4)} = 4.5, K_{(5)} = 4.3, K_{(6)} = 3.2$  等を求め、次々とその圓外第一値の下に書く。

$$K_{(0)} = \frac{1}{6} (6.6) \frac{+7.8 + 7.4 + 8.4 + 2.4 + 4.0 + 9.5}{\substack{\text{點(0)の周りの角の數} \\ \text{圓(0)内の下の數字}}} \frac{\text{點(0)の周りの三角形の角コリレートの第一値}}{\text{符號を變へて加へる}} = 7.6$$

これを圓  $(0)$  の近く第一値の下に書く。

角コリレート  $K_i$ ;

三角形  $i$  の 3 頂點の點コリレートの第二値及び圓  $i$  内の上の數字に  $K_s$  の第一値を乗じたものの符號を變へて、圓  $i$  内の下の數字に加へ、三角形内の觀測角の數即ち 3 で除する。

$$K_1 = \frac{1}{3} (-5.3) \frac{-8.1 - 2.6 - 7.6 - 10.35 \times 0.11}{\substack{\text{三角形 1 内の角の數} \\ \text{圓 1 内の下の數字}}} \frac{\text{三角形 1 の 3 頂點の點コリレートの第二値}}{\substack{\text{圓 1 内の } K_s \text{ の上の數} \\ \text{第一値}}} = -8.3$$

符號を變へて加へる

$$K_2 = \frac{1}{3} (-7.9) \frac{-2.6 - 3.4 - 7.6 + 4.15 \times 0.11}{\substack{\text{三角形 2 内の角の數} \\ \text{圓 2 内の下の數字}}} \frac{\text{三角形 2 の 3 頂點の點コリレートの第二値}}{\substack{\text{圓 2 内の } K_s \text{ の上の數} \\ \text{第一値}}} = -7.0$$

符號を變へて加へる

同様に  $K_2 = -8.5$ ,  $K_3 = -2.3$ ,  $K_4 = -4.3$ ,  $K_5 = -8.8$  を求めこれらを夫々の第一値の下に書く。

邊コリレート  $K_s$ ;

第一値の時と同様であるが各コリレートの第二値を用ひる。

$$K_s = 0.0004280 \left\{ \begin{array}{l} -326 \quad -(7.67 \times 8.1 \quad -2.35 \times 2.6 + \dots) \\ \text{即 } S \text{ 内の } \text{即 } (1) \text{ 内の } \text{即 } (2) \text{ 内の } \text{即 } (2) \text{ 内の} \\ \text{上の数字} \quad \text{下の数字} \quad \text{上の数字} \quad \text{第二値} \quad \text{上の数字} \quad \text{第二値} \\ \text{數(1)} \quad \quad \quad \text{數(2)} \\ -10.38 \quad \times -8.3 \quad +4.15 \times -7.0 + \dots \\ \text{即 } 1 \text{ 内の } \text{即 } 2 \text{ 内の } \text{即 } 2 \text{ 内の } \text{即 } 2 \text{ 内の} \\ \text{上の数字} \quad \text{第二値} \quad \text{上の数字} \quad \text{第二値} \\ \text{三角形 } 1 \quad \quad \quad \text{三角形 } 2 \end{array} \right\} = -0.134$$

かくして第二値の計算を終り、更に次々に値を求めてゆく。

本例に於ては第六値に止めた。此の値を用ひて (3) 式より角の補正值を求めれば表-3 の (9) の如く、(10) の  $\Delta v$  を加へて  $\sum \Delta v = -326.0 = w_s$  となる。又 (11) に  $[v \cdot v]$  を求め、推差  $= \pm 0.6745 \sqrt{\frac{[v \cdot v]}{N}}$ 、但し  $N =$  條件式の數より推差を計算して  $\pm 3.46''$  を得た。尙表-3 には (12) に角の調整値、(12) に調整して邊長計算に用ひる  $L \cdot \sin$  の値をも擧げてゐる。この計算は普通の方法により嚴密に解けば、本方法による場合の少くも 3~4 倍の時間と勞力を要し、近似計算によつても決して樂ではない。

5. 計算例-2. 有心六角形

前例に於て、外周の點に於て別個に調整を終つたか、或は外角を觀測しなかつたものと考へ、内角のみの調整を行ふこととする。表-4 及び計算課程は前例と全く同一であつて一層簡單となる。従つてコリレート圖 (圖-5) のみに就いて述べる。

表-4. 有心六角形の計算例 (2)

(1) No.	角		(3) 觀測値に 對する $L \cdot \sin \cdot w$	(13) 調整値に 對する $L \cdot \sin$	(4) $1''$ に 對する 表差 $\Delta$	(5) $d$	(8) $\Delta \cdot K_s$	(9) 補正值 $v$	(10) $\Delta v$	(11) $v \cdot v$	(6) $\Delta \cdot \Delta$
	(2) 觀測値	(12) 調整値									
1	66 44 31.7	66 44 27.21	9.9631 912	9.9631 871	9.05	-10.88	-1.180	-4.49	-40.6	20.1601	81.9025
2	47 17 6.8	47 17 6.02	9.8661 335	9.8661 320	19.43		2.533	-0.78	-15.2	0.6084	377.5249
3	65 58 26.8	65 58 26.77						-0.03		0.0009	
	180 00 5.3	180 00 00.00	$w_1 = -5.3$								
4	50 57 34.0	50 57 28.23	9.8902 535	9.8902 486	17.08	4.15	-2.227	-5.77	-98.6	33.2929	291.7264
5	58 26 16.4	58 26 14.54	9.9304 769	9.9304 745	12.93		1.686	-1.86	-24.0	3.4596	167.1849
6	70 36 17.5	70 36 17.23						-0.27		0.0729	
	180 00 7.9	180 00 00.00	$w_2 = -7.9$								
7	65 36 12.8	65 36 7.08	9.9593 797	9.9593 742	9.55	-6.37	-1.245	-5.72	-54.6	32.7184	91.2025
8	52 55 19.0	52 55 16.60	9.9019 021	9.9018 983	15.92		2.075	-2.40	-38.2	5.7600	253.4464
9	61 28 37.5	61 28 36.32						-1.18		1.3924	
	180 00 9.3	180 00 00.00	$w_3 = -9.3$								
10	57 17 50.7	57 17 51.04	9.9250 471	9.9250 476	13.52	0.65	-1.763	0.34	4.6	0.1156	182.7904
11	58 35 10.7	58 35 14.48	9.9311 660	9.9311 709	12.87		1.678	3.78	48.6	14.2884	165.6369
12	64 6 49.1	64 6 54.48						5.38		28.9444	
	179 59 50.5	180 00 00.00	$w_4 = 9.5$								
13	75 24 46.2	75 24 45.09	9.9857 702	9.9857 696	5.47	-7.83	-0.713	-1.11	-6.1	1.2321	29.9209
14	57 42 32.7	57 42 34.03	9.9270 348	9.9270 366	13.30		1.734	1.33	17.7	1.7689	176.8900
15	46 52 38.0	46 52 40.88						2.88		8.2944	
	179 59 56.9	180 00 00.00	$w_5 = 3.1$								
16	42 48 9.2	42 48 2.77	9.8321 728	9.8321 582	22.73	21.35	-2.963	-6.43	-146.1	41.3449	516.6529
17	86 14 56.2	86 14 52.91	9.9990 686	9.9990 682	1.38		0.180	-3.29	-4.5	10.8241	1.9044
18	50 57 4.5	50 57 4.32						-0.18		0.0324	
	180 00 9.9	180 00 00.00	$w_6 = -9.9$ $w_{(0)} = 6.6$ $w_s = -326$								
									$\sum \Delta v = -325.8$	$\sum v \cdot v = 204.3108$	$d_s = 2.336.6831$ $1/d_s = 0.0004280$

推差  $= \pm 0.6745 \sqrt{204.3108/8} = \pm 3.41''$



コリレートの第一値は (7) 式より求める。

$$w = \sum_{i=1}^6 w_i = -19.8, \quad \frac{1}{3} \cdot w = -6.6, \quad \frac{1}{2n} \cdot w = -19.8/12 = -1.7$$

$$\therefore K_{(0)} = \frac{1}{4} \cdot (6.6 + 6.6) = 3.3$$

$$K_1 = \frac{1}{3} \cdot (-5.3 - 1.7) - \frac{6.6}{12} = -2.9$$

同様に  $K_2 = -3.7, K_3 = -4.2, K_4 = 2.1, K_5 = -0.1, K_6 = -4.4$  これらの値は夫々の圓の近くに記す。

邊コリレート  $K_s$  の第一値は次の如くにして求める。

$$K_s = 0.0004280 \left\{ \begin{array}{l} \text{圖 } S \text{ 内の } K_s \text{ の} \\ \text{上の数字} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \text{圖 } S \text{ 内の} \\ \text{下の数字} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \text{圖 } 1 \text{ 内の } K_1 \text{ の} \\ \text{下の数字} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \text{第一値} \\ \text{三角形 } 1 \end{array} \right. \\ + 4.75 \times \left\{ \begin{array}{l} \text{圖 } 2 \text{ 内の } K_2 \text{ の} \\ \text{上の数字} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \text{第一値} \\ \text{三角形 } 2 \end{array} \right. \dots \dots \dots \} = -0.12$$

この値を圓  $S$  の近くに記す。

コリレートの第二値,

角コリレート  $K_i$ ;

點コリレート  $K_{(0)}$  の第一値及び圓  $i$  内の上

の数字と  $K_s$  の第一値の積を符號を變へて、圓  $i$  内の下の數字に加へ合せ、この値を三角形  $i$  内の觀測角の數即ち 3 で除する。

$$K_1 = \frac{1}{3} \left( \begin{array}{l} \text{三角形 } 1 \text{ 内の} \\ \text{觀測角の數} \end{array} \begin{array}{l} \text{圖 } 1 \text{ 内の} \\ \text{下の数字} \end{array} \begin{array}{l} K_{(0)} \text{ の} \\ \text{第一値} \end{array} \begin{array}{l} \text{圖 } 1 \text{ 内の} \\ \text{上の数字} \end{array} \begin{array}{l} K_s \text{ の} \\ \text{第一値} \end{array} \right) = -3.3$$

符號を變へて加へる

この値は第一値  $-2.9$  の下に記入する。

$$K_2 = \frac{1}{3} \left( \begin{array}{l} \text{三角形 } 2 \text{ 内の} \\ \text{觀測角の數} \end{array} \begin{array}{l} \text{圖 } 2 \text{ 内の} \\ \text{下の数字} \end{array} \begin{array}{l} K_{(0)} \text{ の} \\ \text{第一値} \end{array} \begin{array}{l} \text{圖 } 2 \text{ 内の} \\ \text{上の数字} \end{array} \begin{array}{l} K_s \text{ の} \\ \text{第一値} \end{array} \right) = -3.6$$

符號を變へて加へる

同様に  $K_3 = -4.5, K_4 = 2.1, K_5 = -0.4, K_6 = -3.5$

點コリレート  $K_{(0)}$ ;

中央點 (0) の周りの凡べての角コリレート  $K_i$  の第二値を圖上から拾つて符號を變へて (0) 圓内の下の數字に加へ、その和を中央點 (0) の周りの角の數 6 で除する。

$$K_{(0)} = \frac{1}{6} (6.6 + 3.3 + 3.6 + 4.5 + 2.1 + 0.4 + 3.5) = 3.27$$

點(0)の周りの 觀測角の數 圓(0)内の 下の數 點(0)の周りの三角形内に記入された角コリレートの第二値、符號を變へて加へる

この値を第一値  $3.3$  の下に記す。

邊コリレート  $K_s$ ;

