

論 說 報 告

第 25 卷 第 10 號 昭和 14 年 10 月

軌 條 に 生 ず る 応 力 及 変 形 の 計 算 法

會 員 小 野 一 良*

要 旨 軌條を等間隔に配置されたる弾性支點上に支持される長さ無限の連続桁と考へて垂直荷重に依り軌條の各部分に生ずる応力及変形量の計算法を述べたものである。先づ弾性支點が互に獨立せる場合を論じ、後に此の間に關係がある場合について述べる。

目 次

- | | |
|----------------------|----------------------------------|
| 1. 緒 言 | 5. 枕木間の任意の位置に於ける軌條に生ずる応力及変形 |
| 2. 計算に用ひる假定及適用範圍 | 6. 荷重を加へた枕木附近の道床面の沈下を考慮に入れた場合の計算 |
| 3. 荷重が枕木直上に 1 個ある場合 | 7. 計算例 |
| 4. 荷重が枕木間の任意の位置にある場合 | |

1. 緒 言

等間隔に配置された枕木上にある軌條が荷重を受けた時に軌條に生ずる応力及変形を計算する方法には從來 2 通りの考へ方があつた。1 つは軌條を連続的弾性支承体上にある桁と考へる方法であり、他は軌條を等間隔に配置された弾性支點上にある連続桁と考へる方法である。前の方法に依る時は計算に用ひる表又は図が比較的少數で足りるが、枕木直上の位置に於ける軌條に生ずる応力及変形と枕木中間に於けるものとの區別が出来ず、又荷重が枕木直上にある場合に軌條に生ずる応力及変形と荷重が枕木中間にある場合とを區別出来ない。然しこの差は軌條重量が大で枕木間隔が密なる場合には比較的小さく、50 kg 軌條に於ては 1 割以内である。後の方法に依る時は計算に用ひる表又は図を比較的多く必要とするが、枕木上と枕木中間との區別が可能であり、又一旦計算表又は図を作つておけば計算の手数は前の方法に較べて大して変らない。

軌條を連続的弾性支承体上にある桁と考へる方法は Zimmermann の著書及 AREA の軌道応力特別調査委員會第一回報告を初め多くの書物に於て述べられて居る。

軌條を等間隔に配置された弾性支點上にある連続桁と考へる方法についても從來多くの解法が發表せられて居るが、これ等は弾性支點の数を比較的少數に限り任意の荷重状態に於ける軌條に生ずる応力又は変形を計算する方法であるか又は弾性支點の数を無限とするが、或る一定の荷重が前後に無限に繰返された場合に於ける計算方法であつた。然るに堀越博士に依り弾性支點の数を 20 として任意の荷重状態に於ける軌條に生ずる応力及変形を計算する方法が發表せられた。この解法は實際上には弾性支點の数を無限と考へてもよい。

本書に於ても軌條を等間隔に配置せられた弾性支點上にある連続桁と考へた場合の軌條に生ずる応力及変形の計算方法を述べたものであり、この弾性支點の数を無限とし、荷重が枕木直上又は枕木間の任意の位置にある場合に於ける計算方法を説明した。

2. 計算に用ひる假定及適用範圍

荷重の軌條に及ぼす力は總て静力学的とし荷重及軌道構造の振動及衝撃に依る影響は全然考へてない。

* 鐵道技師 工学士 岐阜工事々務所勤務

枕木は全部等間隔に配置されて居り、又軌條は無限に長いものと考へる。従つて軌條接目部の影響は考慮に入れてない。

軌條と枕木との接觸點は重荷の位置に關係なく、軌條は常に枕木幅の中心で支へられるとする。

枕木に圧力を加へた場合に枕木の軌條接觸面の沈下量は圧力に正比例すると見做す。即ち枕木の左右軌條接觸部分に各々 P なる圧力を加へた場合に、圧力を加へた面の沈下量を y とすれば

$$\frac{P}{y} = D \dots\dots\dots (1)$$

にて表はされる所の D は P の大きさに關係なく常數であると云ふことである。 D を軌條支承体沈下係數と云ひ單位の沈下を生ぜしめるに要する圧力を示す。

従來行はれた實驗* に依れば一般に軌道内部には多少の遊隙がある爲、此の遊隙に相當する沈下は僅かの荷重に依り生ずるが、其の後の沈下は略、荷重の増加に比例し (1) 式の關係を充す。 P が負の場合には y も負になるが P が負の或る値以上に達すれば枕木が浮上る爲に之以上 P の絶對値は増加しない。然し計算を簡單にする爲に P が負の場合にも (1) 式が成立すると見做す。此の假定は少し不合理のやうに思はれるが後の計算に示す様に D が特に大きい場合を除き P が負の値になる場合があつても此の場合の P の値は甚だ小さく殊に連続せる荷重を取扱ふ場合には此の假定に依つた計算式を用ひて何等の支障も起らない。

斯くの如く假定すれば軌條に生ずる応力又は変形は荷重の増減に正比例して増減し、従つて多數の荷重に依り軌條に生ずる応力又は変形は各、の荷重が單獨にある場合の応力又は変形の和に依つて表はされる。

今枕木上の軌條を除いて此の枕木に圧力を加へると道床砂利の沈下は此の枕木下に生ずる許りでなく、其の影響を受けて此の枕木の前或る區間の道床面が沈下する。従つて此の區間にある他の枕木も沈下することとなる。

初めから此の影響を考慮に入れて計算することは計算式が複雑となる爲、先づ圧力を受けた枕木の沈下が其の前後の道床面に及ぼす影響の無い場合につき軌條に生ずる応力及変形を解く式を作り、後に此の影響を考慮に入れた場合の補正の方法を述べることとする。

3. 荷重が枕木直上に 1 個ある場合

1. 軌道係數が 1 より小なる場合

圖-1 に於て荷重は番號 0 の枕木より左の部分のみにあり、右の部分には全然無いとする。 a を枕木間隔とし P_0, P_1, P_2, \dots を夫々軌條が番號 0, 1, 2 の枕木を押す圧力の大きさとする (以後之を軌條圧力と稱す)。 y_0, y_1, y_2, \dots を各枕木上に於ける軌條の沈下量とする。圖-2~4 に於て M_n を番號 n の枕木上に於ける軌條の曲げモーメントとし Q_n を番號 $n-1$ の枕木と n の枕木との間の剪断力とし、 θ_n を番號 n の枕木上に於ける軌條が水平面となす傾斜角とす。之等の正の方向は圖に示す。

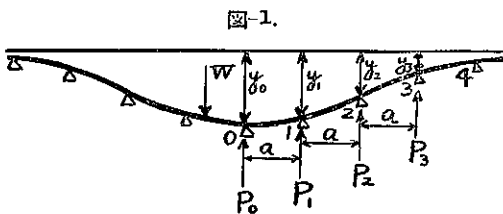


圖-2 より $P_n + Q_{n+1} = Q_n$
 $\therefore P_n = Q_n - Q_{n+1} \dots\dots\dots (2)$

* 業務研究資料第 19 卷第 46 號

図-2.

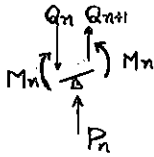


図-3.

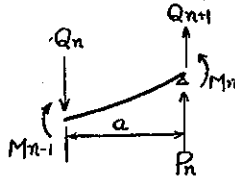


図-4.

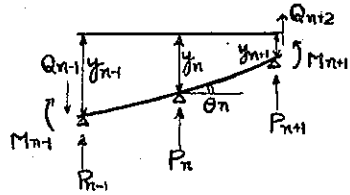


図-3 より $M_n = M_{n-1} - aQ_n$
 $\therefore aQ_n = M_{n-1} - M_n \dots\dots\dots (3)$

図-4 に於て連続桁の定理より

$$M_{n-1} + 4M_n + M_{n+1} = -\frac{6EJ}{a^2}(y_{n-1} - 2y_n + y_{n+1}) \dots\dots\dots (4)$$

上式に於て E は軌條の弾性係数を示し、 J は軌條の断面二次率を示す。今圧力を受けた枕木の沈下が隣の枕木に及ぼす影響を除外して考へれば (1) 式に依り上式は下の如く書き換へられる。

$$M_{n-1} + 4M_n + M_{n+1} = -\frac{6EJ}{a^2 D}(P_{n-1} - 2P_n + P_{n+1})$$

茲に次式に依り與へられる β を

$$\frac{144EJ}{a^2 D} = \beta \dots\dots\dots (5)$$

これを軌道係数と稱し、之を用ひて上式を書き直せば

$$M_{n-1} + 4M_n + M_{n+1} = -\frac{\alpha\beta}{24}(P_{n-1} - 2P_n + P_{n+1}) \dots\dots\dots (6)$$

(2) 及 (3) 式より

$$aP_n = M_{n-1} - 2M_n + M_{n+1} \dots\dots\dots (7)$$

が得られる。今 M_n 及 P_n に對し

$$\begin{cases} M_n = \alpha\xi^n \dots\dots\dots (8) \\ P_n = \alpha\xi^n \dots\dots\dots (9) \end{cases}$$

$$n = 0, 1, 2, \dots\dots\dots$$

とおけば (6) 式より

$$\alpha\xi^{n-1} + 4\alpha\xi^n + \alpha\xi^{n+1} = -\frac{\alpha\beta}{24}(\alpha\xi^{n-1} - 2\alpha\xi^n + \alpha\xi^{n+1})$$

$$\therefore 1 + 4\xi + \xi^2 = -\frac{\beta\alpha}{24}(1 - 2\xi + \xi^2) \dots\dots\dots (10)$$

(7) 式より

$$\alpha\alpha\xi^n = \alpha\xi^{n-1} - 2\alpha\xi^n + \alpha\xi^{n+1}$$

$$\therefore \alpha\xi = 1 - 2\xi + \xi^2 \dots\dots\dots (11)$$

(10) 及 (11) 式より α を消去すれば

$$\xi(1 + 4\xi + \xi^2) = -\frac{\beta}{24}(1 - 2\xi + \xi^2)^2$$

$$\beta(1 - \xi)^2 + 24\xi(1 + 4\xi + \xi^2) = 0 \dots\dots\dots (12)$$

(12)式は右の四次式であり一般に4個の根を有す。之を $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4$ とし之に対応する α を $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ とす。

(10) 及 (11) 式より

$$\beta\alpha^2 + 24\alpha + 144 = 0$$

$$\therefore \alpha = \frac{12}{\beta}(-1 \pm \sqrt{1-\beta})$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 = \alpha_4 &= \frac{12}{\beta}(-1 - \sqrt{1-\beta}) \\ \alpha_2 = \alpha_3 &= \frac{12}{\beta}(-1 + \sqrt{1-\beta}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

(11) 式より ξ を求むれば

$$\xi = \frac{1}{2} \{ (2 + \alpha) \pm \sqrt{\alpha(4 + \alpha)} \}$$

$$\left. \begin{aligned} \xi_1 &= \frac{1}{2} \{ (2 + \alpha_1) + \sqrt{\alpha_1(4 + \alpha_1)} \} \\ \xi_2 &= \frac{1}{2} \{ (2 + \alpha_2) + \sqrt{\alpha_2(4 + \alpha_2)} \} \\ \xi_3 &= \frac{1}{2} \{ (2 + \alpha_3) - \sqrt{\alpha_3(4 + \alpha_3)} \} \\ \xi_4 &= \frac{1}{2} \{ (2 + \alpha_4) - \sqrt{\alpha_4(4 + \alpha_4)} \} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

(13) 及 (14) 式より得た値を (8) 及 (9) 式に入れれば

$$M_n = \alpha(A_1\xi_1^n + A_2\xi_2^n + A_3\xi_3^n + A_4\xi_4^n) \dots\dots\dots (15)$$

$$P_n = A_{11}\alpha_1\xi_1^n + A_{22}\alpha_2\xi_2^n + A_{33}\alpha_3\xi_3^n + A_{44}\alpha_4\xi_4^n \dots\dots\dots (16)$$

が得られる。

上式に於て A_1, A_2, A_3, A_4 は境界条件より定まる常數である。

(3) 及 (8) 式より

$$Q_n = \left(\frac{1}{\xi} - 1 \right) \xi^n$$

$$\frac{1}{\xi} - 1 = q \dots\dots\dots (17)$$

とおけば

$$Q_n = q\xi^n \dots\dots\dots (18)$$

$$q = \frac{1}{\xi} - 1 = -\sqrt{\frac{\alpha}{\xi}}$$

$$q_1 = \frac{1}{\xi_1} - 1 = -\sqrt{\frac{\alpha_1}{\xi_1}}$$

$$q_2 = \frac{1}{\xi_2} - 1 = -\sqrt{\frac{\alpha_2}{\xi_2}}$$

$$q_3 = \frac{1}{\xi_3} - 1 = -\sqrt{\frac{\alpha_3}{\xi_3}}$$

$$q_4 = \frac{1}{\xi_4} - 1 = -\sqrt{\frac{\alpha_4}{\xi_4}}$$

$$\left. \begin{aligned} q_1 &= \frac{1}{\xi_1} - 1 = -\sqrt{\frac{\alpha_1}{\xi_1}} \\ q_2 &= \frac{1}{\xi_2} - 1 = -\sqrt{\frac{\alpha_2}{\xi_2}} \\ q_3 &= \frac{1}{\xi_3} - 1 = -\sqrt{\frac{\alpha_3}{\xi_3}} \\ q_4 &= \frac{1}{\xi_4} - 1 = -\sqrt{\frac{\alpha_4}{\xi_4}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

次に枕木上に於ける軌條の切線方向が水平面となす角の正切 $\tan \theta_n$ を求める。

図-5 に於て

$$\begin{aligned} \eta' &= \frac{M_{n+1}a^2}{2EJ} + \frac{Q_{n+1}a^2}{3EJ} = \frac{a^2}{6EJ}(2M_n + M_{n+1}) \\ \tan \theta_n &= \frac{1}{a}(y_n - y_{n+1} - \eta') \\ &= \frac{1}{a} \left\{ \frac{1}{D}(P_n - P_{n+1}) - \frac{a^2}{6EJ}(2M_n + M_{n+1}) \right\} \\ \tan \theta_n &= \frac{a^2}{144EJ} \left\{ \beta(P_n - P_{n+1}) \right. \\ &\quad \left. - \frac{24}{a}(2M_n + M_{n+1}) \right\} \dots\dots\dots(20) \end{aligned}$$

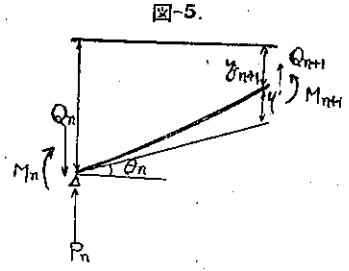


図-5.

