

講 演

第 25 卷 第 13 號 昭和 14 年 12 月

底面激變個所に於ける流體運動

(昭和 14 年 10 月 20 日土木學會創立 25 周年記念講演會に於て)

會 員 大 坪 喜 久 太 郎*

目 次

緒 言	1478
記 號	1479
實驗設備	1479
I. 上流等速流個所の水深 d_1 が勾配激變個所の落差 s より小なる場合の流體運動 ($d_1 < s$)	1480
i. 完全溢流	1482
ii. 不完全溢流	1486
II. 上流等速流個所の水深 d_1 が勾配激變個所の落差 s より小なる場合の流體運動 ($d_1 \geq s$)	1490
i. $s > d_2$ 及 $s \leq d_2 > d_{cr}$ の場合	1492
ii. $s < d_2 > d_{cr}$ の場合	1493
III. ζ -函數	1493
i. ζ -函數の誘導	1493
1. $d_1 < s$ で底面勾配激變個所の流速 c_0 が下流水位 d_2 の影響を受けない場合 (I-i) 又は $d_1 > s$ で下流水路の流れが射流の場合 (II-i)	1494
2. $d_1 < s$ で不完全溢流の場合 (I-ii) 又は $d_1 > s$ で下流が射流でなく流れ込み又は波形の流れの場合 (II-ii)	1495
ii. $d_1 < s$ で c_0 なる流速が下流水位 d_2 の影響を受けない場合 (I-i) の ζ -値	1495
iii. c_0 なる流速が下流水位 d_2 (静流) の影響を受ける場合 (I-ii 及 II-ii) の ζ -値	1506
iv. $d_1 > s$ で下流水路の流れが射流の場合 (II-i) の ζ -値	1509
v. ζ -値の計算例	1510
IV. 數値計算	1511
V. 流水の分離	1524
i. 緒 言	1524
ii. 實驗結果並に結論	1524
結 論	1526

緒 言

山間部の砂防堰堤とか河川を捷路した場合に施工せられる床留工等に於いては、夫等の上流部は緩なる底面勾配を以つて連り其の個所に於いて底面勾配が激變する。是等の場合に於ける流體運動は、是等の障害の爲に上流の齊一な水路の等速流が其の局部現象として不等速流に變ずる。而して斷面の激變した個所から上流は背水曲線をなす。然れ共背水又は低下背水曲線の計算には必ず其の起點の水深を知る事を要する。今日の狀態に於いては高堰堤上の溢流水深或は廣頂堰上の水深は不充分ながら求め得るけれ共上述の様な場合は之を求むるに由ない。従つ

* 工學士 北海道帝國大學助教授

て背水曲線の計算は不可能に陥り引いては夫より上流断面の決定は出来ない。水工關係技術者の常に逢着する難問題の一つである。

本論文は勾配激變個所附近の流體運動に関する研究であるが更に河口附近の断面激變して居る場合の流體運動も同様な方法で容易に解決出来る。本文を大別して

- I. 上流等速定流個所の水深 d_1 が勾配激變個所の落差 s より小なる場合の流體運動
- II. 同様大なる場合の流體運動
- III. ζ -面数
- IV. 數値計算例
- V. 流水の分離
- 結 論

とす。尚ほ本論文は定流を取扱ふ。

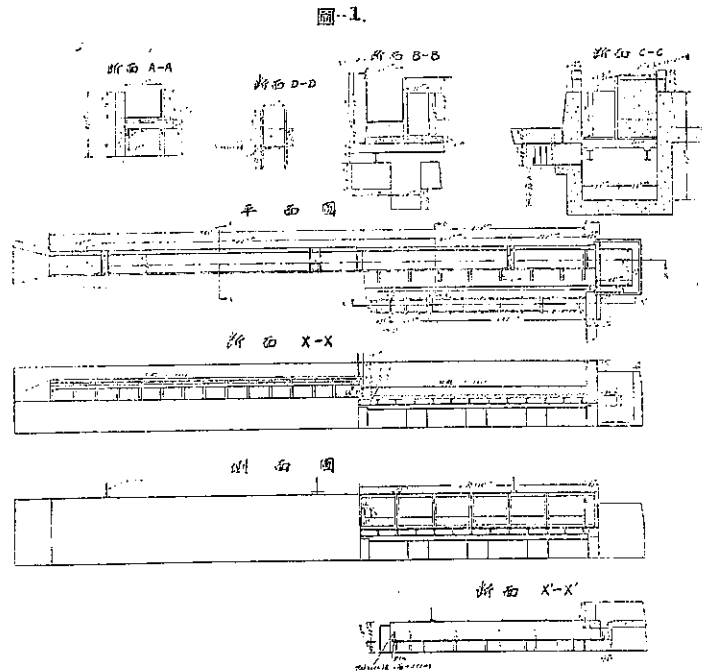
記 號

記號中尾字 0, 1, 2 は夫々断面激變個所, 上流等速定流と見做し得る個所並に下流等速定流と見做し得る個所を表す。

- Q : 流量, q : 單位幅に對する流量, A : 流斷面積, d : 水深, d_{cr} : 限界水深 $= \sqrt[3]{\frac{Q^2}{B^2g}}$,
 d_0 : 射流水深, B : 水路の幅, λ : $\frac{B_0}{B_1}$, D : $d_1 + \frac{c_1^2}{2g}$, X : $\frac{d_0}{D}$, θ : 急斜面水路底面と水平とのなす角,
 l_1 : 断面激變個所から上流限界水深迄の距離, l_2 : 断面激變個所から下流最大流速個所迄の距離, v : 流速, c : 平均流速, g : 重力に因る加速度, ρ : 密度,
 γ : 比重, η : 粘性, ν : 動粘性係數, $\frac{F}{B} = F'$: 流束彎曲に因る 0~0 断面の單位幅に働く壓力, ΔJ : 單位時間中の衝力の差, α : 断面中の速度分布の不均等に對する修正係數,
 R : Reynolds 定數, F_r : Froude 定數, ψ_0, ψ_u : 段落ち完全溢流水脈の上面並に下面と水平面とのなす角, i : 底面勾配, r_n : 徑深, ξ_1 : d_0/d_1 , ξ_2 : d_0/d_2 , κ_1 : s/d_1 ,
 κ_2 : s/d_2 , ξ : 流速高/水深 $= c^2/2gd$, s : 上部並に下部水路の落差, μ : 收縮係數

實 驗 設 備

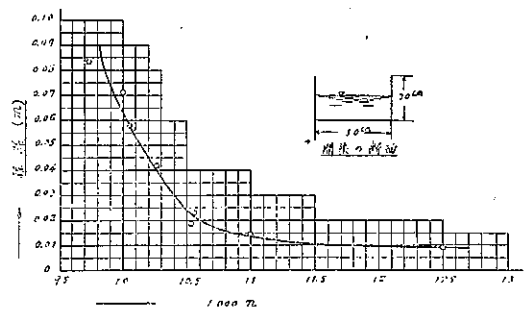
此の實驗を行ふ爲めに底面勾配 1:1000 の開渠をコンクリートを以つて作製した。而して其の開渠の途中に先づ 30 cm 高さの階段をつけ上流部下流部に區分し共に 50 cm の同一幅とし深さ並に長さを夫々 30×800 cm, 60×600 cm とした。水理實驗に於ては正確なる流量を知る事は實驗結果の精度を高めるに重要な一要件である故に測水設備として上流部に實驗室常備の正確に實測の結果から得た流量曲線を有する三角堰があつて測定可能であるけれども、
 圖-1 に示す如く之に加ふるに下流水路から出た水の勢力を減殺する爲



めに一度 $100 \times 96 \times 150$ cm の水溜に入れ方向を變へ徐々に實驗水路に平行に幅 30 cm 深さ 50 cm 長さ 425 cm の木製水路を設置し其の下流端に高さ 10 cm のレーボックス堰を設け之に對する同氏の流量公式より流量曲線を作製しおき流水を常に檢する事とした。此種實驗に際して常に困難するは上流並に下流水路に等速定流の流れを得る事であるが夫には相當長い水路を必要とする（理論上無限距離）。

此實驗に於ては下流水路の末端に針堰を設け比較的短かい距離の水路を以つて等速流を得るに務めた。針堰の断面も圓形とし水の流出を圓滑にし背水曲線に影響を極力遞減する様工夫を凝した。水路の勾配上流部も下流部も $1/10$ mm² の精度を以つて作製し昭和 11 年 6 月着手したのであるが數回の改造に依つてようやく $2/10$ mm の精度の開渠作製に成功し之に満足せねばならぬ事になった。水路の内面は上流部の一部並に下流部の一方の側面を硝子とせる故に硝子面の粗度に近くし實驗結果の複雑性を可及的減ずる爲めに出来るだけコンクリート面を平滑に仕上げ夫に對するクッターの粗度は實測の結果圖-2 の如く極めて小なる値となり大體其の目的を達したが其の後の實驗に徴するに硝子面の粗度係數は此の値より更に小なる様に見受けられた。

圖-2. 徑深の小なる平滑モルタル開渠に於ける Kutter 氏粗度係數 (單位 m)
(縦斷勾配 1 : 1 000)



而して水深の測定は $1/10$ mm まで讀み得るポイントゲージを使用し上流部並に下流部の等速流と見做し得る個所即ち上流部は兩部の接續點から上流 7 m, 同様下流部は其の下流 4 m の個所に夫々ポイントゲージを固定据付け更に其後水面動搖に依る測定の困難を除去する爲めに該個所側壁に夫々小孔を穿ち水槽と護膜管を以つて接續し矢張りポイントゲージを設置した。又夫等の中間は一定水平面上を水路に沿ふて可動し得る棒上にポイントゲージを取付け任意の個所の水深を測定し得る様にした。任意の断面に於ける流速分布は同一様に取付けた萬能ピトー管を以つて測定した。其のピトー管の檢定は先年海軍省の航空研究所に依頼し行つたものである。而して上流部下流部の接續個所は最初 90° の段落ちにし其後 60° , 45° , 30° , 15° , 7.5° の急勾配の接續部を設ける場合は其都度コンクリートを以つて接續部のみ正確に作り變へ又 S を變更する場合は下流部を新しく其の都度作り變へて實驗を行つたものである。

I. 上流等速定流個所の水深 d_1 が勾配激變個所の落差 S より小なる場合の流體運動 ($d_1 < S$)

堰上を溢流する場合には水理學上一般には完全溢流と不完全溢流とに分けて説明されて居るが此種溢流の流體運動を考究するには其障害個所の落差 S と單位幅に對する流量或は尙ほ嚴密に言へば流量及接續上流水路の粗度並に其底面勾配に依つて決定する等速定流個所の水深 d_1 と同様下流等速定流個所の水深 d_2 との三者に依つて 3 つの範疇に分けねばならぬ。即ち完全溢流, 不完全溢流並に是等兩者の中間に屬する中間溢流とでも言はるゝ流れの様式が之である。ある段落個所の水深 d_0 が S より小なる時は水は瀧の如く落下し (d_0/S がある一定値以下小になれば即ち, $d_0 \ll S$ の時は裏側に空氣が浸入し其の度に依つては全く別個の運動に入る) 圖-3 の様に段落個所の裏側に水平軸を有する底面渦が出来, 落水水の有する運動エネルギーの一部を消耗せしめて居る。下流は下流水路の底面勾配, 粗度, 單位幅の流量並に段落個所の落差に依つて, 或區間射流となり其區間が過れば上記の下流の條件に依つて異なるが齊一な水路で其底面勾配が限界勾配より小であれば跳水を起し遙か上流の靜流の状態に還元

する。而して圖中の ψ_u なる角度の最大は q と S に依つて一定して居る（底面勾配にも左右せられるが實地上かゝる場合の勾配は水平に近いから茲では考慮されない）下流の條件に依つて下流水位の上昇する場合は d_2 なる水深に依り射流區間は一般跳水の關係式

$$d_2 = -\frac{d_r}{2} + \sqrt{\frac{d_r^2}{4} + \frac{2d_r c_r^3}{g}} \dots \dots \dots (1)$$

但し d_r : 跳水前の射流の水深
 c_r : " 流速

に支配せられて漸次短縮し遂に溢流水脈の所に達する。以上の如く下流の流れが跳水の結果（運動エネルギーが位置のエネルギーに變換する）靜流に成り其の靜流が丁度自由落水脈の最小水深 d_r の個所に達する迄の間は夫より上流には唯一の安定の流れが存在するのみである、即ち下流水の影響を受けない流れの様式である。かゝる場合の溢流水脈の最小水深の個所は水脈の下面と下流底面の交る所であつて段落個所から一定距離 l_2 の所にある。従つて其の個所の流速は最大である（圖-3 参照）。

Deischa¹⁾ の研究に依ればかゝる完全溢流の場合は

$$l_2 = 1.5\sqrt{d_1(d_0 + S - d_r)}$$

で表す事が出来ると言つて居るが著者の多くの實驗の結果 $d_1 < S$ の場合は大體上式は正鵠であるが $d_1 > S$ の場合は

$$l_2 = 2.0\sqrt{d_1(d_0 + S - d_r)}$$

の方が正しい。而して l_2 なる距離の個所の最小水深から強大なる流速に因る摩擦損失に依り漸次水深を増し、(1) 式に依る水理關係を満足する迄の區間射流は連續する。更に下流水路の水位上昇を來せば圖-4 の如く水脈の上部に表面渦を形成し、上昇の度に依り ψ_u なる角度もようやく減少し、之と共に段落ち裏側の底面渦も擴大し前者より平穩な渦となる。下流水位が更に上昇すれば ψ_u は ψ_u と共に愈々減少し、下流水位の標高は d_0 なる高さより高くなり或限度に達すれば今迄の表面渦の下側に流込んで居た所謂“流込み”の流體運動の様式は一瞬にして、圖-5 に示す如き波形水面に變換する。其の變換現象は水路の壁の粗度に依つて幾分の相違があるが同一幅の水路に於ては壁が平滑なる程容易に波形に變換する傾向を有して居る。其際最初の波の最深部は圖-5 の如く常に丁度段落ち個所の底面の位高と同一になり其下流に波長の大體等

圖-3. 完全溢流 ($d_1 < S$)

$q = 146 \text{ cm}^3/\text{sec}$; $S = 5 \text{ cm}$; $d_1 = 4 \text{ cm}$; $d_0 = 1.87 \text{ cm}$
 $d_r = 1.4 \text{ cm}$; $d_2 = 5.70 \text{ cm}$
 $l_1 = 3.7 d_r$ $l_2 = 1.5\sqrt{d_1(d_0 + S + d_r)} = 7.02 \text{ cm}$



圖-4. 完全溢流（流込み、 $d_1 < S$ ）

$q = 391 \text{ cm}^3/\text{sec}$; $S = 30 \text{ cm}$; $d_0 = 3.67 \text{ cm}$
 $d_1 = 7.26 \text{ cm}$; $d_2 = 28.41 \text{ cm}$

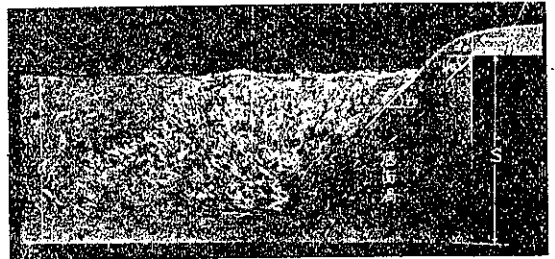
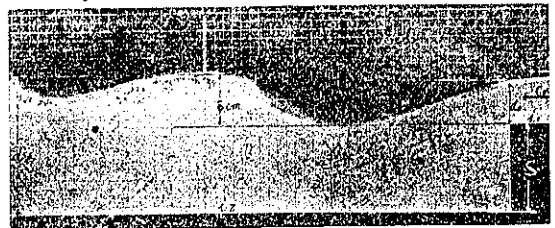


圖-5. 不完全溢流（上部限界、 $d_1 < S$ ）

$q = 486 \text{ cm}^3/\text{sec}$; $S = 10 \text{ cm}$; $d_0 = 4.66 \text{ cm}$;
 $d_1 = 8 \text{ cm}$; $d_2 = 15.61 \text{ cm}$



¹⁾ Keutner: Die Ausbildung der Gefällbrechpunkte geregelter kleiner Wasserläufe. Bautechnik, 17. Sept. 1937.

しい減衰波を伴ふ。此の流れを著者は溢流の上部限界の流れと名づけ q と S に依つて決る一定の流水状態であつて其時の d_2 も d_0 も一定である。下流の條件が上部限界の d_2 より更に上昇を來す場合は其の上昇と共に漸次波高が減少し遂に波を認め得なくなる。 d_2 が上部限界以上の水位にある流れに於て d_2 を漸次逆に低下せしめば溢流の上部限界の流れに相當する d_2 に到達しても元の流込みの流體運動に變換せずして第一波の最深部は段落ち個所の位高よりも低下し d_2 の低下と共に漸次波長を減じ波高を増大し脈動を伴ひ水流の不安定の度を愈増大し圖-6 の如く波の頂部は砕け遂にある限界を越せば流込みの運動に變る。之を溢流の下部限界と言ひ、其の時の d_2 は上部限界の d_2 より遙かに低い。

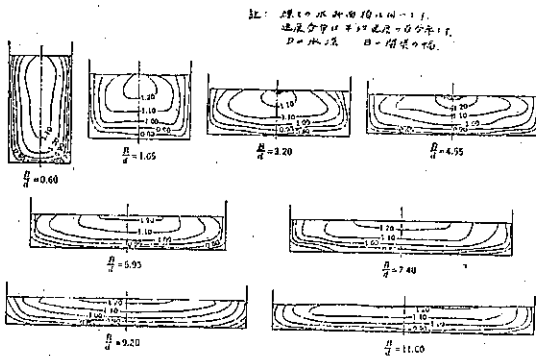
前述の三種類の流れの形態とは d_2 が上部限界以上の場合即ち不完全溢流、下部限界以下の時即ち完全溢流並に是等兩者の中間にある場合即ち中間溢流である。然共此の中間溢流は極めて不安定の溢流形態であつて微小なる衝撃の元に直ちに流込み溢流に變換せんとする傾向を多分に有し、實驗室等にて比較的精密なる流體運動の観測以外實地の構造物の個所にては發見する事困難なる可く又後述の流量計算に際しても中間溢流は結局完全溢流中に包含しても差支へない。

是等の流れに於て q 又は d_1 と d_0 、 d_2 の關係は今日尙ほ明にされて居ない。以下完全溢流と不完全溢流とに分けて検討する。

1) 完全溢流

廣頂堰上の水深は完全溢流の場合には Bélanger の法則に従つて限界水深に等しくなると言はれて居る。然れども底面勾配が急激に急になつて居る場合は圖-3 の a 點の水深は實驗の結果常に限界水深より低く限界水深の

圖-7. 矩形開渠に於ける其の幅と速度分布との關係 (等速定流)

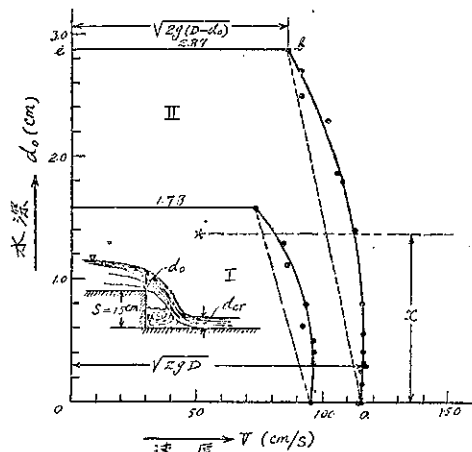


Proceedings of A.S.C.E. Nov. 1935 p.1320

圖-6. 中間溢流 ($d_1 < S$)
 $q=670 \text{ cm}^2/\text{sec}$; $S=30 \text{ cm}$; $d_0=5.55 \text{ cm}$;
 $d_1=9.49 \text{ cm}$; $d_2=33.43 \text{ cm}$



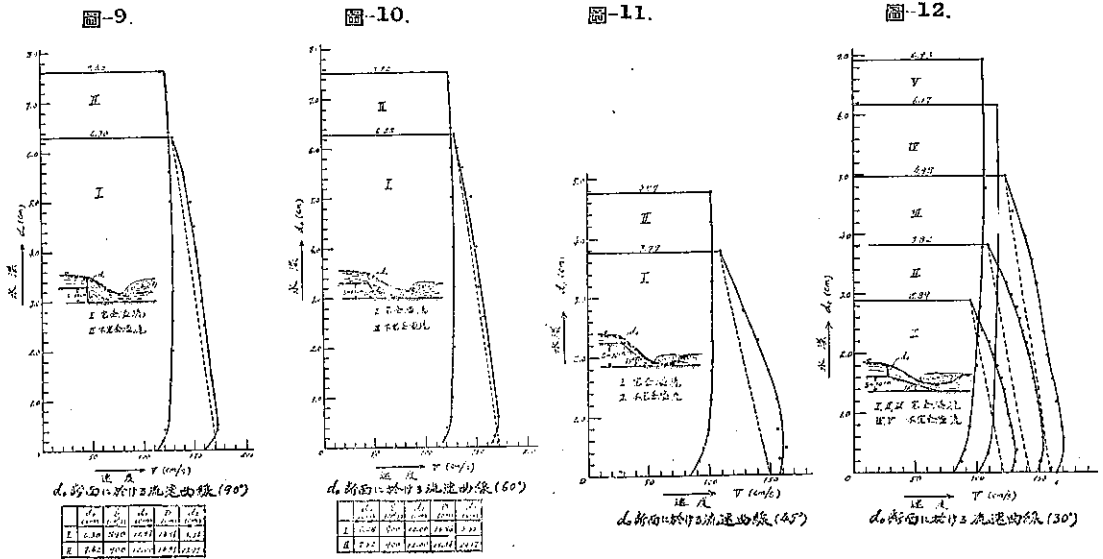
圖-8.



d_0 断面に於ける流速曲線 (90°)

	d_0 (cm)	q_1 (cm/s)	d_1 (cm)	D (cm)	d_2 (cm)
I	1.73	141	4	4.62	1.2
II	2.87	208	6	7.16	3.0

個所は a 點から l なる上流に存在して居る。而して a 點の流速分布を實測せば圖-8~12 に示す如く一般静流



で等速定流の場合の流速分布(圖-7²⁾参照)と全く其の趣きを異にし完全溢流又は靜流から射流に流れを變換せしめる條件を具備して居る場合の限界水深後の流れに於ては水表面から底面に近くに従つて大體流速が増大する。其の際水脈の境界に大氣の壓力が働いて居る場合と然らざる場合とに依つて自ら相違して居る。圖-8 の様に水脈の上下兩水面に大氣の壓力が働いて居る時は理論上よりも亦著者の實測の結果からも d_0 個所の底面並に水表面に於ける水平方向の流速は夫々 $\sqrt{2gD}$, $\sqrt{2g(D-d_0)}$ である。又圖-9~12 に示す様に水脈の上部のみに大氣の壓力が働き下部は底面渦と相接して居る場合は接續水路の勾配の度即ち θ 並に其の落差 S に依つて相違し水表面の水平流速は常に $\sqrt{2g(D-d_0)}$ である。今之を圖-8 の a b e o の梯形であると假定せば d_0 個所の平均水平流速は

$$c_0 = \sqrt{2g(D-x)} = \sqrt{2g \left(D - \frac{d_0}{3} \frac{\sqrt{2gD} + 2\sqrt{2g(D-d_0)}}{\sqrt{2gD} + \sqrt{2g(D-d_0)}} \right)}$$

で表はされ單位幅の流量は

$$q = d_0 \sqrt{2g \left(D - \frac{d_0}{3} \frac{\sqrt{D} - 2\sqrt{D-d_0}}{\sqrt{D} - \sqrt{D-d_0}} \right)} \dots \dots \dots (2)$$

となる。又他方限界水深の個所の流速分布は理論上(後述)からも亦著者の實測の結果に依つても水面から底面まで一様である。従つて理論上 Bélanger が廣頂堰上の溢流に行つた假定を以てしても差支へない故に其の個所の流量は

$$q = \frac{2}{3} D \sqrt{2g \frac{D}{3}} = 17.05 D^{1.5} (\text{單位 cm}) \dots \dots \dots (2')$$

とおかる。廣頂堰に對して(2')式の有效なるは古く Bazin が多くの實驗から證明して居る。

流れは定流であり限界水深個所 c 點と a 點の距離 l (本實驗に於ては實測の結果大體 $3d_0$ であつた。而し此の値は上流水路の底面勾配並に粗度に依つて異なる事は明かであつて勾配が緩なる程 l は大である) は左して大でないから此の間の摩擦を無視すれば(2)式と(2')式とを等しくおいても差支へない。之を等しくおけば(3)式を、又

²⁾ Proceedings of A. S. C. E., Nov. 1935 p. 1320.

