論 說 報 告

第26卷第6號 昭和15年6月

複心曲線の安全視距に就て

會員 淺田喜久男*

要旨 本文は複心曲線を成す道路屈曲部の安全視距計算式を誘導したるものであつて，初めに 2 曲線の直接する場合，次に 2 曲線間に直線部の挿入されたる場合に就き，各々安全視距並にその最小値を求めて置いた。

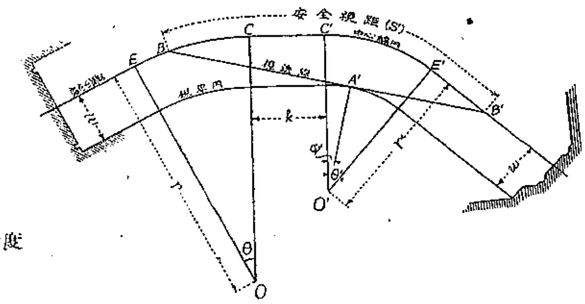
假　定

1. 車輛は道路中心線上を走行するものとする。從つて視透線，安全視距の兩端は共に中心線上に在る。
2. 視界幅は道路屈曲部並にその近傍の直線部を通じて一定なりとする。從つて視界は曲線部に於ては中心線圓と同心圓をなし，直線部に於ては中心線に平行なる直線をなす。
3. 中心線半徑は視界幅より大なるものとする。

記　號

r: 大なる曲線の中心線半徑
r': 小なる曲線の中心線半徑
θ: 大圓の曲線交角
θ': 小圓の曲線交角
w: 視界幅
k: 2 曲線間に挿入された直線部の長さ
$\overline{BB'}$: 視透線
A, A': 視界圓に切する視透線の切點
φ, φ': 切點を通る半徑と 2 曲線の境界線とのなす角度
φ_m, φ'_m: 最小安全視距を與へる φ 或は φ' の値
S, S': 安全視距
S_m, S'_m: 最小安全視距

圖-1.



1. 2 曲線の直接する場合

§ 1.

$$2\alpha' \leqq \theta' \cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

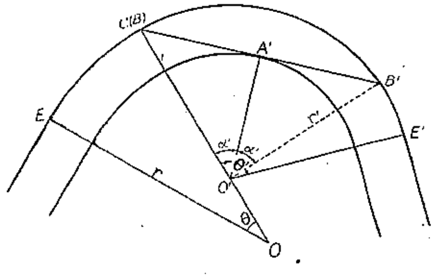
但し
$$\alpha' = \cos^{-1}\frac{r'-w}{r'} \cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

(1) 式の成立するときは圖-2 の如くになり

$$S'_m = 2r'\alpha' \cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

以下第 1 章に於ては $2\alpha' > \theta'$ 即ち (1) 式の成立しない場合に就て述べる。

圖-2.



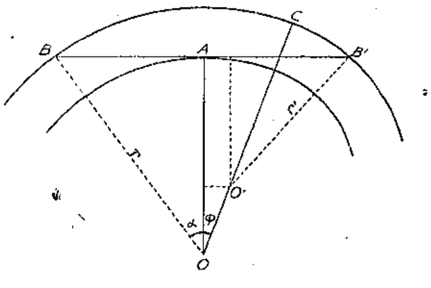
§ 2.

$$\left.\begin{array}{l}\alpha+\varphi \leqq \theta \\ \cos^{-1}\dfrac{r-w-(r-r')\cos\varphi}{r'}-\varphi \leqq \theta'\end{array}\right\} \cdots\cdots(4)$$

但し
$$\alpha = \cos^{-1}\frac{r-w}{r} \cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

(4) 式の成立するときは（括弧内の兩式が同時に成立つ意味，以下同

圖-3.



* 愛媛縣立松山工業學校教諭

様）圖-3 の如くになり

$$S=r(\alpha+\varphi)+r'\left\{\cos^{-1}\frac{r-w-(r-r')\cos\varphi}{r'}-\varphi\right\}\cdots\cdots(6)$$

而して (4) 式の成立つ限り φ の小となるに從ひ S は小となる。

§ 3.

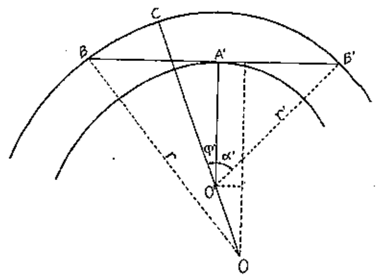
$$\left.\begin{array}{l}\alpha'+\varphi'\leqq\theta'\\ \cos^{-1}\dfrac{r'-w+(r-r')\cos\varphi'}{r}-\varphi'\leqq\theta\end{array}\right\}\cdots\cdots(7)$$

(7) 式の成立するときは圖-4 の如くになり

$$S'=r\left\{\cos^{-1}\frac{r'-w+(r-r')\cos\varphi'}{r}-\varphi'\right\}+r'(\alpha'+\varphi')\cdots(8)$$

而して (7) 式の成立つ限り φ' の大となるに從ひ S' は小となる。

圖-4.



§ 4.

$$\left.\begin{array}{l}\alpha+\varphi>\theta\\ \cos^{-1}\dfrac{r-w-(r-r')\cos\varphi}{r'}-\varphi\leqq\theta'\end{array}\right\}\cdots\cdots(9)$$

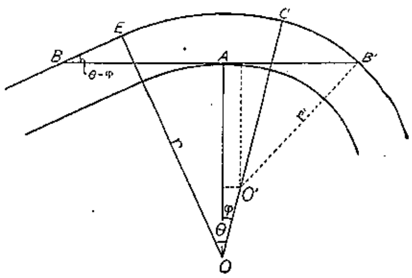
(9) 式の成立するときは圖-5 の如くになり

$$S=r\{\theta+\cot(\theta-\varphi)\}-(r-w)\operatorname{cosec}(\theta-\varphi)$$

$$+r'\left\{\cos^{-1}\frac{r-w-(r-r')\cos\varphi}{r'}-\varphi\right\}\cdots(10)$$

而して (9) 式の成立つ限り φ の小となるに從ひ S は小となる。

圖-5.