同様にして図-6 より

$$\begin{aligned} \eta'' &= \frac{M_{n-1}a^2}{2EJ} - \frac{Q_{n-1}a^2}{3EJ} = \frac{a^2}{6EJ}(M_{n-1} + 2M_n) \\ \tan \theta_n &= \frac{1}{a}(y_{n-1} - y_n + \eta'') \\ \tan \theta_n &= \frac{a^2}{144EJ} \left\{ \beta(P_{n-1} - P_n) + \frac{24}{a}(M_{n-1} + 2M_n) \right\} \dots\dots\dots(21) \end{aligned}$$

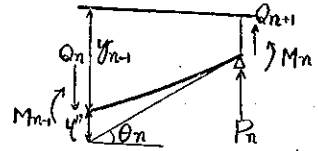


図-6.

(20) 及 (21) 式より得られた $\tan \theta_n$ の値が等しいことは (6) 式により容易に證明せられる。

$\tan \theta_n$ の値として (20) 及 (21) 式を平均すれば

$$\tan \theta_n = \frac{a^2}{288EJ} \left\{ \beta(P_{n-1} - P_{n+1}) + \frac{24}{a}(M_{n-1} - M_{n+1}) \right\} \dots\dots\dots(22)$$

(22) 式に (8) 及 (9) 式を入れれば

$$\begin{aligned} \tan \theta_n &= \frac{a^2}{288EJ} \{ \beta(\alpha \xi^{n-1} - \alpha \xi^{n+1}) + 24(\xi^{n-1} - \xi^{n+1}) \} \\ &= \frac{a^2}{288EJ} (\beta\alpha + 24) \left(\frac{1}{\xi} - \xi \right) \xi^n \\ \tan \theta_n &= \frac{a^2}{EJ} t_5^n \dots\dots\dots(23) \end{aligned}$$

とおけば

$$\begin{aligned} t &= \frac{1}{288} (\beta\alpha + 24) \left(\frac{1}{\xi} - \xi \right) \\ \left. \begin{aligned} t_1 &= -\sqrt{\frac{2 + \sqrt{1 - \beta}}{12}} \\ t_2 &= -\sqrt{\frac{2 - \sqrt{1 - \beta}}{12}} \\ t_3 &= \sqrt{\frac{2 - \sqrt{1 - \beta}}{12}} \\ t_4 &= \sqrt{\frac{2 + \sqrt{1 - \beta}}{12}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(24) \end{aligned}$$

次に次式に依り定義される R_n の計算をなす。之は境界条件を考慮する場合に必要な数である。

$$\left. \begin{aligned} R_n &= Q_n + Q_{n+1} \\ R_n &= \frac{1}{a}(M_{n-1} - M_{n+1}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (25)$$

$$\begin{aligned} R_n &= \left(\frac{1}{\xi} - \xi\right) \xi^n \\ R_n &= r \xi^n \dots\dots\dots (26) \end{aligned}$$

とおけば

$$\begin{aligned} r &= \frac{1}{\xi} - \xi \\ \left. \begin{aligned} r_1 &= -\sqrt{\alpha_1(4 + \alpha_1)} \\ r_2 &= -\sqrt{\alpha_2(4 + \alpha_2)} \\ r_3 &= \sqrt{\alpha_3(4 + \alpha_3)} \\ r_4 &= \sqrt{\alpha_4(4 + \alpha_4)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (27) \end{aligned}$$

之迄の結果をまとめれば

$$\left. \begin{aligned} M_n &= a(A_1 \xi_1^n + A_2 \xi_2^n + A_3 \xi_3^n + A_4 \xi_4^n) \\ P_n &= A_1 \alpha_1 \xi_1^n + A_2 \alpha_2 \xi_2^n + A_3 \alpha_3 \xi_3^n + A_4 \alpha_4 \xi_4^n \\ Q_n &= A_1 q_1 \xi_1^n + A_2 q_2 \xi_2^n + A_3 q_3 \xi_3^n + A_4 q_4 \xi_4^n \\ R_n &= A_1 r_1 \xi_1^n + A_2 r_2 \xi_2^n + A_3 r_3 \xi_3^n + A_4 r_4 \xi_4^n \\ \tan \theta_n &= \frac{a^2}{EJ} (A_1 t_1 \xi_1^n + A_2 t_2 \xi_2^n + A_3 t_3 \xi_3^n + A_4 t_4 \xi_4^n) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (28)$$

軌條の長さを無限とし $n \rightarrow \infty$ のとき M_n, P_n 等を 0 とすれば

$$\begin{aligned} |\xi_3| > 1 \quad |\xi_4| > 1 & \quad \text{であるから} \\ A_3 = 0 \quad A_4 = 0 & \quad \text{となる。} \end{aligned}$$

従つて

$$\left. \begin{aligned} M_n &= a(A_1 \xi_1^n + A_2 \xi_2^n) \\ P_n &= A_1 \alpha_1 \xi_1^n + A_2 \alpha_2 \xi_2^n \\ Q_n &= A_1 q_1 \xi_1^n + A_2 q_2 \xi_2^n \\ R_n &= A_1 r_1 \xi_1^n + A_2 r_2 \xi_2^n \\ \tan \theta_n &= \frac{a^2}{EJ} (A_1 t_1 \xi_1^n + A_2 t_2 \xi_2^n) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (29)$$

(29) 式に於て A_1 及 A_2 は番號 0 の枕木より左にある荷重の状態に依り定まる常數である。

今番號 0 の枕木上に W なる荷重がある場合につき之等の係數を定める。

此の場合には番號 0 の枕木を中心として左右對稱であるから

$$\begin{aligned} P_0 + 2Q_1 &= W \\ \therefore R_0 &= W \\ \text{又 } \tan \theta_0 &= 0 \end{aligned} \left\} \dots\dots\dots (30)$$

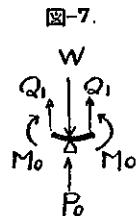


圖-7.

上式より常數 A_1 及 A_2 が定められ、之は W に比例する。故に $W=1$ なる場合につき A_1 及 A_2 を計算する。

$$\left. \begin{aligned} R_0 &= 1 \\ \tan \theta_0 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (31)$$

上式より

$$A_1 r_1 + A_2 r_2 = 1 \quad A_1 t_1 + A_2 t_2 = 0$$

$$A_1 = \frac{t_2}{r_1 t_2 - r_2 t_1} \quad A_2 = \frac{-t_1}{r_1 t_2 - r_2 t_1}$$

之を變形すれば

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \frac{\beta}{48\sqrt{1-\beta}t_1} \\ A_2 &= \frac{-\beta}{48\sqrt{1-\beta}t_2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (32)$$

番號 0 の枕木上に重さ 1 なる荷重 (單位荷重) があり此の外に荷重がない場合の M_n, P_n 等を次の様に定める。

$$\left. \begin{aligned} M_n &= a F_{Mn} \\ P_n &= F_{Pn} \\ Q_n &= F_{Qn} \\ \tan \theta_n &= \frac{a^2}{EJ} F_{Tn} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (33)$$

之等の係数の間には (2), (3) 及 (22) 式に依り次の關係が成立することが證明せられる。

$$\left. \begin{aligned} F_{Pn} &= F_{Qn} - F_{Q,n+1} \\ F_{Qn} &= F_{M,n-1} - F_{Mn} \\ F_{Tn} &= \frac{\beta}{288} (F_{P,n-1} - F_{P,n+1}) + \frac{1}{12} (F_{M,n-1} - F_{M,n+1}) \\ (F_{Mn} + F_{M,n+1}) + 2(F_{Tn} - F_{T,n+1}) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (34)$$

(32) 及 (29) 式を用ひ (33) 式を書き直せば次の様になる。

$$\left. \begin{aligned} F_{Mn} &= \frac{\beta}{8\sqrt{3(1-\beta)(3+\beta)}} \left(-\sqrt{2-\sqrt{1-\beta}}\xi_1^n + \sqrt{2+\sqrt{1-\beta}}\xi_2^n \right) \\ F_{Pn} &= \frac{\beta}{8\sqrt{3(1-\beta)(3+\beta)}} \left(-\sqrt{2-\sqrt{1-\beta}}\alpha_1\xi_1^n + \sqrt{2+\sqrt{1-\beta}}\alpha_2\xi_2^n \right) \\ F_{Qn} &= \frac{\beta}{8\sqrt{3(1-\beta)(3+\beta)}} \left(-\sqrt{2-\sqrt{1-\beta}}q_1\xi_1^n + \sqrt{2+\sqrt{1-\beta}}q_2\xi_2^n \right) \\ F_{Tn} &= \frac{\beta}{48\sqrt{1-\beta}} (\xi_1^n - \xi_2^n) \\ \alpha_1 &= \frac{12}{\beta} (-1 - \sqrt{1-\beta}) \\ \alpha_2 &= \frac{12}{\beta} (-1 + \sqrt{1-\beta}) \\ \xi_1 &= \frac{1}{2} \{ (2 + \alpha_1) + \sqrt{\alpha_1(4 + \alpha_1)} \} \\ \xi_2 &= \frac{1}{2} \{ (2 + \alpha_2) + \sqrt{\alpha_2(4 + \alpha_2)} \} \\ q_1 &= \frac{1}{\xi_1} - 1 \\ q_2 &= \frac{1}{\xi_2} - 1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (35)$$

2. 軌道係数が 1 より大なる場合

之迄の計算方法に依れば $\beta > 1$ なる場合には計算に虚数が含まれる爲次の様に式を變形する。

(12) 式より ξ を解く場合に其の 1 根を

$\xi_1 = \xi_0 e^{iu}$
 で表はせば他の根は次式により表はされる。

$$\left. \begin{aligned} \xi_2 &= \xi_0 e^{-iu} \\ \xi_3 &= \xi_0^{-1} e^{iu} \\ \xi_4 &= \xi_0^{-1} e^{-iu} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (36)$$

(12) 式を書き直せば

$$\xi^4 - 4\left(1 - \frac{6}{\beta}\right)\xi^3 + 6\left(1 + \frac{16}{\beta}\right)\xi^2 - 4\left(1 - \frac{6}{\beta}\right)\xi + 1 = 0$$

之より

$$\left\{ \begin{aligned} \xi_1 + \xi_2 + \xi_3 + \xi_4 &= 4\left(1 - \frac{6}{\beta}\right) \\ \xi_1 \xi_2 + \xi_1 \xi_3 + \xi_1 \xi_4 + \xi_2 \xi_3 + \xi_2 \xi_4 + \xi_3 \xi_4 &= 6\left(1 + \frac{16}{\beta}\right) \end{aligned} \right.$$

之より

$$\left\{ \begin{aligned} 2\left(\xi_0 + \frac{1}{\xi_0}\right) \cos u &= 4 - \frac{24}{\beta} \\ \left(\xi_0 + \frac{1}{\xi_0}\right)^2 + 4 \cos^2 u &= 8 + \frac{96}{\beta} \end{aligned} \right.$$