(3) 式を解けば (4) 式を得らる。

$$X^5 - 3.75X^4 + 0.4444X^3 - 0.8889X^2 + 0.0491 = 0 \dots\dots\dots(3)$$

$$X = \frac{d_0}{D} = 0.432 \dots\dots\dots(4)$$

又は $d_0 = 0.432 D$

(4) 式から算出した値と著者の實驗した値とを比較せば表-1 に示す如く水脈の上下兩面に大氣の壓力が働いて居る時は其の誤差の最大は +3.7% であり、水表面のみに大氣の壓力が働いて居る時は $\theta > 45^\circ$ の場合は大體 +7~8% θ が 30° 位から其の誤差は減少し 15° 以下に到つて遂に (-) の誤差に變る。是等は後述の如く d_0 個所の流

表-1. (S=30) (單位 C. G. S.)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
實驗 番 號	θ	q	d_0	d_1	$\frac{D}{d_1 + \frac{a_1^2}{2g}}$	$0.432D$	$\frac{100\{(7)-(4)\}}{(7)}$	d_{cr}	l	(4)/(6) の 平均
1*	90°	48	0.92	1.88	2.21	0.95	+ 3.1	1.33	2	0.416*
2		406	3.50	7.16	8.80	3.80	+ 7.9	5.52	22	
3		571	4.40	8.57	10.84	4.68	+ 6.0	6.94	24	
4*		108	1.55	3.12	3.73	1.61	+ 3.7	2.28	4	
5	60°	147	1.85	3.65	4.48	1.94	+ 4.6	2.80	9	0.401
6		339	3.05	6.00	7.63	3.30	+ 7.5	4.89	16	
7		537	4.15	8.00	10.29	4.45	+ 6.7	6.65	25	
8		763	5.05	10.00	12.97	5.60	+ 9.8	8.40	26	
9	45°	53	0.94	2.00	2.36	1.02	+ 7.8	1.42	4	0.398
10		156	1.88	3.90	4.72	2.04	+ 7.8	2.92	8	
11		327	3.00	6.00	7.51	3.24	+ 7.4	4.78	15	
12		528	4.00	7.90	10.17	4.39	+ 8.9	6.57	20	
13		722	5.05	10.00	12.66	5.47	+ 7.7	8.10	23	
14	30°	73	1.22	2.50	2.93	1.27	+ 3.9	1.76	6	0.419
15		158	2.03	4.00	4.80	2.07	+ 1.9	2.94	9	
16		321	3.19	6.00	7.46	3.22	+ 0.9	4.72	15	
17		530	4.21	8.00	10.24	4.42	+ 4.8	6.59	16	
18		713	5.23	10.00	12.59	5.44	+ 3.9	8.03	22	
19	15°	315	3.48	6.00	7.40	3.20	- 3.8	4.66	16	0.465
20		528	4.67	8.00	10.22	4.42	- 5.7	6.57	18	
21		719	5.93	10.00	12.64	5.46	- 8.6	8.08	25	
22	7°.5	145	2.32	4.00	4.67	2.02	-14.8	2.78	4	0.503
23		320	3.78	6.00	7.45	3.22	-17.3	4.71	14	
24		521	5.12	8.00	10.16	4.39	-16.6	6.52	20	
25		726	6.52	10.00	12.69	5.48	-19.0	8.13	20	

* 水脈の上下兩側に大氣の壓力が働いて居る場合

速分布圖を検すれば容易に首肯せられる所で 圖-13, 14 に見らるゝ如く水表面の流速は底面の夫より大であつて上記の假定の正鵠ならざるに歸因するのである。夫等の θ の減小と共に誤差が (+) から (-) に變じ、其の値も漸次大となる事はかゝる場合の流速分布研究上極めて興味ある問題と思惟せらる。上述の如く限界水深個所の流速分布の水表面から底面まで同一である可きである事は又理論上から (4) 式を誘導した方法で證明する事が出来る。即ち

$$q = d_0 \sqrt{2g(l-d_0)} = \frac{2}{3} D \sqrt{2g \frac{D}{3}}$$

から

$$X^3 - X^2 - \frac{4}{27} = 0 \dots \dots (3')$$

$$\therefore X = \frac{d_0}{D} = 0.667 = \frac{2}{3} \dots \dots (4')$$

となり水表面から底面まで同一流速にある時は $d_0 = \frac{2}{3} D$ となるのである。更に又完全溢流に對する Bélanger の法則 (廣頂堰上一定流量 q を流すに此の流水の有するエネルギーを以てしては堰頂上の水深が $d = \frac{2}{3} D$ なる様な水深となる。従つて夫より上流の水位は夫に相當する様に堰上げらる) を他方から検討せば結局 Froude 定数が 1 に等しくなつた時の特殊の流れを表はして居るのである。

$$Fr = \frac{c_0}{\sqrt{gd_0}} \text{ 又は } c_0 = \sqrt{gd_0}$$

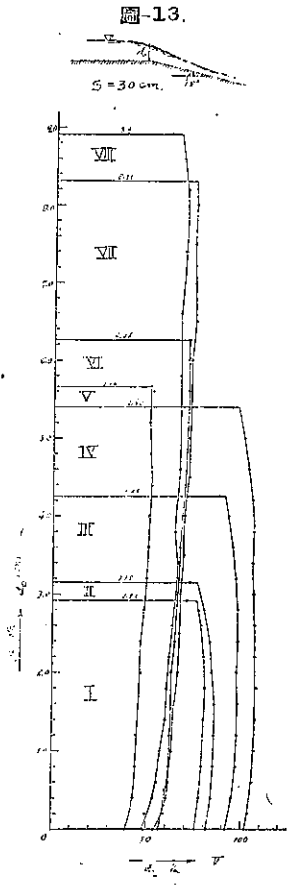
之と一般水理學の Bernoulli の定理 (基準面を底面激變個所に採る) を組合せば

$$l = \frac{c_0^2}{2g} + d_0 = \frac{3}{2} d_0 \dots \dots (4'')$$

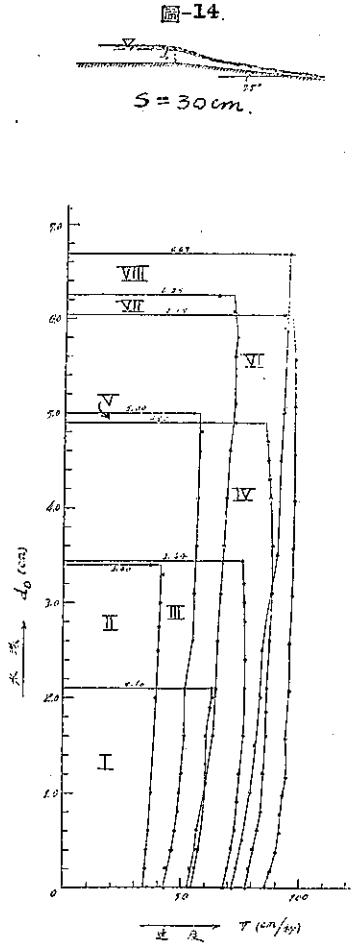
となり摩擦を無視した場合に上式が正しいのである。

Winkel³⁾ は鋭縁堰上の完全溢流で溢流水の下部にも大氣の壓力が働いて居る

場合の溢流水脈の流速分布の實驗を行つて發表して居るが夫に依れば下部自由面の最高點の斷面上の流速分布は其の最高點から測つて D だけの高さの所に頂點を有する拋物線上に上下の自由面があるけれ共も溢流水脈内部に於ては理論上の夫より小なる流速で流れて居る事を指摘して居る。而し本論文の様に緩なる底面勾配が激變し



d_0 斷面に於ける流速曲線
 I, III, IV, VI... 完全溢流
 II, V, VII, VIII... 不完全溢流
 (表-14 参照)



d_0 斷面に於ける流速曲線 (7.5%)
 II, III, IV... 完全溢流
 I, II, VI, VII, VIII... 不完全溢流

3) Winkel: Bautechnik, 1929 s. 438.

て居る場合には q 、或は d_1 が S に比して小なる時の完全溢流、例へば 表-2 の様に水脈の上下に大氣の壓力が働いて居る時は兩自由面の水平流速は Winkel の指摘したのと同一であるが水脈内部は反對に理論上の流速よりも却つて大である (圖-8 以下参照)。従つて水脈の上下に大氣の壓力を受けて居る流れの流量は (2') 式に (4) 式の關係を代入して求めた (5) 式の値より實際は幾分大でなくてはならぬ。

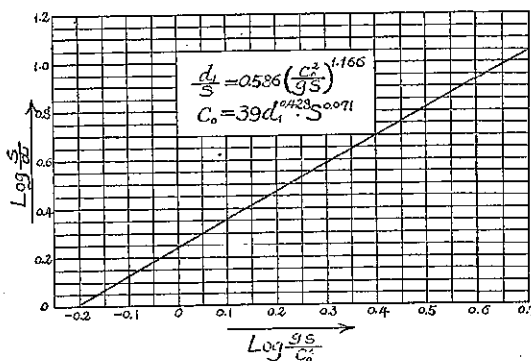
表-2. (單位 C.G.S.)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
S	d_1	d_0	$60 d_0^{1.5}$	q (實測)	$100 \frac{(4)-(5)}{(4)}$
15	4	1.78	142	147	-3.5
	6	2.87	292	301	-3.1
30	4	1.83	148	149	-0.7
	6	2.90	296	301	-1.7

$$q = 17.05 \left(\frac{d_0}{0.432} \right)^{1.5} = 60 d_0^{1.5} \text{ (單位 cm)} \dots\dots\dots (5)$$

又 Keutner⁴⁾ は圓形堰頂上の流速分布の實驗の結果を發表し、Winkel と同一の事を主張して居るが裏側に空氣がなければ d_1 及 S に依つて底面渦の影響を異にし、 θ が 90° とか 60° と云ふ急な場合は v 點の流速は $\sqrt{2gD}$ より小となるけれども θ が減少するに従つて底面に接近した所の流速は減少はして居るが $\sqrt{2gD}$ より大となる。従つてかゝる場合は簡単に (5) 式の關係は成立しない。而して完全溢流なる故に d_0 には無關係であるが流量、上水路の粗度並に底面勾配に依つて定る d_1 と段落ちの高さ S (段落ちの場合のみ取扱ふ) 及 d_0 個所を流れる流速 C_0 とに或る一定の關係が成立し (3 参照) たゞ一つの安定の流れが存在しなくてはならぬ。今實驗の結果 (表-5~8 参照) に基き S/d_1 及 gS/C_0^2 の對數を夫々兩軸に採つて圖示せば圖-15 の如く直線と見做す事が出来る。之を式で表せば

圖-15.



$$\frac{S}{d_1} = 1.707 \left(\frac{gS}{C_0^2} \right)^{1.166} \dots\dots\dots (6)$$

$$\text{又は} \quad C_0 = 39 d_1^{0.423} S^{0.071} \dots\dots\dots (6')$$

となり更に q は次式から求められる。

$$q = 39 d_1^{0.423} S^{0.071} d_0 \text{ (單位 cm)} \dots\dots\dots (5')$$

(5) 式は平滑なる水路で、水脈の上下兩側に大氣の壓力が働いて居る場合 (表-2 参照) に採用せられ (5') 式は段落ちの一般の場合 (表-3 参照) に採用す可きである。而して著者の實驗結果から裏側に底面渦のある場合で本實驗の様に粗度の極めて小で而かも $1/1000$ と言ふ比較的急勾配の時 (表-1 の 11 行参照) は $\theta = 90^\circ \sim 45^\circ$ の間は $d_0/D = 0.4$ において差支へなく其の後漸次此の値を増し $\theta = 8^\circ$ 前後に於いて $d_0/D = 0.5$ なる關係式が成立する。而して θ の大なる時は S に依つて多少の變化ある事は當然である。

ii) 不完全溢流 (段落ちの場合に限る)

上部限界以上、下流水位の高い不完全溢流とでも言ひ得べき場合の流量を求めるには d_0 の外に遙か上流並に下

4) Keutner: Bautechnik, 1929 s. 575.

表-3. (單位 C.G.S.)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
S	d_1	$C_0 = 39 d_1^{0.428} S^{0.071}$	C_0 (實測)	(3)-(4)	誤差 (%)
5	4	79.14	78.07	+ 1.07	+ 1.4
10	4*	83.13	77.60	+ 5.53	+ 6.6
	6	98.88	97.39	+ 1.49	+ 1.5
	8	114.94	117.39	+ 2.45	- 2.1
	10	123.05	121.86	+ 1.19	+ 1.0
15	4+	85.56	92.45	- 6.89	- 8.1
	6+	101.77	118.07	-16.30	-16.0
	8	118.30	120.60	- 2.30	- 1.9
	10	126.64	128.52	- 1.88	- 1.5
	12	136.92	139.06	- 2.14	- 1.6
	14	146.26	149.25	- 2.99	- 2.0
30	4*	89.87	80.33	+ 9.54	+10.5
	6	106.90	101.69	+ 5.21	+ 4.9
	8	124.27	119.70	+ 4.57	+ 3.7
	10	133.02	127.82	+ 5.20	+ 3.9
	12	143.82	147.58	- 3.76	- 2.6
	14	153.63	160.78	- 7.15	- 4.7

* 水脈の基側に大氣の壓力が働く限界
+ 段落ち崖に傳つて流れる水脈

流の等速流と見做し得る個所即ち上流に於ては 1 km 位下流に於ては是等障害物に因る甚だしき波の影響を受けない數十米下流の夫々の水深 d_1 及 d_2 を測定する事を要する。是等の測定装置は工事と同時に或は特に設置するも經費の關係上には左して困難ではない。

今日の水理學に於てかゝる問題を解くに普遍化せられた Bernoulli の勢力方程式を使つて進む方法と D'Alembert の一般衝力の法則を採用して解決するの 2 通りあるが前者は主として水理現象を説明するに便であるが數値計算には後者の方が適して居る様に思はれる。殊にエネルギーの消耗を伴ふ水理問題に於て然りである。

そこで上述の水理現象を説明する爲に § (III §-函數 参照) の多くの實驗結果 § を縦距に圖-16 の 0-0 断面のエネルギー高 $E_0 (=d_0 + S + \frac{C_0^2}{2g})$ と 2-2 断面のエネルギー高 $E_2 (=d_2 + \frac{C_2^2}{2g})$ との比を横距に採つて圖示せば共通の直線の部分と曲線の部分から成立つて居る。

今直線から曲線に變る點の §-値を ξ_{cr} とすれば實驗結果に基いて之を求めば (7) 式の如し

$$\xi_{cr} = 0.005 \frac{q}{S} \text{ (單位 cm)} \dots \dots \dots (7)$$

此の ξ_{cr} は前述の上部限界に相當して居る時の §-値である。

$d_1 < S$ の場合で $\xi > \xi_{cr}$ の時は共通直線であつて不完全溢流である事を示し $\xi < \xi_{cr}$ の時は曲線になり完全溢流に屬する。此の直線部分即ち此の種の不完全溢流には (8) 式で表はさる。

$$\zeta = a \left(b - \frac{E_2}{E_1} \right) \dots \dots \dots (8)$$

此の内 $E_0 = d_0 + S + \frac{C_0^2}{2g}$; $E_2 = d_2 + \frac{C_2^2}{2g}$. a 及 b は定数であつて本實驗に於ては夫々 1.3; 1.077 である。而して大體 $\zeta > 0.2$ のある値になれば直線は ζ -軸に平行になりエネルギー損失も一様となる。著者は數値計算を可能ならしめる爲めに衝力論を採用して解く事とする。衝力論とは一般物理學に採用されて居る或る力が働いて居る各質點の運動を決定する。

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = X \quad m \frac{d^2y}{dt^2} = Y \quad m \frac{d^2z}{dt^2} = Z$$

但し x, y, z : t 時の時の質點の座標 m : 其の質點の質量 X, Y, Z : 各軸に平行な分力を或る一定の圍れた流體に應用したものである。

今考へんとする一定の範圍に圍れた流體の質量を M とし t なる時間に M が占めて居る容積を S とし上式を一般式に書き替へれば次の如し

$$\Sigma F = M \frac{dv_s}{dt} = \frac{d(Mv_s)}{dt} = \frac{d}{dt} \Sigma(mv) = \frac{dJ}{dt}$$

- 但し ΣF : M に働いて居る外力の幾何學的總和
- v_s : M の重心の速度ベクトル
- m : M に屬して居る任意の微小體の質量
- v : m の速度ベクトル
- J : Σm の運動量又は衝力で、方向は v の方向

上式を言葉で表はせば“質量 $M = \Sigma m$ の單位時間中の衝力の變化はそれに働いて居る外力の幾何學的總和に等しい”此の時の外力とは他に特に力が加はつて居なければ重力並に M の周圍に働いて居る力はその全部である。

此の法則を 圖-16 の 0~0 及 2~2 断面に圍れた流體に應用するに際して、上式は又直角座標の3つの方向の方程式に置き換へる事が出来るから水平の方向(實驗は二次元運動とした)のみに就て考究する事とする。然らば此の圍れた流體に働く外力は 0~0 断面には $a \sim a'$ なる上部の流水 d_0 に働く静水壓と $a \sim a'$ なる段落ち區間 S に働く水壓とである。他方 2~2 断面には下流水深 d_2 に相當する F_2 が働いて居る。此の外底面に働いて居る壓力の水平分力並に摩擦に因る力も働いて居るが今の場合には無視して差支へない位小さいから茲には考へない。

而して 0~0 断面に働いて居る水壓は $d_0 + S$ なる水深に相當する静水壓 F_0 に等しくない。想像するに 圖~17 (a), (b) に示す様な 2 つの場合が存在する。即ち水面の最低部が 0~0 断面より下流にある場合、此の時は流束の彎曲に依つて上向きの外力が働き、0~0 断面に働く外力は $d_0 + S$ の水深に相當する静水壓よりも小である。他は 0~0 断面より上流側に 0~0 断面の水深より低い水面のある場合であつて此の時は反對に $d_0 + S$ なる水深に相當する静水壓より大なる外力が作用して居る。

是等の静水壓から ± す可き壓力 F は 0~0 断面中 $a \sim a'$ 間を流れる速度 C_0 (茲では平均速度を採用する)。

圖-16.

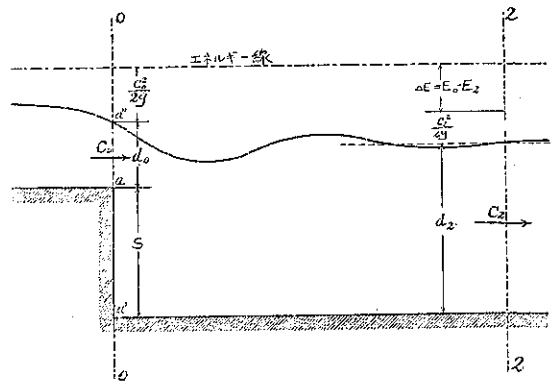
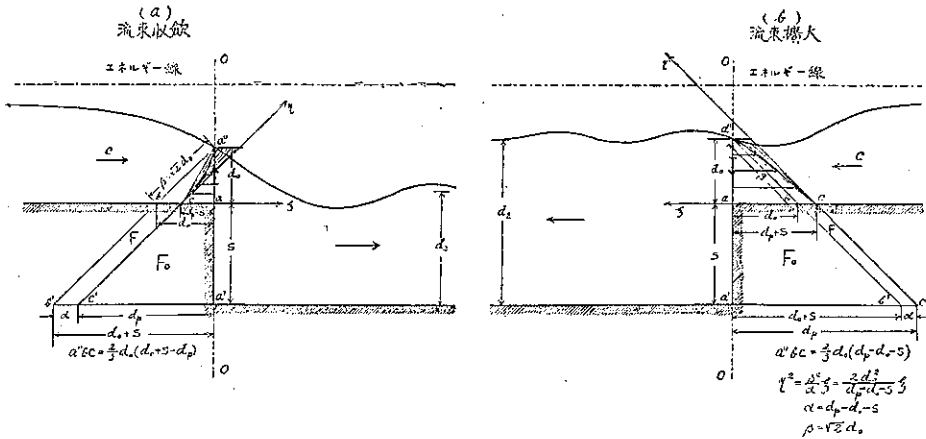


圖-17.



底面激變急勾配區間の落差 S ，流量 d_1 （齊一なる水路に於ては水路の底面勾配及其の粗度等に依つて等速流に於ては水深は一定し其の水深を以て流量を表はす事が出来る），下流水路の條件に依つて定まる下流水深 d_2 ，流體の密度 ρ ，流體の粘性 η の函數であるとおいて差支へない。

今此の壓力を P を以て表はし水路の幅を B とし粘性を無視すれば (III, ζ -函數参照)

$$\frac{P}{B} = F \alpha C_0^2 \eta \rho d_1^m d_2^n \rho^p \dots \dots \dots (9)$$

であつて水の場合 $\eta=1$ とせばデメンションの関係から

$$F = \zeta \frac{C_0^2}{2g} S \dots \dots \dots (10)$$

となり F は (10) 式から求める事が出来る。 F は ζ ，動水壓高並に S の相乗積である。 ζ はデメンションのない或る係數であつて $0 \sim \infty$ 断面に於ける流線又は流束が圖-17 (a) の如く收斂する時は負，又圖-17 (b) の如く擴大する時は正の符號とす。

故に上記の流體の單位幅に作用して居る外力の總和 ΣF は

$$\Sigma F = \frac{(d_0 + S)^2}{2} + \zeta \frac{C_0^2 S}{2g} - \frac{d_2^2}{2} \dots \dots \dots (11)$$

であつて之が單位時間中此の圍れた區間に出る衝力と入る衝力の差 ΔJ に等しくなくてはならぬ。而して ΔJ は此の場合定流を取扱つて居る故に單位幅に對して

$$\Delta J = d_2 \frac{C_2^2}{g} d_2 - \alpha_0 \frac{C_0^2}{g} d_0 \dots \dots \dots (12)$$

である故に $\Sigma F = \Delta J$ から

$$\frac{(d_0 + S)^2}{2} + \zeta \frac{C_0^2}{2g} S - \frac{d_2^2}{2} = \alpha_2 \frac{C_2^2}{g} d_2 - d_0 \frac{C_0^2}{g} d_0 \dots \dots \dots (S \text{ は } +) \dots \dots \dots (13)$$

(13) 式中 α_0 及 α_2 は夫々の断面中の速度の不均等に依る修正係數であつて次式で表はされる値である。

$$\alpha = \frac{1}{C^2 Q} \int_0^A v^3 dA \quad (v: \text{断面中任意の點の速度})$$

幸ひ不完全溢流の場合には著者の實測の結果

$$\alpha_0 = \alpha_2 = 1$$

とおいても大なる誤差の原因とはならない。(13) 式を d_2^2 で割り、更に

$$\frac{d_0}{d_2} = \xi_2; \quad \frac{S}{d_2} = \kappa_2; \quad \frac{C_0^2}{2gd_0} = \varepsilon_0$$

とおけば定流なる故に連続等式に依り $C_2^2 = C_0^2 \xi_2^2$ なるを以て

$$\xi_2^2 + 2\xi_2\kappa_0 + \kappa_2^2 + 2\xi_2\kappa_2\varepsilon_0 - 1 = 4\xi_2^2\varepsilon_0 - 4\xi_2^2\varepsilon_0$$

となり之より ε_0 を求むれば (14) 式の如くなる。

更に C_0 及 q は夫々 (15) 及 (16) 式から求められる。

$$\varepsilon_0 = \frac{(\xi_2 + \kappa_2)^2 - 1}{2\xi_2(2\xi_2^2 - 2\xi_2 - \kappa_2\xi_2^2)} \dots\dots\dots (14)$$

$$C_0 = \sqrt{2g\varepsilon_0 d_0} \dots\dots\dots (15)$$

$$q = C_0 d_0 = \sqrt{2g\varepsilon_0} d_0^{1.5} \dots\dots\dots (16)$$

(14), (15), (16) 式中には ξ なる未知のある係数が含まれて居る。此の ξ を求むる事が出来れば S が一定であり d_0, d_2 を測定する事に依つて夫等の諸式を容易に解く事が出来る。

若し又想定洪水量が既知であり d_1, d_2, S も決定し得たとせば矢張 (13) 式に $d_0/d_1 = \xi_1; S/d_1 = \kappa_1; C_1^2/2gd_1 = \varepsilon_1$ とおけば次の ξ_1 に對する四次式を得られ d_0 を求める事が出来る。

$$\xi_1^4 + 2\kappa_1\xi_1^3 + \left\{ \kappa_1^2 - 4\varepsilon_1 \frac{d_1}{d_2} - \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^2 \right\} \xi_1^2 + 4\varepsilon_1\xi_1 + 2\xi_1\kappa_1 = 0 \dots\dots\dots (17)$$

$\xi = 0$ の時は

$$\xi_1^3 + 2\kappa_1\xi_1^2 + \left\{ \kappa_1^2 - 4\varepsilon_1 \frac{d_1}{d_2} - \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^2 \right\} \xi_1 + 4\varepsilon_1 = 0 \dots\dots\dots (17')$$

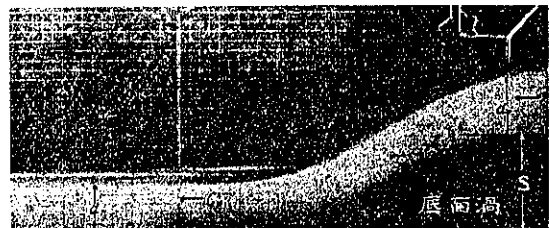
II. 上流等速流個所的水深 d_1 が勾配激變個所の落差 S より大なる場合の流體運動 ($d_1 \geq S$)