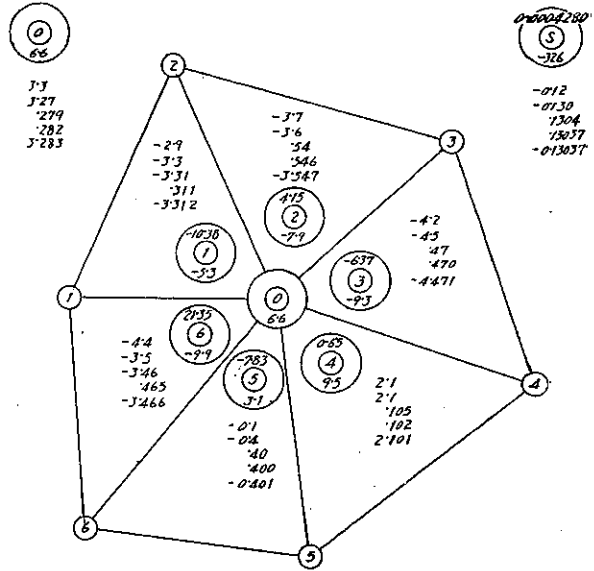
第一値の場合と同一であるが、各コリレートの第二値を用ひる。

$$K_s = 0.0004280 \left\{ \begin{array}{l} \text{圖 } S \text{ 内の } K_s \text{ の} \\ \text{上の数字} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \text{圖 } S \text{ 内の} \\ \text{下の数字} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \text{圖 } 1 \text{ 内の } K_1 \text{ の} \\ \text{上の数字} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \text{第二値} \\ \text{三角形 } 1 \end{array} \right. \\ + 4.75 \times \left\{ \begin{array}{l} \text{圖 } 2 \text{ 内の } K_2 \text{ の} \\ \text{下の数字} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \text{第二値} \\ \text{三角形 } 2 \end{array} \right. \dots \dots \dots \} = -0.130$$

この値を第一値  $-0.12$  の下に記して第二回の計算を終へ、更に第三、第四の繰返へし計算を進める。

この場合、計算は第五回を以て終了し、觀測角の補正值は小數以下 2 位迄求めた。この圖上計算に要した時間

圖-5. コリレート圖 (計算例 2)

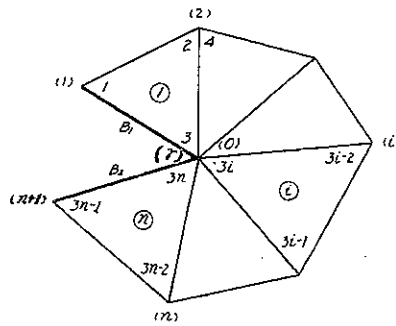


は僅か 1 時間であつた。尙本例を引用したる近似計算<sup>6)</sup>は前後 3 回に互つて調整し直すのであるが、その結果と本計算の結果とを比較すれば表-5 の通りである。

6. 開有心多角形 (Unclosed central polygon)

圖-6 に示す開有心多角形に於て調整条件の数は測點条件  $n+2$  ケ、角条件  $n$  ケ及び  $B_1, B_2$  を既知とすれば邊条件 1 ケ、合計  $2n+3$  ケで 2 と同様の誘導を行へば、表-6 及び表-7 のコリレート正常方程式を得る。

圖-6. 開有心多角形



但し表-5 は内外角全部を同

時に調整する場合、表-6 は内角及び角 ( $\gamma$ ) のみを調整する場合であつて、

表-6. 開有心多角形のコリレート正常方程式 (1)

方程式 符号	方程式左辺	方程式 右辺
(P)	$K_1, K_2, K_3$	$d_{11}, d_{12}$
(1)	$1, 1$	$d_{11}, d_{12}$
(2)	$1, 1$	$d_{21}, d_{22}$
(n-1)	$1, 1, 1$	$d_{(n-1)1}, d_{(n-1)2}$
(n)	$1, 1, 1$	$d_{n1}, d_{n2}$
(2)	$2$	$d_2, d_3$
1	$1, 1, 1$	$d_1, d_2, d_3$
2	$1, 1, 1$	$d_2, d_3, d_4$
n-1	$1, 1, 1$	$d_{n-1}, d_n, d_{n+1}$
n	$1, 1, 1$	$d_n, d_{n+1}, d_{n+2}$
S	$d_{11}, d_{12}, d_{21}, d_{22}, \dots, d_{n-1}, d_n$	$d_1, d_2, d_3, d_4, \dots, d_n$

表-7. 同左 (2)

方程式 符号	方程式左辺	方程式 右辺
(0)	$1, 1$	$d_1, d_2$
1	$1, 1, 1$	$d_1, d_2, d_3$
2	$1, 1, 1$	$d_2, d_3, d_4$
n-1	$1, 1, 1$	$d_{n-1}, d_n, d_{n+1}$
n	$1, 1, 1$	$d_n, d_{n+1}, d_{n+2}$
S	$d_1, d_2, d_3, \dots, d_{n-1}, d_n$	$d_1, d_2, d_3, d_4, \dots, d_n$

表中

$$\begin{aligned}
 d_{(1)} &= d_1, \quad d_{(i)} = d_{3i-2} - d_{3i-4}, \quad (i=2, 3, \dots, n), \quad d_{(n+1)} = -d_{3n-1} \\
 d_i &= d_{3i-2} - d_{3i-4}, \quad (i=1, 2, \dots, n), \quad d_s = \sum \Delta \cdot d \\
 w_{(0)} &= 360^\circ - \left( \sum_{i=1}^n 3i + \gamma \right), \quad w_{(1)} = 360^\circ - ((1)+1) \\
 w_{(i)} &= 360^\circ - ((i) + 3i - 2 + 3i - 4), \quad (i=2, 3, \dots, n) \\
 w_{(n+1)} &= 360^\circ - ((n+1) + 3n - 1) \\
 w_i &= 180^\circ - (3i - 2 + 3i - 1 + 3i), \quad (i=1, 2, \dots, n) \\
 w_s &= \sum_{i=1}^n (L \cdot \sin 3i - 1 - L \cdot \sin 3i - 2) + \log B_2 - \log B_1
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

又観測角の補正値は次式より求められる。

$$\begin{aligned}
 v_{(0)} &= K_{(0)} \\
 v_{(i)} &= K_{(i)} \quad (i=1, 2, \dots, n+1) \\
 v_{3i-4} &= K_{(i)} + K_{i-1} - d_{3i-4} \cdot K_s \\
 v_{3i-2} &= K_{(i)} + K_i + d_{3i-2} \cdot K_s \\
 v_{3i-1} &= K_{(i+1)} + K_i - d_{3i-1} \cdot K_s \\
 v_{3i} &= K_{(0)} + K_i
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

第一値を求めるには圖-7 を用ひるを便とする。

表-5. 近似計算の結果との比較

角の番號	補正値 (秒)	
	近似計算によるもの	本計算によるもの
1	-4.69	-4.49
2	-1.05	-0.78
3	0.43	-0.03
4	-5.55	-5.77
5	-1.91	-1.86
6	-0.43	-0.27
7	-6.02	-5.72
8	-2.38	-2.40
9	-1.46	-1.18
10	0.25	0.34
11	3.25	3.78
12	5.37	5.38
13	-1.89	-1.11
14	1.75	1.33
15	3.23	2.88
16	-6.22	-6.43
17	-2.58	-3.29
18	-1.10	-0.18
$\sum \Delta v$	-321.4	-325.8

$v_s = -326$

<sup>6)</sup> 後記参考文献 (14)

圖-8. (a) 閉有心多角形のコリレート圖

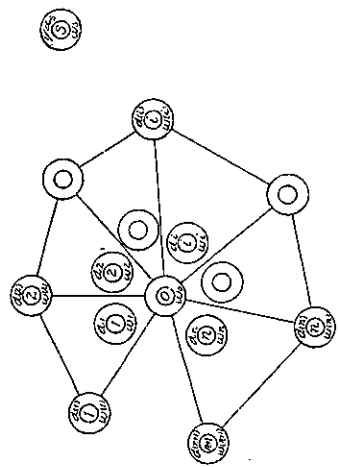


圖-8. (b) (7) コリレート圖 (計算例 8)