之を解けば

$$\xi_0 = \frac{1}{\sqrt{\beta}} \{(\sqrt{\beta+3}+3) - \sqrt{6(\sqrt{\beta+3}+2)}\} \dots\dots\dots (37)$$

$$\cos u = \frac{1}{\sqrt{\beta}} (\sqrt{\beta+3} - 3) \dots\dots\dots (38)$$

但し

$$0 < u < \pi$$

茲に

$$\alpha_1 = \alpha_0 e^{-iv}$$

とおけば (13) 式より

$$\alpha_0 = \frac{12}{\sqrt{\beta}} \dots\dots\dots (39)$$

$$\cos v = \frac{-1}{\sqrt{\beta}} \dots\dots\dots (40)$$

但し

$$\frac{\pi}{2} < v < \pi$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= \alpha_4 = \alpha_0 e^{-iv} \\ \alpha_2 &= \alpha_3 = \alpha_0 e^{iv} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (41)$$

q についても同様に計算すれば

$$\left. \begin{aligned} q_1 &= \sqrt{\frac{\sigma_0}{\xi_0}} e^{-i\frac{v+u}{2}} & q_2 &= \sqrt{\frac{\sigma_0}{\xi_0}} e^{i\frac{v+u}{2}} \\ q_3 &= -\sqrt{\alpha_0 \xi_0} e^{i\frac{v-u}{2}} & q_4 &= -\sqrt{\alpha_0 \xi_0} e^{-i\frac{v-u}{2}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (42)$$

次に t の計算をなす

$$t_1 = -t_0 e^{tw}$$

とおけば (24) 式より

$$t_0 = \frac{1}{6} \sqrt[4]{9\beta + 3} \dots\dots\dots (43)$$

$$\cos 2w = \frac{2}{\sqrt{\beta + 3}} \dots\dots\dots (44)$$

但し

$$0 < 2w < \frac{\pi}{2}$$

$$\left. \begin{aligned} t_1 &= -t_0 e^{tw} & t_2 &= -t_0 e^{-tw} \\ t_3 &= t_0 e^{-tw} & t_4 &= t_0 e^{tw} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (45)$$

次に r の計算をなす

$$r_1 = r_0 e^{-iz}$$

とおけば (27) 式より

$$r_0 = \frac{4}{\sqrt{\beta}} \sqrt[4]{9\beta + 3} \dots\dots\dots (46)$$

$$\cos 2z = \frac{6 - 4\beta}{\beta \sqrt{\beta + 3}} \dots\dots\dots (47)$$

但し

$$\left. \begin{aligned} & \left\{ \begin{aligned} 1 < \beta \leq 1.5 \text{ の時 } 2\pi > 2z \geq \frac{3}{2}\pi \\ 1.5 \leq \beta \leq 6 \text{ の時 } \frac{3}{2}\pi \geq 2z \geq \pi \\ 6 \leq \beta < \infty \text{ の時 } \pi \geq 2z > \frac{\pi}{2} \end{aligned} \right\} \\ & \left. \begin{aligned} r_1 &= r_0 e^{-iz} & r_2 &= r_0 e^{iz} \\ r_3 &= -r_0 e^{iz} & r_4 &= -r_0 e^{-iz} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (48) \end{aligned}$$

(46) 及 (47) 式により求められた r_0 及 z は既に求めた他の係数と次に示す様な関係を充すことが容易に證明せられる。即ち

$$2\alpha_0' r_0 = v \dots\dots\dots (49)$$

$$w + z = v \dots\dots\dots (50)$$

今 (28) 式に於て (36), (41), (42), (45), (48) 式を用ひ且つ

$$\left\{ \begin{aligned} A_1 &= -\frac{iA}{2} e^{i\varphi} & A_2 &= \frac{iA}{2} e^{-i\varphi} \\ A_3 &= -\frac{iB}{2} e^{i\psi} & A_4 &= \frac{iB}{2} e^{-i\psi} \end{aligned} \right.$$

とおけば次式の様に変形される。

$$\left. \begin{aligned} M_n &= a \{ A \xi_0^n \sin(\varphi + nu) + B \alpha_0^{-n} \sin(\psi + nu) \} \\ F_n &= A \alpha_0 \xi_0^n \sin(\varphi - v + nu) + B \alpha_0 \xi_0^{-n} \sin(\psi + v + nu) \\ Q_n &= A \sqrt{\alpha_0 v}^{-1} \xi_0^n \sin\left(\varphi - \frac{v+u}{2} + nu\right) - B \sqrt{\alpha_0 v} \xi_0^{-n} \sin\left(\psi + \frac{v-u}{2} + nu\right) \\ R_n &= A r_0 \xi_0^n \sin(\varphi - z + nu) - B r_0 \xi_0^{-n} \sin(\psi + z + nu) \\ \tan \theta_n &= \frac{n^2}{EJ} \{ -A t_0 \xi_0^n \sin(\varphi + w + nu) + B t_0 \xi_0^{-n} \sin(\psi - w + nu) \} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (51)$$

上式に於て A, B, φ, ψ は境界條件に依り定まる常數である。
軌條の長さを無限とし $n \rightarrow \infty$ の時 M_n, P_n 等を 0 とすれば

$$\xi_0 < 1$$

であるから (51) 式に於て $B=0$ となる。従つて

$$\left. \begin{aligned} M_n &= \alpha A \xi_0^n \sin(\varphi + nu) \\ P_n &= A \alpha_0 \xi_0^n \sin(\varphi - v + nu) \\ Q_n &= A \sqrt{\alpha_0 \xi_0^{-1}} \xi_0^n \sin\left(\varphi - \frac{v+u}{2} + nu\right) \\ R_n &= A r_0 \xi_0^n \sin(\varphi - z + nu) \\ \tan \theta_n &= -\frac{\alpha^2}{EJ} A t_0 \xi_0^n \sin(\varphi + w + nu) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (52)$$

番號 0 の枕木の上に單位荷重がある場合について上式の係數を定める。

(31) 式により

$$R_0 = 1 \qquad \tan \theta_0 = 0$$

従つて $A r_0 \sin(\varphi - z) = 1 \qquad \sin(\varphi + w) = 0$

故に

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= -w \\ A &= \frac{-1}{r_0 \sin v} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (53)$$

此の値を (52) 式に入れ (33) 式に示した記號を用ひれば次式の様になる。

$$\left. \begin{aligned} F_{Mn} &= \frac{\beta}{4\sqrt{3}\sqrt{\beta+3}\sqrt{\beta-1}} \xi_0^n \sin(w - nu) \\ F_{Pn} &= \frac{\sqrt{3}\sqrt{\beta}}{\sqrt{\beta+3}\sqrt{\beta-1}} \xi_0^n \sin(w + v - nu) \\ F_{Qn} &= \frac{\beta}{2\sqrt{\beta}\sqrt{\beta+3}\sqrt{\beta-1}} \xi_0^{n-\frac{1}{2}} \times \sin\left\{w + \frac{v}{2} - \left(n - \frac{1}{2}\right)u\right\} \\ F_{Rn} &= \frac{\beta}{24\sqrt{\beta-1}} \xi_0^n \sin nu \\ \xi_0 &= \frac{1}{\sqrt{\beta}} \{(\sqrt{\beta+3}+3) - \sqrt{6(\sqrt{\beta+3}+2)}\} \\ \cos u &= \frac{1}{\sqrt{\beta}} \{\sqrt{\beta+3}-3\} & 0 < u < \pi \\ \cos v &= \frac{-1}{\sqrt{\beta}} & \frac{\pi}{2} < v < \pi \\ \cos 2w &= \frac{2}{\sqrt{\beta+3}} & 0 < 2w < \frac{\pi}{2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (54)$$

3. 軌道係數が 1 の場合

(35) 式又は (54) 式に於て $\beta=1$ とおけば何れも $\frac{0}{0}$ と云ふ形になつて不定である。故に $\beta=1$ の場合は別に解かねばならない。

(6) 式に於て $\beta=1$ とすれば

$$M_{n-1} + 4M_n + M_{n+1} = -\frac{\alpha}{24}(P_{n-1} - 2P_n + P_{n+1}) \dots\dots\dots(55)$$

(7) 式を (55) 式に入れよ

$$(M_{n-2} - 4M_{n-1} + 6M_n - 4M_{n+1} + M_{n+2}) + 24(M_{n-1} + 4M_n + M_{n+1}) = 0$$

$$\therefore M_{n-2} + 20M_{n-1} + 102M_n + 20M_{n+1} + M_{n+2} = 0 \dots\dots\dots(56)$$

今 $M_n = \alpha \xi^n$ とおけば (56) 式は

$$\alpha(1 + 20\xi + 102\xi^2 + 20\xi^3 + \xi^4)\xi^{n-2} = 0 \text{ となる。}$$

$$(\xi^2 + 10\xi + 1)^2 = 0$$

$$\therefore \xi = -5 \pm \sqrt{24} \dots\dots\dots(57)$$

又 $M^n = an\xi^n$ とおけば (56) 式は

$$\alpha(\xi^2 + 10\xi + 1)\{n(\xi^2 + 10\xi + 1) + 2(\xi^2 - 1)\} = 0$$

となり $\xi = -5 \pm \sqrt{24}$ とおけば $\xi^2 + 10\xi + 1 = 0$ となるから (56) 式を満足する。

$$M_n = \alpha(A_1 + A_2n)(-5 + \sqrt{24})^n + \alpha(A_3 + A_4n)(-5 - \sqrt{24})^n$$

(7) 式より $P_n = \{-12(A_1 + A_2n) + 2\sqrt{24}A_2\}(-5 + \sqrt{24})^n$
 $+ \{-12(A_3 + A_4n) - 2\sqrt{24}A_4\}(-5 - \sqrt{24})^n$

(3) 式より

$$Q_n = \{-6 + \sqrt{24}(A_1 + A_2n) + (5 + \sqrt{24})A_2\}(-5 + \sqrt{24})^n$$

$$+ \{-6 - \sqrt{24}(A_3 + A_4n) + (5 - \sqrt{24})A_4\}(-5 - \sqrt{24})^n$$

(25) 式より

$$R_n = \{-2\sqrt{24}(A_1 + A_2n) + 10A_2\}(-5 + \sqrt{24})^n$$

$$+ \{2\sqrt{24}(A_3 + A_4n) + 10A_4\}(-5 - \sqrt{24})^n$$

(22) 式より

$$\tan \theta_n = \frac{\alpha^2}{EJ} \frac{1}{12} [\{-\sqrt{24}(A_1 + A_2n) + A_2\}(-5 + \sqrt{24})^n + \{\sqrt{24}(A_3 + A_4n)$$

$$+ A_4\}(-5 - \sqrt{24})^n]$$

上式に於て A_1, A_2, A_3, A_4 は境界条件に依り定まる常數である。

$n \rightarrow \infty$ の時 M_n, P_n 等を 0 とすれば

$$|-5 - \sqrt{24}| > 1$$

であるから $A_3 = 0, A_4 = 0$

となる。故に

$$M_n = \alpha(A_1 + A_2n)(-5 + \sqrt{24})^n$$

$$P_n = \{-12(A_1 + A_2n) + 2\sqrt{24}A_2\}(-5 + \sqrt{24})^n$$

$$Q_n = \{-6 + \sqrt{24}(A_1 + A_2n) + (5 + \sqrt{24})A_2\}(-5 + \sqrt{24})^n$$

$$R_n = \{-2\sqrt{24}(A_1 + A_2n) + 10A_2\}(-5 + \sqrt{24})^n$$

$$\tan \theta_n = \frac{\alpha^2}{EJ} \frac{1}{12} \{-\sqrt{24}(A_1 + A_2n) + A_2\}(-5 + \sqrt{24})^n$$

}(58)

}(59)

番號 0 の枕木の上に單位荷重が有る場合について上式の係數を定める。(31) 式に依り

$$\begin{cases} R_0=1 \\ \tan \theta_0=0 \\ -2\sqrt{24}A_1+10A_2=1 \\ \frac{1}{12}\{-\sqrt{24}A_1+A_2\}=0 \end{cases}$$

上式を解けば

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \frac{1}{8\sqrt{24}} \\ A_2 &= \frac{1}{8} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(60)$$

此の値を (59) 式に入れ (33) 式に示した記號を用ひれば次式の様になる。

$$\left. \begin{aligned} F_{Mn} &= \left(\frac{1}{16\sqrt{6}} + \frac{1}{8}n\right)(-5 + \sqrt{24})^n \\ F_{Pn} &= \left(\frac{3\sqrt{6}}{8} - \frac{3}{2}n\right)(-5 + \sqrt{24})^n \\ F_{Qn} &= \left(\frac{8+3\sqrt{6}}{16} - \frac{3+\sqrt{6}}{4}n\right)(-5 + \sqrt{24})^n \\ F_{Tn} &= \frac{1}{8\sqrt{6}}n(-5 + \sqrt{24})^n \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(61)$$

4. 軌道係数が 0 の場合

$D=\infty$ の時は $\beta=0$ となる。(6) 式に於て $\beta=0$ とおけば

$$M_{n-1} + 4M_n + M_{n+1} = 0 \dots\dots\dots(62)$$

今 $M_n = a\xi^n$ とおけば (62) 式より

$$\begin{aligned} 1 + 4\xi + \xi^2 &= 0 \\ \xi &= -2 \pm \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\therefore M_n = aA_1(-2 + \sqrt{3})^n + aA_2(-2 - \sqrt{3})^n$$