此の場合は I の場合と異り $d_1/2 < S > d_2 (\doteq d_r), 1/2d_1 \geq S < d_2 > d_{cr} > d_r, d_1 \geq S < d_2 > d_{cr}$ の 3 つに類別する事が出来る。

第一の場合は一定區間射流であつて下流の水利學上の條件が上流の條件に等しいか或は更に急速な流速を起す條件にあり、若し上流下流水利學上同一條件にあれば $d_1/S < 2$ の時に起り得る流れの状態である。圖-18 に示す如く段落ち個所の裏側に底面渦を伴ふ、渦は過マンガ酸加量の小粒を流下し撮つたもので黒い部分は其の渦である。此の際 d_0 並に ψ_u なる角度は下流の條件と d_1 並に S に依つて一定して居る若し下流底面勾配が水平に近い普通の場合であれば主として d_1 と S に依つて一定して居り d_2 には無關係である。而して $i_2 < i_{cr}$ であれば一定區間射流となり強大なる流速に歸因する摩擦に依り流水落下個所の最小水深より漸次水深を増し下流條件に依つて所定の流量を流し得る水深 d_0 に (1) 式で示した關係の d_r まで水深を増しそこで跳水現象を惹起し靜流に還元する。若し下流の水利

圖-18. $d_1/2 < S > d_2 (\doteq d_r)$ の流れ

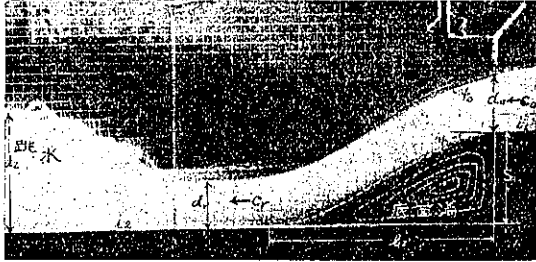
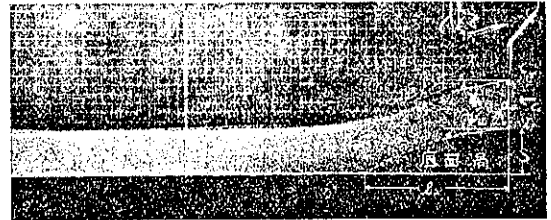
$q = 900 \text{ cm}^3/\text{sec}; S = 10 \text{ cm}; d_0 = 6.68 \text{ cm};$
 $d_1 = 12 \text{ cm}; d_r = 5.1 \text{ cm}; d_2 = 5.84 \text{ cm};$
 $l_2 = 2.0\sqrt{d_1(d_0 + S - d_r)} = 23.58 \text{ cm}$



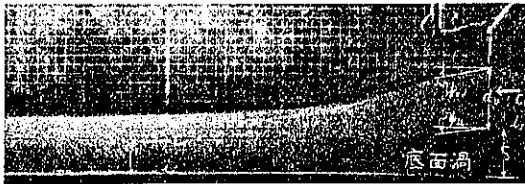
若し下流の水利

圖-19. $d_1/2 < S < d_1 (\neq d_r)$ の流れ

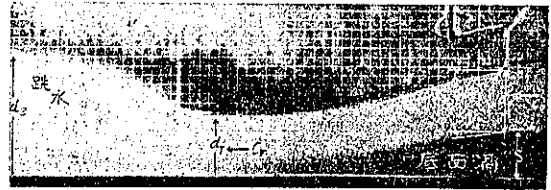
$q = 900 \text{ cm}^3/\text{sec}$; $S = 10 \text{ cm}$; $d_0 = 6.68 \text{ cm}$; $d_1 = 12 \text{ cm}$ $q = 680 \text{ cm}^3/\text{sec}$; $S = 5 \text{ cm}$; $d_0 = 5.92 \text{ cm}$; $d_1 = 10 \text{ cm}$;
 $d_r = 5.1 \text{ cm}$; $d_2 = 16.30 \text{ cm}$; $l_2 = 2.0\sqrt{d_1(d_0 + S - d_r)} = 23.58 \text{ cm}$ $d_r = 4.7 \text{ cm}$; $d_2 = 5.6 \text{ cm}$; $l_2 = 2.0\sqrt{d_1(d_0 + S - d_r)} = 15.77 \text{ cm}$

圖-20. $d_1/2 = S < d_2 < d_{cr}$ の流れ圖-21. $d_1/2 > S < d_2 < d_{cr}$ の流れ

$q = 930 \text{ cm}^3/\text{sec}$; $S = 5 \text{ cm}$; $d_0 = 7.29 \text{ cm}$;
 $d_1 = 12 \text{ cm}$; $d_r = 6.2 \text{ cm}$; $d_2 = 6.85 \text{ cm}$

圖-22. $d_1/2 > S < d_2 > d_{cr} > d_r$ の流れ

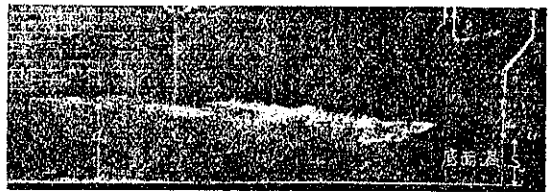
$q = 930 \text{ cm}^3/\text{sec}$; $S = 5 \text{ cm}$; $d_0 = 7.29 \text{ cm}$;
 $d_1 = 12 \text{ cm}$; $d_r = 6.2 \text{ cm}$; $d_2 = 14.95 \text{ cm}$

圖-23. $d_1 = S < d_2 > d_{cr}$ の流れ (流込み)

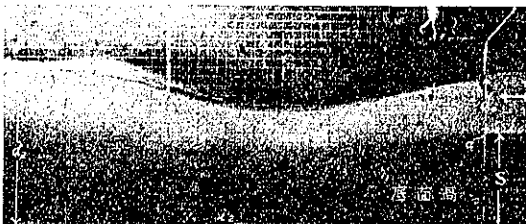
$q = 680 \text{ cm}^3/\text{sec}$; $S = 10 \text{ cm}$; $d_0 = 5.83 \text{ cm}$;
 $d_1 = 10 \text{ cm}$; $d_2 = 16.69 \text{ cm}$

圖-24. $d_1 > S < d_2 > d_{cr}$ の流れ (流込み)

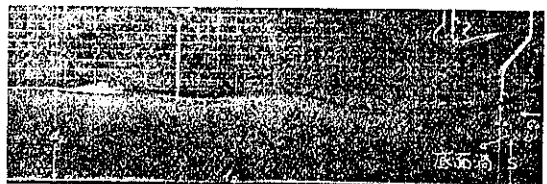
$q = 301 \text{ cm}^3/\text{sec}$; $S = 5 \text{ cm}$; $d_0 = 3.34 \text{ cm}$;
 $d_1 = 6 \text{ cm}$; $d_2 = 9.41 \text{ cm}$

圖-25. $d_1 = S < d_2 > d_{cr}$ の流れ (波形)

$q = 680 \text{ cm}^3/\text{sec}$; $S = 10 \text{ cm}$; $d_0 = 6.16 \text{ cm}$;
 $d_1 = 10 \text{ cm}$; $d_2 = 17.89 \text{ cm}$

圖-26. $d_1 > S < d_2 > d_{cr}$ の流れ (波形)

$q = 301 \text{ cm}^3/\text{sec}$; $S = 5 \text{ cm}$; $d_0 = 3.74 \text{ cm}$;
 $d_1 = 6 \text{ cm}$; $d_2 = 10.83 \text{ cm}$



學的條件が d_2 を d_1 より大ならしむる時は I の場合と同様に圖-19 の如く d_2 の水深に依つて跳水現象を起す個所は前進し遂に d_0 個所に到達する。それまでは ψ_u も ψ_0 も共に一定不變で勾配激變個所附近には唯一の安定の流れが存在するのみである。第二の場合は矢張り一定區間射流であるが射流の水深が S より大であつて下流

の水利學的條件が上流の條件と等しくしかも $d_1/S > 2$ の時に起る流れの状態である。若し $d_1/S = 2$ であれば (圖-20 参照) 射流の最も浅い所の d_r は丁度 S に等しくなる。従つて (1) 式から d_2 の水深を求める事が出来又 d_2 が測定してあれば射流區間の d_r の上昇を求められる。圖-21 及圖-22 は $d_1/S > 2$ の一例を示して居るが d_2 の増嵩に依る流れの状態變化の關係は第一の場合と等しい。又 ψ_0 又は ψ_u は d_1/S に依つて異り d_1/S が大なるにつれて小となる事も第一の場合と同一である。

第三の場合は第一及第二の場合の跳水現象を起す個所が d_0 個所に到達する様な d_2 の水深より更に上昇した場合の全體であつて流れは流込み又は波形である。此の時は d_1 の上昇と共に ψ_u は減少し跳水の表面渦は溢流水脈上に來り底面渦の強度を減退し一般の流込みの流水状態 (圖-23 及圖-24 参照) となる。 ψ_u の減少と共に ψ_0 も減じ遂にある限度に到れば波形運動 (圖-25 及圖-26 参照) に變換する此の時の第一波の最深部は $d_1 < S$ の場合と異り圖の a 點より高い。下流水路が之より更に d_2 が上昇する水利學的條件にあれば其の上昇と共に波高も漸減し遂に波の最深部が a 點より上流側に進み d_0 個所に (+) の餘分の壓力の作用する事は I の場合と同様であつて最後には波も認め得なくなる。

而して $d_1 > S$ の時、殊に d_1 が S に比して大なれば大なる程 $d_1 < S$ の場合の様に中間溢流なる流水状態を求める事は困難であつて流込みと波形の兩者の流れの形態は $d_1 < S$ の場合より、より容易に相互に變換する。又是等 $d_1 > S$ の場合の流水状態にも $(\zeta, E_0/E_1)$ 曲線を畫けば曲線部分と直線部分から成り其の内の曲線部分は下流は射流又は流込み運動の場合に相當し、此の曲線に切する直線部分は波形水面運動の場合に相當して居て (8) 式の關係は成立するけれ共 $d_1 < S$ の時の様に (8) 中の a, b なる係数は定數ではなく a 及 b は q と S の函數である。著者は實驗上決定せられた是等の値も有して居るけれ共勢力の方程式を以てしては此の種問題の數値計算に不適當なる故に茲に省略し、以下衝力の法則を使つて前同様解く事とする。

i) $S > d_2$ 及 $S \leq l_2 < d_{cr}$ の場合

兩者共下流は射流であつて下流の水利學的條件に従つて下流のある個所に於て跳水現象を起し靜流に還元する。此の場合には d_2 なる下流水位に無關係に d_1 と S のみに依つて唯一の安定な流れが存在する。是等の場合には下流の水深が S より大なる爲めに C_0 は d_2 の影響を受けて I. i の關係式を以て表はす事が出来ない。然れ共前述の如くかゝる場合は (III 参照) d_1 と S と C_0 間に必ずや或る關係が存在し、夫等の關係に依つて唯一の安定の流れがなくてはならぬ。今實驗結果に基き d_1/S 及 C_0^2/gS の對數を夫々兩軸に採つて圖示せば圖-27 の如く直線と見做す事が出来、之を式で表はせば

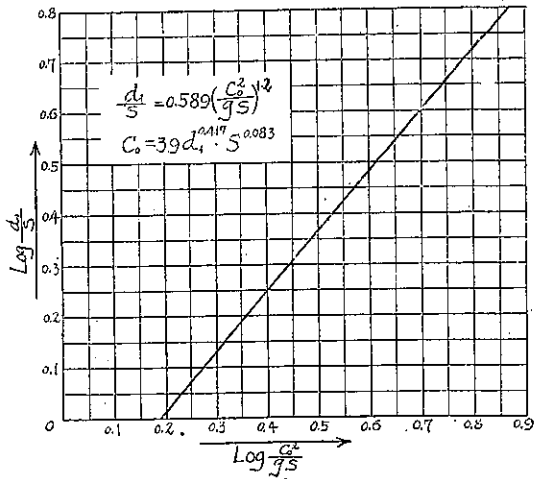
$$\frac{d_1}{S} = 0.589 \left(\frac{C_0^2}{gS} \right)^{1.2} \dots\dots\dots (18)$$

$$\text{又は } C_0 = 39 d_1^{0.417} S^{0.0683} \dots\dots\dots (18')$$

$$q = 39 d_1^{0.417} S^{0.0683} d_0 \dots\dots\dots (19)$$

となる。従つて S は既知であり d_1 並に d_0 を測定せば C_0 更に流量を求むる事が出来又 (19) 式から q (想定單位幅最大流量) 並に其の時の上流部の水利學上の諸條件に依つて d_1 が求められるれば S なる段落

圖-27.



ち個所の水深 d_0 を算定せらる。(19) 式から算出した C_0 の値と實測した C_0 とを試に比較せば表-4 の様である。

ii) $S < d_0 > d_{cr}$ の場合
此の場合 d_0 個所に於ては流れは既に静流に變換して居るから I. ii の場合と全く同様な關係にあり算式も全部其の儘採用して差支へない。然し若し d_0 個所を d_0 個所から相當下流に選定せば d_0 個所に於て静流であつても (圖-19 及圖-22 参照), 0~0 断面との間に一部分射流區間の存在する事があり得る。此の場合は I. i に屬する流れで

あるが測定個所が相當下流にあれば d_0 を測定する事が出来ない。此の時は流れは射流であるから摩擦損失高も相當あり、之を無視する事は當を得て居ないけれど d_0 が測定されて居て (19) 式から q が求められるれば C_0 を算出する事が出来る。かくて d_0 と C_0 が既知となり (1) 式の逆の關係式から最小水深 d_0 を算出せらる。若し射流區間が相當長ければ摩擦損失高に依つて落口の水深は算出された d_0 より幾分小なる水深なる事は勿論である。

III. ζ-函 數

i) ζ-函數の誘導

上記の (15) 又は (16) 式から C_0 又は q を求むるには (14) 式から ϵ_0 を求める事を要する。然るに (14) 式中にはデメンションのない ζ なる係數が含まれて居り之を求める事が先決問題である。此の ζ を求める爲に次の實驗を行つた。圖-1 の側面圖又は圖-16 に示す S なる段落ち個所に内徑 4mm の硝子管を段落ち個所 a 點、下流底面 a' 點並に其の中間に數本設置し其のピエゾを測定したのである。ピエゾの測定に際しては完全溢流の時は aa' なる裏側の底面渦は強烈であつて、各ピエゾの水面動搖激しく其の高さを讀むに少しく困難を感じるも數本の平均値を以て其の高さとし、又完全溢流の場合とか d_0 が S に比して大なる時は下流水がよし射流であつてもピエゾの水面動搖少なく容易に讀む事が出来又數本の讀みも大體同一高さである。此の事はかゝる場合 aa' なる個所に働く水壓は静水壓の如く高さに比例する壓力分布をして居る事を示して居る。僅かの各ピエゾ水面の相違ある時は全體の平均値を以て aa' 區間のピエゾの高さ dp とした。然らば $[dp - (d_0 + S)]$ なる水深に相當する水柱は 0~0 断面中 (圖-16 参照) の aa' 區間の静水壓より平均して減壓又は加壓でなくてはならぬ圖-17 の F なる面積に相當する水壓が溢流に際しての流束彎曲に歸因して $d_0 + S$ なる水深に相當する静水壓以外に 0~0 断面に作用して居る (+) 又は (-) の水平壓力である。

今水路の單位幅を取り $\gamma=1$ とおき F の断面積中 d_0 なる水深間には a'bc なる曲線三角形に相當する水壓

表-4.

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
S	d_0	$C_0 = 39d_0^{0.417}S^{0.083}$	C_0 (實測)	(3)-(4)	誤差 (%)
2.5	4	75.04	72.54	+2.50	+3.3
	6	88.84	85.06	+3.78	+4.3
	8	100.15	97.46	+2.68	+2.7
	10	109.82	108.59	+1.23	+1.1
	12	118.64	115.68	+2.96	+2.5
5	14	126.48	128.79	-2.31	-1.8
	6	94.11	93.77	+0.34	+0.4
	8	106.08	108.77	-2.69	-2.5
	10	116.34	114.87	+1.47	+1.3
10	12	125.66	127.57	-1.91	-1.5
	14	134.00	135.79	-1.79	-1.3
	10	123.28	121.86	+1.42	+1.2
	12	133.15	134.73	-1.58	-1.2
	14	141.96	150.25	-8.29	-5.8

が働いて居る而して $a''c$ は c 點に於て cc'' 直線に切線になる曲線 (圖-17 a, b 参照) でなくてはならぬ之を軸が互に 45° に交つて居る拋物線であるとせば

$$F = \{d_1 p - (d_0 + S)\} \left(S + \frac{2d_0}{3} \right) \dots \dots \dots (20)$$

で表さる。此の F は又流れの様式に依つて次の 2 つの場合に分けて他の方から求める事が出来る。

1. I i 及 II i の場合

2. I ii 及 II ii の場合

之であつて以下是等に就て述べる。

1). $d_1 < S$ で底面勾配激變個所の流速 C_0 が下流水位 d_2 の影響を受けない場合 (I i) 又は $d_1 > S$ で下流水路の流れが射流の場合 (II i)。

$d_1 < S$ であつて上流下流共に同一断面形並に同一粗度で下部限界以下の場合とか又 $d_1 > S$ で下流が射流である様な場合には d_1 に依つて又は d_1 と S に依つて唯一の安定の流れが存在し d_0 が一定となり上述の如く (6) 式又は (19) 式の關係が成立する。此時は直接 d_2 (此の場合の d_2 は靜流を意味す) の影響を受けない。而してかかる場合の ζ は重力 g の影響は極めて大であり、時には粘性 η も共に考慮中に加へねばならぬ。従つて (9) 式は

$$P/B = F \propto C_0^x S^y d_1^z \rho^q \eta^r$$

となりデメンションの關係から

$$p+q=1, \quad x+y+z-3p-q+r=0, \quad -x-q-2r=-2$$

$$\therefore x=2-q-2r,$$

$$y=1-z-q+r$$

$$\therefore P/B = F \propto C_0^{2-q-2r} S^{1-z-q+r} d_1^z \rho^{1-q} \eta^r$$

$$F \propto C_0^2 S \rho \left(\frac{d_1}{S} \right)^z \left(\frac{\eta}{C_0 S \rho} \right)^q \left(\frac{gS}{C_0^2} \right)^r$$

$$F = \frac{C_0^2}{2g} S \phi \left(\frac{d_1}{S} \frac{\eta}{C_0 S \rho} \frac{gS}{C_0^2} \right) = \zeta \frac{C_0^2}{2g} S$$

此の内

$$\zeta = \phi \left(\frac{d_1}{S} \frac{\eta}{C_0 S \rho} \frac{gS}{C_0^2} \right) = \phi \left(\frac{d_1}{S} \frac{1}{R} \frac{1}{Fr} \right) \dots \dots \dots (21)$$

η を無視すれば

$$\zeta = \phi \left(\frac{d_1}{S} \frac{1}{Fr} \right) \dots \dots \dots (21')$$

(21) 式中 $\eta/C_0 S \rho = \nu/C_0 S$ は Reynolds 定數 R の逆數であり、 gS/C_0^2 は Froude 定數 Fr の逆數である。即ちかかる場合の ζ なる數値は d_1/S と Reynolds 定數並に Froude 定數の逆數の函數である事を表して居る。而して同一 d_1/S に対して Reynolds 定數並に Froude 定數を同時に満足する相似律は同一液體を採用せば不可能である。然れ共此種の溢流は自由面を有する流體運動であり、 g の影響は ν の夫より遙かに大なる故に此の場合の ζ を求むるに Reynolds 定數を考慮外におき Froude 定數のみの函數とする事に満足せねばならぬ。即ち (21') 式から ζ を求むる事とする。

5) 著者、鉛直線を軸とする渦の相似、土木學會誌、昭 12 年 7 月號。

2). $d_1 < S$ で不完全溢流の場合 (I-ii) 又は $d_1 > S$ で下流が射流でなく流込み又は波形流なる場合 (II ii)。
此の場合の ξ を求むるには前述の (9) 式にデメンションの關係を代入すれば

$$\begin{aligned}
 MT^{-2} &= L^x T^{-x} L^y L^m L^n M^p L^{-3p} \\
 p &= 1; \quad x = 2; \quad y = 1 - m - n \\
 \therefore P/B &= F \propto C_0^2 S^{1-m-n} d_1^m d_2^n \rho \\
 F &\propto C_0^2 S \rho \left(\frac{d_1}{S}\right)^m \left(\frac{d_2}{S}\right)^n \\
 F &= \frac{C_0^2}{2g} S \phi \left(\frac{d_1}{S}, \frac{d_2}{S}\right) = \xi \frac{C_0^2}{2g} S \dots \dots \dots (10)
 \end{aligned}$$

となり (10) 式を得らる。

此の内

$$\xi = \phi \left(\frac{d_1}{S}, \frac{d_2}{S}\right) \dots \dots \dots (21'')$$

かくて (10) 式と (20) 式を等しくおけば

$$\{d_p - (d_0 + S)\} \left(S + \frac{2d_0}{3}\right) = \xi \frac{C_0^2}{2g} S$$

又は

$$\xi = \frac{2g}{C_0^2 S} \{d_p - (d_0 + S)\} \left(S + \frac{2d_0}{3}\right) \dots \dots \dots (22)$$

となり (22) 式から S が既知で q , d_0 , d_p を測定せば ξ を求める事が出来る。

若し $S=0$ であれば流線が底面と平行になり流線の彎曲がないから圖-16 の 0-0 断面上の任意の諸點に靜水壓と同様な壓力が働き $d_p = d_0$; $\xi = 0$ となり又 圖-17 の (a) から (b) に移り變る所にも ($d_p \equiv d_0 + S$), $d_p = d_0 + S$ の所があり $\xi = 0$ となる。

ξ を求める爲に行つた實驗は $S=30, 15, 10, 5$ cm の 4 種類に就て流量 (流量は上流の三角堰並に下流に設置した Rehbock 堰の兩方を讀み測定した) 即ち此の水路の粗度並に底面勾配に於て等速定流と見做し得る段落ち個所から 7 m 上流個所の水深 d_1 を夫々 4, 6, 8, 10, 12, 14 cm の 6 種類計 24 種類に就て更に下流の水深を夫々變へて行つたもので夫等の實驗値, (17) 式に依つて算出した ξ -値並に單位幅の流量 q , 段落ち個所の水深 d_0 , 段落ち個所から 4 m の下流に於ける等速定流と見做し得る個所の水深 d_2 の觀測値等は表-5~8 に示した通りである。

ii) $d_1 < S$ で C_0 なる流速が下流水位 d_2 の影響を受けない場合 (I i) の ξ -値。

此の場合の ξ は (21') 式から求める事が出来る。先づ表-5~8 から各 d_1/S に對して $(Sg/C_0^2, \xi)$ 曲線を畫き、其の曲線から一定の $-\xi$ (此の場合には $-\xi$ のみ探つて差支ない) 並に d_1/S に對する Sg/C_0^2 の値を求めば表-9 式の如くなる。更に各 $-\xi$ に對して d_1/S 及 Sg/C_0^2 の對數を夫々横距並に縦距に採つて圖示せば圖-28 の如し。圖-28 より明な如く各 $-\xi$ に對して夫々平行な直線となり丁度 d_1/S は Sg/C_0^2 の $-1/2$ 乘に比例してゐる事が解せらる。

$$\therefore d_1/S \propto (Sg/C_0^2)^{-1/2} \alpha = \alpha C_0 / \sqrt{Sg} \dots \dots \dots (23)$$

上式中 α は Const. であつて ξ に依つて異なる値である。今 ξ と α との關係を求むる爲に各 ξ に相當する α

表-5. ($S=30$ cm) $d_1 < S$

d_1 = 上流等速定流個所の水深 (cm); T = 實驗水温 (c)

q = 水路單位幅の流量 (cm²/sec)

$$K = \frac{\eta}{q^2 S} \times \frac{4}{3}; \quad a = \frac{q^2}{2g}; \quad \zeta_{cr} = -0.005 \frac{q}{S} \text{ (cm)}$$