§ 5.

$$\left.\begin{array}{l}\alpha'+\varphi'\leqq\theta'\\ \cos^{-1}\dfrac{r'-w+(r-r')\cos\varphi'}{r}-\varphi'>\theta\end{array}\right\}\cdots\cdots(11)$$

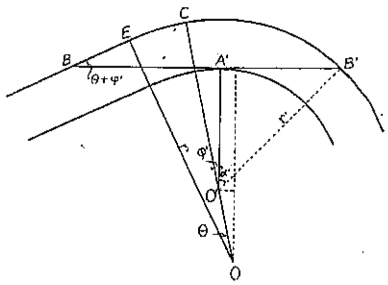
(11) 式の成立するときは圖-6 の如くになり

$$S'=r\{\theta+\cot(\theta+\varphi')\}-\{r'-w$$

$$+(r-r')\cos\varphi'\}\operatorname{cosec}(\theta+\varphi')+r'(\alpha'+\varphi')\cdots(12)$$

而して (11) 式の成立つ限り φ' の大となるに從ひ S' は小となる。

圖-6.



§ 6.

$$\left.\begin{array}{l}\alpha+\varphi\leqq\theta\\ \cos^{-1}\dfrac{r-w-(r-r')\cos\varphi}{r'}-\varphi>\theta'\end{array}\right\}\cdots\cdots(13)$$

(13) 式の成立するときは圖-7 の如くになり

圖-7.

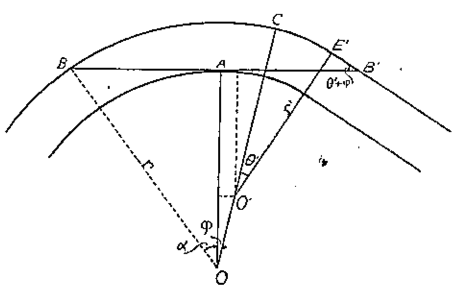
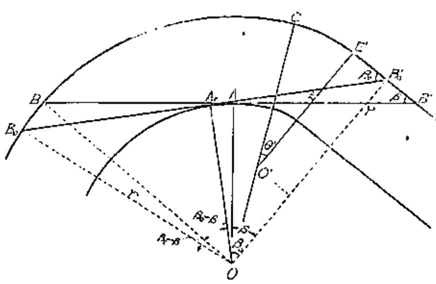


圖-8.



$$S=r(\alpha+\varphi)-\{r-w-(r-r')\cos\varphi\}\operatorname{cosec}(\theta'+\varphi)+r'\{\theta'+\cot(\theta'+\varphi)\} \quad \cdots\cdots(14)$$

この場合の最小安全視距を與へる φ_m を求めると次の如くになる（圖-8 參照）。

O より小圓側の直線部中心線に下した垂線を OB_0'，B_0' を通る視透線を $B_0A_0B_0'$，之に對する安全視距を S_0 とし

$$\beta_0=\cos^{-1}\frac{r-w}{r'+(r-r')\cos\theta'} \quad \cdots\cdots(15)$$

とおく。次に $B_0A_0B_0'$ を小圓側に $\beta_0-\beta$ だけ移動した場合の視透線を BAB'，その安全視距を S とすれば

$$S=S_0-r(\beta_0-\beta)+(r-w)\sec\beta_0\cdot\cot\beta-(r-w)\operatorname{cosec}\beta$$

依つて

$$\frac{dS}{d\beta}=r-(r-w)\sec\beta_0\cdot\operatorname{cosec}^2\beta+(r-w)\operatorname{cosec}\beta\cdot\cot\beta=0$$

とおき此の三角方程式を $\operatorname{cosec}\beta$ に就て解けば

$$\operatorname{cosec}\beta=\sqrt{\frac{\sec\alpha\cdot\sec\beta_0-0.5+\sqrt{\sec^2\alpha-\sec\alpha\cdot\sec\beta_0+0.25}}{\sec^2\beta_0-1}}$$

故に

$$\varphi_m=\operatorname{cosec}^{-1}\sqrt{\frac{\sec\alpha\cdot\sec\beta_0-0.5+\sqrt{\sec^2\alpha-\sec\alpha\cdot\sec\beta_0+0.25}}{\sec^2\beta_0-1}}-\theta' \quad \cdots\cdots(16)$$

(16) 式の φ_m が 0 より小でなく，しかも之が (13) 式を滿足するならばこの φ_m を (14) 式の φ に代入して所要の最小安全視距 S_m を得る。

§ 7.

$$\left.\begin{array}{l}\alpha'+\varphi'>\theta'\\ \cos^{-1}\dfrac{r'-w+(r-r')\cos\varphi'}{r}-\varphi'\leqq\theta\end{array}\right\} \quad \cdots\cdots(17)$$

(17) 式の成立するときは圖-9 の如くになり

$$S'=r\left\{\cos^{-1}\frac{r'-w+(r-r')\cos\varphi'}{r}-\varphi'\right\}-(r'-w)\operatorname{cosec}(\theta'-\varphi')+r'\{\theta'+\cot(\theta'-\varphi')\} \quad \cdots(18)$$

この場合の φ_m' を求めると次の如くになる（圖-10 參照）。

圖-9.

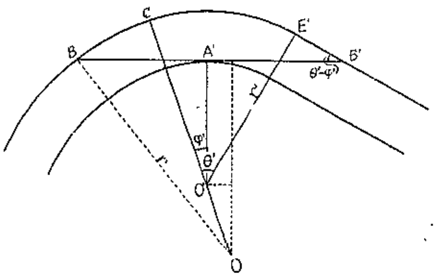
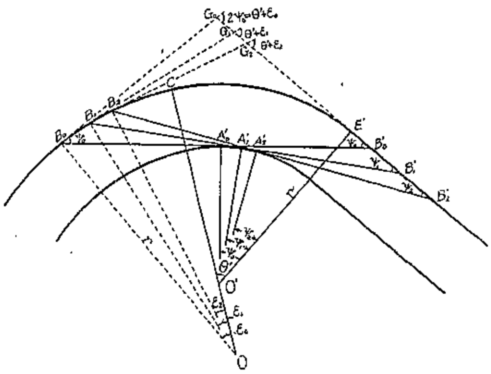


圖-10.