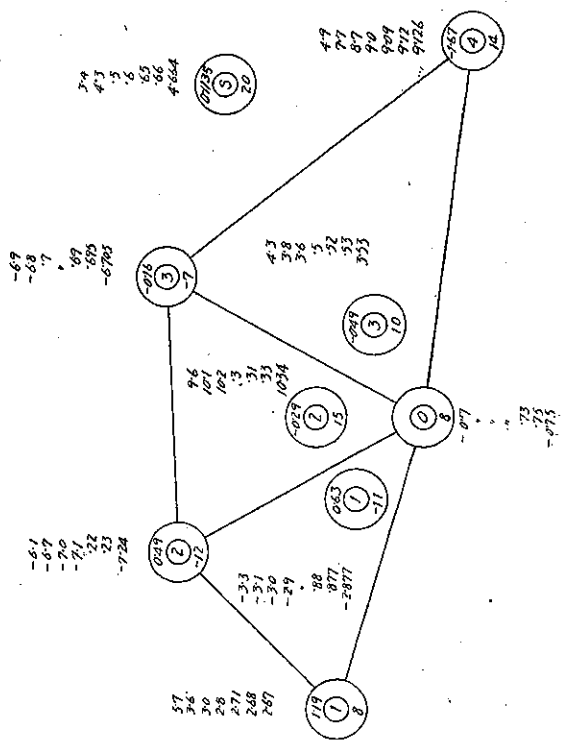


圖-7. (a) コリレートの第一値を求める際の10の係数

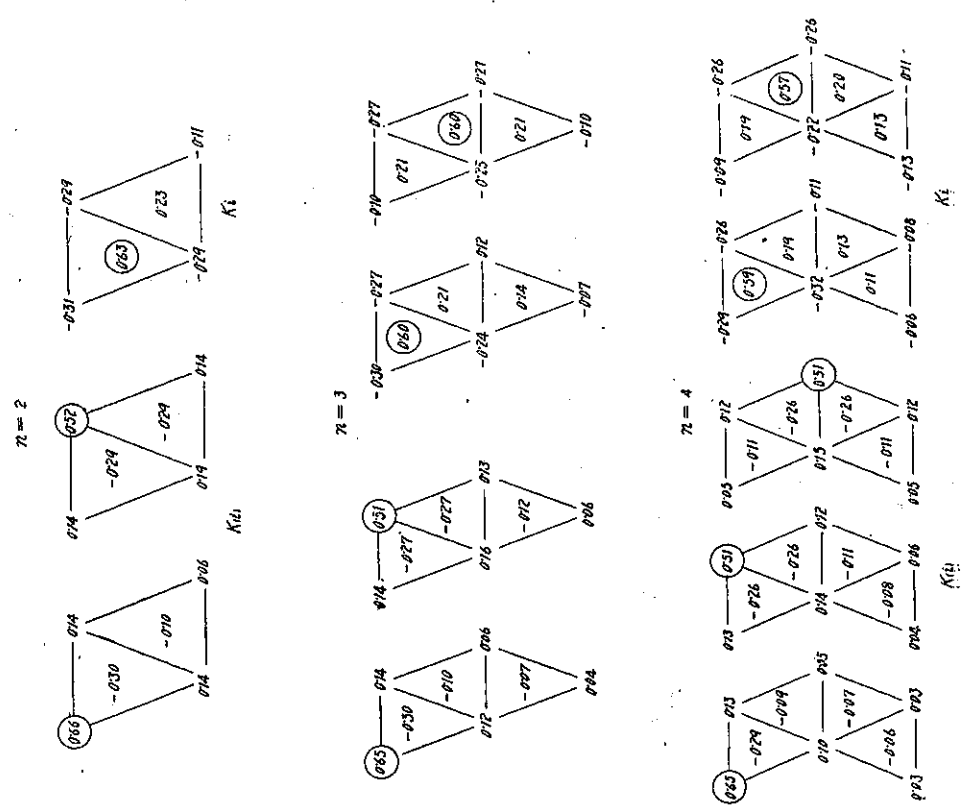
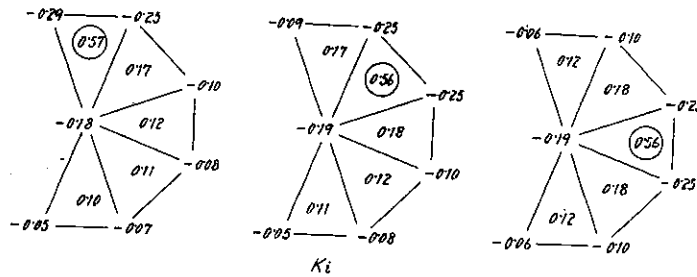
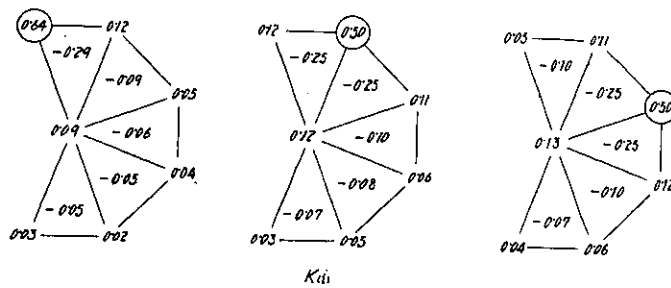
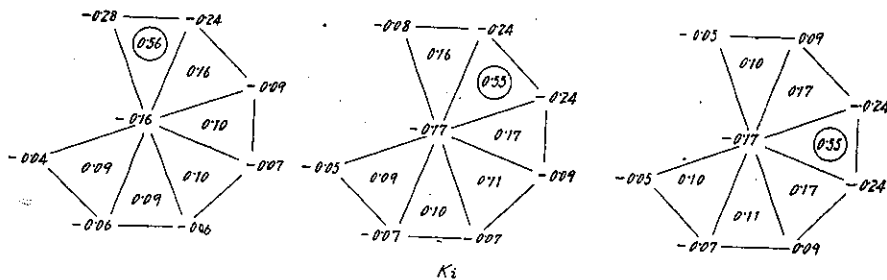
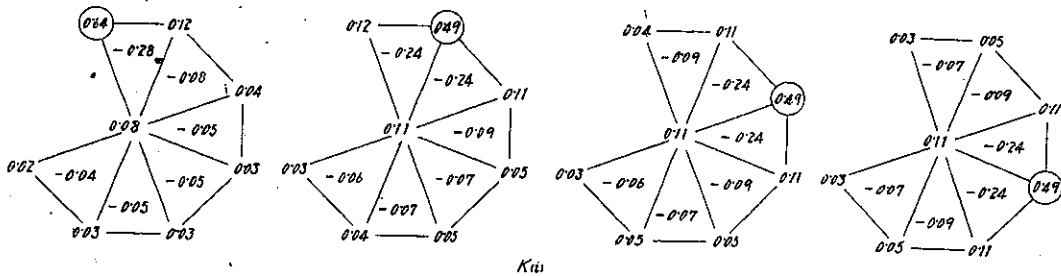


圖-7. (b) コリレートの第一値を求める際の  $w$  の係数 (續き)

$n = 5$



$n = 6$



又外周の測點に於て測點調整を單獨に行つた場合、若しくは外角を觀測しない場合、即ち表-6 の場合には次式による。

$$\left. \begin{aligned} K_{(0)} &= \frac{3}{2n+3} \left( w_{(0)} - \frac{w}{3} \right) \\ K_i &= \frac{1}{3} \left\{ w_i + \frac{w}{2n+3} \right\} - \frac{w_{(0)}}{2n+3} \end{aligned} \right\} \dots (10)$$

茲に

$$w = \sum_{i=1}^n w_i$$

又開有心多角形に於けるコリレート圖は圖-8 である。

7. 計算例-3. 3ヶの三角形より成る開有心多角形

内外角を同時に調整するものとし、観測値其他は表-8 に示す通りである。表中上欄の缺番 (7) はコリレート圖 (圖-8) で主として之に就いて説明することとする。

コリレートの第一値は圖-7 の  $n=3$  より求められる。

點コリレート  $K_{(1)}$ ;

$$K_{(1)} = 0.65 \times 8 + 0.14 \times -12 + 0.12 \times 8 + 0.06 \times -7 + 0.04 \times 14 - 0.30 \times -11 - 0.10 \times 15 - 0.07 \times 10 = 5.7$$

同様に  $K_{(2)} = -6.1, K_{(3)} = -6.9, K_{(4)} = 4.9$

角コリレート  $K_i$ ;

$$K_1 = 0.60 \times -11 + 0.21 \times 15 + 0.14 \times 10 - 0.30 \times 8 - 0.27 \times -12 - 0.24 \times 8 - 0.12 \times -7 - 0.07 \times 14 = -3.3$$

表-8. 開有心多角形の計算例 (3)

角			(5)	(13)	(4)	(5)	(8)	(9)	(10)	(11)	(6)
(1)	(3)	(12)	観測値に 對する L. sin. $w$	調整値に 對する L. sin	1'' に 對する 表差 $d$	$d$	$d K_i$	補正值 $v$	$d v v$	$v v$	$d \cdot d$
No.	観測値	調整値									
1	60 20 58	60 21 3.3	9.9390 49	9.9390 55	1.19	0.63	5.55	5.3	6.3	28.09	1.4161
2	75 6 45	75 6 32.2	9.9851 71	9.9851 64	0.56		-2.61	-12.7	-7.1	50.28	0.3136
3	44 32 28	44 32 24.4						-3.6		12.96	
	180 00 11	180 00 00.0	$w_1 = -11$								
4	63 27 30	63 27 38.0	9.9516 34	9.9516 42	1.05		4.90	8.0	8.4	70.56	1.1025
5	57 33 55	57 33 52.4	9.9263 44	9.9263 41	1.34	-0.29	-6.25	-2.6	-3.5	12.25	1.7956
6	58 58 20	58 58 29.6						9.6		92.16	
	179 59 45	180 00 00.0	$w_2 = 15$								
7	60 44 55	60 44 57.3	9.9407 58	9.9407 61	1.18		5.50	2.3	2.7	7.29	1.3924
8	51 34 30	51 34 34.9	9.8939 96	9.8940 04	1.67	-0.49	-7.80	4.9	8.2	67.24	2.7889
9	67 40 25	67 40 27.8						2.8		7.84	
	179 59 50	180 00 00.0	$w_3 = 10$								
(7)	188 48 39	188 48 38.2	$w_{(7)} = 8$					-0.8	$\sum d \cdot v = 19.8$	0.64	$d_s = 8.8091$
$B_1$	1 656.3		3.2191 4								$1/d_s = 0.1135$
$B_2$	1 759.2		3.2450 9								
			$w_s = 20$								
(1)	299 38 54	299 38 56.7	$w_{(1)} = 8$			1.19		2.7		7.89	
(2)	221 25 57	221 25 49.7	$w_{(2)} = -12$			0.49		-7.3		53.29	
(3)	241 41 17	241 41 10.3	$w_{(3)} = -7$			-0.16		-6.7		44.89	
(4)	308 25 16	308 25 25.1	$w_{(4)} = 14$			-1.67		9.1		82.81	
										$\sum v \cdot v = 537.72$	

$$\text{推差} = \pm 0.6745 \sqrt{537.72/9} = \pm 5.21''$$

同様に  $K_2 = 9.6, K_3 = 4.3$

これらの第一値を夫々の圖の近くに記し、 $K_{(0)}$  及び  $K_s$  の第一値を求める。

點コリレート  $K_{(0)}$ ;

上に求めた角コリレート  $K_i$  の値をその圖の近くより拾つて、符號を變へて (0) 圖内の下の數字に加へ、それを點 (0) の周りに集まる観測角の數即ち 4 で除する。

$$K_{(0)} = \frac{1}{4} (8 + 3.3 - 9.6 - 4.3) = -0.7$$

點(0)の周りの 觀測角の數    圖(0)内の 下の數字    點(0)の周りの三角形 内の K<sub>i</sub> の第一値、 符號を變へて加へる

之を圖 (0) の近くに記入する。

邊コリレート  $K_s$ ;

各圖内の上の數字に夫々のコリレートの第一値を乗じて加へ合はせたものの符號を變へて圖 S 内の下の數に加

へ、之に圖 S 内の上の數字を乗ずる。

$$K_s = \frac{0.1135}{\text{圖 S 内の 上の數字}} \left\{ \frac{20}{\text{圖 S 内の 下の數字}} - \frac{(1.19 \times 5.7)}{\text{點(1)内の K(1)の 上の數字 第一値}} + \frac{+0.49 \times -6.1 + \dots}{\text{點(2)内の K(2)の 上の數字 第一値}} \right. \\ \left. + \frac{+0.63}{\text{點 1 内の K_1 の 上の數字}} \times \frac{-3.3}{\text{第一値}} - \frac{0.29 \times 9.6 - \dots}{\text{點 2 内の K_2 の 上の數字 第一値}} \right\} = 3.4$$

三角形 1                      三角形 2

この値を圖 S の近くに記す。

コリレートの第二値は次の如くにして求める。

點コリレート  $K_{(i)}$ ;

點 (i) を頂點とする凡べての三角形の角コリレートの第一値及び圖 (i) 内の上の數字と  $K_s$  の第一値との積を符號を變へて圖 (i) 内の下の數字に加へ、これを點 (i) の周囲の觀測角の數で除する。

$$K_{(1)} = \frac{1}{2} (8 + 3.3 - 1.19 \times 3.4) = 3.6$$

$$\frac{\text{點(1)の周りの 觀測角の數}}{2} \left( \frac{\text{圖(1)内の 下の數字}}{8} + \frac{\text{K}_1 \text{ の 第一値}}{3.3} - \frac{\text{圖(1)内の K_s の 上の數字}}{1.19} \times \frac{\text{K_s の 第一値}}{3.4} \right)$$

符號を變へて加へる

$$K_{(2)} = \frac{1}{3} (-12 + 3.3 - 9.6 - 0.49 \times 3.4) = -6.7$$

$$\frac{\text{點(2)の周りの 觀測角の數}}{3} \left( \frac{\text{圖(2)内の 下の數字}}{-12} + \frac{\text{點(2)の周りの三角形 1 及 2 内の第一値}}{3.3 - 9.6} - \frac{\text{圖(2)内の K_s の 上の數字}}{0.49} \times \frac{\text{K_s の 第一値}}{3.4} \right)$$