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
實驗 番 號	d_0 (cm)	d_2 (cm)	$d_0 + S - d_1$ (cm)	ζ	d_2/S	Sg/C_0^2	$\frac{1}{R} \times 10^{-5}$	摘 要
I	2.25	32.78	- 0.15	+ 0.0723	1.093	6.8950	0.6224	$d_1=4, T=13^\circ,$ $q=147$ $K=0.0020176$ $a=11.0137$ $\zeta_{cr}=-0.0245$ $\nu=0.0122$
II	2.58	33.37	- 0.22	+ 0.1406	1.112	9.0651	0.7137	
III	2.48	32.93	- 0.02	+ 0.0118	1.098	8.3761	0.6861	
IV	2.02	31.28	+ 1.12	- 0.4335	1.043	5.5566	0.5588	
V	1.83	28.65	+ 3.63	- 1.1490	0.955	4.5626	0.5063	
I	3.34	31.46	+ 3.27	- 0.8485	1.049	3.6235	0.4623	$d_1=6$ $T=13.8^\circ \sim 14^\circ$ $q=301$ $K=0.0004812$ $a=46.1775$ $\zeta_{cr}=-0.0502$ $\nu=0.0125$
II	3.39	32.34	+ 2.09	- 0.5593	1.078	3.7325	0.4623	
III	3.61	33.82	+ 0.31	- 0.0945	1.127	4.2324	0.4997	
IV	5.00	36.82	- 0.60	+ 0.3609	1.227	8.1208	0.6921	
V	4.36	35.35	- 0.34	+ 0.1535	1.178	6.1708	0.6035	
VI	4.21	35.24	- 0.29	+ 0.1217	1.175	5.7584	0.5828	
VII	3.93	34.83	- 0.07	+ 0.0254	1.161	5.0176	0.5440	
VIII	3.12	31.15	+ 3.02	- 0.6807	1.038	3.1620	0.4319	
IX	3.26	32.59	+ 1.66	- 0.4097	1.086	3.4520	0.4513	
X	3.07	30.23	+ 4.07	- 0.8874	1.008	3.0616	0.4250	
XI	2.96	27.26	+ 6.82	- 1.3792	0.909	2.8462	0.4097	
I	8.68	39.79	- 0.12	+ 0.0874	1.326	9.1620	0.7586	$d_1=8$ $T=12$ I ~ XVI $q=492$ $K=0.0001801$ $a=123.3752$ $\zeta_{cr}=-0.082$ XVII ~ XXIII $q=436$ $K=0.0001847$ $a=120.3844$ $\zeta_{cr}=-0.081$ $\nu=0.0129$
II	6.99	38.13	- 0.01	+ 0.0046	1.271	5.9394	0.6109	
III	6.22	37.41	+ 0.12	- 0.0428	1.247	4.7034	0.5436	
IV	5.44	36.26	+ 0.64	- 0.1721	1.209	3.5982	0.4754	
V	5.12	35.61	+ 1.22	- 0.2887	1.187	3.1868	0.4475	
VI	4.88	34.89	+ 2.78	- 0.5947	1.163	2.8947	0.4265	
VII	4.60	33.69	+ 2.80	- 0.5293	1.123	2.5726	0.4020	
VIII	4.58	33.49	+ 3.08	- 0.5770	1.116	2.5505	0.4003	
IX	4.42	32.73	+ 3.62	- 0.6294	1.091	2.3751	0.3863	
X	4.32	31.43	+ 4.72	- 0.7808	1.048	2.2687	0.3776	
XI	4.05	26.19	+ 9.48	- 1.3737	0.873	1.9941	0.3540	
XII	4.05	25.21	+ 10.06	- 1.4606	0.840	1.9941	0.3540	
XIII	4.27	29.95	+ 5.97	- 0.9659	0.998	2.2166	0.3732	
XIV	4.42	31.76	+ 3.92	- 0.6817	1.059	2.3751	0.3863	
XV	5.11	35.59	+ 1.11	- 0.2617	1.186	3.1753	0.4466	
XVI	6.13	37.38	- 0.03	+ 0.0103	1.246	4.5707	0.5357	
XVII	4.59	32.89	+ 3.39	+ 0.6538	1.093	2.6254	0.4061	

(續き)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
實 驗 番 號	d_0 (cm)	d_2 (cm)	$d_0 \frac{1}{2} S - d_p$ (cm)	ζ	d_2/S	Sg/C_0^2	$\frac{1}{R} \times 10^{-5}$	摘 要
XVIII	4.75	34.46	+ 2.05	- 0.4250	1.149	2.8127	0.4203	
XIX	5.29	35.93	+ 0.49	- 0.1274	1.198	3.4902	0.4680	
XX	6.81	38.28	- 0.39	+ 0.1730	1.276	5.7792	0.6025	
XX I	8.25	39.44	- 0.45	+ 0.3010	1.315	8.4760	0.7299	
XX II	10.36	41.11	- 0.54	+ 0.5932	1.370	13.3976	0.9166	
XX III	12.49	40.48	- 0.61	+ 1.0112	1.449	19.4679	1.1051	
I	5.32	22.91	+13.25	- 1.7790	0.764	1.8104	0.3364	$d_1=10$
II	5.33	26.26	+10.77	- 1.4520	0.875	1.8081	0.3370	I ~ XIV
III	5.70	34.66	+ 3.00	- 0.4660	1.555	2.0678	0.3604	$T=11.6^\circ$
IV	6.11	35.58	+ 1.51	- 0.2717	1.186	2.3757	0.3864	$q=680$
V	6.33	37.71	+ 0.58	- 0.1144	1.257	2.5904	0.4034	$K=0.0000\ 943$
VI	7.30	39.13	- 0.30	+ 0.0788	1.304	3.3909	0.4616	$a=235.6760$
VII	9.02	40.61	- 0.38	+ 0.1574	1.354	5.1787	0.5704	$\zeta_{cr}=-0.113$
VIII	6.48	38.15	+ 0.18	- 0.0367	1.272	2.6720	0.4098	$v=0.0129$
IX	6.07	36.62	+ 1.37	- 0.2447	1.221	2.3451	0.3838	XV ~ XX II
X	6.01	35.93	+ 1.81	- 0.3144	1.193	2.2985	0.3800	$T=13.1^\circ$
XI	5.68	34.55	+ 3.23	- 0.5056	1.152	2.0531	0.3592	$q=679$
XII	5.30	25.15	+11.79	- 1.5707	0.833	1.7878	0.3351	$K=0.0000\ 945$
XIII	5.41	29.80	+ 8.41	- 1.1702	0.960	1.8632	0.3421	$a=234.9834$
XIV	5.67	32.76	+ 5.67	- 0.8708	1.092	2.0459	0.3585	$\zeta_{cr}=-0.112$
XV	5.73	33.96	+ 4.73	- 0.7449	1.132	2.0957	0.3347	$v=0.0119$
XVI	5.77	34.37	+ 3.57	- 0.5712	1.146	2.1278	0.3371	
XVII	5.83	34.67	+ 3.53	- 0.5767	1.156	2.1698	0.3406	
XVIII	5.91	34.88	+ 2.91	- 0.4895	1.163	2.2304	0.3453	
XIX	6.53	37.86	+ 0.83	- 0.1724	1.262	2.7221	0.3815	
XX	6.18	37.55	+ 1.38	- 0.2551	1.252	2.4383	0.3610	
XX I	7.23	39.43	- 0.58	+ 0.1493	1.314	3.3282	0.4218	
XX II	8.60	40.26	- 0.60	+ 0.2301	1.342	4.8506	0.5024	
I	6.0	33.61	+ 6.50	- 0.8682	1.120	1.7411	0.3436	$d_1=12$
II	7.19	36.66	+ 3.39	- 0.5105	1.222	1.9473	0.3633	$T=9^\circ$
III	7.70	38.01	+ 1.90	- 0.3313	1.267	2.2324	0.3891	$q=884$
IV	7.96	38.78	+ 1.46	- 0.2735	1.293	2.3866	0.4022	$K=0.0000\ 559$
V	6.77	33.35	+ 6.43	- 0.8514	1.112	1.7260	0.3421	$a=398.2925$
VI	6.37	28.81	+10.95	- 1.2740	0.960	1.5284	0.3219	
v ₁	6.21	25.18	+13.56	- 1.4945	0.839	1.4524	0.3138	$\zeta_{cr}=-0.147$
VIII	5.99	4.77	+16.88	- 1.7235	0.159	1.3509	0.3027	$v=0.0134$
IX	7.51	38.00	+ 1.86	- 0.3074	1.267	2.1241	0.3795	
X	8.31	39.65	+ 0.41	- 0.0843	1.322	2.6009	0.4199	
XI	10.50	42.30	- 0.70	- 0.2391	1.410	4.1522	0.5305	

(續き)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
實 驗 番 號	d_0 (cm)	d_2 (cm)	$d_0 + S - d_p$ (cm)	ζ	d_2/S	Sg/C_0^2	$\frac{1}{R} \times 10^{-5}$	摘 要
I	7.47	6.84	+19.61	-1.7354	0.228	1.1386	0.2426	$d_1=14$
II	7.99	32.18	+9.99	-1.0216	1.073	1.3029	0.2595	$T=13^\circ$
III	8.33	36.49	+6.23	-0.6967	1.216	1.4159	0.2705	$q=1201$
IV	8.65	33.12	+4.55	-0.5538	1.271	1.5261	0.2809	$K=0.0000302$
V	8.93	40.26	+2.93	-0.3808	1.342	1.6282	0.2900	$\alpha=735.1687$
VI	9.34	40.62	+1.54	-0.2207	1.354	1.7804	0.3033	$\zeta_{cr}=-0.200$
VII	10.28	42.95	-0.22	+0.1038	1.432	2.1568	0.3338	$\nu=0.0117$
VIII	10.86	43.41	-0.34	+0.1860	1.480	2.4061	0.3527	
IX	9.53	40.84	+1.23	-0.1842	1.361	1.8532	0.3095	
X	9.03	40.35	+2.23	-0.2970	1.345	1.6642	0.2932	
XI	8.31	26.06	+6.81	-0.7577	1.202	1.4091	0.2699	
XII	7.80	29.86	+11.40	-1.1066	0.995	1.2411	0.2533	
XIII	7.54	24.59	+16.49	-1.4887	0.820	1.1599	0.2448	

表-6. ($S=15$ cm) $d_1 < S$ d_1 = 上流等速定流個所の水深 (cm); T = 實験水温 (c) q = 水路單位幅の流量 (cm²/sec)

$$K = \frac{q}{q^2 S} \times \frac{4}{3}; \quad \alpha = \frac{q^2}{2g}; \quad \zeta_{cr} = -0.005 \frac{q}{S} \quad (\text{單位 cm})$$

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
實 驗 番 號	d_0 (cm)	d_2 (cm)	$d_0 + S - d_p$ (cm)	ζ	d_2/S	Sg/C_0^2	$\frac{1}{R} \times 10^{-5}$	摘 要
I	1.92	17.14	+0.52	-0.1889	1.143	2.5103	0.9839	$d_1=4$
II	2.39	18.46	-0.61	+0.3500	1.231	3.8806	1.2248	$T=15.2^\circ$
III	3.23	19.20	-0.67	+0.7237	1.280	7.1043	1.6553	$q=147$
IV	2.05	17.63	+0.05	-0.0208	1.175	2.3618	1.0506	$K=0.0040352$
V	1.85	16.53	+0.85	-0.2818	1.102	2.3306	0.9481	$\alpha=11.0137$
VI	1.75	15.86	+1.55	-0.4645	1.057	2.0855	0.8968	$\zeta_{cr}=-0.049$
VII	1.59	12.70	+3.91	-0.9609	0.847	1.7216	0.8148	$\nu=0.0113$
I	2.83	16.45	+2.83	-0.5790	1.097	1.3330	0.7316	$d_1=6$
II	3.07	18.46	+1.07	-0.2601	1.237	1.6046	0.7936	$T=15^\circ$
III	3.41	19.54	+0.31	-2.0632	1.303	1.9568	0.8815	$q=294$
IV	3.80	20.17	+0.50	-0.1915	1.345	2.4566	0.9823	$K=0.0010089$
V	7.12	23.12	-0.58	+0.8795	1.541	8.6415	1.8405	$q=44.0547$
VI	4.24	20.69	-0.56	+0.2717	1.379	3.0620	1.0960	$\zeta_{cr}=-0.098$
VII	3.28	19.22	+0.23	-0.0783	1.281	1.8306	0.8479	$\nu=0.0114$
VIII	2.96	17.41	+1.86	-0.4187	1.167	1.4921	0.7652	
IX	2.73	15.30	+3.93	-0.7454	1.020	1.2686	0.7057	
X	2.63	13.39	+5.13	-0.8995	0.893	1.1773	0.6799	
XI	2.49	3.13	+7.94	-1.2098	0.209	1.0554	0.6437	

(續き)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
實 驗 番 號	d_0 (cm)	d_2 (cm)	$d_0 + S - d_p$ (cm)	ζ	d_2/S	S_H/C_0^2	$\frac{1}{R} \times 10^{-5}$	摘 要
I	4.33	17.96	+ 4.53	- 0.8414	1.197	1.1682	0.7128	$d_1 = 8$
II	4.52	19.40	+ 3.18	- 0.6482	1.293	1.2730	0.7440	$T = 13.3^\circ$
III	4.70	20.04	+ 2.70	- 0.5989	1.336	1.2762	0.7737	$q = 486$
IV	4.86	20.76	+ 1.66	- 0.3961	1.384	1.4714	0.8000	$k = 0.0003692$
V	5.96	22.78	+ 0.16	- 0.0597	1.519	2.2122	0.9811	$\alpha = 120.3844$
VI	5.23	21.79	+ 0.73	- 0.2045	1.453	1.7040	0.8609	$\zeta_{cr} = -0.162$
VII	5.19	21.62	+ 0.99	- 0.2726	1.441	1.6783	0.8543	$\nu = 0.0120$
VIII	4.71	20.14	+ 2.01	- 0.4479	1.343	1.3820	0.7753	
IX	4.57	19.43	+ 3.07	- 0.6408	1.295	1.3012	0.7523	
X	4.33	17.13	+ 5.03	- 0.9343	1.142	1.1682	0.7128	
XI	4.13	15.19	+ 6.33	- 1.0616	1.013	1.0628	0.6798	
XII	4.03	13.00	+ 8.03	- 1.2774	0.867	1.0119	0.6634	
XIII	4.03	2.86	+ 8.03	- 1.2774	0.197	1.0119	0.6634	
I	5.33	4.60	+ 8.53	- 1.2534	0.307	0.7907	0.5328	$d_1 = 10$
II	5.33	15.76	+ 8.33	- 1.2240	1.051	0.7909	0.6328	$T = 13^\circ$
III	5.33	16.81	+ 7.38	- 1.1068	1.121	0.9977	0.6388	$q = 685$
IV	5.47	18.81	+ 5.67	- 0.8819	1.254	0.3840	0.6495	$k = 0.0001859$
V	5.88	21.46	+ 2.88	- 0.5234	1.431	1.0844	0.6381	$\alpha = 239.1546$
VI	6.62	23.75	+ 2.52	- 0.1233	1.583	1.3743	0.7860	$\zeta_{cr} = -0.2283$
VII	8.12	25.35	- 0.08	+ 0.0301	1.690	2.0673	0.9641	$\nu = 0.0122$
XIII	6.27	22.81	+ 1.27	- 0.2670	1.521	1.2332	0.7414	
IX	5.97	21.76	+ 2.37	- 0.4469	1.451	1.1176	0.7088	
X	5.85	21.41	+ 3.25	- 0.5865	1.427	1.0733	0.6916	
XI	5.63	20.26	+ 4.43	- 0.7341	1.351	0.9940	0.6684	
XII	5.35	16.57	+ 7.75	- 1.1481	1.105	0.8975	0.6352	
XIII	5.34	15.76	+ 8.04	- 1.1365	1.051	0.8945	0.6340	
XIV	5.33	4.49	+ 8.53	- 1.2534	0.299	0.8909	0.6328	
I	6.44	5.54	+ 8.44	- 1.1155	0.369	0.7708	0.5885	$d_1 = 12$
II	6.44	17.14	+ 8.14	- 1.0758	1.196	0.7708	0.5885	$T = 13^\circ$
III	6.52	19.26	+ 7.22	- 0.9811	1.284	0.7905	0.5958	$q = 890$
IV	6.64	20.37	+ 6.34	- 0.8960	1.358	0.8184	0.6068	$K = 0.0001100$
V	6.70	21.13	+ 5.70	- 0.8217	1.409	0.8331	0.6123	$\alpha = 403.7175$
VI	7.15	23.41	+ 2.65	- 0.4415	1.561	0.9478	0.6534	$\zeta_{cr} = -0.2967$
VII	7.30	23.88	+ 2.00	- 0.3491	1.592	0.9382	0.6671	$\nu = 0.0122$
VIII	8.03	25.33	+ 1.03	- 0.2233	1.689	1.1985	0.7338	
IX	8.58	26.22	- 0.02	+ 0.0050	1.748	1.3660	0.7841	
X	7.76	24.84	+ 1.46	- 0.2929	1.656	1.1191	0.7092	

(續き)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
實驗 番 號	d_0 (cm)	d_2 (cm)	d_0+S-d_p (cm)	ζ	d_2/S	Sg/C_0^2	$\frac{1}{R} \times 10^{-5}$	摘 要
XI	7.26	23.86	+ 2.46	- 0.4242	1.591	0.9778	0.6635	
XII	7.03	23.19	+ 3.03	- 0.4873	1.546	0.9197	0.6424	
XIII	6.88	22.07	+ 4.68	- 0.7171	1.471	0.8804	0.6287	
XIV	6.49	18.57	+ 7.66	- 1.0309	1.238	0.7839	0.5931	
XV	6.40	5.54	+ 8.60	- 1.1210	1.369	0.7614	0.5849	
I	8.05	7.15	+ 8.75	- 1.0458	0.477	0.6593	0.5233	$d_1=14$ $T=13^\circ$ $q=1200$ $K=0.0000606$ $a=73.9450$ $\zeta_{cr}=-0.400$ $v=0.0117$
II	8.07	21.09	+ 8.09	- 0.9800	1.460	0.6593	0.5259	
III	8.13	22.38	+ 6.92	- 0.8497	1.492	0.6767	0.5285	
IV	8.20	23.13	+ 5.90	- 0.7366	1.542	0.6858	0.5330	
V	8.46	24.65	+ 4.16	- 0.5575	1.643	0.7299	0.5499	
VI	8.78	26.46	+ 2.28	- 0.3325	1.764	0.7861	0.5707	
VII	9.11	27.06	+ 1.11	- 0.1769	1.804	0.8516	0.5922	
VIII	10.23	28.61	- 0.27	+ 0.0558	1.907	1.0644	0.6650	
IX	9.66	27.79	+ 0.66	- 0.1201	1.853	0.9550	0.6279	
X	9.03	26.61	+ 1.63	- 0.2533	1.774	0.8308	0.5870	
XI	8.44	24.99	+ 3.44	- 0.4601	1.666	0.7299	0.5486	
XII	8.35	23.70	+ 5.25	- 0.6854	1.580	0.7146	0.5423	
XIII	8.06	22.26	+ 6.76	- 0.8126	1.484	0.6636	0.5239	
XIV	8.04	6.99	+ 8.84	- 1.0555	0.466	0.6593	0.5226	

表-7. ($S=10$ cm)

d_1 =上流等速定流個所の水深 (cm); T =實驗水温 (c);
 q =水路單位幅の流量 (cm²/sec)
 $K=\frac{q}{q^2 S} \times \frac{4}{3}$; $a=q^2/2g$; $\zeta_{cr}=-0.005 \frac{q}{S}$ (單位 cm)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
實驗 番 號	d_0 (cm)	d_2 (cm)	d_0+S-d_p (cm)	ζ	d_2/S	Sg/C_0^2	$\frac{1}{R} \times 10^{-5}$	摘 要
I	1.92	5.83	+ 4.42	- 1.6341	0.583	1.6287	1.3015	$d_1=4$ $T=19.8^\circ$ $q=149$ $K=0.0058919$ $a=11.3154$ $\zeta_{cr}=-0.0745$ $v=0.0101$ $d_1 < S$
II	1.93	10.08	+ 2.93	- 1.0885	1.008	1.6457	1.3083	
III	2.11	12.56	+ 0.31	- 0.1392	1.256	1.9674	1.4303	
IV	3.20	14.23	- 0.80	+ 0.8782	1.423	4.5223	2.1691	
V	2.31	13.19	- 0.39	+ 0.2122	1.319	2.3579	1.5658	
VI	1.96	11.42	+ 1.16	- 0.4453	1.142	1.6976	1.3286	
VII	1.81	9.43	+ 3.01	- 0.9768	0.943	1.4478	1.2269	
VIII	1.74	7.82	+ 4.04	- 1.3063	0.782	1.3378	1.1795	
IX	1.73	5.31	+ 4.73	- 1.3955	0.531	1.3226	1.1727	

(續き)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
實 驗 番 號	d_0 (cm)	d_2 (cm)	d_0+S-d_p (cm)	ζ	d_2/S	Sg/C_0^2	$\frac{1}{K} \times 10^{-5}$	摘 要
I	3.07	2.88	+ 5.87	- 1.4627	0.288	1.0342	1.0268	$d_1=6$ $T=20.5^\circ$ $q=299$ $K=0.0014\ 631$ $\alpha=45.5659$ $\zeta_{cr}=-0.1495$ $\nu=0.0100$ $d_1 < S$
II	3.08	10.14	+ 4.88	- 1.2246	1.014	1.0410	1.0301	
III	3.23	13.26	+ 1.73	- 0.4814	1.326	1.1448	1.0803	
IV	3.34	14.04	+ 1.04	- 0.3113	1.404	1.2341	1.1171	
V	3.58	14.87	+ 0.18	- 0.0627	1.487	1.4063	1.1973	
VI	4.92	16.31	- 0.28	+ 0.1976	1.631	2.6563	1.6455	
VII	4.79	15.96	- 0.21	+ 0.1396	1.596	1.6746	1.6020	
VIII	3.36	14.24	+ 0.56	- 0.1698	1.424	1.2388	1.1233	
IX	3.10	12.66	+ 2.10	- 0.5344	1.266	1.0545	1.0368	
X	2.96	10.41	+ 4.26	- 0.9808	1.041	0.9615	0.9900	
XI	2.92	8.16	+ 5.42	- 1.2115	0.816	0.9356	0.9766	
XII	2.92	3.42	+ 5.42	- 1.2115	0.342	0.9356	0.9766	
I	4.14	3.82	+ 5.34	- 0.9701	0.382	0.7119	0.8518	$d_1=8$ $T=21.0^\circ$ $q=486$ $K=0.0005\ 538$ $\alpha=120.3853$ $\zeta_{cr}=-0.243$ $\nu=0.0100$ $d_1=S$
II	4.14	11.63	+ 5.34	- 0.9701	1.163	0.7119	0.8518	
III	4.32	13.49	+ 4.02	- 0.8027	1.349	0.7752	0.8889	
IV	4.44	14.68	+ 2.44	- 0.5173	1.468	0.8187	0.9136	
V	4.71	15.76	+ 1.61	- 0.3899	1.576	0.9213	0.9691	
VI	4.94	16.53	+ 0.94	- 0.2533	1.653	1.0195	1.0162	
VII	5.69	17.82	- 0.51	+ 0.1891	1.782	1.3446	1.1705	
VIII	5.19	17.08	- 0.01	+ 0.0030	1.708	1.1189	1.0676	
IX	4.70	15.48	+ 1.90	- 0.4578	1.548	0.9175	0.9668	
X	4.28	13.32	+ 4.18	- 0.8176	1.332	0.7608	0.8803	
XI	4.14	11.96	+ 5.24	- 0.9520	1.196	0.7119	0.8518	
XII	4.14	3.86	+ 5.34	- 0.9520	0.386	0.7119	0.8518	
I	5.58	4.57	+ 5.68	- 1.0295	0.457	0.6605	0.8124	$d_1=10$ $T=21.8^\circ$ $q=680$ $K=0.0002\ 8287$ $\alpha=235.6760$ $\zeta_{cr}=-0.340$ $\nu=0.0099$ $d_1=S$
II	5.58	14.11	+ 5.68	- 1.0295	1.411	0.6605	0.8124	
III	5.69	15.54	+ 4.39	- 0.8318	1.554	0.6868	0.8284	
IV	5.83	16.69	+ 3.03	- 0.6068	1.669	0.7211	0.8488	
V	6.16	17.89	+ 1.26	- 0.2862	1.789	0.8051	0.8968	
VI	6.58	18.89	+ 0.48	- 0.1269	1.889	0.9184	0.9580	
VII	7.88	20.40	- 0.82	+ 0.3296	2.040	1.3177	1.1472	
VIII	7.23	19.75	- 0.37	+ 0.1217	1.975	1.1090	1.0526	
IX	6.36	18.38	+ 0.85	- 0.2078	1.838	0.8582	0.9260	
X	5.93	17.15	+ 2.23	- 0.4642	1.715	0.7460	0.8633	
XI	5.63	15.46	+ 4.33	- 0.8009	1.546	0.6724	0.8197	
XII	5.59	4.61	+ 5.69	- 1.0356	0.461	0.6630	0.8138	

(續き)