先づ視透線 $B_0A_0'B_0'$ を引き，之が B_0G_0（切線），$E'G_0$ と等角をなさしめ，次に A_0' を通り角 G_0 の 2 邊から截取る截片の和を最小ならしめる直線（この直角に就ては § 8 に於て述べる）を求め，之に平行なる視透線 $B_1A_1'B_1'$ を引く。以下同樣の計算を繰返して φ_m' を求める（圖-10 參照）。

$$r\cdot\sin(90°-\psi_0')=(r-r')\cos(\theta'-\psi_0')+r'-w$$

この三角方程式を解いて

$$
\left.\begin{aligned}
&\psi_0=\cos^{-1}\frac{\{r-(r-r')\cos\theta'\}(r'-w)+(r-r')\sin\theta'\sqrt{r^2+(r-r')^2-2r(r-r')\cos\theta'-(r'-w)^2}}{r^2+(r-r')^2-2r(r-r')\cos\theta'}\\
&\varepsilon_0=2\psi_0-\theta'\\
&\psi_1=\cot^{-1}\left\{\cot(\theta'+\varepsilon_0)+\sqrt{\frac{r-(r-r')\cos\varepsilon_0-(r'-w)\cos(\theta'+\varepsilon_0-\psi_0)}{r'-(r'-w)\cos\psi_0}}\operatorname{cosec}(\theta'+\varepsilon_0)\right\}\\
&\varepsilon_1=\cos^{-1}\frac{r'-w+(r-r)\cos(\theta'-\psi_1)}{r}-(\theta'-\psi_1)\\
&\psi_2=\cot^{-1}\left\{\cot(\theta'+\varepsilon_1)+\sqrt{\frac{r-(r-r')\cos\varepsilon_1-(r'-w)\cos(\theta'+\varepsilon_1-\psi_1)}{r'-(r'-w)\cos\psi_1}}\operatorname{cosec}(\theta'+\varepsilon_1)\right\}\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&\varepsilon_{n-1}=\cos^{-1}\frac{r'-w+(r-r')\cos(\theta'-\psi_{n-1})}{r}-(\theta'-\psi_{n-1})\\
&\psi_n=\cot^{-1}\left\{\cot(\theta'+\varepsilon_{n-1})+\sqrt{\frac{r-(r-r')\cos\varepsilon_{n-1}-(r'-w)\cos(\theta'+\varepsilon_{n-1}-\psi_{n-1})}{r'-(r'-w)\cos\psi_{n-1}}}\operatorname{cosec}(\theta'+\varepsilon_{n-1})\right\}\\
&\varphi'm=\theta'-\psi_n
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(19)
$$

19) 式よりの φ'_m が 0 より小でなく，しかも之が (17) 式を滿足するならばこの φ'_m を (18) 式の φ' に代入して S'_m を得る。

§ **8.**

$$
\left.\begin{aligned}
&\alpha+\varphi>\theta\\
&\cos^{-1}\frac{r-w-(r-r')\cos\varphi}{r'}-\varphi>\theta'
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(20)
$$

(20) 式の成立するときは圖-**11** の如くになり

$$
S=r\{\theta+\cot(\theta-\varphi)\}-(r-w)\{\operatorname{cosec}(\theta-\varphi)+\operatorname{cosec}(\theta'+\varphi)\}+(r-r')\cos\varphi\operatorname{cosec}(\theta'+\varphi)+r'\{\theta'+\cot(\theta'+\varphi)\}
$$
$$
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(21)
$$

圖-**11.**

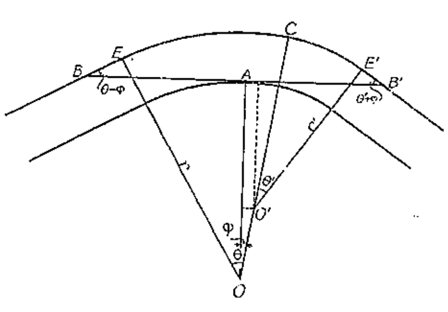
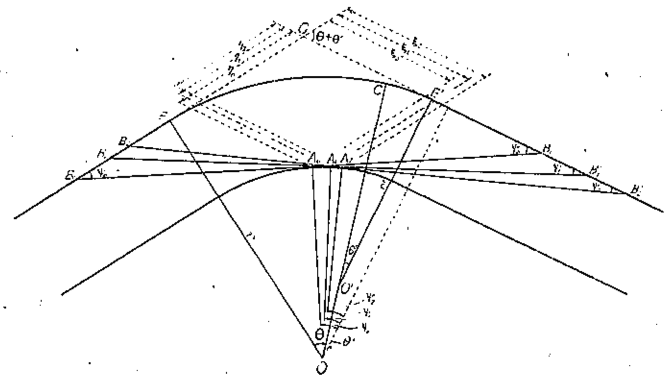


圖-**12.**



この場合の φ_m を求めるには § **7** の圖-**10** に於て角 G は一定なりとすればよい。定點 A を通る直線 BAB' が定角 G の 2 邊から截取る截片の和 GB+GB' を最小ならしめる ψ (角 GB'A) を求める爲に GE, GE' を座標軸とし A の座標を η, ξ とすれば (圖-**12** 參照)

$$
\mathrm{GB}+\mathrm{GB}'=\xi\lambda+\eta+\xi+\frac{\eta}{\lambda}
$$

こゝに
$$
\lambda=\frac{\sin\psi}{\sin(\theta+\theta'-\psi)}
$$

依つて
$$
\frac{d(\mathrm{GB}+\mathrm{GB}')}{d\lambda}=\xi-\frac{\eta}{\lambda^2}=0
$$
とおけば

$$\lambda=\sqrt{\frac{\eta}{\xi}}$$

故に
$$\psi=\cot^{-1}\left\{\cot(\theta+\theta')+\sqrt{\frac{\xi}{\eta}}\operatorname{cosec}(\theta+\theta')\right\}$$

然るに
$$\psi_0=\frac{\theta+\theta'}{2}$$

$$\xi_0=\{r-(r-w)\cos(\theta+\theta'-\psi_0)\}\operatorname{cosec}(\theta+\theta')$$

$$\eta_0=\{r'+(r-r')\cos\theta'-(r-w)\cos\psi_0\}\operatorname{cosec}(\theta+\theta')$$

依つて

$$\left.\begin{aligned}
\psi_1&=\cot^{-1}\left\{\cot(\theta+\theta')+\sqrt{\frac{r-(r-w)\cos\dfrac{\theta+\theta'}{2}}{r'+(r-r')\cos\theta'-(r-w)\cos\dfrac{\theta+\theta'}{2}}}\operatorname{cosec}(\theta+\theta')\right\}\\
\psi_2&=\cot^{-1}\left\{\cot(\theta+\theta')+\sqrt{\frac{r-(r-w)\cos(\theta+\theta'-\psi_1)}{r'+(r-r')\cos\theta'-(r-w)\cos\psi_1}}\operatorname{cosec}(\theta+\theta')\right\}\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
\psi_n&=\cot^{-1}\left\{\cot(\theta+\theta')+\sqrt{\frac{r-(r-w)\cos(\theta+\theta'-\psi_{n-1})}{r'+(r-r')\cos\theta'-(r-w)\cos\psi_{n-1}}}\operatorname{cosec}(\theta+\theta')\right\}\\
\varphi_m&=\psi_n-\theta'
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(22)$$

(22) 式よりの φ_m が 0 より小でなく，しかも之が (20) 式を滿足するならばこの φ_m を (21) 式の φ に代入して S_m' を得る。

§ 9.

$$\left.\begin{aligned}
&\alpha'+\varphi'>\theta'\\
&\cos^{-1}\frac{r'-w+(r-r')\cos\varphi'}{r}-\varphi'>\theta
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(23)$$

(23) 式の成立つときは圖-13 の如くになり

$$S'=r\{\theta+\cot(\theta+\varphi')\}-(r-r')\cos\varphi'\cdot\operatorname{cosec}(\theta+\varphi')-(r'-w)\{\operatorname{cosec}(\theta+\varphi')+\operatorname{cosec}(\theta'-\varphi')\}+r'\{\theta'+\cot(\theta'-\varphi')\}$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(24)$$

この場合の φ'_m を前節に倣つて求めると次の如くである（圖-14 參照)。

圖-13.