符號を變へて加へる

同様に  $K_{(3)} = -6.8$ ,  $K_{(4)} = 7.7$  を求め夫々の第一値の下に記す。

角コリレート  $K_i$ ;

今求めて三角形 i の 3 頂點に記された最も新しい點コリレートの第一値 (點 (0) に於て) と第二値 (點 (0) 以外の 2 點に於て) 及び圖 i 内の上の數字と  $K_s$  の第一値との積を符號を變へて圖 i 内の下の數字に加へ、之を三角形内の觀測角の數即ち 3 で除する。

$$K_1 = \frac{1}{3} (-11 - 3.6 + 6.7 + 0.7 - 0.63 \times 3.4) = -3.1$$

$$\frac{\text{三角形 1 内の 觀測角の數}}{3} \left( \frac{\text{圖 1 内の 下の數字}}{-11} + \frac{\text{三角形 1 の 3 頂點に記 された最も新しい數字}}{-3.6 + 6.7 + 0.7} - \frac{\text{圖 1 内の K_s の 上の數字}}{0.63} \times \frac{\text{K_s の 第一値}}{3.4} \right)$$

符號を變へて加へる

同様に、 $K_2 = 10.1$ ,  $K_3 = 3.8$  を求め夫々の第一値の下に記す。

點コリレート  $K_{(0)}$  及び邊コリレート  $K_s$  はその第一値を求めたと同一の方法により、各コリレートの第二値を用ひて計算して第一値の下に記す。

斯くして同じ手順を繰返し、必要な桁で止める。本計算に於ては邊コリレートは小數以下 3 桁迄、その他は 2 桁迄求めた。所要時間は約 1 時間半であつた。之等コリレートの値を得たならば (9) 式により補正值を計算する。

### 8. 計算例-4. 3 ケの三角形より成る開有心多角形

計算例-3 に於て各外周の點に於て既に測點調整を終つたか、或ひは外角を測定しなかつたものと假定し、内角及び角 (γ) のみの調整を行ふ。表-9 及び計算課程は前題と同様であるがコリレート圖 (圖-9) の計算はより簡單となる。

各コリレートの第一値は (10) 式より求められる。

$$w = -11 + 15 + 10 = 14, \quad \frac{w}{3} = 4.67, \quad \frac{w}{2n+3} = \frac{14}{9} = 1.56$$

點コリレート;  $K_{(0)} = \frac{3}{9}(8 - 4.67) = 1.11$

角コリレート  $K_1$ ;

$$K_1 = \frac{1}{3}(-11 + 1.56) - \frac{8}{9} = -4.04$$

表-9. 開有心多角形の計算例(4)

(1) No.	角		(3)	(13)	(4)	(5)	(8)	(9)	(10)	(11)	(6)
	(2) 観測値	(12) 調整値	観測値に 對する L. sin. $w$	調整値に 對する L. sin	$I''$ に 對する 表差 $\Delta$	$d$	$\Delta \cdot K_s$	補正值 $v$	$\Delta \cdot v$	$v \cdot v$	$\Delta \cdot \Delta$
1	60 20 58	60 20 56.88	9.9390 49	9.9390 46	1.19	0.63	3.519	-1.12	-1.3	1.2544	1.4161
2	75 6 45	75 6 38.70	9.9851 71	9.9851 68	0.56		-1.656	-6.30	-3.5	39.6900	0.3136
3	44 52 28	44 52 24.42						-3.58		12.8164	
	180 00 11	180 00 00.00	$w_1 = -11$								
4	63 27 30	63 27 38.04	9.9516 34	9.9516 42	1.05	-0.29	3.105	8.04	8.4	64.6416	1.1025
5	57 33 55	57 33 55.97	9.9263 44	9.9263 45	1.34		-2.962	0.97	1.3	0.9409	1.7956
6	58 58 20	58 58 25.99						5.99		35.8801	
	179 59 45	180 00 00.00	$w_2 = 15$								
7	60 44 55	60 45 1.95	9.9407 58	9.9407 66	1.18	-0.49	3.490	6.95	8.2	48.3025	1.3924
8	51 34 30	51 34 28.52	9.8939 96	9.8939 94	1.67		-4.938	-1.48	-2.5	2.1904	2.7889
9	67 40 25	67 40 29.53						4.53		20.5209	
	179 59 50	180 00 00.00	$w_3 = 10$								
(7)	188 48 39	188 48 40.06	$w_{(7)} = 8$					1.06	$\sum \Delta \cdot v = 20.0$	1.1236	$d_s = 8.8091$
$B_1$	1 656.3		3.2191 4								$1/d_s = 0.1135$
$B_2$	1 759.2		3.2450 9							$\sum v \cdot v = 227.3608$	
			$w_s = 20$								

推差 =  $\pm 0.6745 \sqrt{227.3608/5} = \pm 5.09''$

同様に  $K_1 = 4.64, K_2 = 2.97$

之等を夫々の圓の近くに記す。

邊コリレート  $K_s$  の第一値は次の如くにして求める。即ち各圓内の上の數字にその圓の近くに記された第一値を掛け合せ、符號を變へて圓  $S$  内の下の數字に加へ、之に圓  $S$  内の上の數字を乘ずる。

$$K_s = 0.1135 \left\{ \begin{array}{l} \text{圓 } S \text{ 内の} \\ \text{上の數字} \end{array} \begin{array}{l} 20 \\ -(-0.63 \times -4.04) \\ -0.29 \times 4.64 \end{array} \right. \\ \text{圓 } S \text{ 内の} \\ \text{下の數字} \end{array} \begin{array}{l} \text{圓 } 1 \text{ 内の} \\ \text{上の數字} \end{array} \begin{array}{l} -11 \\ -4.64 \\ -4.644 \\ -4.642 \end{array} \begin{array}{l} \text{圓 } 2 \text{ 内の} \\ \text{上の數字} \end{array} \begin{array}{l} 15 \\ 4.64 \\ 4.91 \\ 4.929 \\ 4.931 \end{array} \\ \text{圓 } 3 \text{ 内の} \\ \text{上の數字} \end{array} \begin{array}{l} 10 \\ 2.97 \\ 3.43 \\ 3.460 \\ 3.462 \end{array} \left. \right\} = 2.88$$

(注:  $-0.49 \times 2.97$  の項は計算式には含まれていない)

この値を圓  $S$  の近くに記す。

コリレートの第二値

角コリレート  $K_i$ ;

點 (0) に於ける第一値及び圓  $i$  内の上の數字と  $K_s$  の第一値との積を符號を變へて、圓  $i$  内の下の數字に加へ、三角形  $i$  内の観測角の數即ち 3 で除する。

$$K_1 = \frac{1/3}{\text{三角形 } 1 \text{ 内の} \\ \text{観測角の數}} \left( \begin{array}{l} \text{圓 } 1 \text{ 内の} \\ \text{下の數値} \end{array} \begin{array}{l} -11 \\ -1.11 \end{array} \cdot \begin{array}{l} \text{圓 } 1 \text{ 内の} \\ \text{上の數字} \end{array} \begin{array}{l} -0.63 \\ -4.64 \end{array} \times 2.88 \right) = -4.64$$

(注:  $-1.11$  は  $-0.63 \times 2.88$  の結果)

同様に、 $K_2 = 4.91, K_3 = 3.43$  を求め各第一値の下に記す。

點コリレート  $K_{(0)}$ ;

點 (0) を頂點とする凡べての三角形の角コリレートの第二値を符號を變へて圓 (0) 内の下の數字に加へ、之を點 (0) の周りの観測角の數即ち 4 で除する。

$$K_{(0)} = \frac{1/4}{\text{點(0)の周りの} \\ \text{観測角の數}} \left( \begin{array}{l} \text{點(0)を頂點とする} \\ \text{三角形内に記入された角} \\ \text{コリレートの第二値, 符號を變へて加へる} \end{array} \begin{array}{l} 8 \\ + \\ 4.64 - 4.91 - 3.43 \end{array} \right) = 1.07$$

圖-9. (7) コリレート圖 (計算例 4)

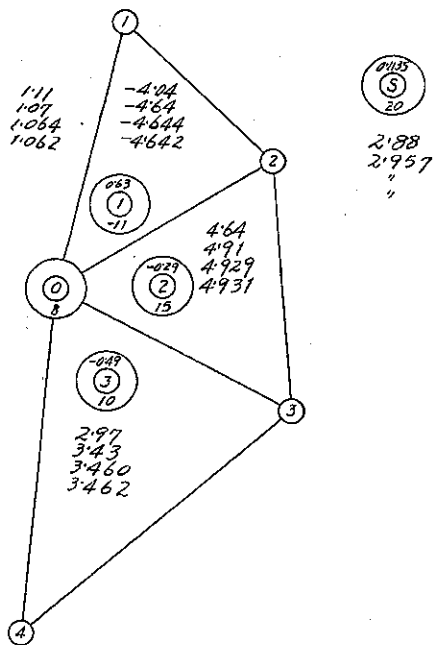








表-13. 單列三角網の計算例 (5)

(1) No.	角		(3)	(12)	(4)	(5)	(8)	(9)	(11)	(13)	(6)
	観測値	調整値	観測値に 對する L. sin. $w$	調整値に 對する L. sin	1''に 對する 表差 $d$	$d$	$d \cdot K_s$	補正值 $v$	$d \cdot v$	$v \cdot v$	$d \cdot d$
1	67 35 43	67 35 43.53	9.9659 137	9.9659 142	8.68	-0.10	1.069	0.53	4.6004	0.2899	75.3424
2	67 21 7	67 21 5.74	9.9651 487	9.9651 476	8.78		-1.081	-1.26	-11.0628	1.5876	77.0884
3	45 3 15	45 3 10.73						-4.27		18.2329	
	180 00 5	180 00 00.00	$w_1 = -5$								
4	61 36 10	61 36 6.52	9.9443 206	9.9443 166	11.38	-7.15	1.401	-3.48	-39.6024	12.1104	129.5044
5	48 38 10	48 38 2.27	9.8753 667	9.8753 524	18.53		-2.281	-7.73	-143.2369	59.7529	343.3609
6	69 45 52	69 45 51.21						-0.79		0.6241	
	180 00 12	180 00 00.00	$w_2 = -12$								
7	50 29 3	50 29 13.23	9.8873 071	9.8873 249	17.37	8.30	2.138	10.23	177.6951	104.6529	301.7169
8	66 41 17	66 41 13.34	9.9630 148	9.9630 115	9.07		-1.117	-3.66	-33.1962	13.3956	82.2649
9	62 49 30	62 49 33.43						3.43		11.7649	
	179 59 50	180 00 00.00	$w_3 = 10$								
10	58 12 47	58 12 55.12	9.9294 254	9.9294 360	13.05	-3.97	1.607	8.12	105.9660	65.9344	170.3025
11	51 3 00	51 2 58.34	6.8908 092	6.8908 064	17.02		-2.095	-1.66	-28.2532	2.7556	289.6304
12	70 44 6	70 44 6.54						-0.54		0.2916	
	179 59 53	180 00 00.00	$w_4 = 7$								
13	54 33 43	54 33 39.92	9.9110 205	9.9110 159	14.98	6.33	1.844	-3.07	-45.9886	9.4249	224.4004
14	67 39 3	67 39 2.01	9.9660 872	9.9660 864	8.65		-1.065	-0.91	-7.8715	0.8281	74.8225
15	57 47 23	57 47 17.98						-5.02		25.2004	
	180 00 9	180 00 00.00	$w_5 = -9$								
16	68 35 17	68 35 19.58	9.9626 874	9.9626 898	9.12	-13.46	1.123	2.58	23.5296	6.6564	83.1744
17	43 00 00	43 00 5.79	9.8337 833	9.8337 964	22.58		-2.780	5.79	130.7382	33.5241	509.8564
18	68 24 28	68 24 34.63						6.63		43.9569	
	179 59 45	180 00 00.00	$w_6 = 15$								
$B_1$	270.418		2.4320 356						$\sum d \cdot v =$ 319.0825		$d_s =$ 2 361.5145
$B_2$	345.567		2.5385 323								$1/d_s =$ 0.0004 235
			$w_s = 319$								
(P)	292 24 8	292 24 14.47				8.68		6.47		41.8609	
(1)	253 20 40	253 20 42.75	$w_{(P)} = 7$			11.38		2.75		7.5625	
(2)	172 23 43	172 23 41.82	$w_{(1)} = -5$			8.59		6.82		46.5124	
(3)	190 19 27	190 19 29.18	$w_{(2)} = 15$			-5.48		2.18		4.7524	
(4)	168 1 4	168 1 0.22	$w_{(3)} = 6$			5.91		-3.78		14.2804	
(5)	182 34 28	182 34 24.10	$w_{(4)} = -10$			-7.90		-3.90		15.2100	
(6)	223 56 22	223 56 23.28	$w_{(5)} = -8$			-8.65		1.28		1.6384	
(Q)	316 56 51	316 59 54.21	$w_{(6)} = 7$			-22.58		3.21		10.3041	
			$w_{(Q)} = 9$							$\sum v \cdot v =$ 559.7601	