(1)	(1)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
實 驗 番 號	d_0 (cm)	d_2 (cm)	d_0+S-d_p (cm)	ζ	d_2/S	Sg/C_0^2	$\frac{1}{R} \times 10^{-5}$	摘 要
I	6.68	5.84	+ 5.68	- 0.8873	0.584	0.5404	0.7348	$d_1=12$
II	6.68	16.30	+ 5.68	- 0.8873	1.630	0.5404	0.7348	$T=21.6^\circ$
III	6.81	16.99	+ 4.91	- 0.8020	1.699	0.5617	0.7491	$q=900$
IV	7.03	18.07	+ 3.63	- 0.6383	1.809	0.5987	0.7733	$K=0.0001\ 615$
V	7.46	19.82	+ 1.66	- 0.3351	1.982	0.6740	0.8206	$\alpha=412.8408$
VI	7.74	20.26	+ 1.14	- 0.2508	2.026	0.7257	0.8514	$\nu=0.0099$
VII	8.67	21.74	- 0.13	+ 0.0374	2.174	0.9106	0.9537	$d_1>S$
VIII	9.94	22.60	- 0.36	+ 0.1433	2.260	1.1968	1.0934	
IX	8.13	21.11	+ 0.43	- 0.1061	2.111	0.8005	0.8943	
X	7.18	18.87	+ 3.88	- 0.7163	1.887	0.6243	0.7898	
XI	6.68	15.56	+ 5.68	- 0.8559	1.556	0.5404	0.7348	
I	7.98	6.99	+ 5.78	- 0.7697	0.699	0.4346	0.6855	$d_1=14$
II	7.98	18.81	+ 5.68	- 0.7565	1.881	0.4346	0.6855	$T=18.8^\circ$
III	8.14	19.53	+ 5.14	- 0.7172	1.953	0.4522	0.6993	$q=1199$
IV	8.56	20.60	+ 3.66	- 0.5748	2.060	0.4999	0.7353	$K=0.0000\ 910$
V	8.83	21.77	+ 2.33	- 0.3939	2.177	0.5319	0.7585	$\alpha=732.7217$
VI	8.32	22.76	+ 1.02	- 0.1960	2.276	0.5929	0.8006	$\nu=0.0103$
VII	10.00	24.82	- 0.10	+ 0.0227	2.482	0.6824	0.8591	$d_1>S$
VIII	8.88	21.85	+ 1.88	- 0.3221	2.185	0.5332	0.7628	
IX	8.28	20.16	+ 3.48	- 0.5053	2.016	0.4677	0.7113	
X	7.98	7.01	+ 5.78	- 0.7697	0.701	0.4346	0.6855	

表-8. ($S=5\text{ cm}$) d_1 = 上流等速定流個所の水深 (cm); T = 實験水温 (c) q = 水路單位幅の流量 (cm²/sec) $K = \frac{q}{q^2 S} \times \frac{4}{3}$; $\alpha = \frac{q^2}{2g}$; $\zeta_{cr} = -0.005 \frac{q}{S}$ (單位 cm)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
實 驗 番 號	d_0 (cm)	d_2 (cm)	d_0+S-d_p (cm)	ζ	d_2/S	Sg/C_0^2	$\frac{1}{R} \times 10^{-5}$	摘 要
I	1.87	4.05	+ 2.27	- 0.9127	0.810	0.8046	2.5361	$d_1=4$
II	1.87	5.70	+ 2.27	- 0.9127	1.140	0.8046	2.5316	$T=21.8^\circ$
III	1.90	5.95	+ 2.10	- 0.8747	1.190	0.8308	2.5768	$q=146$
IV	1.93	6.34	+ 1.93	- 0.8319	1.268	0.8570	2.6175	$K=0.0122\ 701$
V	2.04	7.57	+ 0.84	- 0.4093	1.514	0.9576	2.7666	$\alpha=10.8643$
VI	2.09	7.95	+ 0.49	- 0.2519	1.590	1.0053	2.8345	$\zeta_{cr} = -0.146$
VII	2.23	8.49	+ 0.03	- 0.0178	1.698	1.1443	3.0243	$\nu=0.0099$
VIII	2.38	8.77	- 0.42	+ 0.2885	1.754	1.3038	3.2278	$d_1<S$
IX	2.29	8.59	- 0.31	+ 0.1953	1.718	1.2067	3.1057	
X	2.06	7.58	+ 0.76	- 0.3784	1.516	0.9767	2.7938	
XI	1.87	4.87	+ 2.27	- 0.9127	0.978	0.8046	2.5361	

(續き)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
實 験 番 號	d_0 (cm)	d_2 (cm)	$d_0 + S - d^v$ (cm)	ζ	d_2/S	Sg/C_0^2	$\frac{1}{R} \times 10^{-5}$	摘 要
I	3.22	4.69	+ 2.52	- 0.8110	0.988	0.5613	2.0539	$d_1 = 6$
II	3.22	8.40	+ 2.52	- 0.8110	1.680	0.5613	2.0539	$T = 22.1^\circ$
III	3.24	8.85	+ 1.94	- 0.6418	1.770	0.5683	2.0667	$q = 301$
IV	3.34	9.41	+ 1.34	- 0.4678	1.882	0.6040	2.1305	$K = 0.0028876$
V	3.53	10.32	+ 0.23	- 0.0881	2.064	0.6746	2.2517	$\alpha = 46.1775$
VI	3.74	10.83	- 0.16	+ 0.0726	2.166	0.7573	2.3856	$\nu = 0.0096$
VII	3.90	11.00	- 0.40	+ 0.2046	2.200	0.8506	2.4877	$d_1 > S$
VIII	3.60	10.54	+ 0.10	- 0.0416	2.108	0.7016	2.2963	
IX	3.30	9.20	+ 0.50	- 0.5093	1.840	0.5896	2.1050	
X	3.21	7.41	+ 2.51	- 0.7998	1.482	0.5578	2.0476	
I	4.56	4.65	+ 2.56	- 0.6826	0.980	0.4146	1.7652	$d_1 = 8$
II	4.56	10.75	+ 2.56	- 0.6826	2.150	0.4146	1.7652	$T = 22^\circ$
III	4.65	11.18	+ 2.15	- 0.6006	2.236	0.4311	1.8000	$q = 496$
IV	4.83	11.93	+ 1.13	- 0.3457	2.386	0.4651	1.8697	$K = 0.00106346$
V	5.15	12.73	+ 0.55	- 0.1963	2.546	0.5289	1.9936	$\alpha = 125.3894$
VI	5.54	13.25	- 0.26	+ 0.1107	2.650	0.6120	2.1445	$\nu = 0.0096$
VII	6.53	13.70	- 0.57	+ 0.3627	2.740	0.8502	2.5278	$d_1 > S$
VIII	5.33	12.74	+ 0.13	- 0.0504	2.548	0.5664	2.0632	
IX	4.92	12.25	+ 0.92	- 0.2941	2.450	0.4826	1.9045	
X	4.72	11.47	+ 1.82	- 0.5268	2.294	0.4442	1.8271	
XI	4.55	10.44	+ 2.55	- 0.6765	2.088	0.4128	1.7613	
I	5.92	5.60	+ 2.72	- 0.7238	1.020	0.3718	1.6715	$d_1 = 10$
II	5.92	12.77	+ 2.72	- 0.7238	2.554	0.3718	1.6715	$T = 22^\circ$
III	5.94	13.16	+ 2.34	- 0.6278	2.632	0.3743	1.6772	$q = 680$
VI	6.14	13.69	+ 1.44	- 0.4190	2.738	0.3998	1.7336	$K = 0.0005659$
V	6.30	14.17	+ 0.90	- 0.2788	2.834	0.4209	1.7788	$\alpha = 235.6760$
VI	6.97	15.02	- 0.40	+ 0.1592	3.004	0.5154	1.9680	$\nu = 0.0096$
VII	9.14	16.57	- 0.76	+ 0.5978	3.314	0.8862	2.5807	$d_1 > S$
VIII	7.63	15.65	- 0.57	+ 0.2841	3.130	0.6175	2.1543	
IX	6.53	14.51	+ 0.33	- 0.1117	2.902	0.4524	1.8437	
X	6.11	13.42	+ 1.91	- 0.5490	2.684	0.3960	1.7252	
XI	5.93	12.45	+ 2.73	- 0.7176	2.490	0.3622	1.6743	
I	7.29	6.85	+ 2.89	- 0.6868	1.370	0.3013	1.4799	$d_1 = 12$
II	7.29	14.95	+ 2.89	- 0.6868	2.990	0.3013	1.4799	$T = 23^\circ$
III	7.33	15.10	+ 2.32	- 0.5615	3.020	0.3047	1.4881	$q = 930$
IV	7.60	15.81	+ 1.60	- 0.4221	3.162	0.3276	1.5429	$K = 0.0003024$

(續き)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
實 驗 番 號	d_0 (cm)	d_2 (cm)	$d_0 + S - d^p$ (cm)	ξ	d_2/S	Sg/C_0^2	$\frac{1}{R} \times 10^{-5}$	摘 要
V	7.74	16.22	+ 0.84	- 0.2329	3.244	0.3398	1.5713	$\alpha = 440.8322$ $\nu = 0.00944$ $d_1 > S$
VI	7.99	16.60	+ 0.69	- 0.2064	3.320	0.3621	1.6220	
VII	8.97	17.56	- 0.53	+ 0.2124	3.512	0.4563	1.8201	
VIII	8.53	17.07	- 0.27	+ 0.0953	3.414	0.4128	1.7317	
IX	7.60	15.81	+ 1.60	- 0.4299	3.162	0.3276	1.5429	
X	7.28	14.69	+ 2.88	- 0.6822	2.538	0.3005	1.4779	
I	8.83	8.42	+ 3.13	- 0.7252	1.684	0.2659	1.3771	$d_1 = 14$ $T = 23.5^\circ$ $q = 1199$ $K = 0.0001820$ $\alpha = 732.7217$ $\nu = 0.00935$ $d_1 > S$
II	8.83	16.91	+ 3.13	- 0.7252	3.382	0.2659	1.3771	
III	8.87	17.38	+ 2.47	- 0.5789	3.476	0.2684	1.3834	
IV	8.98	17.69	+ 1.68	- 0.4063	3.538	0.2752	1.4005	
V	9.16	18.09	+ 1.46	- 0.3714	3.618	0.2862	1.4286	
VI	9.48	18.29	+ 0.68	- 0.1888	3.658	0.3066	1.4785	
VII	9.89	18.77	- 0.01	+ 0.0031	3.754	0.3338	1.5424	
VIII	9.93	18.86	- 0.07	+ 0.0219	3.772	0.3365	1.5487	
IX	9.03	18.00	+ 1.53	- 0.3755	3.600	0.2783	1.4083	
X	8.83	16.75	+ 3.13	- 0.7252	3.350	0.2659	1.3771	

表-9. Sg/C_0^2 の 値

d_1/S	0.133	0.200	0.267	0.333	0.400	0.467	0.400	0.533	0.600	0.667	0.800	0.933	1.000
-1.40	—	3.010	2.140	1.780	1.460	1.170	1.340	—	0.910	—	—	—	—
-1.20	—	3.050	2.170	1.850	1.520	1.220	1.360	1.055	0.925	0.880	—	—	—
-1.00	4.690	3.150	2.250	1.910	1.590	1.290	1.420	1.095	0.955	0.920	0.770	0.660	0.640
-0.80	4.930	3.280	2.370	2.010	1.690	1.380	1.520	1.175	1.010	0.975	0.810	0.685	0.665
-0.70	5.100	3.360	2.450	2.070	1.760	1.420	1.575	1.225	1.050	1.010	0.840	0.705	0.680
-0.60	5.240	3.460	2.530	2.140	1.810	1.480	1.640	1.275	1.080	1.050	0.865	0.725	0.700
-0.50	5.400	3.570	2.630	2.210	1.890	1.540	1.710	1.335	1.125	1.090	0.905	0.750	0.720

$\text{Log } \frac{Sg}{C_0^2}$ の 値

$\text{log } d_1/S$	-0.876	-0.699	-0.573	-0.473	-0.398	-0.331	-0.338	-0.273	-0.222	-0.176	-0.097	-0.030	0.000
-1.40	—	0.479	0.330	0.250	0.164	0.068	0.127	—	-0.041	—	—	—	—
-1.20	—	0.484	0.336	0.267	0.182	0.086	0.134	0.023	-0.034	-0.056	—	—	—
-1.00	0.671	0.498	0.352	0.281	0.201	0.111	0.152	0.039	-0.020	-0.036	-0.114	-0.180	-0.194
-0.80	0.693	0.516	0.375	0.303	0.228	0.140	0.182	0.070	0.004	-0.011	-0.092	-0.164	-0.177
-0.70	0.708	0.526	0.389	0.316	0.246	0.152	0.197	0.088	0.021	0.004	-0.076	-0.152	-0.167
-0.60	0.719	0.539	0.403	0.330	0.258	0.170	0.215	0.106	0.033	0.021	-0.063	-0.140	-0.155
-0.50	0.732	0.553	0.420	0.344	0.276	0.188	0.233	0.125	0.051	0.037	-0.043	-0.135	-0.143

圖-28.

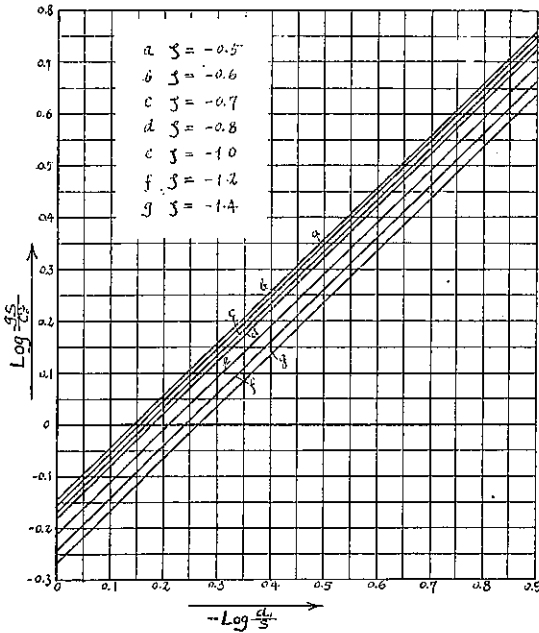


圖-29.

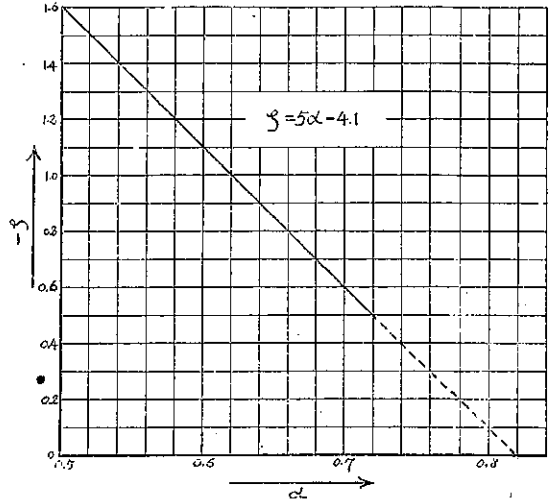


表-10.

ξ	log α	α
-0.5	-0.145	0.716
-0.6	-0.155	0.700
-0.7	-0.168	0.679
-0.8	-0.180	0.661
-1.0	-0.210	0.617
-1.2	-0.240	0.575
-1.4	-0.265	0.543

の値を 圖-28 より求めれば 表-10 の如く之を圖示せば 圖-29 の如し。即 α を次式で表はすことが出来る

$$\alpha = 0.2\xi + 0.82 \text{ 又は } \xi = 5\alpha - 4.1 \dots\dots(24)$$

此の値を (23) 式に代入すれば (24') 式を得られる。

$$d_1/S = (0.2\xi + 0.82) \frac{C_0}{\sqrt{gS}} \dots\dots(24')$$

而して水脈の裏側にも大氣の壓力が働き d_0 が下流水並に S の影響を受けない場合は下流水路の粗度並に底面勾配に依つて多少の相違はあるが落水脈の裏側には 其の下流側の水位より高い底面渦を伴つて安定の水脈を形成し平衡を保つてゐる其時は $\xi = 0$ である。然し下流水位が上昇し S と大差ないか或は S は d_1 に比して餘り大でなければ水脈の裏側に空氣がなくなり大氣の壓力は働かない其の限界に於ても $C_0 = 60 d_0^{1.5}$ の關係ある故に之を (24') 式に代入せば

$$\therefore d_1/S = (0.2\xi + 0.82) \frac{\sqrt{60 d_0}}{\sqrt{981 S}}$$

$$\therefore \xi = 2.61 \frac{d_1}{\sqrt{S d_0}} - 4.1 \text{ (單位 cm)} \dots\dots(25)$$

又 (24) 式中 $\alpha \gg d_2$ で水脈が跌落面にくつゝいて流下する時は該式中の C_0 の値に (6') 式の値を代入すれば

$$d_1/S = (0.2\xi + 0.82) \frac{39 d_1^{0.428} S^{0.071}}{\sqrt{981 S}}$$

$$\therefore \xi = 4.02 (d_1/S)^{0.572} - 4.1 \text{ (單位 cm)} \dots\dots(25')$$

となる。

圖-29 から推定せば $\alpha = 0.2\xi + 0.82$ なる式から $\alpha = 0$ の時 $\xi = 4.1$ となり此の粗度並に底面勾配の水路に於て

は ξ は -4.1 まで達し得る譯であるが實際上此の場合 $\xi = -2.0$ 以下になれば水脈の裏側に空氣が侵入し實現する事は困難であつて ξ の最少値は -2.0 とおいて差支へない。(25) 式から S が一定であり及 d_1, d_2 が観測されるか或は Q (例へば最大洪水量又は取水量) が推定されたとすれば ξ を求める事が出来、従つて (10) 式から裏側に働く力も求める事が出来る。

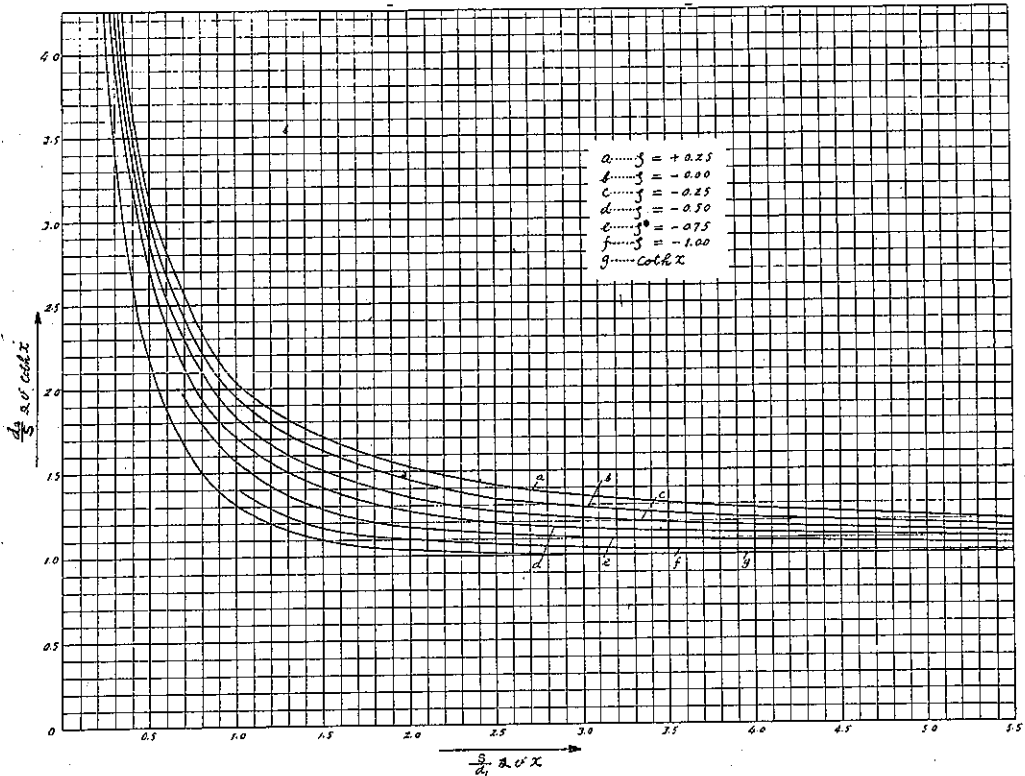
iii) C. なる流速が下流水位 d_2 (静流) の影響を受ける場合の ξ -値 (不完全溢流であつて $d_1 \leq S$ の I-ii 及 II-ii 兩者に共通して採用せらる)。

此の場合の ξ は (21') 式から求める事が出来る。而して之を求める爲に 表-5~8 中の値から横距に d_2/S を又縦距に ξ を採り各 S/d_1 の曲線を畫き其の曲線より

$$\xi = 0.25, \quad 0.0, \quad -0.25, \quad -0.50, \quad 0.75, \quad -1.0$$

に對する S/d_1 の値を求め更に上記の各 ξ の値に對して S/d_1 を横距に d_2/S を縦距に採つて夫々圖示せば圖-30 を得られる又此の同一座標に x を横距に $\coth x$ を縦距に採つて圖示せば同圖の最下の曲線となる。

圖-30.



是等各 ξ に對する $(S/d_1, d_2/S)$ 曲線と $(x, \coth x)$ 曲線との任意の角度 α に於ける原點からの夫々の距離 r の比は次式を以つて表さる。

$$r\text{-比} = \sqrt{\frac{\left(\frac{S}{d_1}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{S}\right)^2}{x^2 + \coth^2 x}} = \frac{d_2^2}{S} \operatorname{tgh} \alpha = S/d_1 x \dots \dots \dots (26)$$

r -比は 表-11 の如し。

表-11.

φ (角度)	$\sin 2\varphi$	$x, \coth x$ 曲線の r (同逆数)	$r \left(\sqrt{\left(\frac{S}{d_1}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{S}\right)^2} \right)$ $x^2 + \coth^2 x$					
			$\zeta = +0.25$	$\zeta = 0.00$	$\zeta = -0.25$	$\zeta = -0.50$	$\zeta = -0.75$	$\zeta = -1.00$
1.484 (85°)	0.1736	3.53 (0.2833)	4.23 (1.1984)	4.10 (1.1615)	3.96 (1.1219)	3.84 (1.0879)		
1.396 (87°)	0.3420	2.59 (0.3984)	3.09 (1.2311)	3.00 (1.1952)	2.91 (1.1593)	2.83 (1.1275)		
1.309 (75°)	0.5000	2.11 (0.4739)	2.69 (1.2748)	2.60 (1.2321)	2.51 (1.1895)	2.40 (1.1374)		
1.222 (70°)	0.6428	1.89 (0.5291)	2.43 (1.2857)	2.37 (1.2540)	2.28 (1.2063)	2.18 (1.1534)	2.07 (1.0952)	
1.135 (65°)	0.7660	1.75 (0.5714)	2.28 (1.3028)	2.24 (1.2799)	2.14 (1.2228)	2.04 (1.1657)	1.94 (1.1085)	
1.048 (60°)	0.8660	1.68 (0.5952)	2.23 (1.3273)	2.17 (1.2916)	2.07 (1.2321)	1.98 (1.1785)	1.87 (1.1130)	
0.960 (55°)	0.9397	1.65 (0.6161)	2.23 (1.3516)	2.15 (1.3031)	2.05 (1.2426)	1.97 (1.1940)	1.85 (1.1213)	
0.873 (50°)	0.9818	1.66 (0.6024)	2.26 (1.3614)	2.18 (1.3132)	2.07 (1.2470)	1.98 (1.1928)	1.86 (1.1205)	1.74 (1.0482)
0.785 (45°)	1.0000	1.70 (0.5882)	2.33 (1.3705)	2.25 (1.3235)	2.13 (1.2529)	2.03 (1.1940)	1.90 (1.1176)	1.78 (1.0470)
0.698 (40°)	0.9848	1.77 (0.5650)	2.43 (1.373)	2.36 (1.3324)	2.23 (1.2600)	2.12 (1.1978)	1.98 (1.1119)	1.85 (1.0453)
0.611 (35°)	0.9397	1.89 (0.5291)	2.59 (1.3704)	2.51 (1.3280)	2.37 (1.2539)	2.26 (1.1957)	2.11 (1.1164)	1.98 (1.0476)
0.524 (30°)	0.8660	2.10 (0.4762)	2.84 (1.3524)	2.71 (1.2905)	2.59 (1.2334)	2.48 (1.1810)	2.34 (1.1143)	2.20 (1.0476)
0.436 (25°)	0.7660	2.41 (0.4149)	3.21 (1.3318)	3.08 (1.2779)	2.93 (1.2157)	2.79 (1.1534)	2.66 (1.1036)	2.53 (1.0497)
0.349 (20°)	0.6428	2.93 (0.3413)	3.80 (1.2969)	3.66 (1.2492)	3.52 (1.2014)	3.36 (1.1468)	3.20 (1.0922)	3.07 (1.0478)
0.262 (15°)	0.5000	3.85 (0.2597)	4.82 (1.2518)	4.66 (1.2102)	4.50 (1.1687)	4.35 (1.1300)	4.19 (1.0881)	3.97 (1.0310)

表-11 を檢すれば $\varphi = 0.698 (= 45^\circ)$ 附近に於いて各々曲線共夫等の r -比は最大となり夫より前後は漸減して居る事を發見する。そこで更に此の r -比並に $\sin 2\varphi$ を夫々縦距、横距に採つて圖示せば 圖-31 の如くなる。是等の曲線は各々に對して直線と見做しても差支へない故に

$$\frac{d_2}{S} \operatorname{tgh} x = (r\text{-比}) = \alpha + \beta \sin 2\varphi \dots\dots\dots (27)$$