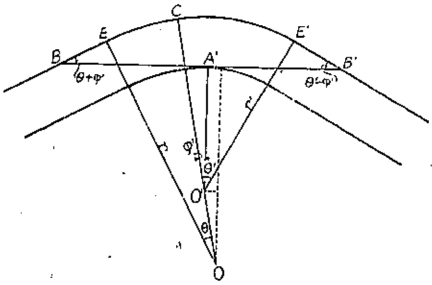
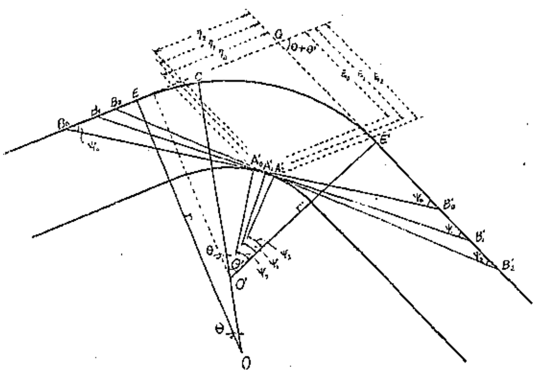


圖-14.



$$\psi_0=\frac{\theta+\theta'}{2}$$

$$\psi_1=\cot^{-1}\left\{\cot(\theta+\theta')+\sqrt{\frac{r-(r-r')\cos\theta-(r'-w)\cos(\theta+\theta'-\psi_0)}{r'-(r'-w)\cos\psi_0}}\operatorname{cosec}(\theta+\theta')\right\}$$

$$
\left.\begin{aligned}
\psi_2 &= \cot^{-1}\left\{\cot(\theta+\theta')+\sqrt{\frac{r-(r-r')\cos\theta-(r'-w)\cos(\theta+\theta'-\psi_1)}{r'-(r'-w)\cos\psi_1}}\operatorname{cosec}(\theta+\theta')\right\}\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
\psi_n &= \cot^{-1}\left\{\cot(\theta+\theta')+\sqrt{\frac{r-(r-r')\cos\theta-(r'-w)\cos(\theta+\theta'-\psi_{n-1})}{r'-(r'-w)\cos\psi_{n-1}}}\operatorname{cosec}(\theta+\theta')\right\}\\
\varphi'_m &= \theta'-\psi_n
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(25)
$$

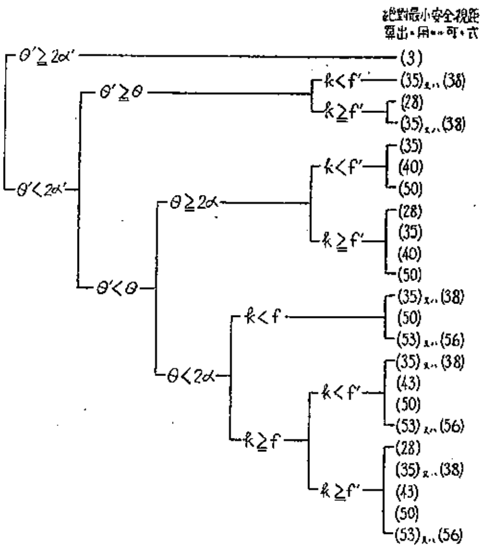
(25) 式の φ'_m が 0 より小でなく，しかも之が (23) 式を滿足するならばこの φ'_m を (24) 式の φ' に代入して S'_m を得る。

2. 曲線間に直線部の挿入されたる場合

§ 10. 絶對最小安全視距の求め方

前章と異り本章に於ては最小安全視距を計算する式が與へられた條件に依つては表-1 の如く幾つも提出されることがある。斯かる場合には各式に就て夫々最小値を算出し，此れ等の中から更に最小なるものを摘出し，之を以て所要の最小安全視距即ち絶對最小安全視距とする。例へば表-1 に於て，$\theta'\geqq 2\alpha'$ なるときは (3) 式に依る S'_m が直ちに絶對最小値となるが，$\theta'<2\alpha'$，$\theta'<\theta<2\alpha$，$k<f$ なるときは (35)，(38) 兩式中與へられた條件に適するもの，同じく(53)，(56) 兩式中の 1 つ，及び (50) 式と都合 3 式より夫々 S_m 或は S'_m を算出し，この 3 つの最小値に就て更に比較しなければならぬ。

表-1.



§ 11

$$2\alpha'\leqq\theta' \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

(1) 式の成立するときは § 1 と同様に

$$S'_m=2r'\cdot\alpha' \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

これは本章に於ける絶對最小値である。以下第 2 章に於ては $2\alpha'>\theta'$ 即ち (1) 式が成立しないものとする。

§ 12.

$$f'\leqq k \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(26)$$

但し
$$f'=r'\cot\frac{\theta'}{2}-(r'-w)\operatorname{cosec}\frac{\theta'}{2} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(27)$$

(26) 式の成立するときは圖-15 の如くになり

$$S'_m=r'\theta'+2f' \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(28)$$

圖-15.

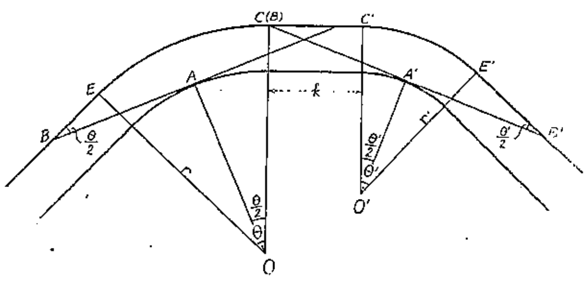
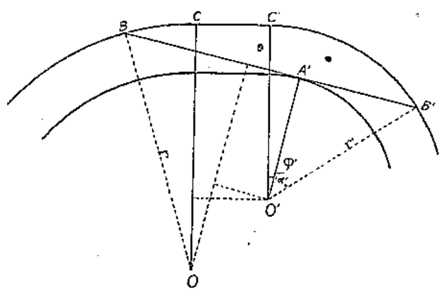


圖-16.