(7) 式より

$$P_n = -6A_1(-2 + \sqrt{3})^n - 6A_2(-2 - \sqrt{3})^n$$

(3) 式より

$$Q_n = -(3 + \sqrt{3})A_1(-2 + \sqrt{3})^n - (3 - \sqrt{3})A_2(-2 - \sqrt{3})^n$$

(25) 式より

$$R_n = -2\sqrt{3}A_1(-2 + \sqrt{3})^n + 2\sqrt{3}A_2(-2 - \sqrt{3})^n$$

(22) 式より

$$\tan \theta_n = \frac{\alpha^2}{EJ} \left\{ -\frac{1}{2\sqrt{3}}A_1(-2 + \sqrt{3})^n + \frac{1}{2\sqrt{3}}A_2(-2 - \sqrt{3})^n \right\}$$

$n \rightarrow \infty$ の時 M_n, P_n 等を 0 とすれば

$$|-2 - \sqrt{3}| > 1$$

であるから $A_2=0$ となる。

此の時は

$$\left. \begin{aligned} M_n &= aA_1(-2 + \sqrt{3})^n \\ P_n &= -6A_1(-2 + \sqrt{3})^n \\ Q_n &= -(3 + \sqrt{3})A_1(-2 + \sqrt{3})^n \\ R_n &= -2\sqrt{3}A_1(-2 + \sqrt{3})^n \\ \tan \theta_n &= -\frac{\alpha^2}{EJ} \frac{1}{2\sqrt{3}}A_1(-2 + \sqrt{3})^n \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(64)$$

上式には境界条件に依り定めるべき常数が唯1個しかなく、 $\beta \neq 0$ の場合即ち (29), (52), (59) 式に於て常数が 2 個あつた事に較べれば 1 個不足して居る。然し上式の計算過程を見ると (62) 式は (6) 式に相當して居るが茲では右邊が 0 になつて居る。故に今

$$\left. \begin{aligned} M_0 &= 0 & M_n &= 0 & P_0 &= A_2 & P_n &= 0 \\ Q_0 &= A_2 & Q_n &= 0 & R_0 &= A_2 & R_n &= 0 \\ \tan \theta_0 &= 0 & \tan \theta_n &= 0 & n &\neq 0 & n &= 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (65)$$

とおけば、之等の間に必要な条件即ち (2), (3), (6), (22), (25) 式を全部満足する。故に (65) 式も 1 個の解を表はす。(64) 及 (65) 式を組合せれば

$$\left. \begin{aligned} M_n &= \alpha A_1 (-2 + \sqrt{3})^n \\ P_n &= -6 A_1 (-2 + \sqrt{3})^n \\ Q_n &= -(3 + \sqrt{3}) A_1 (-2 + \sqrt{3})^n \\ R_n &= -2\sqrt{3} A_1 (-2 + \sqrt{3})^n \\ \tan \theta_n &= -\frac{\alpha^2}{EJ} \frac{1}{2\sqrt{3}} A_1 (-2 + \sqrt{3})^n \\ n &= 1, 2, 3, \dots \\ M_0 &= \alpha A_1 \\ P_0 &= -6 A_1 + A_2 \\ Q_0 &= -(3 + \sqrt{3}) A_1 + A_2 \\ R_0 &= -2\sqrt{3} A_1 + A_2 \\ \tan \theta_0 &= -\frac{\alpha^2}{EJ} \frac{1}{2\sqrt{3}} A_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (66)$$

番號 0 の枕木の上に單位荷重がある場合につき上式の係数を定める。(31) 式により

$$R_0 = 1 \quad \tan \theta_0 = 0$$

之を解けば $\left. \begin{aligned} A_1 &= 0 \\ A_2 &= 1 \end{aligned} \right\}$

此の値を (66) 式に入れ (33) 式に示した記號を用ひれば

$$\left. \begin{aligned} F_{Mn} &= 0 & F_{M0} &= 0 & F_{Pn} &= 0 & F_{P0} &= 1 \\ F_{Qn} &= 0 & F_{Q0} &= 1 & F_{Rn} &= 0 & F_{R0} &= 0 \\ n &= 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (67)$$

β が $0 < \beta < 1$ 以外の種々の値の場合に於て (54), (61), (67) 式に依り $F_{Mn}, F_{Pn}, F_{Qn}, F_{Rn}$ を計算し之を表 1~4 に示す。之等の表に於ける $F_{M-1}, F_{P-1}, F_{R-1}$ の意味に就ては後に述べる。

4. 荷重が枕木間の任意の位置にある場合

1. 軌道係数が 0 に非ざる場合

3 の計算に於て (35), (54), (61), (67) 式は總て番號 0 の枕木直上に單位荷重がある場合の數値を與へるが、これ

等の式を導いた途中に於ける (29), (53), (59), (66) 式に含まれる常数を適當に定める時には番號 0 の枕木より右に荷重が無い限り、これより左の荷重の分布状態の如何にかゝらず枕木直上の位置に於て軌條に生ずる曲げモーメント、軌條圧力等を與へるやうにすることが出来る。故に圖-8 に示す如く枕木間の任意の位置に荷重がある場合に軌條に生ずる曲げモーメント、軌條圧力等を知るには圖-3 に於ける k_a の値に依り (29), (53), (59), (66) 式に含まれる常数を定め、此の常数を用ひて M_n, P_n 等を計算せねばならぬ。然し k の種々の値に對し表 1-4 の様な表を作るとは煩雜なる爲圖-8 に於ける W なる荷重を圖-9 に示す如く此の兩側の枕木の直上にある λW 及 μW なる 2 つの荷重に置き換へることとし、此の置き換へられた荷重により番號 0 の枕木より右の部分に於ける軌條の曲げモーメント、軌條圧力等が圖-8 に示す W によるものと等しくなる様に λ 及 μ を決定する。此の様にする時は荷重が枕木間の任意の位置にある場合についても表 1-4 を使ふことが出来る。

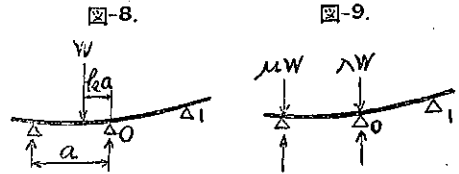
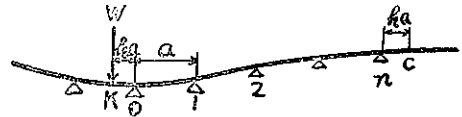


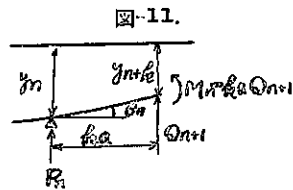
圖-10.

相反作用の定理に依り圖-10 に於て W なる荷重に依り生ずる番號 n の枕木の沈下量は番號 n の枕木直上に W なる荷重がある場合に於ける K 點の沈下量に等しい。更に云ひ換へれば之は番號 0 の枕木直上に W なる荷重が乗つた場合

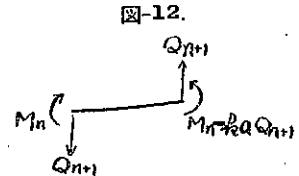


此の枕木より $(n+k)a$ なる距離にある點の沈下量に等しい。次に番號 0 の枕木直上に重さ 1 なる荷重が乗つた場合此の枕木より $(n+ka)$ なる距離にある點の沈下量を計算する。

圖-11 に示す如く沈下量を計算すべき點に働く曲げモーメント及剪断力の大きさは夫々 $M_n - kaQ_{n+1}$ 及 Q_{n+1} である。



此の點の沈下量を y_{n+k} とすれば之は次式により與へられる。



$$y_{n+k} = y_n - ka \tan \theta_n - \frac{M_n k^2 a^2}{2EJ} + \frac{Q_{n+1} k^3 a^3}{6EJ} \dots (68)$$

$$= \frac{1}{D} F_{Pn} - k \frac{a^3}{EJ} F_{Tn} - k^2 \frac{a^3}{2EJ} F_{Mn} + k^3 \frac{a^3}{6EJ} F_{Q_{n+1}}$$

$$D y_{n+k} = F_{Pn} + \frac{1}{\beta} (-144k F_{Tn} - 72k^2 F_{Mn} + 24k^3 F_{Q_{n+1}}) \dots (69)$$

圖-8 に於て番號 0 及 1 の枕木の沈下量を y_{0+k} 及 y_{1+k} で表はせば之は上式に於て $n=0$ 又は 1 とおいて得られる。即ち

$$\left. \begin{aligned} D y_{0+k} &= F_{P0} + \frac{1}{\beta} (-144k F_{T0} - 72k^2 F_{M0} + 24k^3 F_{Q1}) \\ D y_{1+k} &= F_{P1} + \frac{1}{\beta} (-144k F_{T1} - 72k^2 F_{M1} + 24k^3 F_{Q2}) \end{aligned} \right\} \dots (70)$$

圖-9 に於て λ 及 μ なる荷重に依り生ずる番號 0 及 1 の枕木の沈下量を y_{0+k} 及 y_{1+k} とすれば

$$\left. \begin{aligned} Dy_{0+k} &= \lambda F_{P0} + \mu F_{P1} \\ Dy_{1+k} &= \lambda F_{P1} + \mu F_{P2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (71)$$

図-8 に示す荷重に依り生ずる番號 1 及 2 の枕木の沈下量と図-9 に示す荷重に依り生ずる番號 1 及 2 の枕木の沈下量とが等しいとすれば (70) 及 (71) 式より

$$\left. \begin{aligned} \beta \lambda F_{P0} + \beta \mu F_{P1} &= \beta F_{P0} - 144k F_{T0} - 72k^2 F_{M0} + 24k^3 F_{Q1} \\ \beta \lambda F_{P1} + \beta \mu F_{P2} &= \beta F_{P1} - 144k F_{T1} - 72k^2 F_{M1} + 24k^3 F_{Q2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (72)$$

上式により λ 及 μ を計算し得る。

$k=0.1, 0.2, \dots, 0.9$ について λ 及 μ を計算した結果を表-5 及 図-13 に示す。

$$\left. \begin{aligned} k=0 \text{ の時は } \lambda &= 1 \quad \mu = 0 \\ k=1 \text{ の時は } \lambda &= 0 \quad \mu = 1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (73)$$

2. 軌道係数が 0 の場合

$\beta=0$ の場合には荷重が枕木直上にある時は軌條に曲げモーメントを生じないが荷重が枕木間にある時は曲げモーメントを生ずる。従つて $\beta \neq 0$ の場合に於ける様に枕木間の任意の位置にある荷重を此の兩側の枕木の直上にある 2 つの荷重に置き換へて考へることが出来ない。

故に荷重が枕木間の任意の位置にある場合の軌條圧力及軌條に生ずる曲げモーメント等の計算には (66) 式に於て A_1 を或る定數とし、 A_2 を 0 とした場合の表を作り、又荷重の任意の位置に對し A_1 及 A_2 を求める表を作り、此の組合せにより計算することゝす。

茲に

$$\left. \begin{aligned} F'_{Mn} &= -\frac{1}{6}(-2 + \sqrt{3})^n \\ F'_{Pn} &= (-2 + \sqrt{3})^n \\ F'_{Qn} &= \frac{3 + \sqrt{3}}{6}(-2 + \sqrt{3})^n \\ F'_{Tn} &= \frac{1}{13\sqrt{3}}(-2 + \sqrt{3})^n \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (74)$$

$n=0, 1, 2, \dots$

とおき、又單位荷重が図-8 に示す位置にある場合の A_1 及 A_2 の値を

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= -\frac{1}{6} \nu \\ A_2 &= \rho \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (75)$$

とおけば (66) 式は下の如くなる。

図-13.