推差 =  $\pm 0.6745 \sqrt{559.7601/15} = \pm 4.12''$

角コリレート  $K_i$ ;

$K_1 = 0.57 \times -5 + 0.15 \times -12 - (0.28 \times 7 + 0.24 \times -5 + 0.19 \times 15) = -8$

$K_2 = 0.44 \times -12 - 0.11(-5 + 15 + 6) = -7$

同様に,  $K_3 = 3, K_4 = 4, K_5 = -3, K_6 = 5$

邊コリレート  $K_s$ ;

$K_s = 319 \times 0.0004 3 = 0.14$

之等の第一値は夫々の圖の近くに記す。

點コリレート  $K_{(i)}$ ;

點 (i) を頂點とする三角形内に記入された角コリレートの第一値及び圖 (i) 内の上方の數字と  $K_s$  の第一値との積を符號を變へて, 圖 (i) 内の下方の數字に加へ, この値を點 (i) の周りの観測角の數で除する。

$$K_{(P)} = \frac{1/2}{\text{點(P)の周りの観測角の數}} \left( \frac{7}{\text{圖(P)内の下方の數字}} + \frac{8}{\text{三角形P内の第一値}} - \frac{8.68 \times 0.14}{\text{點(P)内の上方の數字}} \right) = 7$$

符號を變へて加へる

$$K_{(1)} = \frac{1}{3} (-5 + 8 + 7 - 11.38 \times 0.14) = 3$$

點(1)の周りの観測角の数    圓(1)内の下の數字    點(1)を頂點とする三角形 1 及び 2 内の第一値    圓(1)内の上の數字     $K_s$  の第一値  
 符號を變へて加へる

$$K_{(2)} = \frac{1}{4} (15 + 8 + 7 - 3 - 8.59 \times 0.14) = 6$$

圓(2)の周りの観測角の数    圓(2)内の下の數字    點(2)を頂點とする三角形 1, 2 及び 3 内記載の第一値    圓(2)内の上の數字     $K_s$  の第二値  
 符號を變へて加へる

同様に、 $K_{(3)}=2, K_{(4)}=-4, K_{(5)}=-3, K_{(6)}=2, K_{(Q)}=4$  之等は直ちにその屬する點の圓の近傍に記入する。  
 コリレートの第二値は次の如くして得られる。

角コリレート  $K_i$ ;

三角形  $i$  の 3 頂點の點コリレートの第一値及び圓  $i$  内の上の數字と  $K_s$  の第一値との積を符號を變へて、圓  $i$  内の下の數字に加へ、この値を三角形  $i$  内の觀測角の數即ち 3 で除する。

$$K_1 = \frac{1}{3} (-5 - 7 - 3 - 6 + 0.10 \times 0.14) = -7$$

三角形 1 内の観測角の値    圓 1 内の下の數字    三角形 1 の 3 頂點の點コリレートの第一値    圓 1 内の上の數字     $K_s$  の第一値  
 符號を變へて加へる

$$K_2 = \frac{1}{3} (-12 - 3 - 6 - 2 + 7.15 \times 0.14) = -7.4$$

三角形 2 内の観測角の値    圓 2 内の下の數字    三角形 2 の 3 頂點の點コリレートの第一値    圓 2 内の上の數字     $K_s$  の第一値  
 符號を變へて加へる

同様にして、 $K_3=1.6, K_4=4.2, K_5=-1.6, K_6=5$  を求め、直ちに夫々の第一値の下に記入する。

點コリレート  $K_{(i)}$ 、その第一値を求めたと同様の手順により、上に求めた角コリレートの第二値及び  $K_s$  の第一値を用ひて計算し、次の値を得て直ちに夫々第一値の下に記入する。

$$K_{(P)}=6.4, K_{(1)}=2.6, K_{(2)}=6.7, K_{(3)}=2.1, K_{(4)}=-3.7, K_{(5)}=-3.6, K_{(6)}=1.6, K_{(Q)}=3.5$$

邊コリレート  $K_s$ ;

各圓内の上の數字に夫々の圓の近く第二値を乗じたものの和の符號を變へて圓  $S$  内の下の數字に加へ、之に圓  $S$  内の上の數字を乗ずる。

$$K_s = 0.0004 \times 235 \left\{ 319 - (8.68 \times 6.4 + 11.38 \times 2.6 + \dots) - 0.10 \times (-7) - 7.15 \times (-7.4) + \dots \right\} = 0.127$$

圓 S 内の上の數字    圓 S 内の下の數字    圓(P)内の上の數字     $K_{(P)}$  の第二値    點(P)  
 圓(1)内の上の數字     $K_{(1)}$  の第二値    圓(2)内の上の數字     $K_{(2)}$  の第二値    點(1)  
 三角形 1    三角形 2

この値をその第一値の下に記入する。斯くしてこの計算を完了するのである。この場合は第八値迄求めた 所要時間は約 4 時間であつた。之等コリレートの値を用ひ、(12) 式によつて觀測角の補正值を得るのである。

### 11. 計算例-6. 6 ケの三角形より成る單列三角網

計算例-5 に於て各測點で測點調整を各個に行つたもの或は外角を觀測しなかつたものとし内角のみの調整を行ふ。觀測値其他は表-14 に示す通りで、表中の (3) 及び (5)、(6) の  $w$  及び  $d$  の値は (7) のコリレート圖(圖-13)の二重圓内に記入する。

圖-13. (7) コリレート圖 (計算例 6)

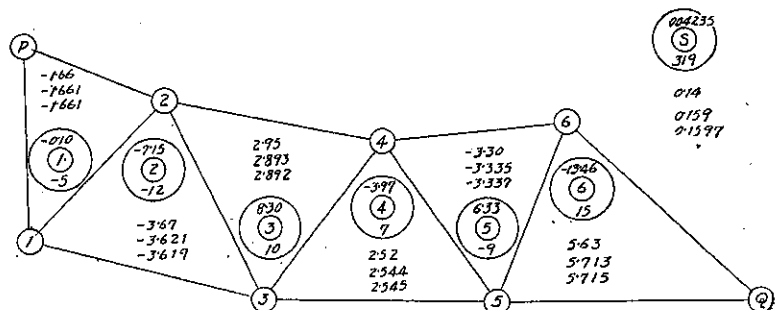


表-14. 單列三角網の計算例 (6)

角			(3)	(12)	(4)	(5)	(8)	(9)	(11)	(13)	(6)
(1)	(2)	(10)	觀測値に對する	調整値に對する	1'' に對する表差 $\Delta$	$d$	$\Delta \cdot K_s$	補正值 $v$	$\Delta \cdot v$	$v \cdot v$	$\Delta \cdot \Delta$
No.	觀測値	調整値	L. sin. $w$	L. sin							
1	67 35 43	67 35 42.72	9.9659 137	9.9659 135	8.68		1.386	-0.28	-2.4904	0.0784	75.3424
2	67 21 7	67 21 3.94	9.9651 487	9.9651 460	8.78	-0.10	1.402	-3.06	-26.8668	9.3636	77.0884
3	45 3 17	45 3 13.34						-1.66		2.7556	
	180 00 5	180 00 00.00	$w_1 = -5$								
4	61 36 10	61 36 8.20	9.9443 206	9.9443 186	11.38		1.817	-1.80	-20.4840	3.2400	129.5044
5	48 38 10	48 38 3.42	9.8753 667	9.8753 545	18.53	-7.15	2.959	-6.58	-121.9274	43.2964	343.3609
6	69 45 52	69 45 48.38						-3.62		13.1044	
	180 00 12	180 00 00.00	$w_2 = -12$								
7	50 29 3	50 29 8.67	9.8873 071	9.8873 170	17.37		2.774	5.67	98.4879	32.1489	301.7169
8	66 41 17	66 41 18.44	9.9630 148	9.9630 161	9.07	8.30	1.448	1.44	13.0608	2.0736	82.2649
9	62 49 30	62 49 32.89						2.89		8.5521	
	179 59 50	180 00 00.00	$w_3 = 10$								
10	58 12 47	58 12 51.63	9.9294 254	9.9294 314	13.05		2.084	4.63	60.4215	21.4369	170.3025
11	51 3 00	51 2 59.83	9.8908 092	9.8908 089	17.02	-3.97	2.718	-0.17	-2.8934	0.0289	289.6804
12	70 44 6	70 44 8.54						2.54		6.4516	
	179 59 53	180 00 00.00	$w_4 = 7$								
13	54 33 43	54 33 42.06	9.9110 205	9.9110 191	14.98		2.392	-0.94	-14.0812	0.8836	324.4004
14	67 39 3	67 38 58.28	9.9660 872	9.9660 831	8.65	6.33	1.381	-4.72	-40.8280	22.3784	74.8225
15	57 47 23	57 47 19.65						-3.34		11.1556	
	180 00 9	180 00 00.00	$w_5 = -9$								
16	68 35 17	68 35 24.17	9.9626 874	9.9626 939	9.12	-13.46	1.456	7.17	65.3904	51.4089	83.1744
17	43 00 00	43 00 2.11	9.8337 833	9.8337 881	22.58		3.006	2.11	47.6435	4.4521	509.8564
18	68 24 28	68 24 33.72						5.72		32.7184	
	179 59 45	180 00 00.00	$w_6 = 15$								
$B_1$	270.418		2.4320 356						$\sum \Delta \cdot v =$	$\sum v \cdot v =$	$d_s =$
$B_2$	345.567		2.5385 323						319.1152	265.2274	2.361.5145
			$w_s = 319$								$1/d_s =$
											0.0004 235