§ 13.

$$\left.\begin{array}{l}\alpha'+\varphi'\leqq\theta' \\ \cos^{-1}\dfrac{r'-w+(r-r')\cos\varphi'+k\cdot\sin\varphi'}{r}-\varphi'\leqq\theta\end{array}\right\}\cdots\cdots(29)$$

(29) 式の成立するときは圖-16 の如くになり

$$S'=r\left\{\cos^{-1}\frac{r'-w+(r-r')\cos\varphi'+k\cdot\sin\varphi'}{r}-\varphi'\right\}+r'(\alpha'+\varphi')+k\quad\cdots\cdots(30)$$

而して (30) 式の成立つ限り φ' の大となるに從ひ S' は小となる。

§ 14.

$$\left.\begin{array}{l}\alpha'+\varphi'\leqq\theta' \\ \cos^{-1}\dfrac{r'-w+(r-r')\cos\varphi'+k\cdot\sin\varphi'}{r}-\varphi'>\theta\end{array}\right\}\cdots\cdots(31)$$

(31) 式の成立するときは圖-17 の如くになり

$$S'=r\{\theta+\cot(\theta+\varphi')\}-\{r'-w+(r-r')\cos\varphi'+k\cdot\sin\varphi'\}\operatorname{cosec}(\theta+\varphi')+r'(\alpha'+\varphi')+k\cdots(32)$$

而して (32) 式の成立つ限り φ' の大となるに從ひ S' は小となる。

圖-17.

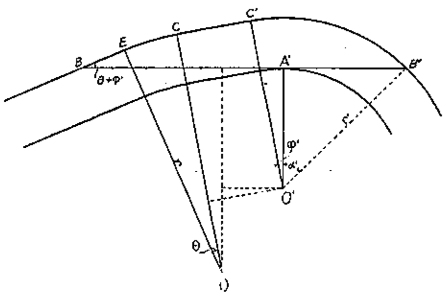
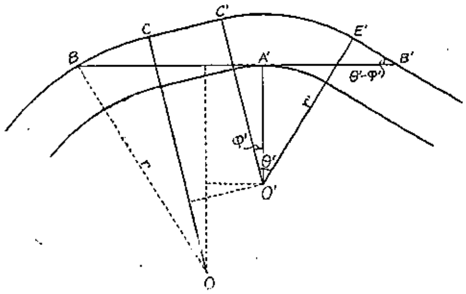


圖-18.



§ 15.

$$\left.\begin{array}{l}\alpha'+\varphi'>\theta' \\ \cos^{-1}\dfrac{r'-w+(r-r')\cos\varphi'+k\cdot\sin\varphi'}{r}-\varphi'\leqq\theta\end{array}\right\}$$

$$\cdots\cdots(33)$$

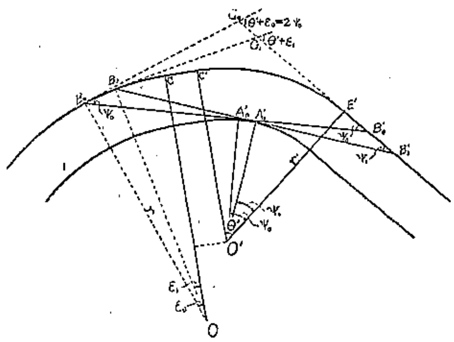
(33) 式の成立するときは圖-18 の如くになり

$$S'=r\left\{\cos^{-1}\frac{r'-w+(r-r')\cos\varphi'+k\cdot\sin\varphi'}{r}-\varphi'\right\}$$

$$-(r'-w)\operatorname{cosec}(\theta'-\varphi')+r'\{\theta'+\cot(\theta'-\varphi')\}+k\cdots(34)$$

この場合の φ'_m を §7 に倣つて求めると次の如くになる (圖-19 參照)。

圖-19.



$$h'=r-(r-r')\cos\theta'-k\cdot\sin\theta'$$

$$\psi_0=\cos^{-1}\frac{h'(r'-w)+\{(r-r')\sin\theta'-k\cdot\cos\theta'\}\sqrt{r'^2+k^2-2r(r'-h')-(r'-w)^2}}{r'^2+k^2-2r(r'-h')}$$

$$\varepsilon_0=2\psi_0-\theta'$$

$$\psi_1=\cot^{-1}\left\{\cot(\theta'+\varepsilon_0)+\sqrt{\frac{r-(r-r')\cos\varepsilon_0+k\cdot\sin\varepsilon_0-(r'-w)\cos(\theta'+\varepsilon_0-\psi_0)}{r'-(r'-w)\cos\psi_0}}\right.$$

$$\left.\times\operatorname{cosec}(\theta'+\varepsilon_0)\right\}$$

$$\varepsilon_1\doteqdot\cos^{-1}\frac{r'-w+(r-r')\cos(\theta'-\psi_1)+k\cdot\sin(\theta'-\psi_1)}{r}-(\theta'-\psi_1)$$

$$\left.\begin{aligned}
&\psi_2=\cot^{-1}\left\{\cot(\theta'+\varepsilon_1)+\sqrt{\frac{r-(r-r')\cos\varepsilon_1+k\cdot\sin\varepsilon_1-(r'-w)\cos(\theta'+\varepsilon_1+\psi_1)}{r'-(r'-w)\cos\psi_1}}\operatorname{cosec}(\theta'+\varepsilon_1)\right\}\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&\varepsilon_{n-1}=\cos^{-1}\frac{r'-w+(r-r')\cos(\theta'-\psi_{n-1})+k\cdot\sin(\theta'-\psi_{n-1})}{r}-(\theta'\psi_{n-1})\\
&\psi_n=\cot^{-1}\left\{\cot(\theta'+\varepsilon_{n-1})+\sqrt{\frac{r-(r-r')\cos\varepsilon_{n-1}+k\cdot\sin\varepsilon_{n-1}-(r'-w)\cos(\theta'+\varepsilon_{n-1}-\psi_{n-1})}{r'-(r'-w)\cos\psi_{n-1}}}\right.\\
&\qquad\left.\times\operatorname{cosec}(\theta'+\varepsilon_{n-1})\right\}\\
&\varphi'_m=\theta'-\psi_n
\end{aligned}\right\}\cdots(35)$$

(35) 式の φ'_m が 0 より小でなく，しかも之が (33) 式を満足するならばこの φ'_m を (34) 式に代入して S'_m を得る。

§ 16.

$$\left.\begin{aligned}
&\alpha'+\varphi'>\theta'\\
&\cos^{-1}\frac{r'-w+(r-r')\cos\varphi'+k\cdot\sin\varphi'}{r}-\varphi'>\theta
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(36)$$

(36) 式の成立するときは圖-20 の如くになり

$$\begin{aligned}
S'=&r\{\theta+\cot(\theta+\varphi')\}-\{(r-r')\cos\varphi'+k\cdot\sin\varphi'\}\operatorname{cosec}(\theta+\varphi')-(r'-w)\{\operatorname{cosec}(\theta+\varphi')\\
&+\operatorname{cosec}(\theta'-\varphi')\}+r'\{\theta'+\cot(\theta'-\varphi')\}+k\cdots\cdots(37)
\end{aligned}$$

圖-20.