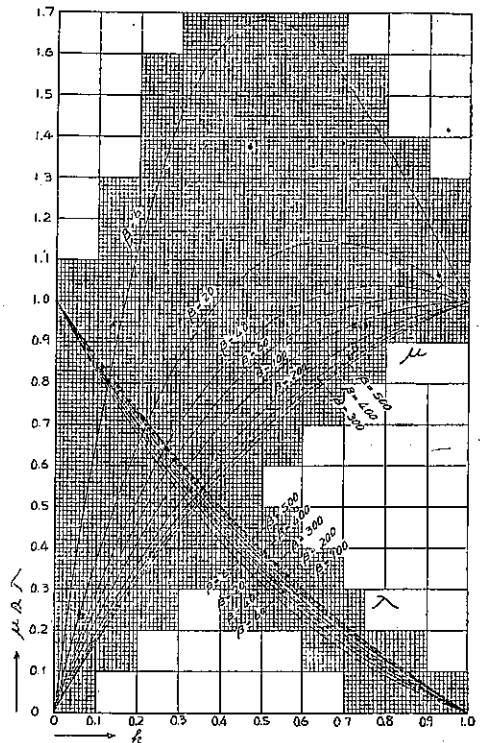


表-5 (a). λ の値

β	k	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
0	1	0.818 868	0.659 138	0.519 557	0.398 851	0.295 753	0.208 995	0.137 208	0.079 426	0.034 079	0.	0.
1	1	0.820 910	0.662 629	0.523 943	0.403 641	0.300 510	0.213 339	0.140 914	0.082 025	0.035 457	0.	0.
6	1.	0.827 252	0.673 498	0.527 592	0.418 551	0.315 347	0.226 915	0.152 210	0.090 186	0.039 798	0.	0.
20	1.	0.835 359	0.687 339	0.555 094	0.437 778	0.334 545	0.244 548	0.166 941	0.100 878	0.045 513	0.	0.
40	1.	0.840 986	0.696 999	0.567 323	0.451 239	0.348 030	0.256 980	0.177 369	0.108 480	0.049 596	0.	0.
60	1.	0.844 426	0.702 917	0.574 829	0.459 520	0.356 347	0.264 665	0.183 833	0.113 207	0.052 144	0.	0.
80	1.	0.846 889	0.707 160	0.580 218	0.465 474	0.362 335	0.270 209	0.188 504	0.116 629	0.053 928	0.	0.
100	1.	0.848 798	0.710 450	0.584 402	0.470 102	0.366 995	0.274 528	0.192 149	0.119 305	0.055 438	0.	0.
120	1.	0.850 350	0.713 127	0.587 809	0.473 873	0.370 796	0.278 056	0.195 128	0.121 492	0.056 623	0.	0.
140	1.	0.851 653	0.715 377	0.590 674	0.477 047	0.375 998	0.281 029	0.197 643	0.123 341	0.057 626	0.	0.
160	1.	0.852 774	0.717 315	0.593 141	0.479 782	0.376 759	0.283 594	0.199 815	0.124 938	0.058 492	0.	0.
180	1.	0.853 755	0.719 008	0.595 305	0.482 179	0.379 180	0.285 846	0.201 720	0.126 342	0.059 255	0.	0.
200	1.	0.854 625	0.720 514	0.597 225	0.484 311	0.381 334	0.287 850	0.203 418	0.127 593	0.059 935	0.	0.
220	1.	0.855 407	0.721 866	0.598 949	0.486 227	0.383 271	0.289 654	0.204 946	0.128 720	0.060 548	0.	0.
240	1.	0.856 116	0.723 092	0.600 514	0.487 965	0.385 029	0.291 291	0.206 335	0.129 745	0.061 105	0.	0.
260	1.	0.856 765	0.724 213	0.601 944	0.489 554	0.386 637	0.292 790	0.207 606	0.130 685	0.061 616	0.	0.
280	1.	0.857 358	0.725 243	0.603 260	0.491 017	0.388 118	0.294 170	0.208 778	0.131 548	0.062 087	0.	0.
300	1.	0.857 908	0.726 196	0.604 478	0.492 371	0.389 489	0.295 448	0.209 863	0.132 350	0.062 524	0.	0.
320	1.	0.858 419	0.727 081	0.605 610	0.493 630	0.390 764	0.296 627	0.210 783	0.133 097	0.062 931	0.	0.
340	1.	0.858 897	0.727 908	0.606 667	0.494 806	0.391 956	0.297 749	0.211 818	0.133 795	0.063 312	0.	0.
360	1.	0.859 344	0.728 683	0.607 659	0.495 909	0.393 073	0.298 729	0.212 705	0.134 451	0.063 669	0.	0.
380	1.	0.859 764	0.729 412	0.608 591	0.496 947	0.394 126	0.299 774	0.213 540	0.135 068	0.064 006	0.	0.
400	1.	0.860 161	0.730 100	0.609 471	0.497 926	0.395 119	0.300 702	0.214 329	0.135 652	0.064 325	0.	0.
420	1.	0.860 536	0.730 751	0.610 303	0.498 853	0.396 059	0.301 580	0.215 076	0.136 205	0.064 626	0.	0.
440	1.	0.860 892	0.731 368	0.611 093	0.499 733	0.396 951	0.302 414	0.215 785	0.136 730	0.064 913	0.	0.
460	1.	0.861 230	0.731 954	0.611 844	0.500 569	0.397 800	0.303 207	0.216 460	0.137 230	0.065 186	0.	0.
480	1.	0.861 552	0.732 513	0.612 560	0.501 367	0.398 609	0.303 963	0.217 104	0.137 706	0.065 447	0.	0.
500	1.	0.861 859	0.733 047	0.613 243	0.502 128	0.399 382	0.304 685	0.217 719	0.138 162	0.065 696	0.	0.

表-5 (b). μ の値

β	k	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
0	0.											1.
1	0.	2.504 543	4.157 975	5.079 086	5.386 661	5.199 490	4.626 359	3.816 057	2.857 371	1.879 030		1.
6	0.	0.664 202	1.141 814	1.455 790	1.699 085	1.684 653	1.645 449	1.524 428	1.374 542	1.188 748		1.
20	0.	0.367 104	0.652 162	0.863 682	1.010 172	1.100 143	1.142 102	1.144 598	1.116 021	1.064 998		1.
40	0.	0.266 836	0.518 774	0.700 832	0.828 026	0.925 373	0.977 891	1.030 595	1.038 504	1.026 633		1.
60	0.	0.254 541	0.464 788	0.634 473	0.767 328	0.867 084	0.937 474	0.982 229	1.005 080	1.009 759		1.
80	0.	0.236 052	0.433 761	0.596 166	0.726 311	0.827 236	0.901 481	0.953 599	0.985 101	0.999 557		1.
100	0.	0.223 700	0.412 972	0.570 417	0.698 659	0.800 239	0.877 820	0.933 984	0.971 334	0.992 472		1.
120	0.	0.214 693	0.397 777	0.551 349	0.678 303	0.780 536	0.859 941	0.919 415	0.961 052	0.987 149		1.
140	0.	0.207 742	0.386 030	0.536 932	0.662 513	0.764 840	0.845 980	0.908 000	0.952 965	0.982 943		1.
160	0.	0.202 162	0.376 585	0.525 159	0.649 770	0.752 308	0.834 662	0.898 720	0.946 369	0.979 500		1.
180	0.	0.197 550	0.368 769	0.515 400	0.639 190	0.741 885	0.823 228	0.889 666	0.940 843	0.976 606		1.
200	0.	0.193 653	0.362 154	0.507 132	0.630 213	0.733 025	0.817 195	0.884 350	0.936 118	0.974 125		1.
220	0.	0.190 299	0.356 457	0.500 002	0.622 462	0.725 364	0.810 258	0.878 610	0.932 009	0.971 963		1.
240	0.	0.187 372	0.351 480	0.493 766	0.615 675	0.718 649	0.804 130	0.873 563	0.928 291	0.970 055		1.
260	0.	0.184 787	0.347 079	0.488 249	0.609 663	0.712 693	0.798 707	0.869 076	0.925 168	0.968 353		1.
280	0.	0.182 480	0.343 151	0.483 318	0.604 286	0.707 360	0.793 846	0.865 048	0.922 271	0.966 820		1.
300	0.	0.180 404	0.339 612	0.478 874	0.599 436	0.702 546	0.789 452	0.861 403	0.919 646	0.965 429		1.
320	0.	0.178 522	0.336 403	0.474 840	0.595 029	0.698 168	0.785 494	0.858 083	0.917 252	0.964 159		1.
340	0.	0.176 806	0.333 474	0.471 155	0.591 001	0.694 163	0.781 792	0.855 029	0.915 035	0.962 992		1.
360	0.	0.175 231	0.330 784	0.467 770	0.587 299	0.690 479	0.778 421	0.852 234	0.913 029	0.961 414		1.
380	0.	0.173 778	0.328 303	0.464 646	0.583 878	0.687 073	0.775 302	0.849 638	0.911 151	0.960 914		1.
400	0.	0.172 453	0.326 004	0.461 749	0.580 706	0.683 912	0.772 406	0.847 224	0.909 404	0.959 983		1.
420	0.	0.171 183	0.323 865	0.459 052	0.577 751	0.680 966	0.769 704	0.844 971	0.907 772	0.959 113		1.
440	0.	0.170 013	0.321 867	0.456 533	0.574 989	0.678 211	0.767 176	0.842 861	0.906 263	0.958 297		1.
460	0.	0.168 922	0.319 997	0.454 172	0.572 399	0.675 626	0.764 803	0.840 880	0.904 805	0.957 529		1.
480	0.	0.167 896	0.318 239	0.451 954	0.569 964	0.673 193	0.762 570	0.839 014	0.903 450	0.956 804		1.
500	0.	0.166 929	0.316 583	0.449 865	0.567 668	0.670 901	0.760 462	0.837 251	0.902 170	0.956 119		1.

$$\begin{aligned}
 M_n &= av F' M_n \\
 P_n &= v F' P_n \\
 Q_n &= v F' Q_n \\
 \tan \theta_n &= \frac{a^2}{EJ} v F' r_n \\
 n &= 1, 2, 3, \dots \\
 M_0 &= av F' M_0 = -a \frac{1}{6} v \\
 P_0 &= \rho + v F' r_0 = \rho + v \\
 Q_0 &= \rho + v F' r_0 = \rho + \frac{3 + \sqrt{3}}{6} v \\
 \tan \theta_0 &= \frac{a^2}{EJ} v F' r_0 = \frac{a^2}{EJ} \frac{1}{2\sqrt{3}} v
 \end{aligned} \tag{76}$$

(74) 式に定義された係数の間にも (34) 式に示した関係は成立する。

次に ρ 及 v を種々の k の値につき計算するのに図-8 に示す荷重を図-14, 15 に示す如き 2 つの荷重の状態の合計したものと考へ、此の各々につき M_0 及 Q_0 の値を求め最後に之等の曲げモーメント及剪断力を合計する。

荷重の状態が図-14, 16 に示す様に C 点を通る垂直線に關し左右對稱である場合には

$$Q_0 = \frac{W}{2}$$

又 C 點に於ては軌條の傾きは 0 であるから此の點を基準として番號 0 の枕木上の軌條の傾斜角度を計算すれば

$$\tan \theta^0 = \frac{1}{EJ} \left\{ \frac{a}{2} M_0 + \frac{1}{2} \frac{a^2}{4} Q_0 - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} - k \right)^2 a^2 \frac{W}{2} \right\} \tag{77}$$

(76) 式より
$$\tan \theta_0 = -\frac{a}{EJ} \frac{1}{2\sqrt{3}} \tag{78}$$

$$\therefore -\frac{a}{EJ} \frac{1}{2\sqrt{3}} M_0 = \frac{1}{EJ} \left\{ \frac{a}{2} M_0 + \frac{1}{2} \frac{a^2}{4} \frac{W}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} - k \right)^2 a^2 \frac{W}{2} \right\}$$

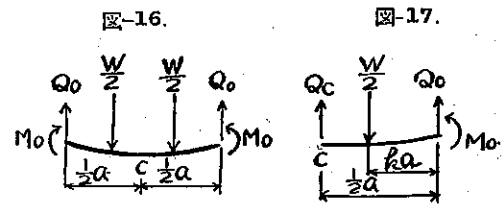
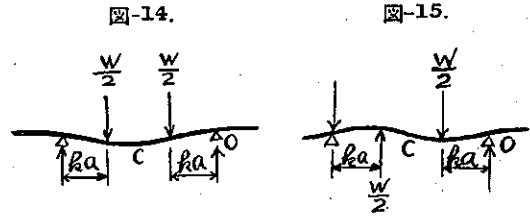
上式より
$$\left. \begin{aligned}
 M_0 &= -\frac{3 - \sqrt{3}}{4} k(1-k)aW \\
 Q_0 &= \frac{1}{2} W
 \end{aligned} \right\} \tag{79}$$

次に図-15 に示す荷重の状態について M_0 及 Q_0 を計算する。

図-15, 17 に於て C 點に關し其の左の部分と右の部分は對稱である。故に C 點に於ける曲げモーメント及沈下量は 0 である。力の平衡條件より次の式が成り立つ。

$$Q_0 + Q_c = \frac{W}{2}, \quad M_0 + \frac{1}{2} a Q_0 = \left(\frac{1}{2} - k \right) a \frac{W}{2} \tag{80}$$

C 點に於ける沈下量が 0 であると云ふ條件より



$$\frac{1}{2}a \tan \theta_0 + \frac{1}{EJ} \left\{ -\frac{1}{3} \frac{a^3}{8} Q_0 + \frac{1}{6} \left(\frac{3}{2} a - ka \right) k^2 a^2 \frac{W}{2} \right\} = 0 \dots\dots\dots (81)$$

(80), (81) 及 (78) 式より M_0 及 Q_0 を求むれば

$$M_0 = -\frac{\sqrt{3}-1}{4} k(1-k)(1-2k)aW, \quad Q_0 = \frac{1}{2} \{1+(\sqrt{3}-1)k(1-k)\} (1-2k)W \dots\dots\dots (82)$$