なる式で表さる。圖上 α 及び β を求めば 表-12 の如し、かくて是等 α 及び β の値を (27) 式に代入すれば ζ を求める事が出来る。即ち

$$\begin{aligned} \frac{d_2}{S} \operatorname{tgh} x &= 1.121 + 0.108 \zeta + (0.203 + 0.132 \zeta - 0.032 \zeta^2) \sin 2\varphi \\ \zeta^2 - \left(\frac{3.375}{\sin 2\varphi} + 4.125 \right) \zeta + \frac{31.25 \frac{d_2}{S} \operatorname{tgh} x - 35.031}{\sin 2\varphi} - 6.344 &= 0 \end{aligned} \dots\dots\dots (28)$$

上式は ζ に関して二次式なる故に ζ には 2 根があるが負號のみ採用される。即ち

$$\zeta = \left(2.063 + \frac{1.688}{\sin 2\varphi} \right) (-) \sqrt{\left(2.063 + \frac{1.688}{\sin 2\varphi} \right)^2 + 6.344 - \frac{31.25 \frac{d_2}{S} \operatorname{tgh} x - 35.031}{\sin 2\varphi}} \dots\dots\dots (29)$$

表-12. $\frac{d_2}{S} \operatorname{tgh} \alpha$ の 値

(1) $\sin 2\varphi$ ζ	(2)	(3)	(4)
	0.0	1.0	(3)-(2)
+0.25	1.148	1.382	0.234
0.0	1.121	1.324	0.203
-0.25	1.094	1.262	0.168
-0.50	1.067	1.196	0.129
-0.75	1.040	1.126	0.086
-1.00	1.013	1.052	0.039
	$\alpha = 1.121$ $+ 0.108 \zeta$	$1.324 + 0.24 \zeta$ $- 0.032 \zeta^2$	$\beta = 0.203$ $+ 0.132 \zeta - 0.032 \zeta^2$

而して

$$\frac{d_2}{S} \operatorname{tgh} x = 1.121 + 0.203 \sin 2\varphi \dots\dots\dots (28')$$

の時は ζ の符號の變る所であつて (圖-17 (a), (b) 参照) $\zeta = 0$ となる。又 II-ii の場合に往々起るのであるが d_1 が S に比して遙かに大なる時は (29) 式から算出された ζ -値が虚數になる事がある。即ち

$$\frac{d_2}{S} \operatorname{tgh} x > 0.339 \sin 2\varphi + 1.344 + \frac{0.091}{\sin 2\varphi}$$

の關係にある時 ζ -値は虚數となつて ζ -値は意味のない値である。流れの状態が

斯くの如き關係にある時は S に依る影響は此の流れに最早ない事を意味し此時も亦 $\zeta = 0$ において (17') 式で流れの關係を計算す可きである。(29) 式中 φ 及び $\operatorname{tgh} x$ 又は x は夫々

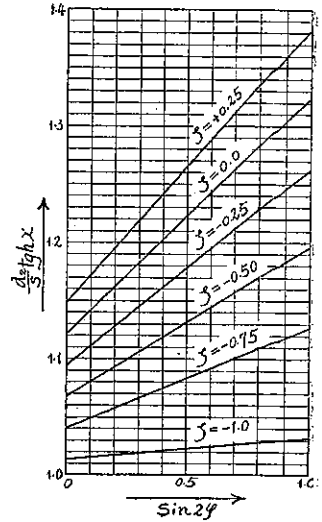
$$\operatorname{tg} \varphi = d_1 d_2 / S^2 \dots\dots\dots (30)$$

$$\operatorname{tgh} x = S^2 / d_1 d_2 x \dots\dots\dots (31)$$

なる關係式から直接又は試算に依つて求められる。又

$$x = \operatorname{arc} \operatorname{tgh} x = \frac{S^2}{d_1 d_2 x} = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + S^2 / d_1 d_2 x}{1 - S^2 / d_1 d_2 x} = \frac{S^2}{d_1 d_2 x} + \frac{1}{3} \left(\frac{S^2}{d_1 d_2 x} \right)^3 + \dots\dots \left(\left| \frac{S^2}{d_1 d_2 x} \right| < 1 \right)$$

圖-31.



なる關係がある故に近似的には

$$x^2 - \frac{S^2}{d_1 d_2} x^2 - \frac{1}{3} \left(\frac{S^2}{d_1 d_2} \right)^3 = 0 \dots\dots\dots (31')$$

から求める事が出来、更に近似的には(31'')式から求められる。

$$x = S/\sqrt{d_1 d_2} \dots\dots\dots (31'')$$

若し $S/\sqrt{d_1 d_2} < 0.15$ には(31'')式で實用上差支へない。又 $x < 0.1$ の時は $x = \operatorname{tgh} x = S^2/d_1 d_2$ とおく事が出来る。かゝる場合即ち $d_1 d_2 > 10 S$ の場合の(29)式は

$$\zeta = \left(2.063 + \frac{1.688}{\sin 2\varphi} \right) - \sqrt{\left(2.063 + \frac{1.688}{\sin 2\varphi} \right)^2 + 6.344 - \frac{31.25 \sqrt{\frac{d_2}{d_1}} - 35.031}{\sin 2\varphi}}$$

で表されハイボリックファンクションの表を使用するに及ばない。一般自然河川の河底にかゝる $d_1 d_2$ に比して S^2 の小なる隠れたる段落ち個所の存在する場合は往々発見せられる所で、更に其度が激しくなれば遂に前述の如く平方根内の値が負になる事もあり得、外觀上水面には何等の變化も認められない。而して正確なる $\operatorname{tgh} x$ 又は x の値は(31'')又は(31')の x の値より少し大きい値を想定しハイボリックファンクションの表と計算尺とを併用する事に依り容易に求められる。又 $S^2/d_1 d_2 > 4.0$ の場合即ち上流水深に比して段落ち個所の落差 S の極めて大なる時は $\operatorname{tgh} x = 1$ とおいて ζ 値を求めても實用上差支へない。かゝる場合に於て若し $\zeta = 0$ 、即ち段落ち個所の裏面に働く壓力が静水壓に等しい壓力分布となれば(28)式から

$$d_2/S - 1.121 - 0.203 \sin 2\varphi = 0 \dots\dots\dots (28')$$

となる。又

$$\sin 2\varphi = \frac{2 \operatorname{tg} \varphi}{1 - \operatorname{tg}^2 \varphi} = \frac{2XY}{X^2 + Y^2}$$

但し $X = S/d_1$; $Y = S/d_2$

なる故に上式に代入すれば

$$X^2 - \frac{Y}{2.463 Y - 2.761} X + Y^2 = 0 \dots\dots\dots (28'')$$

となる、 $S > 2\sqrt{d_1 d_2}$ と言ふ様な d_1 に比し S の大なる時は(28'')式から段落ち個所の S と下流の水理學的條件に依つて決定する下流水位 d_2 が與へられて居る時の $\zeta = 0$ に相當する流量 d_1 (上流等速流の所の水深であつてある河川又は水路の流量又は取水量)を三角函數を使用せず簡單に求める事が出来る。想定流量が夫より大となれば ζ は (+) となり段落ち個所の水面は下流に向つて擴大し第一波の最深部は該個所より上流に移動する。かくて最大流速個所は段落ち個所から上流にあつて、床留工等に於ては床留工の上流側の河床も充分補強せざれば洗掘を惹起する事となる。而して $S > 2\sqrt{d_1 d_2}$ なる流れは I-ii より寧ろ I-i の流れに多く見られるは勿論である。

iv) $d_1 > S$ で下流水路の流れが射流の場合の ζ -値

II-i

此の場合の ζ -値は I-i の場合と同様 d_1 即ち流量と S が與へられた場合に於ける最小値である。此時は矢張(21')式から出發す可きであるが I-i の時と異り(23)式の關係は成立しない。なぜなれば C_0 は $d_1/S > 1$ なる故に d_1/S に依つて變化し ζ -値は變數 d_1/S と gS/C_0^2 の和の函數なる事が想像せられる。今 ζ を縦距に S/d_1

$S/d_1 + C_0/\sqrt{2gS}$ を横距に採つて圖示せば 圖-32 に示す如く

$$\zeta = 3.266 - 2.312(S/d_1 + C_0/\sqrt{2gS}) \dots\dots (32)$$

とにおいて差支へない。然るにかゝる場合の C_0 は (18') 式の關係があるから之を (32) 式に代入すれば (33) 式を得らる。

$$\begin{aligned} \zeta &= 3.236 - 2.312(S/d_1 + 39d_1^{0.417}S^{0.053}/\sqrt{2gS}) \\ &= 3.266 - 2.312S/d_1 - 2.038(d_1/S)^{0.417} \text{ (單位 cm)} \end{aligned} \dots\dots (33)$$

即ち此の場合は S と d_1 を知る事に依り ζ を直接容易に求められる。(33) 式から算出した ζ -値と實驗の結果 (22) 式から算出した ζ -値とを比較せば 表-13 の如くである。

圖-23.

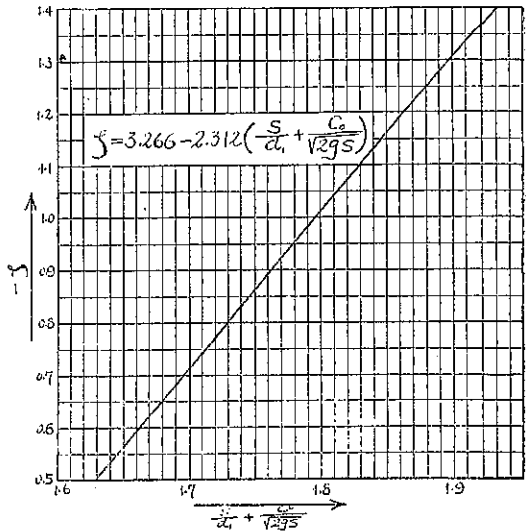


表-13.

$$\zeta = 3.266 - 2.312 S/d_1 - 2.038(d_1/S)^{0.417} \dots\dots (28)$$

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
S	$\frac{S}{d_1}$	$2.312 \frac{S}{d_1}$	$\frac{d_1}{S}$	$(\frac{d_1}{S})^{0.417}$	$2.038(\frac{d_1}{S})^{0.417}$	(28) 式から算出した ζ -値	(22) 式から算出した ζ -値	(7) - (8)	$\frac{(9) \times 100}{(8)}$ %
10	1.000	2.312	1.0	1.0000	2.038	-1.084	-1.030	-0.051	+ 4.7
"	0.833	1.926	1.2	1.0790	2.199	-0.859	-0.887	+0.028	- 3.2
"	0.714	1.651	1.4	1.1507	2.345	-0.730	-0.770	+0.040	- 5.4
5	0.833	1.926	1.2	1.0790	2.199	-0.859	-0.811	-0.048	+ 5.6
"	0.625	1.445	1.6	1.2165	2.479	-0.658	-0.683	+0.025	- 3.6
"	0.500	1.156	2.0	1.3352	2.721	-0.611	-0.724	+0.113	-18.5
"	0.417	0.964	2.4	1.4406	2.936	-0.634	-0.687	+0.053	- 8.4
"	0.357	0.825	2.8	1.5364	3.131	-0.690	-0.725	+0.035	- 5.1

v) ζ -値の計算例

1) $S=30$ cm の段落ち個所あり、實測の結果 $d_0=7.47$ cm, $d_1=14$ cm; $d_2=6.84$ cm であつたとせば其の時の ζ -値如何 (表-5 参照)。

解: 先づ $d_1 < S$ なる故に I の部類に入り更に $d_2 < S$ なる故に此の場合 I-i の範疇に入る、従つて (25) 式から

$$\zeta = \frac{2.61 \times 14}{\sqrt{30 \times 7.47}} - 4.1 = -1.66$$

又 (25') 式から $S \gg d_2$ で水脈が段落面にくつついて流れる時の ζ -値は

$$\zeta = 4.02(d_1/S)^{0.572} - 4.1 = 4.02(14/30)^{0.572} - 4.1 = -1.5$$

$d_1=14$ cm は此の水路の粗度並に底面勾配に依つて水理學的に自然が決定した水深である故に d_1 の測定個所から段落ち個所まで底面勾配が變らざる限り (一般實地問題としては變らざるが普通である), S が一定せば $\zeta = -1.66$ なる値は最小値であつて d_2 が下流の條件に依つて上昇しても之より以下の値になる事はない。

2) $S=10$ cm で $d_1=8$ cm; $d_2=14.68$ cm であつたとせば其の時の ζ -値如何 (表-7 参照)。

解: $d_1 < S < d_2$ であるから I-ii の範疇に入る, 従つて (29) 式で ζ -値を求むる事が出来る。(29) 式中の φ は (30) 式で又 $\operatorname{tgh} x$ は (31) 式で求める事が出来る。

$$\operatorname{tg} \varphi = d_1 d_2 / S^2 = 8 \times 14.68 / 100 = 1.1744 \quad \therefore \varphi = 1.050$$

$$\therefore \sin 2\varphi = \sin 2.10 = 0.8632$$

(31) 式中 x は近似的に (31'') 式から求めれば

$$x \approx S / \sqrt{d_1 d_2} = 0.9227$$

である。此の 0.9227 より幾分大きい x の値を想定し, ハイボリックファンクシヨンの表と計算尺を併用せば

$$\operatorname{tgh} x = 0.7913 (x = 1.075) \text{ となる}$$

$$\therefore \zeta = (2.063 + 1.688 \times 1.1585)$$

$$- \sqrt{(2.063 + 1.688 \times 1.1585)^2 + 6.344 - 1.1585(31.25 \times 1.468 \times 0.7913 - 35.081)} = -0.566$$

若し d_2 なる下流水深が減退し射流になつたとし其の時の d_0 を測定の結果 4.14 cm であつたとせば I-i の範疇に入り (25) 式から

$$\zeta = \frac{2.61 \times 8}{\sqrt{10 \times 4.14}} - 4.1 = -0.855$$

となり, 之が此の場合即ち此の d_1 及 S の下に於ける ζ の最小値である。

3) $S=5$ cm の場合に $d_1=14$ cm; $d_2=8.42$ cm であつたとせば其の時の ζ -値如何 (表-8 参照)。

解: $S < d_1$ なる故に II の範疇に入り, 更に $d_2 < d_1$ なる故に d_2 個所は射流であるから II-i の方法で ζ -値を求めねばならぬ。(33) 式から

$$\zeta = 3.266 - 2.312 \frac{5}{14} - 2.038 \left(\frac{14}{5} \right)^{0.447} = -0.69$$

此の ζ -値は S が與へられ流量は上記の如く一定である場合の最小値である事は勿論である。

4) $S=5$ cm で $d_1=12$ cm; $d_2=17.56$ cm と測定されたとせば其の時の ζ -値如何 (表-8 参照)。

解: $S < d_1 < d_2$ なる故に下流は静流である II-ii の範疇に入る。計算例 2 の場合と同様 (29) 式から ζ -値を求める事が出来る。式中

$$d_1/S = 3.512; S/d_1 = 0.4167; \operatorname{tg} \varphi = 8.428; \varphi = 1.453 \quad \therefore \sin 2\varphi = 0.2334$$

(31'') 式から $x \approx S / \sqrt{d_1 d_2} = 0.334$ となり, 之より少し大なる x の値を想定し, ハイボリックファンクシヨンの表と計算尺とを併用し $\operatorname{tgh} x$, 従つて x の正確な値を求めれば

$$\operatorname{tgh} x = 0.3445 (x = 0.359) \quad \therefore \frac{d_2}{S} \operatorname{tgh} x = 1.21$$

是等の値を (29) 式に代入せば

$$\zeta = \left(2.063 + \frac{1.688}{0.2334} \right) - \sqrt{\left(2.063 + \frac{1.688}{0.2334} \right)^2 + 6.344 - \frac{31.25 \times 1.21 - 35.081}{0.2334}} = +0.1934$$

此の場合第一波の最深部, 従つて此の流れ中の最大流速個所は段落ち個所より上流にある。

VI. 數 値 計 算

以上誘導せし諸式は平滑なる モルタル及硝子面から成る水路 (クッターの粗度係數 $n=0.01$) で其の底面勾配

1/1000 に就ての實驗結果である。

著者は一般實地にも是等の諸式を適用せしめる爲めに更に前水路と略同一長さで幅 30cm の挽下木材から成る水路（實測の結果其の粗度係数はクッターの $n=0.012$ ）を作製し其の底面勾配を 1/500 及 1/1200 とし夫々實驗を行つた。其の實驗結果は表-14 の通りである。

表-14 (1). ($S=30$ cm)

圖	θ	q (cm ³ /sec)	d_0 (cm)	d_1 (cm)	d_2 (cm)	溢流の様式
11 I	45°	472	4.10	8.00	14.68	完 全
" II	"	462	5.00	"	35.45	不 完 全
12 I	30°	292	3.19	6.00	7.36	完 全
" II	"	482	4.21	8.00	11.32	"
" III	"	648	5.23	10.00	14.81	"
" IV	"	648	6.17	"	36.62	不 完 全
" V	"	644	6.93	"	38.19	"
13 I	15°	288	2.92	6.00	35.39	不 完 全
" II	"	286	3.15	"	6.70	完 全
" III	"	480	4.25	8.00	9.98	"
" IV	"	654	5.40	10.00	16.78	"
" V	"	288	5.66	6.00	37.30	不 完 全
" VI	"	480	6.26	8.00	38.90	"
" VII	"	648	8.31	10.22	41.06	"
" VIII	"	654	8.91	10.16	41.23	"
14 I	7.5°	132	2.10	4.00	3.31	完 全
" II	"	132	3.40	"	34.72	不 完 全
" III	"	291	3.44	6.00	7.24	完 全
" IV	"	474	4.90	8.00	10.27	"
" V	"	294	5.00	6.16	37.11	不 完 全
" VI	"	660	6.19	10.00	16.66	完 全
" VII	"	474	6.25	8.00	39.16	不 完 全
" VIII	"	650	6.69	10.00	41.25	"

是等を檢すれば後者の實驗は粗度大なる故に (4) 式の關係は成立しない。之は d_0 個所の流速分布は底面に近づくに従つて速度は大となり其の形狀は前と異り全く完全な梯形となり (4) 式誘導の條件を満足するも限界水深個所と d_0 個所との距離大となり加へて粗度の大と共に其の區間の摩擦を無視する事が最早出来ないからである。

然れ共 (5) 式の關係は完全に成立して居る事は實測が證明して居る。之は想像するに此の區間の摩擦損失が丁度 (4) 式の定數相違の差と相平衡して居る様に思はれる。従つて此の定數と水路の粗度（底面勾配にも關係がある）とにある一定の關係が存在する事も推定せらる。

又 I-i の裏側に空氣のない場合又は II-i の場合で上流水路が靜流なる條件にある段落ち個所の流速は上流水路の粗度並に底面勾配に影響する事少なく (II-i の場合は粗度の増大と共に下流の影響を受けて段落ち個所の平

表-14 (2). ($S=10$ cm)

掘下し材製水路 $n=0.012$ $i=\frac{1}{500}$

d_1 : 上流等速定流個所の水深 (cm); T : 實驗水温 (c);

q : 水路單位幅の流量 (cm^2/s);

$$K = \frac{q}{q^2 S} \times \frac{4}{3}; \quad a = \frac{q^2}{2g};$$

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
實驗 番 號	d_0 (cm)	d_2 (cm)	$d_p - (d_0 + S)$ 又は d_p (cm)	ζ	d_2/S	Sg/C_0^2	d_r (m)	l_2 (m)	摘 要
I*	1.98	3.40	+ 5.24		0.340	1.671	1.5	10.0	$d_1 = 4$ cm $q = 151.7$ cm^2/s $\frac{1}{a} = 0.0852$ 56 $K = 0.0056$ 838 $\zeta_{cr} = -0.0342$ $1 \frac{q}{S}$ $T = 17.5^\circ$
II*	1.98	7.42	+ 6.24		0.741	1.671			
III	2.21	12.32	- 1.32	- 0.6306	1.332	2.082			
IV ^{n.c.}	2.17	12.58	- 1.13	- 0.5193	1.258	2.007			
V	2.28	13.04	- 0.64	- 0.3268	1.304	2.216			
VI	2.67	13.89	- 0.20	- 0.1430	1.389	3.039			
VII	3.64	14.77	+ 0.05	+ 0.0702	1.477	5.648			
VIII	3.18	14.37	+ 0.00	0.00	1.437	4.311			
IX	2.33	12.59	- 1.16	- 0.6491	1.259	2.415			
X ^{l.c.}	2.03	11.34	- 2.34	- 0.9331	1.134	1.757			
XI	1.96	10.64	- 3.03	- 1.1038	1.064	1.638			
XII	1.93	10.18	- 3.29	- 1.1664	1.018	1.571			
XIII	1.89	9.03	- 3.96	- 1.3578	0.903	1.523			
XIV	1.84	7.27	- 5.04	- 1.6330	0.727	1.443			
XV ^o	1.84	5.77	- 5.71	- 1.8501	0.577	1.443			
I*	3.10	4.56	+ 6.57		0.456	1.1210	1.8	10	$d_1 = 6$ cm $q = 290$ cm^2/s $\frac{1}{a} = 0.0233$ 2937 $K = 0.0015$ 5291 $\zeta_{cr} = -0.0172$ $0 \frac{q}{S}$ $t = 17.2^\circ$
II*	3.10	9.22	+ 7.06		0.922	1.1210			
III*	3.17	11.65	+ 9.19		1.165	1.1723			
IV	3.29	13.29	- 2.50	- 0.7698	1.329	1.2626			
V ^{n.c.}	3.45	14.29	- 1.46	- 0.4987	1.429	1.3884			
VI	3.45	14.18	- 1.46	- 0.4987	1.418	1.3881			
VII	3.44	14.12	- 1.55	- 0.5260	1.412	1.3804			
VIII	3.38	15.32	- 0.37	- 0.1636	1.532	1.7561			
IX	4.81	16.35	- 0.03	- 0.0129	1.635	2.6875			
X	3.35	13.82	- 1.82	- 0.5829	1.382	1.3091			
XI	3.20	12.85	- 2.90	- 0.8406	1.285	1.1945			
XII ^{l.c.}	3.18	13.02	- 2.61	- 0.7463	1.302	1.1796			
XIII	3.14	12.08	- 3.52	- 0.9792	1.208	1.1501			
XIV	3.03	10.70	- 4.64	- 1.1946	1.070	1.0709			
XV	2.93	9.48	- 5.55	- 1.3782	0.948	1.0359			
XVI ^o	2.97	8.93	- 5.87	- 1.4472	0.893	1.0289			
XVII ^o	2.96	7.78	- 6.00	- 1.4684	0.778	1.0220	1.8	12	
XVIII ^o	2.96	6.82	- 5.98	- 1.4636	0.682	1.0220			
XIX ^o	2.96	5.47	- 6.01	- 1.4709	0.547	1.0220			
XX ^o	2.96	4.75	- 6.01	- 1.4709	0.475	1.0220			

(續き)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
實 験 番 號	d_0 (cm)	d_2 (cm)	$d_p - (d_0 + S)$ 又は d_p (cm)	ζ	d_2/S	Sg/C_0^2	d_r (實)	l_2 (實)	摘 要
I°	4.11	4.92	- 6.21	- 1.2329	0.492	0.7831	2.5	16	$d_1 = 8 \text{ cm}$ $q = 460 \text{ cm}^2/\text{s}$ $\frac{1}{\alpha} = 0.00927221$ $K = 0.000618147$ $\zeta_{cr} = -0.010411 \frac{q}{S}$ $t = 17.7^\circ$
II°	4.11	11.07	- 6.21	- 1.2329	1.107	0.7831	2.7	17	
III	4.27	13.21	- 5.13	- 1.2961	1.321	0.9683			
IV	4.55	15.40	- 2.22	- 0.5554	1.540	0.9598			
V ^{u.c.}	4.62	15.83	- 1.85	- 0.4789	1.593	0.9896			
VI	4.66	16.05	- 1.62	- 0.4275	1.605	1.0068			
VII	4.66	15.96	- 1.62	- 0.4275	1.596	1.0068			
VIII	5.01	16.85	- 0.78	- 0.2425	1.685	1.1637			
IX	6.00	18.08	- 0.01	- 0.0047	1.808	1.6090			
X	4.50	15.85	- 2.38	- 0.5309	1.535	0.9088			
XI ^{l.c.}	4.49	15.07	- 2.60	- 0.6315	1.507	0.9316			
XII	4.25	13.33	- 4.28	- 0.9199	1.333	0.8374			
XIII	4.15	12.20	- 5.41	- 1.1029	1.220	0.7985			
XIV°	4.09	10.95	- 6.15	- 1.2140	1.095	0.7755			
XV°	4.06	10.22	- 6.12	- 1.1886	1.022	0.7642	2.8	16	
XVI°	4.06	4.92	- 6.12	- 1.1886	0.492	0.7642	2.8	16	
I°	5.36	5.95	- 6.36	- 1.1223	0.595	0.6504	3.7	21	$d_1 = 10 \text{ cm}$ $q = 678.3 \text{ cm}^2/\text{s}$ $K = 0.0003018282$ $\frac{1}{\alpha} = 0.004527$ $\zeta_c = -0.00597 \frac{q}{S}$ $t = 16.4^\circ$
II	5.36	14.05	- 5.91	- 1.0434	1.405	"			
III	5.47	14.76	- 5.27	- 0.9742	1.476	0.6773			
IV	5.55	15.81	- 4.88	- 0.9323	1.581	0.6973			
V ^{u.c.}	6.18	18.15	- 1.61	- 0.3931	1.815	0.8646			
VI	6.01	17.82	- 2.02	- 0.4627	1.782	0.8177			
VII	6.33	18.54	- 1.29	- 0.3327	1.854	0.9070			
VIII	8.11	20.37	- 0.27	- 0.1239	2.037	1.4889			
IX	6.50	19.01	- 0.83	- 0.2413	1.901	0.9564			
X ^{l.c.}	5.92	17.56	- 2.50	- 0.5532	1.756	0.7934			
XI	5.48	15.35	- 4.78	- 0.8873	1.535	0.6798			
XII	5.42	14.55	- 5.50	- 0.9959	1.455	0.6650			
XIII°	5.31	12.79	- 6.29	- 1.0871	1.279	0.6353	3.6	21	
XIV°	5.31	12.36	- 6.26	- 1.0819	1.236	"	"	"	
XV°	5.31	6.00	"	"	0.600	"	"	"	
I°	6.45	6.97	- 6.43	- 1.0283	0.697	0.5671	4.7	24	$d_1 = 12 \text{ cm}$ $q = 848.3 \text{ cm}^2/\text{s}$ $K = 0.000181764$ $\frac{1}{\alpha} = 0.00272647$
II°	"	15.35	"	"	1.535	0.5671	4.8	"	
III	6.65	16.86	- 5.06	- 0.8805	1.686	0.6029			
IV	7.20	19.17	- 2.71	- 0.5669	1.917	0.7067			
V ^{u.c.}	7.41	19.84	- 1.84	- 0.4115	1.984	0.7485			
VI	8.39	21.34	- 0.69	- 0.2065	2.134	0.9596			