推差 =  $\pm 0.6745 / \sqrt{265.2274/7} = \pm 4.15''$

各コレートの第一値は、先づ  $K_s$  から求める。

邊コレート  $K_s$ ;

$K_s = w_s / d_s = 319 \times 0.0004 3 = 0.14$ , 直ちに圖 S の近くに記入する。

角コレート  $K_i$ ;

圖 i 内の上の數字に  $K_s$  の第一値を乗じ、符號を變へて圖 i 内の下の數字に加へ、之を三角形内の觀測角の數即ち 3 で除する。

$K_1 = 1/3 (-5 + 0.10 \times 0.14) = -1.66$

三角形 1 内の觀測角の數  
圖 1 内の下の數字  
圖 1 内の上の數字  
 $K_s$  の第一値  
符號を變へて加へる

$K_2 = 1/3 (-12 + 7.15 \times 0.14) = -3.67$

三角形 2 内の觀測角の數  
圖 2 内の下の數字  
圖 2 内の上の數字  
 $K_s$  の第一値  
符號を變へて加へる

同様に、 $K_3 = 2.95$ ,  $K_4 = 2.52$ ,  $K_5 = -3.30$ ,  $K_6 = 5.63$  を求め、夫々の第一値の下に記入する。

邊コレート  $K_s$ ;

各圖内の上の數字とその近くの第二値との積を加へ合はせ、符號を變へて圖 S 内の下の數字に加へ、之に圖 S 内の上の數字を乗ずる。

$K_s = 0.0004 235 \{ 319 - (-0.10 \times -1.66 - 7.15 \times -3.67 + \dots) \} = 0.159$

圖 S 内の上の數字  
圖 S 内の下の數字  
圖 1 内の  $K_1$  の第二値  
圖 2 内の  $K_2$  の第二値  
三角形 1  
三角形 2

この値を第一値の下に記入し、更に第三、第四値を求める。この場合は收斂が極めて速かて第四値を以て終了し、

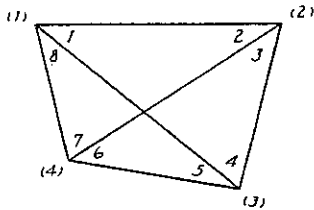
所要時間は一時間足らずであつた。その後 (13) 式により觀測角の補正値を求め、表-14 に記入した。

今これらの値と普通行はれる近似計算<sup>9)</sup> による結果とを比較すれば表-15 の通りである。

### 12. 四 邊 形

圖-14 の四邊形に於て、各點に於ける測點條件 4 ケ

圖-14.



$\Delta(1)(2)(3)$ ,  $\Delta(2)(3)(4)$  及び  $\Delta(3)(4)(1)$  の 3 ケの三角形に於ける角條件 3 ケ及び對角線 (1)3) 及び (2)4) の交點を pole とした邊條件 1 ケ、合計 8 ケの條件より

表-16. 四邊コリレート  
正常方程式 (1)

方程式 符 号	方程式左邊	方程式 右邊
(1)	$K_{11} K_{12} K_{13} K_{14}$	$d_{11} \omega_{11}$
(2)	$K_{21} K_{22} K_{23} K_{24}$	$d_{21} \omega_{21}$
(3)	$K_{31} K_{32} K_{33} K_{34}$	$d_{31} \omega_{31}$
(4)	$K_{41} K_{42} K_{43} K_{44}$	$d_{41} \omega_{41}$
7	$d_{11} d_{21} d_{31} d_{41}$	$d_7 \omega_7$
2	$d_{12} d_{22} d_{32} d_{42}$	$d_2 \omega_2$
3	$d_{13} d_{23} d_{33} d_{43}$	$d_3 \omega_3$
5	$d_{14} d_{24} d_{34} d_{44}$	$d_5 \omega_5$

表-17. 同左 (2)

方程式 符 号	方程式左邊	方程式 右邊
7	$d_{11} d_{21} d_{31} d_{41}$	$d_7 \omega_7$
2	$d_{12} d_{22} d_{32} d_{42}$	$d_2 \omega_2$
3	$d_{13} d_{23} d_{33} d_{43}$	$d_3 \omega_3$
5	$d_{14} d_{24} d_{34} d_{44}$	$d_5 \omega_5$

表-15. 通常の近似計算による結果との比較

角の番號	補 正 値 (秒)	
	近似計算によるもの	本計算によるもの
1	-0.43	-0.28
2	-2.91	-3.06
3	-1.66	-1.66
4	-2.04	-1.80
5	-6.30	-6.58
6	-3.66	-3.62
7	5.41	5.67
8	1.65	1.44
9	3.44	2.89
10	4.37	4.63
11	0.10	-0.17
12	2.53	2.54
13	-1.17	-0.94
14	-4.53	-4.72
15	-3.30	-3.34
16	6.94	7.17
17	2.43	2.11
18	5.63	5.72
$\Sigma d \cdot v$	279.8	319.1

$w_s = 319$

2 と同様の誘導を行へば、表-16 のコリレート正常方程式を得、測點條件を省けば表-17 を得る。この場合は三角形が交錯してゐる爲係數の關係が多少複雑であるが原則に於ては變りがない。

但し 表-16 に於ては

$$\begin{aligned}
 d_{(1)} &= d_1 - d_8, \quad d_{(2)} = d_3 - d_{23}, \quad d_{(3)} = d_5 - d_4, \quad d_{(4)} = d_7 - d_8 \\
 d_1 &= \sum_{i=1}^4 (-1)^{i+1} \cdot d_i, \quad d_2 = \sum_{i=3}^6 (-1)^{i+1} \cdot d_i \\
 d_3 &= \sum_{i=5}^8 (-1)^{i+1} \cdot d_i, \quad d_5 = \sum d \cdot d \\
 w_{(1)} &= 360^\circ - ((1)+1+8), \quad w_{(2)} = 360^\circ - ((2)+2+3) \\
 w_{(3)} &= 360^\circ - ((3)+4+5), \quad w_{(4)} = 360^\circ - ((4)+6+7) \\
 w_1 &= 180^\circ - (1+2+3+4), \quad w_2 = 180^\circ - (3+4+5+6) \\
 w_3 &= 180^\circ - (5+6+7+8), \quad w_s = \sum_{i=1}^8 (-1)^i L \cdot \sin i
 \end{aligned}
 \tag{14}$$

表-17 に於ては

$$\begin{aligned}
 d'_i &= \frac{1}{2} d_i, \quad w'_i = \frac{1}{2} w_i, \quad (i=1, 2, 3) \\
 d'_s &= \frac{1}{2} d_s, \quad w'_s = \frac{1}{2} w_s
 \end{aligned}
 \tag{15}$$

又觀測角の補正値とコリレートの關係は次式の通りである。

<sup>9)</sup> 後記参考文献 (15), (16)

$$\begin{aligned}
 v_i &= K(i) & (i=1, 2, 3, 4) \\
 v_1 &= K(1) + K_1 & + \Delta_1 \cdot K_s \\
 v_2 &= K(2) + K_1 & - \Delta_2 \cdot K_s \\
 v_3 &= K(2) + K_1 + K_2 & + \Delta_3 \cdot K_s \\
 v_4 &= K(3) + K_1 + K_2 & - \Delta_4 \cdot K_s \\
 v_5 &= K(3) & + K_2 + K_3 + \Delta_5 \cdot K_s \\
 v_6 &= K(4) & + K_2 + K_3 - \Delta_6 \cdot K_s \\
 v_7 &= K(4) & + K_3 + \Delta_7 \cdot K_s \\
 v_8 &= K(1) & + K_3 - \Delta_8 \cdot K_s
 \end{aligned}
 \tag{16}$$

第一値を求めるには 表-16 の場合に對しては表-18, 表-17 の場合に對しては表-19 が夫々用ひられる。

表-18. 四邊形の第一値を求める表 (表-13 の場合)

	$\omega_{11}$	$\omega_{12}$	$\omega_{21}$	$\omega_{22}$	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_3$
$K_{11}$	7	2	1	2	-4.5	3	-4.5
$K_{21}$	2	7	2	1	-4.5	-7.5	-7.5
$K_{31}$	1	2	7	2	-7.5	-3	-7.5
$K_{41}$	2	1	2	7	-7.5	-4.5	-4.5
$K_1$	-4.5	-4.5	-7.5	-7.5	9	-4.5	4.5
$K_2$	3	-7.5	-3	-7.5	-4.5	9	-4.5
$K_3$	-4.5	-7.5	-7.5	-4.5	4.5	-4.5	9

factor  $\frac{1}{24}$

表-19. 同左  
(表-14 の場合)

	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_3$
$K_1$	3	-2	1
$K_2$	-1	2	-1
$K_3$	1	-2	3

factor  $\frac{1}{6}$

圖-15. 四邊形のコレレート圖 (表-13 の場合)

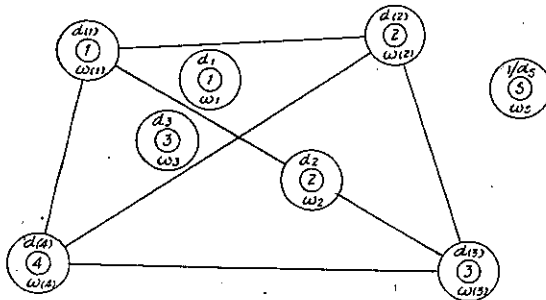
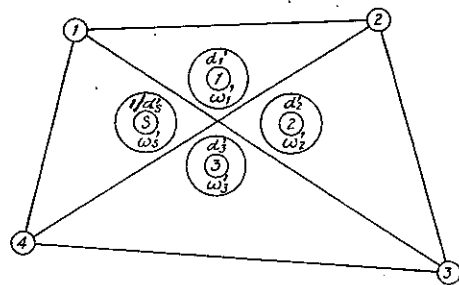


圖-16. 同左 (表-14 の場合)



13. 計算例-7. 四邊形

内外角を同時に調整するものとして、観測値其他は表-20の通りで圖-17はコレレート圖である。

點及び角コレレートの第一値は表-18 から求める。

點コレレート  $K(i)$ ;

$$K_{(1)} = \frac{1}{12}(7 \times 5.1 + 2 \times -6.4$$

$$-1 \times 7.7 + 2 \times -6.1$$

$$-4.5 \times -9.4 + 3 \times -11.5$$

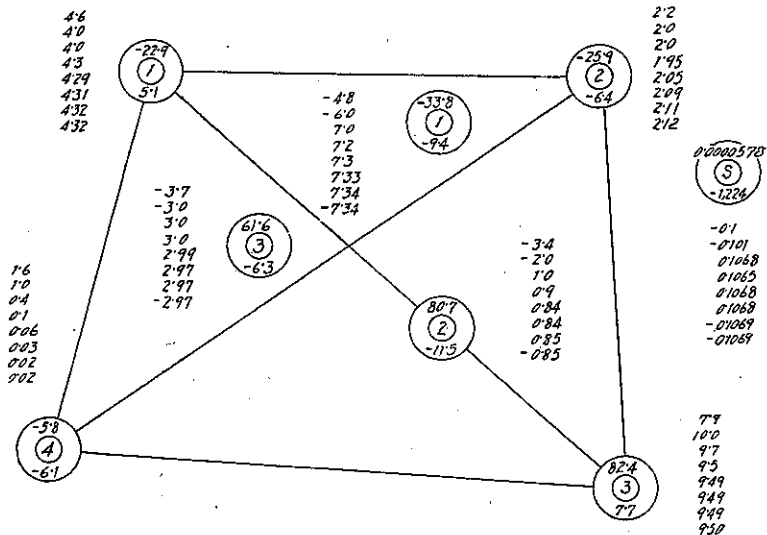
$$-4.5 \times -6.3) = 4.6$$

同様に  $K_{(2)} = 2.2, K_{(3)} = 7.7,$

$$K_{(4)} = 1.6$$

角コレレート  $K_i$ ;