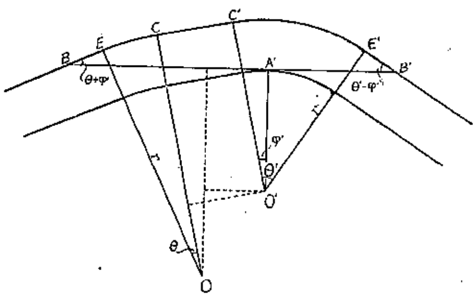
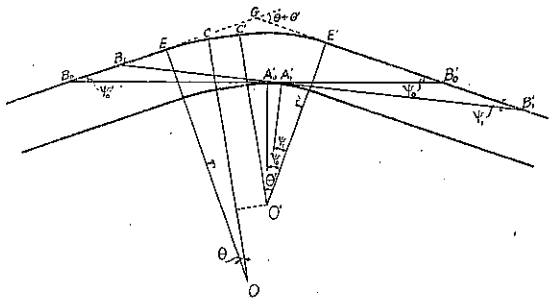


圖-21.



この場合の φ'_m を § 9 に倣つて求めると次の如くになる (圖-21 參照)。

$$\left.\begin{aligned}
&\psi_0=\frac{\theta+\theta'}{2}\\
&\psi_1=\cot^{-1}\left\{\cot(\theta+\theta')+\sqrt{\frac{r-(r-r')\cos\theta+k\cdot\sin\theta-(r'-w)\cos(\theta+\theta'-\psi_0)}{r'-(r'-w)\cos\psi_0}}\operatorname{cosec}(\theta+\theta')\right\}\\
&\psi_2=\cot^{-1}\left\{\cot(\theta+\theta')+\sqrt{\frac{r-(r-r')\cos\theta+k\cdot\sin\theta-(r'-w)\cos(\theta+\theta'-\psi_1)}{r'-(r'-w)\cos\psi_1}}\operatorname{cosec}(\theta+\theta')\right\}\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&\psi_n=\cot^{-1}\left\{\cot(\theta+\theta')+\sqrt{\frac{r-(r-r')\cos\theta+k\cdot\sin\theta-(r'-w)\cos(\theta+\theta'-\psi_{n-1})}{r'-(r'-w)\cos\psi_{n-1}}}\operatorname{cosec}(\theta+\theta')\right.\\
&\varphi'_m=\theta'-\psi_n
\end{aligned}\right\}\cdots(38)$$

(38) 式の $\varphi'm$ が 0 より小でなく，しかも之が (36) 式を滿足するならばこの φ'_m を (37) 式に代入して S'_m を得る。

§ 17.

$$2\alpha \leqq \theta \cdots\cdots(39)$$

(39) 式の成立するときは § 11 に倣つて

$$S_m = 2r\alpha \cdots\cdots(40)$$

§ 20 を除く以下の本章に於ては，$2\alpha > \theta$ 即ち (39) 式が成立しないものとする。

§ 18.

$$f \leqq k \cdots\cdots(41)$$

但し
$$f = r\cdot\cot\frac{\theta}{2} - (r-w)\mathrm{cosec}\frac{\theta}{2} \cdots\cdots(42)$$

(41) 式の成立するときは圖-15 の如くになり

$$S_m = r\theta + 2f \cdots\cdots(43)$$

§ 19.

$$\left.\begin{array}{l} \alpha+\varphi \leqq \theta \\ \cos^{-1}\dfrac{r-w-(r-r')\cos\varphi + k\cdot\sin\varphi}{r'} - \varphi \leqq \theta' \end{array}\right\} \cdots\cdots(44)$$

(44) 式の成立するときは圖-22 の如くになり

$$S = r(\alpha+\varphi) + r'\left\{\cos^{-1}\frac{r-w-(r-r')\cos\varphi + k\cdot\sin\varphi}{r'} - \varphi\right\} + k \cdots\cdots(45)$$

この場合は φ，S の大小を一律に定めることは出來ない。

圖-22.

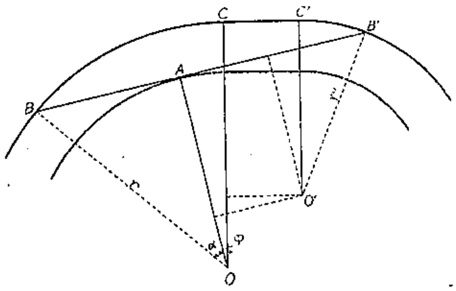
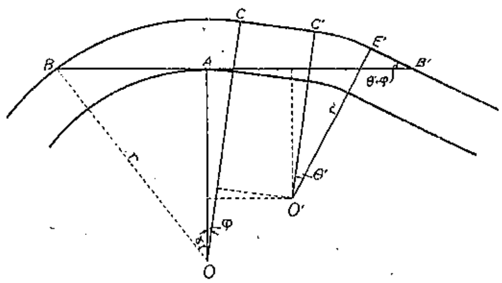


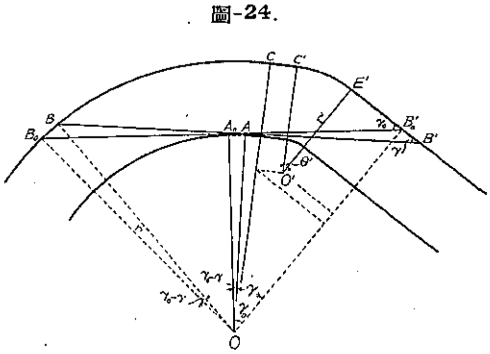
圖-23.



§ 20.

$$\left.\begin{array}{l} \alpha+\varphi \leqq \theta \\ \cos^{-1}\dfrac{r-w-(r-r')\cos\varphi + k\cdot\sin\varphi}{r'} - \varphi > \theta' \end{array}\right\} \cdots\cdots(46)$$

圖-24.