(79) 及 (82) 式の M_0 及 Q_0 の和を作れば任意の荷重の位置に對する M_0 及 Q_0 が得られる。即ち

$$M_0 = -\frac{1}{2} k(1-k) \{1-(\sqrt{3}-1)k\} aW, \quad Q_0 = \frac{1}{2} [2+(\sqrt{3}-1)k(1-2k)] (1-k)W \dots\dots\dots (83)$$

(76) 式より $M_0 = -a \frac{1}{6} \nu W, \quad Q_0 = \left(\rho + \frac{3+\sqrt{3}}{6} \nu \right) W$

之を解けば $\nu = 3k(1-k) \{1-(\sqrt{3}-1)k\}, \quad \rho = (1-k)^2 \dots\dots\dots (84)$

上式は $0 < k \leq \frac{1}{2}$ の場合を標準にして導いた式であるが $\frac{1}{2} < k \leq 1$ の場合でも同様な計算方法に依り (84) 式が導かれる。

表-6 に $F'_{Mn}, F'_{Fn}, F'_{Qn}, F'_{Tn}$ を示し表-7及図-20に ρ 及 ν の値を示す。

表-6.

n	-1	0	1	2	3	4	5
F'_{Mn}	0.622,008	-0.166,667	0.044,658	-0.011,966	0.003,206	-0.000,859	0.000,230
F'_{Fn}		1.	-0.267,949	0.071,797	-0.019,238	0.009,155	-0.001,321
F'_{Qn}		0.786,675	-0.211,325	0.056,624	-0.015,172	0.004,065	-0.001,089
F'_{Tn}	-0.179,558	0.046,113	-0.012,892	0.003,454	-0.000,926	0.000,248	-0.000,066

n	6	7	8	9	10	11	12
F'_{Mn}	-0.000,062	0.000,017	-0.000,004	0.000,001	-0.000,000	0.000,000	-0.000,000
F'_{Fn}	0.000,370	-0.000,099	0.000,027	-0.000,007	0.000,002	-0.000,001	0.000,000
F'_{Qn}	0.000,292	-0.000,078	0.000,021	-0.000,006	0.000,002	-0.000,000	0.000,000
F'_{Tn}	0.000,018	-0.000,005	0.000,001	-0.000,000	0.000,000	-0.000,000	0.000,000

表-7.

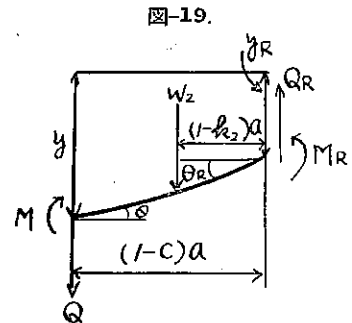
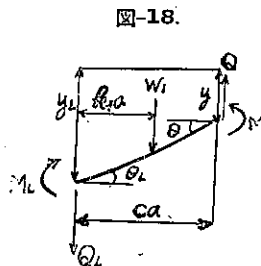
E	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.
ν	0.	0.250,235	0.409,722	0.491,642	0.509,169	0.475,481	0.403,754	0.307,166	0.198,892	0.092,112	0.
λ'	1.	0.729	0.512	0.343	0.216	0.125	0.064	0.027	0.008	0.001	0.

5. 枕木間の任意の位置に於ける軌條に生ずる応力及変形

1. 一般の場合

3 及 4 に依り荷重の分布状態が如何なる場合でも各枕木の上に於て軌條に生ずる曲げモーメント、軌條圧力、沈下量、軌條の傾斜角及各枕木間の軌條に生ずる剪断力が計算される。次にこれ等の応力及変形を用ひて、枕木間の任意の位置に於て軌條に生ずる応力及変形の大きさを求める計算法を述べる。

図-18 に於て応力及変形を計算する位置に於ける軌條の曲げモーメント、剪断力、沈下量、軌條の傾斜角を夫々 M, Q, ν, θ とし、



この直ぐ左の枕木の上の軌條に生ずる応力及変形の大きさを M_L, Q_L, y_L, θ_L とする。応力及変形を計算する位置とこの枕木との間の距離を ca としこの中間に大きさ W_1 なる荷重があり、この荷重と枕木との距離を k_1a とする。

$$k_1 < c$$

M_L, Q_L, y_L, θ_L は 3 及 4 に依り計算され、これ等の量を用ひて M, Q, y, θ を表せば下のやうになる。

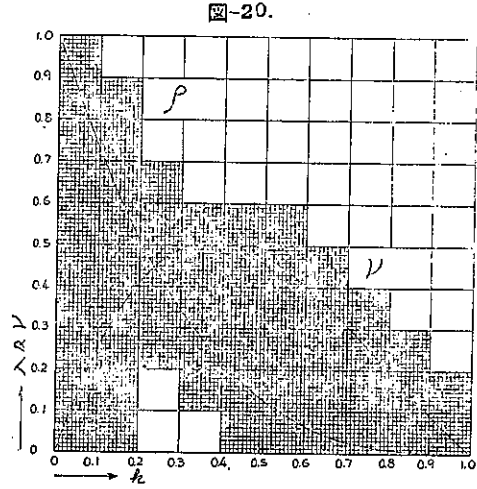


図-20.

$$\left. \begin{aligned} Q &= Q_L + W_1 & M &= M_L - caQ_L - (c - k_1)aW_1 \\ \tan \theta &= \tan \theta_L + \frac{1}{EJ} caM_L - \frac{1}{2EJ} c^2 a^2 Q_L - \frac{1}{2EJ} (c - k_1)^2 a^2 W_1 \\ y &= y_L - ca \tan \theta_L - \frac{1}{2EJ} c^2 a^2 M_L + \frac{1}{6EJ} c^2 a^2 Q_L + \frac{1}{6EJ} (c - k_1)^2 a^3 W_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots(85)$$

応力及変形を計算する位置の直ぐ右の枕木の上の軌條に生ずる応力及変形の大きさを M_R, Q_R, y_R, θ_R とし、図-19 を標準にして計算すれば

$$\left. \begin{aligned} c < k_2 & \quad Q = Q_R - W_2 & \quad M = M_R + (1 - c)aQ_R - (k_2 - c)aW_2 \\ \tan \theta &= \tan \theta_R - \frac{1}{EJ} (1 - c)aM_R - \frac{1}{2EJ} (1 - c)^2 a^2 Q_R + \frac{1}{2EJ} (k_2 - c)^2 a^2 W_2 \\ y &= y_R + (1 - c)a \tan \theta_R - \frac{1}{2EJ} (1 - c)^2 a^2 M_R - \frac{1}{6EJ} (1 - c)^2 a^3 Q_R + \frac{1}{6EJ} (k_2 - c)^3 a^3 W_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots(86)$$

(85) 式と(86) 式とを組合せれば

$$\left. \begin{aligned} Q &= Q_L + W_1 = Q_R - W_2 \\ M &= (1 - c)M_L + cM_R + (1 - c)k_1 a W_1 + c(1 - k_2)a W_2 \\ \tan \theta &= (1 - c) \tan \theta_L + c \tan \theta_R + \frac{1}{2EJ} c(1 - c)a^2 Q - \frac{1}{2EJ} (1 - c)k_1^2 a^2 W_1 \\ &\quad + \frac{1}{2EJ} c(1 - k_2)^2 a^2 W_2 \\ y &= (1 - c)y_L + cy_R + \frac{a^2}{6EJ} c(1 - c)(2 - c)M_L + \frac{a^2}{6EJ} c(1 - c)(1 + c)M_R \\ &\quad + \frac{a^3}{6EJ} (1 - c)k_1(2c - c^2 - k_1^2)W_1 + \frac{a^3}{6EJ} c(1 - k_2)(2k_2 - k_2^2 - c^2)W_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots(87)$$

応力又は変形を計算する位置と同一枕木間隔内に荷重 W_1 及 W_2 がある場合には (85), (86) 及 (87) 式に示す様に右邊の最後に之等の中一方又は両方の荷重に關する項が加り、其のため式の形が複雑になつて居るが次に之等 W_1 及 W_2 の項を其の前の項の中に含ませて外見上式の形を簡單にする方法を導く。

(35), (54) 及 (61) 式に於て $n = -1$ と置いて得られた F_{Mn}, F_{Pn}, F_{Tn} の値を $F_{M,-1}, F_{P,-1}, F_{T,-1}$ とし表-1~4 に示す。之等の係數に對しても (34) 式に示す關係は成立する。

(86) 式に於て荷重が W_1 のみの場合には $1-k_1$ に對する λ 及 μ の値を $\lambda_{1-k_1}, \mu_{1-k_1}$ とすれば

$$M_N = (\lambda_{1-k_1} F_{M0} + \mu_{1-k_1} F_{M1}) \alpha W_1 \quad Q_R = (\lambda_{1-k_1} F_{Q0} + \mu_{1-k_1} F_{Q1}) W_1$$

$$\therefore M = (\lambda_{1-k_1} F_{M0} + \mu_{1-k_1} F_{M1}) \alpha W_1 + (1-c)(\lambda_{1-k_1} F_{Q0} + \mu_{1-k_1} F_{Q1}) \alpha W_1$$

(34) 式に依り $F_{M0} + F_{Q0} = F_{M,-1} \quad F_{M1} + F_{Q1} = F_{M0}$

であるから

$$M = (\lambda_{1-k_1} F_{M,-1} + \mu_{1-k_1} F_{M0}) \alpha W_1 - c(\lambda_{1-k_1} F_{Q0} + \mu_{1-k_1} F_{Q1}) \alpha W_1$$

茲に得た式は (85) 式の中 M を計算する式で

M_L の代りに $(\lambda_{1-k_1} F_{M,-1} + \mu_{1-k_1} F_{M0}) \alpha W_1$ と置き

Q_L の代りに $(\lambda_{1-k_1} F_{Q0} + \mu_{1-k_1} F_{Q1}) W_1$ と置き

第 3 項を捨てた場合に相當する。

故に W_1 の外に多くの荷重がある場合にも M_L 及 Q_L の中の W_1 に依る部分の計算を行ふ場合に上に述べた方法を用ひれば最後の W_1 の項が不必要となる。之は $Q, \tan \theta$ 及 y の計算の場合でも同様であつて $Q_L, M_L, \tan \theta_L$ 及 y_L の中 W_1 に依る部分の計算を行ふ場合上と同様な方法を用ひれば (85) 式に於て最後の W_1 の項を除くことが出来る。

(86) 及 (87) 式に於ても同様にして最後の W_1 及 W_2 の項を除くことが出来る。

2. 軌道係數が 0 に非ざる場合

枕木直上にある單位荷重によりこの枕木より $(n+c)\alpha$ なる距離に於て軌條に生ずる応力及変形は (85)~(87) 式に於て $W_1 = 0, W_2 = 0$ とおけば (85) 式より

$$\left. \begin{aligned} Q &= F_{Q,n+1} & M &= \alpha(F_{Mn} - cF_{Q,n+1}) \\ \tan \theta &= \frac{\alpha^2}{EJ} \left(F_{Tn} + cF_{Mn} - \frac{1}{2}c^2F_{Q,n+1} \right) \\ y &= \frac{\alpha^3}{EJ} \left(\frac{\beta}{144} F_{Pn} - cF_{Tn} - \frac{1}{2}c^2F_{Mn} + \frac{1}{6}c^2F_{Q,n+1} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (88)$$

(87) 式より

$$\left. \begin{aligned} Q &= F_{Q,n+1} & M &= \alpha \{ (1-c)F_{Mn} + cF_{M,n+1} \} \\ \tan \theta &= \frac{\alpha^2}{EJ} \left\{ (1-c)F_{Tn} + cF_{T,n+1} + \frac{1}{2}c(1-c)F_{Q,n+1} \right\} \\ y &= \frac{\alpha^3}{EJ} \left\{ \frac{\beta}{144}(1-c)F_{Pn} + \frac{\beta}{144}cF_{P,n+1} + \frac{1}{6}c(1-c)(2-c)F_{Mn} + \frac{1}{6}c(1-c)(1+c)F_{M,n+1} \right\} \end{aligned} \right\} (89)$$

又は

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{D} \left\{ (1-c)F_{Pn} + cF_{P,n+1} + \frac{34}{\beta}c(1-c)(3-c)F_{Mn} + \frac{34}{\beta}c(1-c)(1+c)F_{M,n+1} \right\} \\ &= \frac{1}{D} (\lambda_c F_{Pn} - \mu_c F_{P,n+1}) \end{aligned}$$

(89) 式に於て $c = \frac{1}{2}$ とおけば

$$Q = F_{Q,n+1} \quad M = \alpha \left(\frac{1}{2}F_{Mn} + \frac{1}{2}F_{M,n+1} \right)$$

$$\tan \theta = \frac{\alpha^2}{EJ} \left(\frac{1}{2} F_{Tn} + \frac{1}{2} F_{T,n+1} + \frac{1}{8} F_{Q,n+1} \right) \tag{90}$$

$$y = \frac{\alpha^3}{EJ} \left(\frac{\beta}{288} F_{Pn} + \frac{\beta}{288} F_{P,n+1} + \frac{1}{16} F_{Mn} + \frac{1}{16} F_{M,n+1} \right)$$

又は

$$y = \frac{1}{D} \left(\frac{1}{2} F_{Pn} + \frac{1}{2} F_{P,n+1} + \frac{9}{\beta} F_{Mn} + \frac{9}{\beta} F_{M,n+1} \right) = \frac{1}{D} (\lambda_{0.5} F_{Pn} + \mu_{0.5} F_{P,n+1})$$

今枕木間の中央の點の軌條の曲げモーメントを計算する爲に

$$\frac{1}{2} F_{Mn} + \frac{1}{2} F_{M,n+1} = H_{M,n+0.5} \tag{91}$$

とおけば (90) 式より

$$M = \alpha H_{M,n+0.5} \tag{92}$$

表-8.