圖-17. コレレート圖 (計算例 7)



$$K_1 = \frac{1}{12} (-4.5 \times 5.1 - 4.5 \times -6.4 - 1.5 \times 7.7 - 1.5 \times -6.1 + 9 \times -9.4 - 4.5 \times 11.5 + 4.5 \times -6.3) = -4.8$$

同様に  $K_2 = -3.4$ ,  $K_3 = -3.7$

之等を直ちに夫々の圓の近くに記入する。

表-20. 四邊形の計算例(7)

(1) No.	角		(3)	(13)	(4)	(5)	(8)	(9)	(10)	(11)	(6)
	(2) 観測値	(12) 調整値	観測値に 對する L. sin w	調整値に 對する L. sin	1'' に 對する 表差 d	d	d·K <sub>s</sub>	v	d·v	v·v	d·d
1	43 58 04.0	43 51 58.6	9.8407 311	9.8407 193	21.9		-2.34	-5.4	-118.26	29.16	479.61
2	31 48 21.3	31 48 19.7	9.7218 465	9.7218 411	34.0		3.63	-1.6	-54.40	2.56	1 156.00
3	69 06 15.1	69 6 8.2	9.9704 541	9.9704 485	8.1		-0.87	-6.9	-55.89	47.61	65.61
4	35 13 29.0	35 13 29.0	9.7610 139	9.7610 273	29.8		3.19	4.5	134.10	20.25	858.04
	180 00 9.4	180 00 00.0									
			$w_1 = -9.4$								
5	10 37 34.0	10 37 27.7	9.2657 591	9.2656 884	112.2		-11.99	-6.3	-706.86	39.69	12 588.84
6	65 2 53.4	65 2 50.6	9.9574 457	9.9574 430	9.8		1.05	-2.8	-27.44	7.84	96.04
	180 00 11.5	180 00 00.0									
			$w_2 = -11.5$								
7	79 9 28.6	79 9 25.2	9.9921 775	9.9921 761	4.0		-0.43	-3.4	-13.60	11.56	16.00
8	25 10 10.3	25 10 16.5	9.6286 933	9.6287 211	44.8		4.79	6.2	277.76	38.44	20 007.04
	180 00 6.3	180 00 00.0									
			$w_3 = -6.3$ $w_8 = -1.224$								
(1)	290 57 40.6	290 57 44.9	$w_{(1)} = 5.1$								
(2)	259 5 30.0	259 5 32.1	$w_{(2)} = -6.4$								
(3)	314 8 49.1	314 8 58.8	$w_{(3)} = 7.7$								
(4)	215 47 44.1	215 47 44.2	$w_{(4)} = -6.1$								
									$\sum d \cdot v = -1224.63$		
											$d_s = 17 297.18$ $1/d_s = 0.0000 578$
										$\sum v \cdot v = 310.27$	

推差 =  $\pm 0.6745 \sqrt{310.27/8} = \pm 4.20''$

邊コリレート  $K_s$ ;

各圓内の上の數字に各コリレートの第一値との積の和を符號を變へて、圓 S 内の下の數字に加へ、之に圓 S 内の上の數字を乘ずる。

$$K_s = 0.0000 578 \left\{ \begin{array}{l} -1.224 \quad -(-22.9 \times 4.6) \quad -25.9 \times 2.2 + \dots \\ \text{圓 S 内の} \quad \text{圓(1)内の } K_1 \text{ の} \quad \text{圓(2)内の } K_2 \text{ の} \\ \text{上の數字} \quad \text{上の數字} \quad \text{上の數字} \\ \text{第一値} \quad \text{第一値} \quad \text{第一値} \end{array} \right.$$

$$+ 33.8 \times 4.8 \quad -80.7 \times 3.4 \quad -61.6 \times 3.7 \} = -0.1$$

圓 1 内の  $K_1$  の
圓 2 内の  $K_2$  の
圓 3 内の  $K_3$  の  
上の數字 第一値
上の數字 第二値
上の數字 第一値  
三角形 1
三角形 2
三角形 3

コリレートの第二値は次の如くして求める。

點コリレート  $K_i$ ;

點 (i) を頂點とする三角形の角コリレートのその屬する三角形内の角の數だけの和と、圓 (i) 内の上の數字と  $K_s$  の第一値の積を符號を變へて圓 (i) 内の下の數字に加へ、之を點 (i) の周りの觀測角の數、即ち 3 で除する。

この場合三角形が互ひに交錯する爲、各三角形内の觀測角の數は 4 ケであるから 1 ケの角で 2 ケの三角形に共通なものがあり、1 ケの三角形で各測點を頂點とする角の數は 1 ケの場合と 2 ケの場合が生ずる。點 (i) に集まる角が 1 ケならばその角の屬する三角形の角コリレートは従前通り 1 回加へればよいが 2 ケの場合には 2 回加へることを要する。例へば點 (2) に於てこの點に集まる三角形 1 内の角は 2 及び 3 の 2 ケであるから  $K_1$  は 2 回加へ、三角形 2 内の角は 3 の 1 ケであるから  $K_2$  は 1 回加へることとなる。之が四邊形の特異な點である。

$$K_1 = \frac{1}{3} (5.1 + 3.7 + 4.8 - 22.9 \times 0.1) = 4$$

點(1)の周りの 圓(1)内の 點(1)を頂點とする三角形3及 圓(1)内の  $K_s$  の  
 観測角の數 下の數字 び1の角コリレートの第一値 上の數字 第一値  
 符號を變へて加へる

$$K_2 = \frac{1}{3} (-6.4 + 4.8 + 4.8 + 3.4 - 25.9 \times 0.1) = 2$$

點(2)の周りの 圓(2)内の 三角形1 三角形2 圓(2)内の  $K_s$  の  
 観測角の數 下の數字 2回加へる 1回加へる 上の數字 第一値  
 角コリレートの第一値  
 符號を變へて加へる

$$K_3 = \frac{1}{3} (7.7 + 4.8 + 3.4 + 3.4 + 3.7 + 82.4 \times 0.1) = 10$$

點(3)の周りの 圓(3)内の 三角形1 三角形2 三角形3 圓(3)内の  $K_s$  の  
 観測角の數 下の數字 1回加へる 2回加へる 1回加へる 上の數字 第一値  
 角コリレートの第一値  
 符號を變へて加へる

$$K_4 = \frac{1}{3} (-6.1 + 3.4 + 3.7 + 3.7 - 5.8 \times 0.1) = 1$$

點(4)の周りの 圓(4)内の 三角形2 三角形3 圓(4)内の  $K_s$  の  
 観測角の數 下の數字 1回加へる 2回加へる 上の數字 第一値  
 角コリレートの第一値  
 符號を變へて加へる

之等の値は直ちに夫々の第一値の下に記入する。

角コリレート  $K_i$ ;

三角形  $i$  の 3 頂點の點コリレートの第二値をその三角形内にあつてその點に集まる角の數だけ加へたものと、その三角形に交錯する三角形の角コリレートの最も新しい値を共通な角の數だけ即ち 2 回加へたもの、及び圓  $i$  内の上の數字と  $K_s$  の第一値との積を、符號を變へて圓  $i$  内の下の數字に加へ、之を三角形  $i$  内の観測角の數即ち 4 で除する。

$$K_1 = \frac{1}{4} (-9.4 - 4 - 2 - 2 - 10 + 3.4 + 3.4 - 33.8 \times 0.1) = -6.0$$

三角形1内の 圓1内の 點(1) 點(2)に於て 點(3) 三角形2 圓1内の  $K_s$  の  
 観測角の數 下の數 2回 2回 2回 上の數 第一値  
 第二値 第一値  
 符號を變へて加へる

この値を第一値の下に記入して次の計算に用ひる。

$$K_2 = \frac{1}{4} (-11.5 - 2 - 10 - 10 - 1.0 + 6 + 6 + 3.7 + 3.7 + 80.7 \times 0.1) = -2$$

三角形2内の 圓2内の 點(2) 點(3)に於て 點(4) 三角形1に於て 三角形3に於て 圓2内の  $K_s$  の  
 観測角の數 下の數 2回 2回 2回 上の數 第一値  
 第二値 第一値  
 符號を變へて加へる

この値を第一値の下に記入して次の計算に用ひる。

$$K_3 = \frac{1}{4} (-6.8 - 10 - 1.0 - 1.0 - 4 + 2 + 2 + 61.6 \times 0.1) = -3$$

三角形3内の 圓3内の 點(3) 點(4)に於て 點(1) 三角形1に於て 圓3内の  $K_s$  の  
 観測角の數 下の數 2回 2回 2回 上の數 第一値  
 第二値 第一値  
 符號を變へて加へる

この値を第一値の下に記入し次の計算に用ひる。

邊コリレート  $K_s$ ;

第一値を求めたと同様の手順でコリレートの第二値を用ひて計算し、 $-0.101$  を得。之を第一値の下に記入する。



斯くの如く繰返へし計算を行ひ求めるコリレート  
の數字の積を得て、式 (16) から觀測角の補正  
値が得られる。本例では第八値迄計算して、約 2  
時間半を要した。

14. 計算例-8. 四邊形

計算例-7 に於て、外角に無關係に内角のみを  
調整する。表-21 は觀測値其他を示し、圖-18  
はそのコリレート圖である。d' 及び v' は各圓内  
の上及び下に記入する。

角コリレートの第一値は表-16 より計算する。

$$K_1 = 1/4 (3 \times -4.7 - 2 \times -5.75 + 1 \times -3.15) = -1.4$$

圖-18 (7) コリレート圖 (計算例 8)

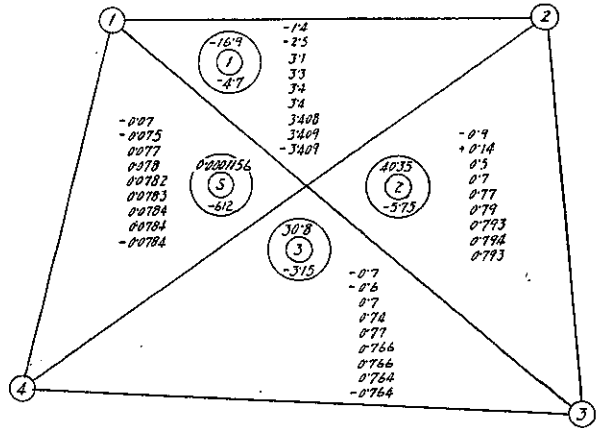


表-21. 四邊形の計算例 (計算例 8)