(46) 式の成立するときは圖-23 の如くになり

$$S = r(\alpha+\varphi) - \{r-w-(r-r')\cos\varphi + k\cdot\sin\varphi\}\,\mathrm{cosec}(\theta'+\varphi) + r'\{\theta' + \cot(\theta'+\varphi)\} + k \cdots\cdots(47)$$

この場合次の (48) 式が成立するときは § 6 に倣つて φ_m を求めると次の如くになる (圖-24 參照)。

$$\theta' < \gamma_0 < \alpha \cdots\cdots(48)$$

但し
$$\gamma_0 = \cos^{-1}\frac{r-w}{r' + (r-r')\cos\theta' + k\cdot\sin\theta'} \cdots\cdots(49)$$

$$\varphi_m = \mathrm{cosec}^{-1}\sqrt{\frac{\sec\alpha\cdot\sec\gamma_0 - 0.5 + \sqrt{\sec^2\alpha - \sec\alpha\cdot\sec\gamma_0 + 0.25}}{\sec^2\gamma_0 - 1}} - \theta' \cdots\cdots(50)$$

(50) 式の φ_m が 0 より小でなくて，しかも之が (46) 式を滿足するならばこの φ_m を (47) 式に代入して S_m を

得る。

§ 21.

$$\left.\begin{aligned}&\alpha+\varphi>\theta\\&\cos^{-1}\frac{r-w-(r-r')\cos\varphi+k\cdot\sin\varphi}{r'}-\varphi\leqq\theta'\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(51)$$

(56) 式の成立するときは圖-25 の如くになり

$$S=r\{\theta+\cot(\theta-\varphi)\}-(r-w)\operatorname{cosec}(\theta-\varphi)+r'\left\{\cos^{-1}\frac{r-w-(r-r')\cos\varphi+k\cdot\sin\varphi}{r'}-\varphi\right\}+k\quad\cdots\cdots(52)$$

この場合の φ_m を § 15 に倣つて求めると次の如くになる（圖-26 參照）。

圖-25.

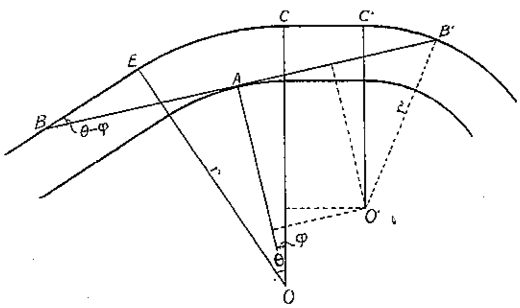
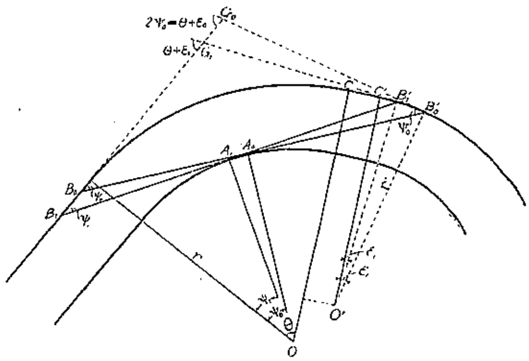


圖-26.



$$\left.\begin{aligned}
&h=r'+(r-r')\cos\theta-k\cdot\sin\theta\\
&\psi_0=\cos^{-1}\frac{h(r-w)-\{(r-r')\sin\theta+k\cdot\cos\theta\}\sqrt{r^2+k^2-2r'(r-h)-(r-w)^2}}{r^2+k^2-2r'(r-h)}\\
&\varepsilon_0=2\psi_0-\theta\\
&\psi_1=\cot^{-1}\left\{\cot(\theta+\varepsilon_0)+\sqrt{\frac{r'+(r-r')\cos\varepsilon_0+k\cdot\sin\varepsilon_0-(r-w)\cos(\theta+\varepsilon_1-\psi_0)}{r-(r-w)\cos\psi_0}}\operatorname{cosec}(\theta+\varepsilon_0)\right\}\\
&\varepsilon_1=\cos^{-1}\frac{r-w-(r-r')\cos(\theta-\psi_1)+k\cdot\sin(\theta-\psi_1)}{r'}-(\theta-\psi_1)\\
&\psi_2=\cot^{-1}\left\{\cot(\theta+\varepsilon_1)+\sqrt{\frac{r'+(r-r')\cos\varepsilon_1+k\cdot\sin\varepsilon_1-(r-w)\cos(\theta+\varepsilon_1-\psi_1)}{r-(r-w)\cos\psi_1}}\operatorname{cosec}(\theta+\varepsilon_1)\right\}\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&\varepsilon_{n-1}=\cos^{-1}\frac{r-w-(r-r')\cos(\theta-\psi_{n-1})+k\cdot\sin(\theta-\psi_{n-1})}{r'}-(\theta-\psi_{n-1})\\
&\psi_n=\cot^{-1}\left\{\cot(\theta+\varepsilon_{n-1})+\sqrt{\frac{r'+(r-r')\cos\varepsilon_{n-1}+k\cdot\sin\varepsilon_{n-1}-(r-w)\cos(\theta+\varepsilon_{n-1}-\psi_{n-1})}{r-(r-w)\cos\psi_{n-1}}}\right.\\
&\qquad\left.\times\operatorname{cosec}(\theta+\varepsilon_{n-1})\right\}\\
&\varphi_m=\theta-\psi_n
\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(53)$$

(53) 式の φ_m が 0 より小でなく，しかも之が (51) 式を滿足するならばこの φ_m を (52) 式に代入して S_m を得る。

§ 22.

$$\left.\begin{aligned}&\alpha+\varphi>\theta\\&\cos^{-1}\frac{r-w-(r-r')\cos\varphi+k\cdot\sin\varphi}{r'}-\varphi>\theta'\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(54)$$

(54) 式の成立するときは圖-27 の如くになり

$$S=r\{\theta+\cot(\theta-\varphi)\}-(r-w)\{\mathrm{cosec}(\theta-\varphi)+\mathrm{cosec}(\theta'+\varphi)\}+\{(r-r')\cos\varphi-k\cdot\sin\varphi\}\mathrm{cosec}(\theta'+\varphi)+r'\{\theta'+\cot(\theta'+\varphi)\}+k \quad \cdots\cdots(55)$$

この場合の φ_m を § 16 に倣つて求めと次の如くになる（圖-28 參照)。

圖-27.