(續き)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
實 験 番 號	d_0 (cm)	d_2 (cm)	$d_p - (l_0 + S)$ 又は d_p (cm)	ξ	d_0/S	Sg/C_0^2	d_r (cm)	l_2 (cm)	摘 要
VII	7.34	19.96	- 1.93	- 0.4222	1.990	0.7345			$\xi_{cr} = -0.00485 \frac{q}{S}$ $t = 16.8^\circ$
VIII	7.28	19.61	- 2.34	- 0.5022	1.961	0.7225			
IX ^{l.c.}	7.13	19.16	- 2.33	- 0.4765	1.916	0.6930			
X	6.73	17.51	- 4.66	- 0.8337	1.751	0.6175			
XI	6.58	16.27	- 5.15	- 0.9528	1.627	0.5867			
XII	6.53	15.90	- 6.14	- 1.0246	1.590	0.5813			
XIII ^o	6.40	15.47	- 6.48	- 1.0319	1.547	0.5584	5.0	24	
XIV ^o	"	13.82	"	"	1.382	"	"	"	
XV ^o	"	6.98	"	"	0.698	"	"	"	
I ^o	7.60	7.85	- 6.57	- 0.9861	0.785	0.4981	5.6	25	
II ^o	7.60	17.27	- 6.10	- 0.9156	1.727	"	5.9	27	
III	7.75	18.42	- 5.73	- 0.9004	1.842	0.5179			
IX	7.86	18.91	- 5.04	- 0.8184	1.891	0.5328			
V ^{u.c.}	8.65	21.42	- 2.32	- 0.4720	2.142	0.6452			
VI	8.40	21.24	- 2.21	- 0.4196	2.124	0.6085			
VII	9.81	23.24	- 0.48	- 0.1318	2.324	0.8299			
VIII	9.32	22.72	- 0.73	- 0.1773	2.274	0.7491			
IX ^{l.c.}	8.38	21.41	- 2.44	- 0.4228	2.141	0.6056			
X	8.32	20.89	- 2.93	- 0.5438	2.089	0.5969			
XI	8.16	20.28	- 3.57	- 0.6330	2.028	0.5742			
XII	7.72	18.29	- 5.95	- 0.9264	1.829	0.5139			
XIII ^o	7.61	17.10	- 6.61	- 0.9951	1.710	0.4994	5.8	25	
XIV ^o	"	6.18	- 6.61	"	0.618	"	5.4	25	
XV ^o	"	7.95	"	"	0.795	"	5.5	27	

* 水脈の上下兩側に大氣の壓力が働いて居る場合
 o 段落ち個所の下流水路の流れが射流の場合
 u. c. 上部限界 l. c. 下部限界

均流速は小となり水深は高いが其の度は無視して差支へない位小である) 主として流量と S なる落差に關係するのみである。従つて q が一定であれば上流水路の粗度並に底面勾配の如何に係らず d_0 は略一定である。而して限界水深個所が水路の粗度が大なれば大なる程又底面勾配が小なれば小なる程段落ち個所より、より遠方に存在する故に水路が平滑なる程又勾配が急なる程段落ち個所の水面勾配が急であり流線の彎曲度は大である。従つて ξ -値の絶對値は大となる。其の關係は圖-33 に示した通りである。故に ξ なる項を含まぬ (5') 又は (19) 式等は他の任意の粗度又は底面勾配の水路にも採用して差支へない。而して任意の水路に對しての ξ -値の計算に

圖-33.

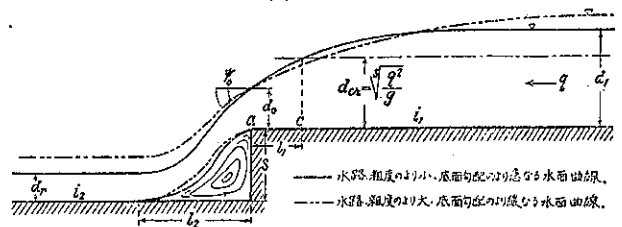


表-15. ($S = 10 \text{ cm}$)

掘下し材質水路 $n = 0.012$ $i = \frac{1}{1200}$

d_1 : 上流等速定流個所の水深 (cm); T : 実験水温 (c);

q : 水路単位幅の流量 (cm^2/s);

$$k = \frac{q}{q^2 s} \times \frac{4}{3}; \quad \alpha = \frac{q^2}{2g};$$

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
実験 番 號	d_0 (cm)	d_2 (cm)	$d_p - (d_0 + \rho)$ 又は d_p (cm)	ζ	d_2/S	Sg/c_0^2	dr	l_2	摘 要
I*	1.40	3.37	+4.18		0.337	1.8129	1.2	9.58	I ~ XII $d_1 = 4 \text{ cm}$ $T = 20.5^\circ$ $q = 103 \text{ cm}^2/\text{s}$ $k = 0.0123 \text{ 29}$ $\alpha = 5.4072$ $\varphi_{cr} = -0.0537 \frac{\alpha}{S}$ XIII ~ XVII $g = 105$ $k = 0.0118 \text{ 635}$ $\alpha = 5.6192$ $\zeta_{cr} =$
II*	1.43	4.84	+4.02		0.484	1.8904			
III*	1.47	7.41	+6.40		0.791	1.9982			
IX*	1.49	9.81	+8.37		0.981	2.0529			
V*	1.50	10.37	+9.43		1.037	2.0805			
VI ^{u.c.}	1.55	11.57	+0.75	-0.3367	1.157	2.2216			
VII	2.13	12.83	+0.17	+0.1362	1.283	4.1952			
VIII ^{l.c.}	1.44	10.78	+1.64	-0.6349	1.078	1.9174			
IX	1.31	8.29	-3.48	-0.1141	0.289	1.5869			
X*	1.35	5.17	+5.65		0.517	1.6832			
XI*	1.34	3.39	+4.90		0.339	1.6604	0.9	9.69	
XII*	1.34	3.39	+4.87		0.339	1.6604			
XIII	1.36	9.74	-2.56	-0.09189	1.974	1.6451			
XIV	1.31	9.01	-3.21	-1.0662	0.901	1.5411			
XV	1.30	8.68	-3.40	-1.1111	0.868	1.5028			
XVI	1.29	7.92	-3.89	-1.2509	0.792	1.4803			
XVII	1.26	7.42	-4.38	-1.3352	0.942	1.4126			
I*	2.46	4.63	+5.80		0.463	1.1520	2.0	11.88	$d = 6 \text{ cm}$, $T = 17.5^\circ$ $q = 237$ $\alpha = 26.2635$ $k = 0.0025 \text{ 383}$ $\zeta_{cr} = 0.0186 \frac{q}{s}$
II*	2.47	7.15	+6.00		0.715	1.1613			
III	2.49	10.78	-9.19	-0.8780	1.078	1.1803			
IV ^{u.c.}	2.77	12.97	-1.22	-0.4222	1.297	1.4607			
V	2.85	13.40	-0.75	-0.2760	1.340	1.5463			
VI	3.16	14.08	+0.03	+0.0138	1.408	1.9001			
VII ^{l.c.}	2.52	11.85	-2.57	-0.7258	1.185	1.2089			
VIII*	2.40	4.80	+5.50		0.480	1.0965	1.8	12.00	
IX ^o	2.26	5.21	-5.76	-1.3889	0.521	0.9523			
X	2.31	8.10	-5.21	-1.2203	0.810	1.0158			
XI	2.31	8.96	-4.71	-1.1032	0.896	1.0158			
XII	2.28	7.53	-5.48	-1.2495	0.753	0.9890			

* 水脈の上下兩側に大氣の壓力が働いて居る場合

o 段落ち個所の下流水路の流れが射流の場合

u. c. 上部限界

l. c. 下部限界

(續き)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
實 驗 番 號	d_0 (cm)	d_2 (cm)	$d_p - (d_0 + \rho)$ 又は d_p (cm)	ζ	d_p/S	Sq/c_0^2	dr	l_2	摘 要
I*	3.26	5.51	+7.50		0.551	0.8000	2.5	13.91	$d_1 = 8$ cm $T = 18.1^\circ$ $q = 361$ cm ³ /s $k = 0.0010$ 037 $a = 66.4225$ $\zeta_{cr} = -0.0147 \frac{q}{S}$
II°	3.37	8.26	-5.97	-1.2500	0.826	0.8549			
III	3.38	10.45	-5.18	-1.0916	1.045	0.8600			
IV	3.52	12.20	-3.82	-0.8800	1.230	0.9327			
V ^{u.c.}	3.82	14.17	-1.92	+0.5292	1.417	1.0985			
VI	3.99	14.89	-1.14	-0.3459	1.489	1.1984			
VII	4.69	16.01	-0.19	-0.0826	1.601	1.6558			
VIII*	3.99	14.81	-1.09	-0.3307	1.481	1.1984			
IX ^{l.c.}	3.68	13.35	-2.60	-0.6601	1.335	1.0194			
X	3.56	12.35	-3.56	-0.8404	1.235	0.9540			
IX°	3.31	9.23	-5.81	-1.1697	0.923	0.8247			
XII°	3.32	5.94	-5.87	-1.1899	0.594	0.8297	2.5	13.95	
I°	4.40	7.51	-6.07	-1.0860	0.751	0.6919	3.4	15.73	$d_1 = 10$ cm $T = 18.6^\circ$ $q = 545$ cm ³ /s $k = 0.0004$ 764 $a = 139.9470$ $\zeta_{cr} = 0.0089$ 2 $\frac{q}{S}$
II°	4.40	10.35	-6.05	-1.0824	1.035	0.6919	3.2	15.87	
III	4.45	11.67	-5.70	-1.0458	1.167	0.7075			
IV	4.54	12.94	-4.79	-0.9190	1.294	0.7364			
V	4.91	15.18	-2.56	-0.5836	1.518	0.8613			
VI ^{u.c.}	4.98	15.83	-1.98	-0.4674	1.583	0.8861			
VII	5.47	16.95	-0.77	-0.2247	1.695	1.0690			
VIII	6.31	18.07	-0.06	-0.0242	1.807	1.4225			
IX	4.78	14.65	-3.03	-0.6523	1.465	0.8163			
X ^{l.c.}	4.75	15.22	-2.72	-0.5774	1.522	0.8061			
XI	4.56	12.88	-4.86	-0.9416	1.288	0.7429			
XII°	4.43	9.89	-6.08	-1.1044	0.989	0.7012	3.0	16.04	
XIII°	4.43	6.77	-6.08	-1.1044	0.677	0.7012			
I°	5.64	6.32	-6.19	-1.0168	0.632	0.5970	4.1	23.52	I~V $d_1 = 12$ cm $T = 19^\circ$ $q = 723$ cm ³ /s $a = 264.4266$ $k = 0.0002$ 502 VI~XII $T = 19^\circ$ $q = 716$ cm ³ /s $a = 261.2925$ $k = 0.0002$ 551 $\zeta = -0.0059$ 2 $\frac{q}{S}$
II°	5.66	10.67	-6.31	-1.0449	1.067	0.5882	4.6	23.04	
III°	5.67	12.38	+6.22	-1.0341	1.238	0.6032	4.0	23.76	
IV	5.71	14.00	-5.81	-0.9815	1.400	0.6119			
V	6.43	17.88	-1.83	-0.4057	1.788	0.7570			
VI ^{u.c.}	6.32	17.64	-2.02	-0.4237	1.764	0.7401			
VII	6.64	18.51	-1.39	-0.3383	1.851	0.8434			
VIII	8.13	20.24	+0.02	+0.0078	2.024	1.2644			
IX	6.93	19.07	-0.65	-0.1746	1.707	0.9187			
X	5.62	14.10	-5.52	-0.9172	1.410	5.6042			
XI°	5.62	12.17	-6.27	-1.0418	1.217	0.6042	4.0	23.60	
XII°	5.56	6.43	-6.31	-1.0232	0.643	0.5914			

* 水脈の上下兩側に大氣の壓力が働いて居る場合

° 段落ち個所の下流水路の流れが射流の場合

(續き)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
實 驗 番 號	d_0 (cm)	d_2 (cm)	$d_p - (d_0 + \rho)$ 又は d_p (cm)	ζ	d_0/S	Sg/c_0^2	dr	l_n	摘 要
I°	6.85	8.15	-6.40	-0.9837	0.815	0.5274	4.9	25.80	$d_1 = 14 \text{ cm}$ $T = 19^\circ$ $q = 934 \text{ cm}^3/\text{s}$ $\alpha = 444.6258$ $k = 0.0001499$ $\zeta_{cr} = -0.00425 \frac{q}{S}$
II°	6.85	11.88	-6.40	-0.8937	1.188	0.5274	5.0	25.76	
III	6.94	16.14	-5.95	-0.8856	1.614	0.5414			
IV	7.16	17.42	-4.62	-0.8002	1.742	0.5762			
V u. c.	7.83	19.88	-1.89	-0.8966	1.988	0.6891			
VI	8.73	21.43	-0.48	-0.1301	2.143	0.8566			
VII	7.90	19.88	-1.60	-0.5428	1.988	0.7015			
VIII ^{1. c.}	7.53	19.65	-2.77	-0.5305	1.965	0.6373			
IX	7.39	18.44	-3.54	-0.6489	1.844	0.6138			
X	6.97	16.42	-5.67	-0.9026	1.642	0.5460			
XI°	6.88	14.51	-6.53	-1.0138	1.451	0.5320	5.5	25.20	
XII°	6.86	13.96	-6.66	-1.0272	1.396	0.5289	5.0	25.76	
XIII°	6.83	8.01	-6.58	-1.0045	0.801	0.5243			

- * 水脈の上下兩側に大氣の壓力が働いて居る場合
- ° 段落ち個所の下流水路の流れが射流の場合

は水路の粗度 n 並に底面勾配 i に依つて上記の夫等の諸式を修正す可きである。今(24)及(32)式を誘導したと同様な方法で (ζ, α) 及 $(\zeta, \frac{S}{d_1} + \frac{C_0}{\sqrt{2gS}})$ 曲線を表-14 及 表-15 に依つて畫けばいづれも直線となり夫々次式を得らる。

$$\zeta - 3.01\alpha - 3.3 \left(\alpha = \frac{d_1}{C_0} \sqrt{\frac{q}{S}} \right) \dots\dots\dots (24')$$

$$\zeta = 0.42\alpha - 1.54 \left(\alpha = \frac{d_1}{C_0} \sqrt{\frac{q}{S}} \right) \dots\dots\dots (24'')$$

$$\zeta = 0.309 - 0.755\alpha \left(\alpha = \frac{S}{d_1} + \frac{C_0}{\sqrt{2gS}} \right) \dots\dots\dots (32')$$

$$\zeta = 0.107 - 0.645\alpha \left(\alpha = \frac{S}{d_1} + \frac{C_0}{\sqrt{2gS}} \right) \dots\dots\dots (32'')$$

Manning の平均流速公式中平滑なるモルタル水路 (基本實驗: $n=0.01$; $i=1/1000$) の場合と任意の水路の場合 (茲では $n=0.012$; $i=1/500$ 及 $n=0.012$; $i=1/1200$) とを夫々次の記號を以つて表はし

$$q = \frac{d}{n} r n^{\frac{2}{3}} i^{\frac{1}{2}}; \quad q' = \frac{d'}{n'} r' n'^{\frac{2}{3}} i'^{\frac{1}{2}}, \quad \text{又} \quad q = q'; \quad d r n^{\frac{2}{3}} = f(d); \quad d' r' n'^{\frac{2}{3}} = f(d')$$

とせば

$$\frac{i^{\frac{1}{2}}}{n} f(d) = \frac{i'^{\frac{1}{2}}}{n'} f(d') \quad \text{又は} \quad \frac{f(d')}{f(d)} = \frac{n'}{n} \left(\frac{i}{i'} \right)^{\frac{1}{2}}$$

となる。實驗は種々の徑深に就て行はれたのであるから結局 (24) 並に (32) 式を一般化するには夫等の式を $\frac{n'}{n} \left(\frac{i}{i'} \right)^{\frac{1}{2}}$ のある函數で修正す可きである。

今任意の他の粗度及底面勾配の ζ -値を ζ' を以つて表せば I-i の場合は (表-7, 14, 15 参照)

$$\zeta' = \zeta - \left\{ 1 - \frac{n'}{n} \left(\frac{i}{i'} \right)^{\frac{1}{2}} \right\} = \zeta - \left(1 - 3.15 \frac{n'}{i'^{\frac{1}{2}}} \right) \dots \dots \dots (34)$$

又 II-i の場合は d_0 に下流の影響もある故に i の影響は極めて小であつて n のみの函數としても大體差支へない、又 I-i の場合でも $d_1 \rightarrow S$ の時は n のみで ζ を修正しても差支へない。

$$\zeta' = \zeta - \left(\frac{n'}{n} - 1 \right) = \zeta - \left(\frac{n'}{0.01} - 1 \right) \dots \dots \dots (35)$$

更に I-ii 並に II-ii に対しては圖-30 を求めたと同様な方法で表-14, 15 から圖示せば完全に相似の圖形を得る。今是等の實驗値から (29) 式に相當する ζ -値の任意の水路に對する ζ' -値は $\frac{n'}{n} \left(\frac{i}{i'} \right)^{\frac{1}{2}}$ の平方根の函數であつて次式で表さる。

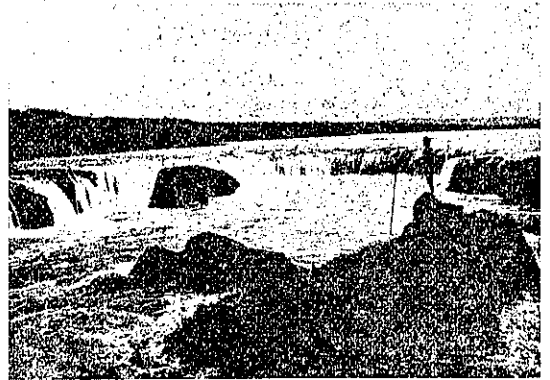
$$\zeta' = \zeta - \left\{ 1 - \left(\frac{n'}{n} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{i}{i'} \right)^{\frac{1}{2}} \right\} = \zeta - \left(1 - 1.78 \sqrt{\frac{n'}{i'^{1/2}}} \right) \dots \dots \dots (36)$$

若し (36) 式中段落ち個所の上流下流の粗度並に底面勾配が異なる時は夫等の此の流體運動に影響を及ぼす程度にもよる事であるが兩者の平均を採用せば大體正鵠な ζ' -値を求められると思惟す。

例題 1: 夕張川* 在來の河長 35.4 km を新水路 11.4 km に捷路し將來の下流, 上流の安定勾配を夫々 1/1 200, 1/1 400 と推定し中間に 4 m 落差の床留工を築設し昭和 11 年 8 月通水した。而して床留工から下流 7.86 km は自然の洗掘を豫想し單に簡単な導水路のみ開鑿せし結果通水後間もなく著者の豫想通り 4 m の落差を有する斷崖(圖-34 参照)を以つて下流より掘進し來り昭和 13 年 10 月床留工まで到達した。其間新水路地域は軟弱なる泥炭地或は微砂混り粘土質から形成されて居る故に第一の

圖-34.

昭和 12 年 6 月 12 日現在夕張川新水路 4m 落差決潰地點 (河口より 2.4 km)



階段から下流約 2.95 km の個所に更に落差 2 m の第二の階段を以て地質に依つて兩者の距離に多少の相違あるも略相平行して上流に進みつゝあつた。實測の結果現在掘進中の落差 2 m の第二階段の上流河底勾配 1/2 700 同様下流勾配は 1/3 500 あり其の断面は上下流共幅 24.3 m の矩形断面である。流量 280 m³/sec (= 10 000 個; 13 000 個は普通春季融雪期の小洪水) の時の第二階段上の水深並に其の裏側に働く壓力如何。

解: Manning の平均流速公式

$$C = \frac{1}{n} r_h^{\frac{2}{3}} i^{\frac{1}{2}}$$

中題意に依り $n = 0.015$; $i_1 = 0.0192$; $i_2 = 0.0169$, $Q = 280 \text{ m}^3/\text{sec}$; $B = 24.3 \text{ m}$ 等の値を上式を變形した式に代入し d_1 及 d_2 を求める事次ぎの如し。

$$d \left(\frac{Bd}{B+2d} \right)^{\frac{2}{3}} = \frac{nQ}{B i^{1/2}} \quad \text{又は} \quad \frac{Bd}{B+2d} = d \quad \text{とおけば} \quad d^{\frac{5}{3}} = \frac{nQ}{B i^{1/2}}$$

$$\therefore d_1^{\frac{5}{3}} = \frac{nQ}{B i_1^{1/2}} = 8.983 \quad \therefore d_1 = 3.733$$

故に之より幾分大きい値を二、三回與へて試算せば

$$d_1 = 4.205 \text{ m}$$

* 著者 夕張川新水路床留工實驗 昭和 11 年 5 月

同様な計算方法で

$$d_2 = 4.59 \text{ m}$$

以上に依り $d_1 > S < d_2$ なる関係にある故に II の範疇に入るも II-i なるや ii なるやは判明しない。そこで II-ii の方法で先づ ζ を求めれば (29) 式中

$$d_1 = 420.5 \text{ cm}; \quad S = 200 \text{ cm}; \quad d_2 = 459 \text{ cm}$$

なる故に

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{d_1 d_2}{S^2} = \frac{420.5 \times 459}{200 \times 200} = 4.825, \quad \varphi = 1.368 \quad \therefore \sin 2\varphi = 0.3946$$

$$\text{又} \quad \frac{S^2}{d_1 d_2} = 0.2073 \quad \therefore x = 0.4553$$

ハイパボリックファンクシヨンの表並に計算尺とを併用し $x = 0.4553$ より少し大きい x の値を採用せば

$$\operatorname{tgh} x = \frac{S^2}{d_1 d_2 x} = 0.439 \quad (x = 0.471)$$

$$\begin{aligned} \therefore \zeta &= \left(2.063 + \frac{1.688}{\sin 2\varphi} \right) - \sqrt{\left(2.063 + \frac{1.688}{\sin 2\varphi} \right)^2 + 6.344 - \frac{31.25 \frac{S^2}{S} \operatorname{tgh} x - 35.031}{\sin 2\varphi}} \\ &= \left(2.063 + \frac{1.688}{0.3946} \right) - \sqrt{\left(2.063 + \frac{1.688}{0.3946} \right)^2 + 6.344 - \frac{31.25 \times \frac{459}{200} \times 0.439 - 35.031}{0.3946}} = -1.111 \end{aligned}$$

(36) 式から

$$\zeta' = \zeta - \left(1 - 1.78 \sqrt{\frac{n'}{v^{1/2}}} \right) = -1.111 - \left(1 - 1.78 \sqrt{\frac{0.015}{\left(\frac{1}{8100} \right)^{1/2}}} \right) = -0.486$$

今此の流れは或は段落ち個所と d_2 なる測定点との中間に射流が存在するかも知れず II-i の方法で検すれば (33) 式から

$$\zeta = 3.266 - 2.312 \frac{S}{d_1} - 2.038 \left(\frac{d_1}{S} \right)^{0.417} = 3.266 - 2.312 \frac{200}{420.5} - 2.038 \left(\frac{420.5}{200} \right)^{0.417} = -0.534$$