$\beta \backslash n$	$H_{N,0.5}$	H_{N0}	$H_{N0.5}$	H_{N1}	$H_{N1.5}$	H_{N2}	$H_{N2.5}$	H_{N3}
0	0	0.170,753	0	0	0	0	0	0
1	0.505,156	0.178,609	0.005,195	-0.006,196	0.001,199	-0.000,179	0.000,024	
6	0.523,862	0.203,396	0.023,961	-0.023,961	-0.001,097	0.001,026	0.000,049	
20	0.555,214	0.247,490	0.055,214	-0.041,821	-0.015,935	0.000,065	0.001,601	
40	0.585,455	0.281,119	0.085,452	-0.047,847	-0.032,535	-0.006,899	0.001,689	
60	0.604,111	0.303,546	0.104,111	-0.049,014	-0.043,891	-0.014,775	-0.000,257	
80	0.620,817	0.324,807	0.120,816	-0.047,594	-0.052,440	-0.029,168	-0.003,217	
100	0.635,022	0.341,099	0.135,021	-0.046,003	-0.059,058	-0.042,142	-0.006,660	
120	0.647,478	0.355,165	0.147,478	-0.045,511	-0.064,265	-0.057,594	-0.010,513	
140	0.658,629	0.367,655	0.158,629	-0.040,748	-0.068,466	-0.041,020	-0.014,032	
160	0.668,764	0.378,926	0.168,763	-0.037,340	-0.071,945	-0.046,212	-0.017,735	
180	0.678,079	0.389,229	0.178,079	-0.034,317	-0.074,802	-0.051,005	-0.021,377	
200	0.686,718	0.398,739	0.186,718	-0.031,346	-0.077,183	-0.055,360	-0.024,932	
220	0.694,787	0.407,584	0.194,787	-0.028,322	-0.079,174	-0.059,371	-0.028,386	
240	0.702,370	0.415,866	0.202,370	-0.025,354	-0.080,844	-0.063,080	-0.031,734	
260	0.709,530	0.423,662	0.209,530	-0.022,362	-0.082,244	-0.066,518	-0.034,973	
280	0.716,322	0.431,024	0.216,321	-0.019,423	-0.083,415	-0.069,715	-0.038,103	
300	0.722,784	0.438,033	0.222,784	-0.017,023	-0.084,391	-0.072,646	-0.041,129	
320	0.728,956	0.444,699	0.228,955	-0.014,164	-0.085,200	-0.075,480	-0.044,050	
340	0.734,864	0.451,069	0.234,864	-0.011,547	-0.085,860	-0.078,087	-0.046,875	
360	0.740,536	0.457,170	0.240,536	-0.008,372	-0.086,395	-0.080,532	-0.049,600	
380	0.745,991	0.463,029	0.245,991	-0.005,841	-0.086,818	-0.082,850	-0.052,235	
400	0.751,250	0.468,666	0.251,250	-0.003,151	-0.087,141	-0.084,994	-0.054,784	
420	0.756,328	0.474,100	0.256,327	-0.000,504	-0.087,375	-0.087,032	-0.057,249	
440	0.761,237	0.479,349	0.261,237	0.002,101	-0.087,551	-0.089,957	-0.059,634	
460	0.765,993	0.484,425	0.265,993	0.004,467	-0.087,618	-0.092,776	-0.061,943	
480	0.770,606	0.489,341	0.270,606	0.007,194	-0.087,640	-0.092,497	-0.064,180	
500	0.775,085	0.494,110	0.275,085	0.009,683	-0.087,606	-0.094,127	-0.066,298	

$\beta \backslash n$	$H_{N0.5}$	H_{N0}	$H_{N0.5}$	H_{N1}	$H_{N1.5}$	H_{N2}	$H_{N2.5}$	H_{N3}
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	-0.000,003	0.000,000	-0.000,000	0.000,000	-0.000,000	0.000,000	-0.000,000	
6	-0.000,049	-0.000,002	0.000,002	0.000,000	-0.000,000	0.000,000	-0.000,000	
20	0.000,399	-0.001,038	-0.000,034	-0.000,008	0.000,003	0.000,002	0.000,000	
40	0.001,705	0.000,424	-0.000,039	-0.000,039	-0.000,031	0.000,001	0.000,004	
60	0.002,110	0.001,320	0.000,285	-0.000,077	-0.000,089	-0.000,034	-0.000,002	
80	0.002,394	0.002,069	0.000,781	0.000,068	-0.000,111	-0.000,020	-0.000,026	
100	0.001,805	0.002,606	0.001,354	0.000,325	-0.000,069	-0.000,114	-0.000,061	
120	0.000,791	0.002,706	0.001,869	0.000,655	0.000,046	-0.000,125	-0.000,093	
140	-0.000,524	0.002,982	0.002,345	0.001,024	0.000,146	-0.000,101	-0.000,122	
160	-0.002,084	0.002,858	0.002,743	0.001,407	0.000,399	-0.000,045	-0.000,156	
180	-0.003,977	0.002,560	0.003,056	0.001,786	0.000,633	0.000,040	-0.000,153	
200	-0.005,627	0.002,111	0.003,231	0.002,147	0.000,589	0.000,135	-0.000,114	
220	-0.007,539	0.001,525	0.003,421	0.002,484	0.001,157	0.000,289	-0.000,078	
240	-0.009,509	0.000,849	0.003,480	0.002,791	0.001,432	0.000,445	-0.000,021	
260	-0.011,514	0.000,070	0.003,468	0.003,064	0.001,707	0.000,616	0.000,044	
280	-0.013,541	-0.000,787	0.003,374	0.003,301	0.001,979	0.000,799	0.000,128	
300	-0.015,574	-0.001,711	0.003,221	0.003,503	0.002,242	0.000,991	0.000,221	
320	-0.017,618	-0.002,692	0.003,068	0.003,667	0.002,495	0.001,189	0.000,332	
340	-0.019,651	-0.003,721	0.002,739	0.003,796	0.002,737	0.001,392	0.000,450	
360	-0.021,674	-0.004,791	0.002,419	0.003,889	0.002,965	0.001,576	0.000,576	
380	-0.023,681	-0.005,894	0.002,094	0.003,949	0.003,178	0.001,800	0.000,707	
400	-0.025,671	-0.007,027	0.001,646	0.003,976	0.003,375	0.002,003	0.000,849	
420	-0.027,640	-0.008,283	0.001,200	0.003,971	0.003,557	0.002,201	0.000,994	
440	-0.029,586	-0.009,639	0.000,718	0.003,946	0.003,721	0.002,400	0.001,143	
460	-0.031,508	-0.011,051	0.000,205	0.003,872	0.003,879	0.002,592	0.001,294	
480	-0.033,405	-0.011,736	-0.000,338	0.003,761	0.004,000	0.002,779	0.001,449	
500	-0.035,276	-0.012,971	-0.000,908	0.003,664	0.004,115	0.002,960	0.001,603	

表-8 にこの $H_{M,n+0.5}$ の値を示す。

単位荷重が枕木間の中央にある時この荷重の下に生ずる軌條の曲げモーメントは $h=0.5$ に對する λ 及 μ の値を $\lambda_{0.5}$ 及 $\mu_{0.5}$ とすれば (92) 式に依り

$$M = a(\lambda_{0.5} H_{M,-0.5} + \mu_{0.5} H_{M,0.5}) \dots \dots \dots (93)$$

となり, (87) 式に於て $M_L = M_R$ であるから

$$M = a \left(\lambda_{0.5} F_{M0} + \mu_{0.5} F_{M1} + \frac{1}{4} \right) \dots \dots \dots (94)$$

が得られ、これ等は等しい値を興へる。この係数を

$$H_{M0} = \lambda_{0.5} H_{M,-0.5} + \mu_{0.5} H_{M,0.5} = \lambda_{0.5} F_{M0} + \mu_{0.5} F_{M1} + \frac{1}{4} \dots \dots \dots (95)$$

とおき同じく表-8 に示す。

3. 軌道係数が 0 の場合

図-10 に示す位置にある単位荷重に依り番號 0 の枕木より右に $(u+c)u$ なる距離に於て軌條に生ずる応力及変形は (76) 及 (85) 式により

$$\left. \begin{aligned} Q &= v F'_{Q,n+1} & M &= av(F'_{Mn} - c F'_{Q,n+1}) \\ \tan \theta &= \frac{a^2}{EJ} v \left(F'_{Tn} + c F'_{Mn} - \frac{1}{2} c^2 F'_{Q,n+1} \right) \\ y &= \frac{a^3}{EJ} v \left(-c F'_{Tn} - \frac{1}{2} c^2 F'_{Mn} + \frac{1}{6} c^3 F'_{Q,n+1} \right) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (96)$$

$$(86) \text{ 式より } \left. \begin{aligned} Q &= v F'_{Q,n+1} & M &= av \{ F'_{M,n+1} + (1-c) F'_{Q,n+1} \} \\ \tan \theta &= \frac{a^2}{EJ} v \left\{ F'_{T,n+1} - (1-c) F'_{M,n+1} - \frac{1}{2} (1-c)^2 F'_{Q,n+1} \right\} \\ y &= \frac{a^3}{EJ} v \left\{ (1-c) F'_{T,n+1} - \frac{1}{2} (1-c)^2 F'_{M,n+1} - \frac{1}{6} (1-c)^3 F'_{Q,n+1} \right\} \end{aligned} \right\}$$

$$(87) \text{ 式より } \left. \begin{aligned} Q &= v F'_{Q,n+1} & M &= av \{ (1-c) F'_{Mn} + c F'_{M,n+1} \} \\ \tan \theta &= \frac{a^2}{EJ} v \left\{ (1-c) F'_{Tn} + c F'_{T,n+1} + \frac{1}{2} c(1-c) F'_{Q,n+1} \right\} \\ y &= \frac{a^3}{EJ} v \left\{ \frac{1}{6} c(1-c)(2-c) F'_{Mn} + \frac{1}{6} c(1-c)(1+c) F'_{M,n+1} \right\} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (97)$$

(97) 式に於て $c = \frac{1}{2}$ とおけば

$$\left. \begin{aligned} Q &= v F'_{Q,n+1} & M &= av \left(\frac{1}{2} F'_{Mn} + \frac{1}{2} F'_{M,n+1} \right) \\ \tan \theta &= \frac{a^2}{EJ} v \left(\frac{1}{2} F'_{Tn} + \frac{1}{2} F'_{T,n+1} + \frac{1}{8} F'_{Q,n+1} \right) \\ y &= \frac{a^3}{EJ} v \left(\frac{1}{16} F'_{Mn} + \frac{1}{16} F'_{M,n+1} \right) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (98)$$

枕木間の中央の點の軌條の曲げモーメントを計 するために

$$\frac{1}{2} F'_{Mn} + \frac{1}{2} F'_{M,n+1} = H'_{M,n+0.5} \dots \dots \dots (99)$$

とおけば (98) 式より

$$M = av H'_{M,n+0.5} \dots\dots\dots (100)$$

表-9 に $H'_{M,n+0.5}$ の値を示す。

荷重の位置と軌條に生ずる応力及変形を計算する位置とが同一枕木間隔内にある場合には (96)~100 式は適用されない。故にこの場合には別の計算式が必要である。

図-21 に於て K 點にある單位荷重により C 點に於ける軌條に生ずる応力及変形を計算する。

図-21.