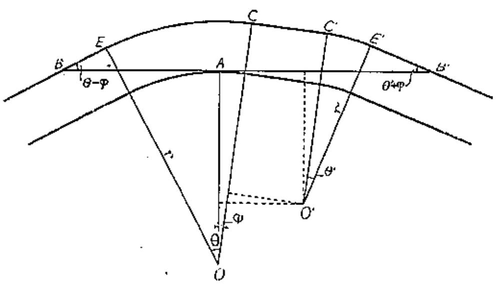
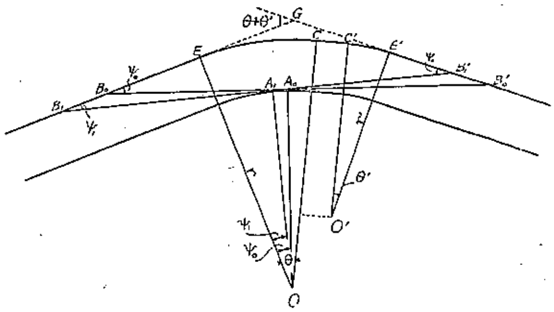


圖-28.

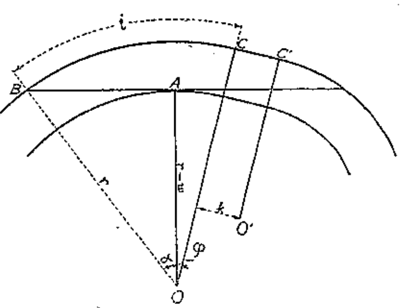


$$\left.\begin{aligned}
\psi_0&=\frac{\theta+\theta'}{2}\\
\psi_1&=\cot^{-1}\left\{\cot(\theta+\theta')+\sqrt{\frac{r'+(r-r')\cos\theta'+k\sin\theta'-(r-w)\cos(\theta+\theta'-\psi_0)}{r-(r-w)\cos\psi_0}}\mathrm{cosec}(\theta+\theta')\right\}\\
\psi_2&=\cot^{-1}\left\{\cot(\theta+\theta')+\sqrt{\frac{r'+(r-r')\cos\theta'+k\cdot\sin\theta'-(r-w)\cos(\theta+\theta'-\psi_1)}{r-(r-w)\cos\psi_1}}\mathrm{cosec}(\theta+\theta')\right\}\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
\psi_n&=\cot^{-1}\left\{\cot(\theta+\theta')+\sqrt{\frac{r'+(r-r')\cos\theta'+k\cdot\sin\theta'-(r-w)\cos(\theta+\theta'-\psi_{n-1})}{r-(r-w)\cos\psi_{n-1}}}\mathrm{cosec}(\theta+\theta')\right\}\\
\varphi_m&=\theta-\psi_n
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(56)$$

(56) 式の φ_m が 0 より小でなく，しかも之が (54) 式を滿足するならばこの φ_m を (55) 式に代入して S_m を得る。

附記　以上述べた安全視距は (S, S') 總ての φ, φ' の函數として表はされてゐるが，若し φ, φ' の代りに視透線の一端 B, B' の位置（圖-29～31 に於ける i 又は j）の與へられたるときは，次の如く φ, φ' を求め前述の諸式を用ふればよろしい。

圖-29.



§ 23.

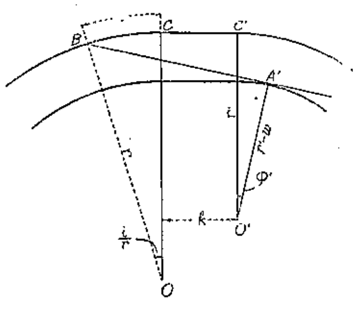
圖-29 の如く i の與へられた場合は

$$\varphi=\frac{i}{r}-\alpha \quad \cdots\cdots(57)$$

但し $\varphi\geqq0$ なることを要する。

この場合もし $\varphi<0$ なるときは圖-30 の如くになり

圖-30.



$$\left.\begin{aligned}
\varphi'&=\cos^{-1}\frac{(r'-w)y+x\sqrt{x^2+y^2-(r'-w)^2}}{x^2+y^2}\\
\text{式中}\quad x&=r\cdot\sin\frac{i}{r}+k\\
y&=r\cdot\cos\frac{i}{r}-(r-r')
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(58)$$

§ 24.

圖-31 の如く j の與へられた場合は

$$\varphi=\theta-\cos^{-1}\frac{(r-w)r+j\sqrt{j^2+2rw-w^2}}{r^2+j^2}\quad\cdots\cdots(59)$$

但し $\varphi \geqq 0$ なることを要する。

圖-31.

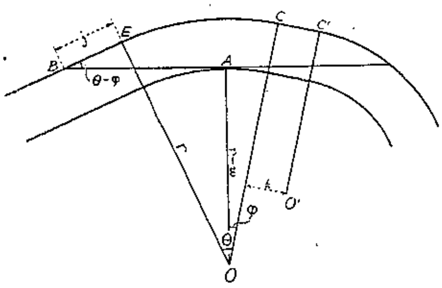
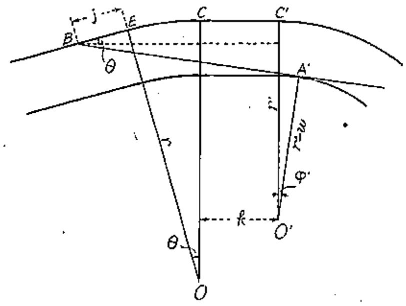


圖-32.



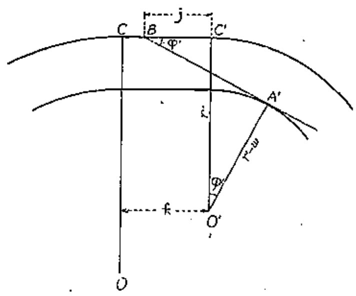
この場合もし $\varphi<0$ なるときは圖-32 の如くになり

$$\left.\begin{aligned}\varphi'&=\cos^{-1}\frac{(r'-w)y+x\sqrt{x^2+y^2-(r'-w)^2}}{x^2+y^2}\\ \text{式中}\quad x&=r\cdot\sin\theta+j\cdot\cos\theta+k\\ y&=r\cdot\cos\theta-j\cdot\sin\theta-(r-r')\end{aligned}\right\}\quad\cdots(60)$$

次に j が圖-33 の如く與へられた場合は

$$\varphi'=\cos^{-1}\frac{(r'-w)r'+j\sqrt{j^2+2r'w-w^2}}{r'^2+j^2}\quad\cdots\cdots(61)$$

圖-33.



§ 25.

(57)~(61) 式は i, j が大圓 O 側に與へられた場合を示すものであつて，若し i, j が小圓 O′ 側の B′ の位置として與へられた場合には前各式に於て r, θ, α, φ と r', θ', α', φ' とを夫々相互交換代入する。

次に第 1 章の如く 2 曲線の曲線の直接する場合は前 (57)~(61) 式に於て $k=0$ とおけばよろしい。