故に (35) 式から

$$\zeta' = \zeta - \left(\frac{n'}{0.01} - 1 \right) = \zeta - \left(\frac{0.015}{0.01} - 1 \right) = -1.034$$

故に此の流れは II-ii の範疇に属する流れである。

従つて (17) 式から ξ_1 更に ξ_1 から階段上の水深 d_0 を求める事が出来る。

(17) 式中

$$\kappa_1 = \frac{S}{d_1} = 0.47562; \quad \varepsilon_1 = \frac{C_1^2}{2g d_1} = 0.091012$$

$$\frac{d_1}{d_2} = 0.9161 \quad \frac{d_2}{d_1} = 1.0916$$

等の値を代入せば

$$\xi_1^4 + 0.95124 \xi_1^3 - 1.2988 \xi_1^2 + 0.36405 \xi_1 - 0.042075 = 0$$

之を解けば

$$\xi_1 = 0.51$$

$$\therefore d_0 = 0.51 \times 4.205 = 2.145 \text{ m}$$

$$\therefore C_0 = \frac{Q}{Bd_0} = 5.37 \text{ m/s}$$

即ち階段上の水深は 2.145 m であり其の平均流速は 5.37 m/s であつて下流に減衰波を伴ふ水面を形成して居る。而して其の裏側の單位幅に働く壓力は (10) 式から

$$F = \zeta \frac{C_0^2 S}{2g} = -0.486 \frac{5.37^2 \times 2}{2 \times 9.81} = -2.945 \text{ ton/m}^2$$

即ち裏側に 3 ton/m² の (-) の壓力が働いて居る。

而して II-ii 又は I-ii の場合であれば實地並に實驗室に於いて實測の結果階段の上から下まで一様な (-) の等布荷重 (1.5 t/m) として働いて居る。此の壓力が裏側の底面に沿ふて上部の水脈と方向反對の渦を構成せしめ裏側の下部を浸蝕し、上部の強大な流速の掃流力に依る上部の剝取とに依つて階段を崩壊せしめる動因となり段落ち個所が漸次上流に向つて進行するのである。

例題 2: 矩形断面を有する小砂利河川に高さ 4 m の段落ち床留工を施工した。普通洪水量 700 m³/sec の時床留工上の水深如何又ある最大洪水時 $d_1 = 5.39 \text{ m}$; $d_0 = 2.16 \text{ m}$, $d_2 = 5.14 \text{ m}$ あつたとせば其の洪水量何程か、但し底幅 120 m, 上流河底勾配 1/1400 同様下流底面勾配 1/1200 とす。

解. 例題 1 の場合と同様に Manning の平均流速公式中題意に依り

$$Q = 700 \text{ m}^3/\text{sec}; \quad B = 120 \text{ m}; \quad n = 0.022$$

$$i_1^{1/2} = \left(\frac{1}{1400}\right)^{1/2} = 0.02672; \quad i_2^{1/2} = \left(\frac{1}{1200}\right)^{1/2} = 0.02887$$

$$d_1 \left(\frac{Bd_1}{B+2d_1}\right)^{2/3} = \frac{nQ}{Bi_1^{1/2}} = 4.8029$$

$$d_1 = 4.8029^{3/5} = 2.564 \text{ m}$$

今 $d_1 = 2.6 \text{ m}$ とせば

$$d_1 \left(\frac{Bd_1}{B+2d_1}\right)^{2/3} = 4.7788 < 4.8029$$

$d_1 = 2.61 \text{ m}$ とせば

$$d_1 \left(\frac{Bd_1}{B+2d_1}\right)^{2/3} = 4.8076 > 4.8029 \quad \therefore d_1 = 2.608 \text{ m}$$

同様 d_2 に対しては

$$\frac{nQ}{Bi_2^{1/2}} = 4.4452, \quad d_2 = 2.4476 \text{ m}$$

今 $d_2 = 2.48 \text{ m}$ と假定せば

$$d_2 \left(\frac{Bd_2}{B+2d_2}\right)^{2/3} = 4.421 < 4.4452$$

又 $d_2 = 2.49 \text{ m}$ と假定せば

$$d_2 \left(\frac{Bd_2}{B+2d_2}\right)^{2/3} = 4.4521 > 4.4452 \quad \therefore d_2 = 2.487 \text{ m}$$

故に此の場合は $d_1 < S > d_2$ の関係にあるから此の流れは I-i の範疇に属する。(6) 式から

$$C_0 = 39 d_1^{0.428} S^{0.071} = 39 \times 260.8^{0.428} \times 400^{0.071} = 645.7 \text{ cm/s}$$

$$d_0 = \frac{Q}{BC_0} = \frac{700}{120 \times 6.457} = 0.903 \text{ m}$$

又ある洪水時測定の結果 $d_1 = 5.39 \text{ m}$; $d_2 = 5.14 \text{ m}$ で $S = 4.0 \text{ m}$ であるから $d_1 > S < d_2$ の關係にあり, II-ii 又は II-i のいずれかの範疇に屬して居る。故に例題 1 と同様兩方を計算して II-ii の方法から算出した ζ' -値が II-i の方法で算出した ζ' -値より小なれば II-i の流れの様式であつて射流の區間が床留工と d_2 測定個所の間が存在して居る事を示して居る。最初に II-ii として ζ -値を求めば (29) 式中

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{d_1 d_2}{S^2} = 1.7315, \quad \varphi = 1.057, \quad \therefore \sin 2\varphi = 0.8561$$

$$x = \frac{S}{\sqrt{d_1 d_2}} = 0.7602$$

ハイパボリックファンクシヨンの表並に計算尺を併用し

$$\operatorname{tgh} x = \frac{S^2}{d_1 d_2 x} = 0.6858 \quad (x = 0.840)$$

$$\begin{aligned} \therefore \zeta &= \left(2.063 + \frac{1.688}{0.8561} \right) - \sqrt{\left(2.063 + \frac{1.688}{0.8561} \right)^2 + 6.344 - \frac{31.25 \times \frac{514}{400} \times 0.6858 - 35.031}{0.8561}} \\ &= -1.567 \end{aligned}$$

36) 式から

$$\zeta' = \zeta - \left(1 - 1.78 \sqrt{\frac{n'}{i'^{\frac{1}{2}}}} \right) = \zeta - \left(1 - 1.78 \sqrt{\frac{0.022}{\left(\frac{1}{1300} \right)^{\frac{1}{2}}}} \right) = -1.567 + 0.587 = -0.98$$

他方 (33) 式から ζ -値を求めば

$$\zeta = 3.266 - 2.312 \left(\frac{400}{539} \right) - 2.038 \left(\frac{539}{400} \right)^{0.417} = -0.758$$

故に (35) 式から

$$\zeta' = \zeta - \left(\frac{n'}{0.01} - 1 \right) = -0.758 - \left(\frac{0.022}{0.01} - 1 \right) = -1.958$$

従つて II-ii の流れであつて中間に射流區間のない事が解る。故に (14) 式

$$\varepsilon_0 = \frac{(\xi_2 + \kappa_2)^2 - 1}{2\xi_2(2\xi_2^2 - 2\xi_2 - \kappa_2 \zeta)}$$

$$\text{中} \quad \xi_2 = \frac{d_0}{d_2} = 0.4202; \quad \kappa_2 = \frac{S}{d_2} = 0.7782; \quad \zeta = -0.98$$

等の値を代入すれば

$$\varepsilon_0 = \frac{(0.4202 + 0.7782)^2 - 1}{2 \times 0.4202(2 \times 0.1766 - 2 \times 0.4202 + 0.98 \times 0.7782)} = 1.8838$$

故に河川單位幅の流量は (16) 式から

$$q = \sqrt{2g\varepsilon_0} d_0^{1.5} = \sqrt{2 \times 9.81 \times 1.8838} \times 2.16^{1.5} = 19.3115 \text{ m}^3/\text{s}$$

従つて最大洪水量は

$$Q = qB = 19.3115 \times 120 = 2317.38 \approx 2320 \text{ m}^3/\text{s}$$

例題 3. 幅 40 m の山間に高さ 5 m, 上流側勾配 $\theta = 55^\circ(1:0.7)$ の砂防堰堤を築設せしも流下土砂に依り堰堤

上流部は玉石混り砂利層、勾配 1/1000 に埋没し盡されたとす。出水時堤上水深 2 m あつたとせば其時の出水量何程か。若し又其後その下流に貯水池を築設した結果上記出水時 $d_2 = 10$ m に上昇するものとせば其時の堰上水深並に水面形如何。

解第一問は I-i の流れの様式と想定せらるゝ故に (5) 式から

$$Q = qB = 60A_0^{1.5}B = 60 \times 200^{1.5} \times 4000 = 678.816000 \text{ cm}^3/\text{s} = 678.8 \text{ m}^3/\text{s}$$

而し果して I-i の流れであるかを検すれば Manning の平均流速公式中

$$Q = 678.8 \text{ m}^3/\text{s}; \quad n = 0.030; \quad B = 40 \text{ m}; \quad d_1^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{1}{1000}\right)^{\frac{3}{2}} = 0.03162$$

を代入せば

$$\frac{nQ}{Bd_1^{\frac{3}{2}}} = \frac{0.03 \times 678.8}{40 \times 0.03162} = 16.1006 \quad \therefore d_1 = 16.1^{\frac{2}{3}} = 5.28 \text{ m}$$

之より少し大なる $d_1 = 5.878$ m を推定せば

$$d_1 \left(\frac{Bd_1}{B+2d_1} \right)^{\frac{3}{2}} = 5.878 \left(\frac{40 \times 5.878}{40+2 \times 5.878} \right)^{\frac{3}{2}} = 16.13$$

となり。 $d_1 = 5.878$ m において差支へない。従つて $d_1 > S$ の関係にあるから此の流れは I-i に属すると云ふ前の推定は正しくない。 II-i の流れに属して居る故に (19) 式から流量を求めねばならぬ。即ち

$$Q = qB = 39 \times 587.8^{0.417} \times 500^{0.83} \times 200 \times 4000 = 746.325060 \text{ cm}^3/\text{s} = 746.3 \text{ m}^3/\text{s}$$

此の値は幾分前に求めた流量より大であるから此の Q を採用して d_1 (d_1 が實測してあれば其の値を直接採用する) を更に計算せば

$$nQ/Bi^{\frac{3}{2}} = 17.702$$

となり前同様に d_1 を求めば 6.25 m となる。此の d_1 の値を使用して (19) 式から Q を求む可きであるが兩者の相違は 1% に過ぎなから $d_1 = 6.25$ m として第二問を解く。

第二問： 題意に依り此の場合 $d_1 > s < d_2$ なる故に II-ii の範疇に属する。(29) 式中

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{d_1 d_2}{S^2} = 2.5; \quad \varphi = 1.191 \quad \therefore \sin 2\varphi = 0.6886$$

$$x = \frac{S}{\sqrt{d_1 d_2}} = 0.6325$$

$$\operatorname{tgh} x = \frac{S^2}{d_1 d_2 x} = 0.5902 \quad (x = 0.678)$$

$$\therefore \omega \xi = \left(2.063 + \frac{1.688}{0.6886} \right) - \sqrt{\left(2.063 + \frac{1.688}{0.6886} \right)^2 + 6.344 - \frac{31.25 \times \frac{1000}{500} \times 0.5902 - 35.031}{0.6886}} = -0.387$$

$$\therefore \xi' = \xi - \left(1 - 1.78 \sqrt{\frac{n'}{d_1^{\frac{3}{2}}}} \right) = -0.387 - \left(1 - 1.78 \sqrt{\frac{0.03}{\left(\frac{1}{1000}\right)^{\frac{3}{2}}}} \right) = +0.347$$

従つて (17) 式から ε_1 を、又 ε_1 から d_0 を求める事が出来る。

$$\varepsilon_1^4 + 3\kappa_1 \varepsilon_1^3 + \left\{ \kappa_1^2 - 4\varepsilon_1 \frac{d_1}{d_2} - \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 \right\} \varepsilon_1^2 + 4\varepsilon_1 \xi_1 + 2\xi_1 \kappa_1 = 0$$

$$\text{中} \quad \kappa_1 = S/d_1 = 0.8; \quad \varepsilon_1 = c_1^2/2gd_1 = 0.0727; \quad \xi = +0.347; \quad d_1/d_2 = 0.625; \quad d_2/d_1 = 1.6$$

等の値を代入すれば

$$\xi_1^4 + 1.6\xi_1^3 - 2.102\xi_1^2 + 0.291\xi_1 + 0.0404 = 0$$

$$\therefore \xi_1 = \frac{d_0}{d_1} = 0.697$$

$$d_0 = 0.697 \times 6.25 = 4.356 \text{ m}$$

即ち堰上水深は 4.36 m である而して $\zeta = +0.347$ なるを以つて水面の最低水深即ち最大流速個所は堰の上流に存在し堰の上流側を洗掘せらるゝ危険が多分にある。而して堰頂上に於ける流線は擴大し下流側の堰面には水深以上の静水壓が働いて居る。

V. 流水の分離

i) 緒言

床留工設計上先づ問題になるのは床留工の縦斷勾配を如何にす可きかと言ふ事である。水理學上緩なる上流底面勾配上を流れ來つた流體が急に床留工の區間に入つて其の流れの様式が一般に變換するが其の縦斷勾配に依つては底面に (-) の壓力が作用する。此の負の壓力が底面に障害を與へるのである。言ひ換へれば床留工の縦斷勾配が接續上流河底勾配よりある角度以上急になれば流體の下部の一部は分離し方向反對の流れを床留工底面上に誘起する。即ち渦が床留工の勾配變り目附近の底面に發生し、之が負の壓力として底面に働くのである。殊に流體中の物質は其の容積に等しい流體の重さに相當する浮力を受けて居る故に床留工底面の破損はより容易に起る。従つて最も有效適切なる勾配は流體分離角度の限界値でなくてはならぬ。

漸擴又は漸縮流路内の流體分離の研究並に實驗は著者の讀破した範圍内では K. Andres, H. Hochschild, R. Kröner, F. Dönch, J. Nikuradse の諸氏で Prandtl 教授を中心とする Göttingen の學者達に依つて行はれ夫々 V. I. D. に 1910~1929 の間に發表されて居る。以上の諸氏の内 R. Kröner 及 F. Dönch は空氣を、他は水を流體として使用して居る。空氣を流體として使用した場合は非壓縮性の流體と見做す爲に 30 m/sec 以下の流體を與へて實驗を遂行して居る。斷面は圓形或は正方形もあるが多くの矩形を採用して居る。而して二次元運動にする爲にいずれも一方の相對する面を平行にし他の相對する面にある角度を保つ様な裝置にし或は流路を水平或は垂直に設置してあるがいずれも密閉された流路を使つて行れたものである。H. Hochschild は半分の角度にして 9~12° の間に流體分離が起ると言へ、R. Kröner は同様 7° 又 A. N. Wedernikoff* はモスコウに於いて空氣を以つて高さの低い矩形流路で其の入口の斷面積 100 cm² 長さ 100 cm のものを採用し 28° 迄各 2° 宛側壁の角度を變へ計 14 種類の實驗を行つた結果矢張半分の角度で 7° の所から流體分離が認められ、其の損失の最小値は漸擴角度 8°~10° の間にあると發表して居る。而し著者の場合は二次元ではあるが密閉された流路でなく自由面が存在する場合であつて流れの方向と重力の方向を採用したもので上述諸氏の研究の場合いさゝか趣を異にして居る。

ii) 實驗結果並に結論

實驗は圖-1 の水路を使つて行つたのであるが夫等の内 $\theta = 45^\circ \sim 7.5^\circ$ の内で底面勾配變り目個所の流速分布圖は圖-11, 12, 13, 14 に示す如くであり又其の時の q, d_1, d_0, d_2 は表-16 の様である。以上の流速分布圖並に急勾

* A. N. Wedernikoff: Luftströmung in Fachen, erweiterten Kanal., Bericht des Zentralen Aero-Hydrodynamischen Instituts in Moskau. Heft 21, 1926.

表-16. ($S=30$ cm)

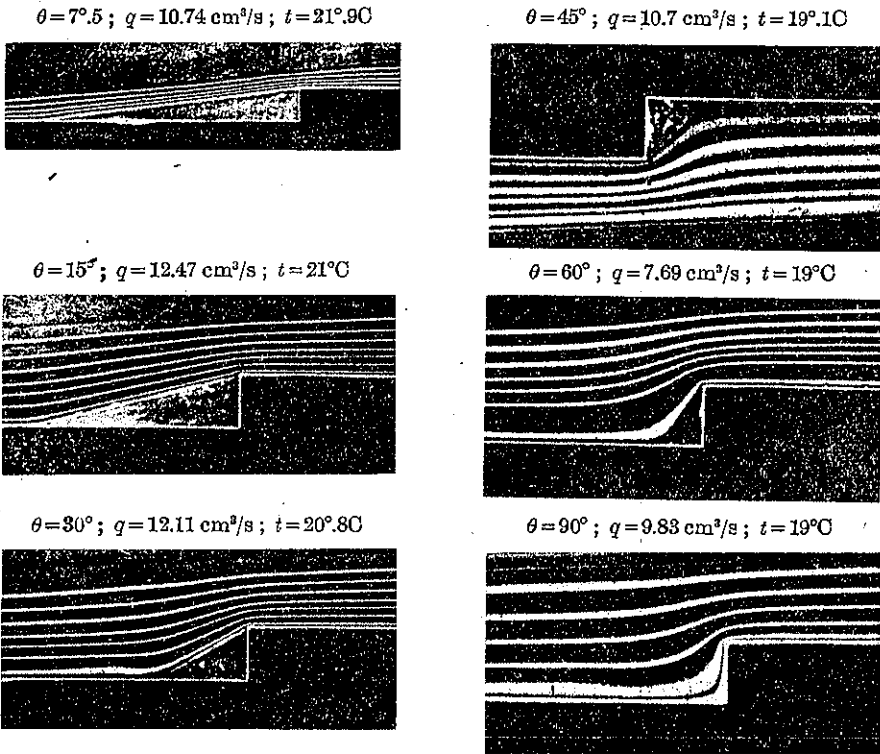
圖	θ	$q(\text{cm}^2/\text{sce})$	$d_0(\text{cm})$	$d_1(\text{cm})$	$d_2(\text{cm})$	溢流の様式
11 I	45°	742	4.10	8.00	14.68	完全
" II	"	462	5.00	"	35.45	不完全
13 I	30°	292	3.19	6.00	7.36	完全
" II	"	482	4.21	8.00	11.32	"
" III	"	648	5.23	10.00	14.81	"
" VI	"	648	6.17	"	36.62	不完全
" V	"	644	6.93	"	38.19	"
13 I	15°	288	2.92	6.00	35.39	不全完
" II	"	286	3.15	"	6.70	完全
" III	"	480	4.25	8.00	9.98	"
" IV	"	654	5.40	10.00	16.78	"
" V	"	288	5.66	6.00	37.30	不完全
" VI	"	480	6.26	8.00	38.90	"
" VII	"	648	8.31	10.22	14.06	"
" VIII	"	654	8.91	10.16	41.23	"
14 I	75°	132	2.10	4.00	3.31	完全
" II	"	132	3.40	"	34.72	不完全
" III	"	291	3.44	6.00	7.24	完全
" IV	"	474	4.90	8.00	10.27	"
" V	"	294	5.00	6.16	37.11	不完全
" VI	"	660	6.19	10.00	16.66	完全
" VII	"	474	6.25	8.00	39.16	不完全
" VIII	"	650	6.69	10.00	41.25	"

配底面上の流水状態に徴すれば $\theta=15^\circ$ 位から謂所完全溢流の場合も亦不完全溢流の場合も大體同一形の流速分布を示し $\theta=7.5^\circ$ に到れば完全に兩者相似形となり流速分布は水面の流速は底面流速より幾分大であるが略等しく又斜面上に於ける流速分布も之と大體相似形である(斜面上は不完全溢流のみ測定した)。故に底面勾配 $\theta=8^\circ$ 前後を以つてせば床留工の底面上に底面渦の發生する事なく従つて流水は分離せず反對方向の流れを惹起せず底面に負の壓力は作用しない。尙ほ此の實驗は硝子面並に之に相當する平滑な水路構成材料を以つて作製された水路を採用して行はれたものであるから實地現場に施工せられる床留工の粗度は一般に更に大なるが普通である故に粗度に依つて或は 8° 以上の傾斜角度を以つて流水の分離せないかも知れないけれ共水理學上 8° 前後を以つてかゝる場合の流體分離角度と推定して差支へない。

是等の推論は水力發電工事或は上下水道工事に築設せられる沈澱池に於いて流水の分離なく流速を平均して遅減せしめるに必要な角度を表現して居るもので夫等の設計にも資するものと思惟せらる。又ポテンシャル流の理論を水理學に應用して流體運動の解法を求めんとする努力が殊に數年前より盛んになりつゝある。

圖-35 は長さ 105 cm 高さ 20 cm 厚さ 9 mm の特製の硝子を 2 板、正確に 0.75 mm 間隔におき底面勾配を 1/1000 とし上流から 60 cm の所に 4 cm の段落ち個所を作り(長さ及高さは前述の基本實驗の 1/7.5 に相當す)

圖-35.



最初 $\theta=90^\circ$ の段落ちから漸次 $60^\circ, 45^\circ, 30^\circ, 15^\circ, 7.5^\circ$ と接續個所の勾配を變へ、定流とし、フロレンセン液を流下し其の流線を撮影したもので重力を考慮外においた底面激變個所の流體運動を示して居る。

之に依れば明な様に本論文の様な場合に $\theta > 8^\circ$ になればポテンシャル流の理論を等角寫像の方法に應用し、此種の流體運動を解くも渦が伴ひポテンシャル流の假定と相違し、實際に適應せず、實地には何等意味のない數學上の解法に過ぎない。

結 論

結論として此の論文に於いて新に究明せられた主なる事項を列記せば次の如くである。

1. 圖-2 の作製。最近一般重要水工構造物設計に際しては一度は模型實驗を行つて其の水理關係の適否を確める様になりつゝあるが模型實驗の相似律と言ふ根元問題の解決が必要である。造船學の方面には相當古くから此の問題に關して検討を加へられつゝあるが土木方面には造船學方面と異り更に一段の複雑性と相俟つて今尙ほ確立されて居ない現況である。之には是非共小水路即ち小徑深に關する種々の材料に對する摩擦抵抗係數を求むるが最緊要事*である。

圖-2 は正確な實驗の下に小徑深の平滑モルタル開渠の Kutter の粗度係數を測定した結果を示したもので種々の固定又は可動水路構成材料に就ての小徑深の粗度係數を求めば遂ひに相似律を完成する事が出来る。

2. 底面段落ち個所に起り得る總ての流體運動を $d_1 < S \leq d_2$ 及 $d_1 > S$ 中下流の流れが射流か又は靜流の4つの

* 著者 水路模型實驗の相似律 第3回工學大會講演集 (Section 2A) 應用力學の部 No. 19.

範疇に區分し夫々の場合に就て運動の經過を明にした。

3. 一般段落ち個所の水面の縦斷圖作製を可能ならしめた爲に床留工等を施工する場合にその位置又は高さの選定に又床留工前後の河川斷面設計に資する事が出来る。

4. 2 に述べた 4 つの範疇に屬する流れに對して夫々流束彎曲に歸因する段落ち個所下流水脈の下側に働く壓力算出を可能ならしめた。従つて施工せられる此種水工構造物の設計上其の安全度を檢する事が出来る。

5. 河川捷路の際の人工床留工又は山間部に築設される砂防堰堤個所に於ける流量を容易に求め得る式を案出した。従つて河川の流量調査に資する事大である。實際問題として常に水工技術者の逢着する難問題はある大洪水時の最後の流量決定と言ふ事であり既往に徴するも極めて曖昧不確實の點は多々あり殊に北海道の如き原始的河川に於いて然りの感がある。今後上記の水工構造物設置の節は該個所に於ける水位測定装置を施せば容易に著者の算式から正確なる流量を算定する事が出来る。

6. 洗堰を設けた場合其の下流側の勾配を如何にすべきか又沈澱池等の形決定には流水分離の理論が確立しなければ何等決定の水理學的論據を見出す事が出来ぬ。著者は第 V 編に於いて之を檢討し $\theta=8^\circ$ 前後を以つて自由面を有する流體の分離角度なる事を實證した。而して是等底面の粗度を大ならしめれば流體分離角度も幾分大となるけれ共洗堰の如くエネルギーの消耗を目的とする水工構造物には $\theta=8^\circ$ 前後を與へ直接落水の衝撃を避け又流水分離に依る(-)の壓力を輕減しつつたゞ限界掃流力に充分耐え得る様是等底面の補強を充分に設計施工し、其の面を粗にす可きであると思惟せらる。

附記 本論文は全く著者の獨創になるものであるが其中には實驗を主とした獨斷の項もあり、大方諸賢の御叱正を得て此の重要にして難解の水理問題を完全に解決したいと存じます。