角			(3)	(13)	(4)	(5)	(8)	(9)	(10)	(11)	(6)
(1)	(3)	(12)	觀測値に 對する L. sin. ω'	調整値に 對する L. sin	1'' に 對する 表差 d	d'	d · K <sub>s</sub>	補正值 v	d · v	v · v	d · d
No.	觀測値	調整値									
1	43 52 4.0	43 51 58.87	9.8407 311	9.8407 199	21.9		-1.717	-5.13	-112.347	26.3169	479.61
2	31 48 21.3	31 48 20.56	9.7218 465	9.7218 440	34.0		2.663	-0.74	-25.160	0.5476	1 156.00
3	69 6 15.1	69 6 11.85	9.9704 541	9.9704 515	8.1		-0.635	-3.25	-26.325	10.5625	65.61
4	35 13 29.0	35 13 28.72	9.7610 139	9.7610 131	29.8		2.336	-0.28	- 8.344	0.0784	888.04
	180 00 9.4	180 00 00.00									
			ω <sub>1</sub> ' = -9.4/2 = -4.7								
5	10 37 34.0	10 37 25.23	9.2657 591	9.2656 607	112.2		-8.796	-8.77	-933.994	76 9129	12 583.84
6	65 2 53.4	65 2 54.20	9.9574 457	9.9574 465	9.8		0.768	0.80	7.840	0.6400	96.04
	180 00 11.5	180 00 00.00									
			ω <sub>2</sub> ' = -11.5/2 = -5.75								
7	79 9 28.6	79 9 27.52	9.9921 775	9.9921 771	4.0		-0.314	-1.08	-4.320	1.1664	16.60
8	25 10 10.3	25 10 13.05	9.6286 933	9.6287 056	44.8		3.512	2.75	123.200	7.5625	2 007.04
	180 00 6.3	180 00 00.00									
			ω <sub>3</sub> ' = -6.3/2 = -3.15								
			ω <sub>s</sub> ' = -1 224/2 = -612								
									Σ d · v =	Σ v · v =	d <sub>s</sub> =
									-1 224.522	123.7872	17 297.18/2
											= 8 643.59
											1/d <sub>s</sub> =
											0.0001 156

推差 = ±0.6745√123.7872/4 = ±3.75''

K<sub>2</sub> = 1/4 (-1 × -4.7 + 2 × -5.75 - 1 × -3.15) = -0.9

K<sub>3</sub> = 1/4 (1 × -4.7 - 2 × -5.75 + 3 × -3.15) = -0.7

これらの第一値を夫々の圓の近くに記入する。

邊コリレート K<sub>s</sub> の第一値;

各圓内の上の數字とその近くに記入された角コリレートの第一値の積を符號を變へて、圓 S 内の下の數字に加へ、圓 S 内の上の數字を乗ずる。

$$K_s = 0.0001 156 \left\{ \begin{matrix} -612 & -(-16.9 \times -1.4 & +40.35 \times -0.9 & +30.8 \times -0.7) \\ \text{圓 S 内の} & \text{圓 1 内の} & \text{圓 2 内の} & \text{圓 3 内の} \\ \text{上の數} & \text{上の數} & \text{上の數} & \text{上の數} \\ & \text{第一値} & \text{第一値} & \text{第一値} \end{matrix} \right\} = -0.07$$

三角形 1
三角形 2
三角形 3

コリレートの第二値は次の如くして求める。

角コリレート K<sub>i</sub>;

三角形 i に交錯する三角形の角コリレートの最も新しく求めた値、及び圓 i 内の上の數字と K<sub>s</sub> の第一値

の積を符號を變へて、圓  $i$  内の下の數字に加へ、常數 0.5 を乘ずる。

$$K_1 = 0.5 \left( \begin{array}{cccc} -47 & +0.9 & -169 & \times 0.07 \\ \text{常數} & \text{圓1内の} & \text{圓1内の} & \text{圓1内の} \\ & \text{下の數字} & \text{下の數字} & \text{下の數字} \end{array} \right) = -2.5$$

符號を變へて加へる

この値を直ちに第一値の下に記入し、次の計算に用ひる。

$$K_2 = 0.5 \left( \begin{array}{cccc} -5.75 & +2.5 & +0.7 & +40.85 \\ \text{常數} & \text{圓2内の} & \text{圓1内の} & \text{圓1内の} \\ & \text{下の數字} & \text{下の數字} & \text{下の數字} \end{array} \right) = 0.14$$

符號を變へて加へる

この値を第一値の下に記入し直ちに次の計算に用ひる。

$$K_3 = 0.5 \left( \begin{array}{cccc} -3.15 & -0.14 & +30.8 & \times 0.07 \\ \text{常數} & \text{圓3内の} & \text{圓2内の} & \text{圓1内の} \\ & \text{下の數字} & \text{下の數字} & \text{下の數字} \end{array} \right) = -0.6$$

符號を變へて加へる

この値を第一値の下に記入し、次の計算に用ひる。

邊コリレート  $K_3$ ;

第一値を求めたと同じ手順で角コリレートの第二値を用ひて計算し、第二値  $-0.075$  を得、之を第一値の下に記入し、次々に計算を繰返へす。本例では第九値迄求めたが所要時間は、僅か 40 分であつた。

斯くして、コリレートの値を求めたならば、式 (16) から観測角の補正值を求めるのである。

本例は Th. Galachow<sup>10)</sup> 氏が四邊形に就いてコリレート正常方程式を消去法により一般的に厳密に解き compact な算式に取纏めたものを發表した際、その計算例として取扱つたものであるが、氏の得た結果と本計算法による表-21 の結果とを比較すれば表-22 の通りである。

### 15. 結 説

本計算法は剛節架構の機械的剛上計算法よりヒントを得たものであつて、その特徴とすべき點は次の通りである。

(1) 本法によれば、三角網の調整に當り數多のコリレート聯立方程式が規則的機械的に作製せられ、更にこれを計算する際これらの方程式を聯立に解くと云ふ煩はしい考へから離れて、極めて機械的規則的且つ直截簡明正確に行ふことが出来る。

(2) コリレート圖に於ては、或るコリレートの値を求める時、加へ合はせ又は掛け合はすべき數値は常にその近くに存在し、又相互に近接して配置され決して採り違ふ憂ひはない。

(3) 又この場合除數はそのコリレートに關係した観測角の數であるから、單純な round number で圖を見て直ちに得られ計算も簡單である。唯一つ邊コリレートの場合が例外であるが、併しこの時は  $1/d_0$  を乘ずるのであつて、之は二重圓  $S$  内の上方に記入してある。

(4) 従つて計算尺又は算盤によつても容易に行はれ、殊に算盤は便利であつて計算用紙の節約ともなり、諸種設備の豊かでない現場に於ても樂である。

(5) 斯くの如く計算は機械的に簡單に行はれるから違算の起る機會が少く、又若し違算があつても次の繰返へし計算の途中で無意識の中に容易に發見せられ是正される。

表-22. 消去法による算式より求めた値との比較

角の番號	補 正 値 (秒)	
	消去法によるもの	本計算によるもの
1	-5.15	-5.13
2	-0.75	-0.74
3	-3.25	-3.25
4	-0.27	-0.28
5	-8.79	-8.77
6	0.81	0.80
7	-1.08	-1.08
8	2.77	2.75
$\sum A \cdot v$	-1 228.2	-1 224.5

$$w_s = -1 224$$

10) 後記参考文献 (17), (18), (19), (20), (21)

(6) 三角形の数が増加しても規則的に又迅速に嚴密計算が進められる。従つてこの計算に慣れれば複雑なもの程近似計算よりも寧ろ樂である。

(7) コリレート的第一近似値を見出すべき圖及び式はこの方法の利點を更に大とし、その計算も亦簡單である。これらの圖式の出所及び消去法による補正值の一般的に解いたものは既發表の紀要に詳述してある。

(8) 本文には 4 種の基本三角網に就いて述べたのであるが、如何に複雑な三角網も要するにこれら基本三角網の集合であるからこの方法を應用し得る。

最後に本論文の作製に當り多大の參考となつた文獻を挙げ、それらの著者に對し謝意を表すると共に、特に御激勵御指導を賜はつた北海道帝國大學教授工學博士小川敬次郎先生、同屬部屋福平先生並びに第 4 回工學會大會講演會に於て講演の機會を御與へ下さつた同小野諒兄先生、同助教授林猛雄先生に對し深甚なる感謝の意を表する次第である。

#### 參 考 文 獻

- (1) Beiträge zur direkten Auflösung der Normalgleichungen unter besonderer Berücksichtigung der geodätischen Netzausgleichung. Konrad Friedrich. Zeitschrift für Vermessungswesen, 1930 S. 461~469, 525~539, 671~697.
- (2) Whittaker & Rodinson; The Calculus of Observation.
- (3) Jordan-Eggert; Handbuch der Vermessungskunde, Bd. 1, § 77, S. 279.
- (4) Einige Bemerkungen über die gemeinsame Ausgleichung von Winkeln und Längen. Chr. Ganef. Zeitschrift für Vermessungswesen, 1930 S. 157~180.
- (5) Ein vereinfachtes Rechnungsschema über die gemeinsame Ausgleichung für Rechenmaschine. Dr. Otto Gruber. Zeitschrift für Vermessungswesen, 1925 S. 133~140.
- (6) Die Auflösung von Normalgleichungen mit Hilfe der Nova-Brunsviga Rechen-Maschine. P. Werkmeister. Zeitschrift für Vermessungswesen, 1928 S. 437~441.
- (7) Ueber die Bildung von Polygonbedingungs-gleichungen mit Hilfe fingierten Beobachtungen. W. Jenne. Zeitschrift für Vermessungswesen, 1932. S. 273~283.
- (8) Die Auflösung eines Systems linearer Gleichungen mit mehreren Unbekannten und grossen Koeffizienten und Absolutgliedern mittels der Gaussischen Additions-bezw. Subtraktionslogarithmen. Kahl Effinger. Zeitschrift für Vermessungswesen, 1934 S. 353~355.
- (9) Auflösung der Normalgleichungen von Dreiecksnetzen durch Schrittweiseannäherung. Dr. Pinkwart. Zeitschrift für Vermessungswesen, 1927 S. 257~270.
- (10) Die Ausgleichung elementarer Dreiecksgruppen. Th. Galachow. Zeitschrift für Vermessungswesen, 1935 S. 449~458.
- (11) Zur Ausgleichung von Zentralsystem. W. Dumke. Zeitschrift für Vermessungswesen, 1937 S. 689~694.
- (12) 久野重一郎著, 最小自乗法の用ひ方, 230 頁, 194~193 頁
- (13) " " "
- (14) 豊田四郎著, 三角測量, 211 頁
- (15) 君島八郎著, 君島大測量學, 下卷, 85~93 頁
- (16) 林猛雄著, 測量學, 下卷, 166~169 頁
- (17) 鷹部屋福平著, 架樑新論
- (18) " " 一般剛節樑の實用解法
- (19) F. Takabeya; Rahmentafeln.
- (20) Practical Method of Calculation for Vierendeel Truss Bridges. F. Takabeya. Memoirs of the Faculty of Engineering, Hokkaidō Imp. Univ. vol. 4, No. 2. Dec. 1937.
- (21) A New Method of Rapid Computation of Secondary Stresses of Simple Bridge Trusses. F. Takabeya and T. Sakai. Memoirs of the Faculty of Eng., Hokkaidō Imp. Univ. Vol. 4, No. 2, Dec. 1937.