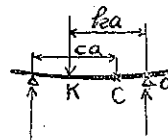


図-21 の k の値に對し ρ 及 ν の値を計算すれば (76) 式に依り番號 0 の枕木の上に於ける軌條の傾斜角曲げモーメント及 C 點に於ける軌條の剪断力が得られる。C 點に於ける軌條の曲げモーメント, 剪断力, 沈下量及傾斜角を夫々 M, Q, y, θ とすれば (86) 式に依り

$$\left. \begin{aligned} Q &= Q_0 & M &= M_0 + (1-c)aQ_0 \\ \tan \theta &= \tan \theta_0 - \frac{1}{EJ} (1-c)aM_0 - \frac{1}{2EJ} (1-c)^2 a^2 Q_0 \\ y &= (1-c)a \tan \theta_0 - \frac{1}{2EJ} (1-c)^2 a^2 M_0 - \frac{1}{6EJ} (1-c)^3 a^3 Q_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (101)$$

上式は $c+k > 1$ なる場合について導いたものであるが $c+k < 1$ なる場合には (86) 式に於ける W_2 の項に相當する項が必要である。

(76) 及 (101) 式より

$$\left. \begin{aligned} Q &= \rho + \nu F'_{Q0} & M &= a[(1-c)\rho + \nu \{F'_{M0} + (1-c)F'_{Q0}\}] \\ \tan \theta &= \frac{a^2}{EJ} \left[-\frac{1}{2}(1-c)^2 \rho + \nu \left\{ F'_{T0} - (1-c)F'_{M0} - \frac{1}{2}(1-c)^2 F'_{Q0} \right\} \right] \\ y &= \frac{a^3}{EJ} \left[-\frac{1}{6}(1-c)^3 \rho + \nu \left\{ (1-c)F'_{T0} - \frac{1}{2}(1-c)^2 F'_{M0} - \frac{1}{6}(1-c)^3 F'_{Q0} \right\} \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (102)$$

(74) 式に於て $n = -1$ と置いた場合の $F'_{Mn}, F'_{Tn}, F'_{Tn}$ を $F'_{M,-1}, F'_{T,-1}, F'_{T,-1}$ とする。此の値を用ひ (102) 式を変形すれば

$$\left. \begin{aligned} Q &= \rho + \nu F' & M &= a[(1-c)\rho + \nu \{F'_{M,-1} - cF'_{Q0}\}] \\ \tan \theta &= \frac{a^2}{EJ} \left[-\frac{1}{2}(1-c)^2 \rho + \nu \left\{ F'_{T,-1} + cF'_{M,-1} - \frac{1}{2}c^2 F'_{Q0} \right\} \right] \\ y &= \frac{a^3}{EJ} \left[-\frac{1}{6}(1-c)^3 \rho + \nu \left\{ -cF'_{T,-1} - \frac{1}{2}c^2 F'_{M,-1} + \frac{1}{6}c^3 F'_{Q0} \right\} \right] \end{aligned} \right\}$$

上式と (102) 式とを組合せれば

$$\left. \begin{aligned} Q &= \rho + \nu F'_{Q0} & M &= a[(1-c)\rho + \nu \{(1-c)F'_{M,-1} + cF'_{M0}\}] \\ \tan \theta &= \frac{a^2}{EJ} \left[-\frac{1}{2}(1-c)^2 \rho + \nu \left\{ (1-c)F'_{T,-1} + cF'_{T0} + \frac{1}{2}c(1-c)F'_{Q0} \right\} \right] \\ y &= \frac{a^3}{EJ} \left[-\frac{1}{6}(1-c)^3 \rho + \nu \left\{ \frac{1}{6}c(1-c)(2-c)F'_{M,-1} + \frac{1}{6}c(1-c)(1+c)F'_{M0} \right\} \right] \end{aligned} \right\}$$

表-9.

$H'_{M,-0.5}$	0.227,11
$H'_{M0.5}$	-0.061,004
$H'_{M1.5}$	0.016,346
$H'_{M2.5}$	-0.004,553
$H'_{M3.5}$	0.001,174
$H'_{M4.5}$	-0.000,514
$H'_{M5.5}$	0.000,004
$H'_{M6.5}$	-0.000,023
$H'_{M7.5}$	0.000,005
$H'_{M8.5}$	-0.000,002
$H'_{M9.5}$	0.000,000
$H'_{M10.5}$	-0.000,000
$H'_{M11.5}$	0.000,000

(102) 式に於て $c = \frac{1}{2}$ と置けば

$$\left. \begin{aligned} Q &= \rho + \frac{3 + \sqrt{3}}{6} \nu & M &= a \left(\frac{1}{2} \rho + \frac{1 + \sqrt{3}}{12} \nu \right) \\ \tan \theta &= \frac{a^2}{EJ} \left(-\frac{1}{8} \rho + \frac{3 + \sqrt{3}}{144} \nu \right) & y &= \frac{a^2}{EJ} \left(-\frac{1}{48} \rho + \frac{1 + \sqrt{3}}{96} \nu \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(103)$$

又は

$$\left. \begin{aligned} Q &= \rho + 0.788675 \nu & M &= a(0.5 \rho + 0.227671 \nu) \\ \tan \theta &= \frac{a^2}{EJ} (-0.125 \rho + 0.032861 \nu) & y &= \frac{a^2}{EJ} (-0.020833 \rho + 0.028459 \nu) \end{aligned} \right\}$$

単位荷重が枕木間の中央にあるときこの荷重の下に生ずる軌條の曲げモーメントを aH_{MO} とすればこの係数は (103) 式に $h=0.5$ に對する λ 及 ν の値を入れれば得られる。即ち

$$H_{MO} = \frac{1 + \sqrt{3}}{16} = 0.170753 \dots\dots\dots(104)$$

6. 荷重を加へた枕木附近の道床面の沈下を考慮に入れた場合の計算

今枕木上の軌條を除きこの中或る 1 個の枕木の左右軌條接觸部に P なる圧力を加へた場合、圧力を加へた面の沈下量を η_0 とし、これに隣れる枕木の軌條接觸部の沈下量を η_1 とし、一般に第 n 番目の枕木の軌條接觸部の沈下量を η_n とする。

$\frac{P}{\eta_0} = D'$ とすればこれは既に述べたように軌條支承体沈下係数を表はし、 P の大きさに關係しない常數であると見做す。又

$$\frac{\eta_1}{\eta_0} = \tau_1, \quad \frac{\eta_2}{\eta_0} = \tau_2, \quad \dots\dots\dots(105)$$

にて表はされる τ_1, τ_2, \dots も P の大きさに關係しない常數であると見做し、これを第 1 枕木沈下比、第 2 枕木沈下比 \dots と呼ぶこととする。これ等の係數を用ひれば各枕木の沈下量 η_1, η_2, \dots 等は次式に依り表はされる。

$$\eta_1 = \tau_1 \frac{P}{D'}, \quad \eta_2 = \tau_2 \frac{P}{D'}, \quad \dots\dots\dots(106)$$

番號 0 の枕木にかゝる圧力を P_0 とし、番號 1 の枕木にかゝる圧力を P_1 とし、一般に番號 n の枕木にかゝる圧力を P_n とすれば番號 n の枕木の沈下量は次式に依り表はされる。

$$\eta_n = \frac{1}{D'} \{ P_n + \tau_1(P_{n-1} + P_{n+1}) + \tau_2(P_{n-2} + P_{n+2}) + \dots \} \dots\dots\dots(107)$$

これを (4) 式の右邊に入れる時は式の形が非常に複雑となり、(6) 式のように簡単に解くことが出来ない。

一般に τ_2, τ_3, \dots は τ_1 に較べて甚だ小さいので次に主として第 1 枕木沈下比のみを考慮に入れた計算方法を述べる。然し (107) 式に於て τ_1 の項までを採り τ_2 の項以下を捨てこれを (4) 式に入れても猶式の形が相當複雑である爲次に述べるような略算を行ふ。

即ち軌條支承体沈下係數が D で第 1 枕木沈下比が $\tau = 0$ なる道床はこれを第 1 枕木沈下比が 0 なる道床上に

$$F_{PI} / P_P = \tau_1 \dots\dots\dots(108)$$

なる關係を充すような軌道係數 β_B を持つ桁を軌條とならべておき、この場合の軌條支承体沈下係數 D を

$$D = F_{PI} D' \dots\dots\dots(109)$$

とした場合に置き換へることが出来る。これを図示すれば図-22, 23 に示す。

即ち図-22, 23 に於て何れも軌條を除いて番號 n の枕木の軌條接觸部に P なる荷重をおいた場合、番號 n の枕木の沈下量 η_n 及この前後に続いた枕木の沈下量は下のようになる。

図-22 に依れば

$$\left. \begin{aligned} \eta_n &= \frac{P}{D'} \\ \eta_{n-1} &= \eta_{n+1} = \tau_1 \eta_n = \tau_1 \frac{P}{D'} \\ \eta_{n-2} &= \eta_{n+2} = \tau_2 \eta_n = \tau_2 \frac{P}{D'} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (110)$$

図-23 に依れば

$$\left. \begin{aligned} \eta_n &= \frac{F_{P0}P}{D} = \frac{P}{D'} \\ \eta_{n-1} &= \eta_{n+1} = \frac{F_{P1}P}{D} = \tau_1 \frac{P}{D'} \\ \eta_{n-2} &= \eta_{n+2} = \frac{F_{P2}P}{D} = \frac{F_{P2}}{F_{P0}} \frac{P}{D'} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (111)$$

(110) 及 (111) 式より見られるように η_n 及 η_{n-1}, η_{n+1} は兩式共等しい大きになつて居るが、 η_{n-2}, η_{n+2} は一致しない。然し一般に τ_1 は 0.6 より大きくなることはなく、 $\frac{F_{P1}}{F_{P0}}$ が 0~0.6 の範圍内では F_{P2} の絶対値は F_{P0}, F_{P1} に較べて甚だ小さく殆ど 0 に近い。又一般に τ_2 も τ_1 に較べて甚だ小さいから兩式の與へる η_{n-2}, η_{n+2} は共に甚だ小さい量であり、この大きさが一致しない事は後の結果に殆ど影響を及ぼさないと考へられる。 $\eta_{n\pm 3}, \eta_{n\pm 4}, \dots$ についても同様である。故に図-21 のような軌道構造は図-23 のような軌道構造に置き換へて考へることが出来る。次に図-23 に示した軌道構造につきその応力及変形の計算方法を述べる。

先づ (108) 式の關係を充すような軌道係數 β_B を求める必要があり表-10 又は図-24 より任意の $\frac{F_{P1}}{F_{P0}}$ の大きさに對し β_B の大きさが求められる。又表-10 或は図-24 より F_{P0} が得られ、(109) 式により D の大きさが定まる。

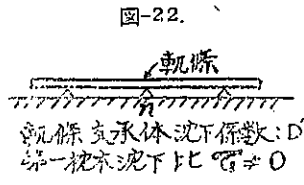
假想桁の断面二次モーメントを J_B とすればこれは次式に依り求められる。

$$\frac{144 F J_B}{a^3 D} = \beta_B \dots\dots\dots (112)$$

軌條の断面二次モーメントを J_A とすれば軌條のみに依る軌道係數 β_A は (5) 式により求められる。即ち

$$\beta_A = \frac{144 F J_A}{a^3 D}$$

軌條の断面二次モーメントと假想桁の断面二次モーメントの合計を J とすればこの合計に依る軌道係數 β は



各々の軌道係数の合計となる。

$$J = J_A + J_B \quad \beta = \beta_A + \beta_B = \frac{144EJ}{\alpha^3 D} \dots\dots\dots (113)$$

図-23 又は 図-25 に示すような軌道構造上に荷重がある場合はこれを図-26, 27 の如き 2 つの荷重の状態に分解して考へ、各々につき応力を計算し、最後にこれを合計すればよい。

図-24.

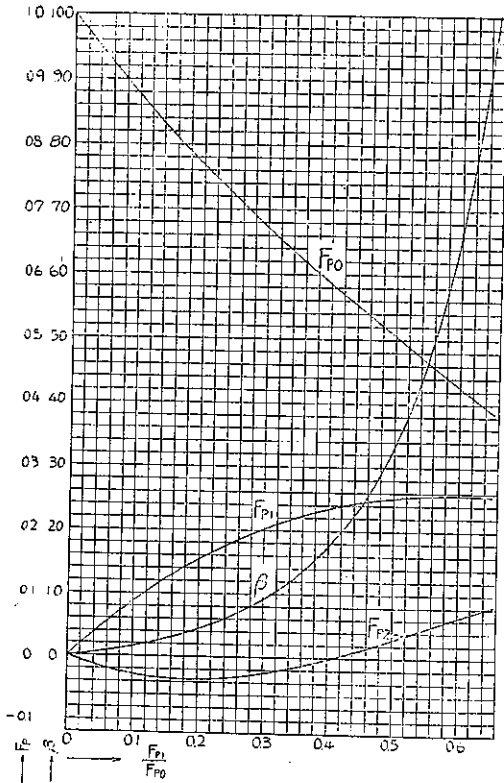


図-25.

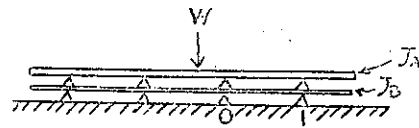


図-26.

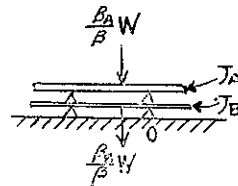


図-27.

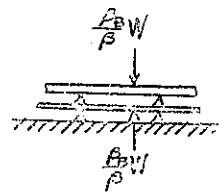


表-10.

$\frac{F_{P1}}{F_{P0}}$	0	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.55	0.60
β	0	0.7	1.7	2.9	4.6	6.5	9.2	12.3	17.5	22.0	33.8	46.6	61.0
F_{P0}	1.	0.937	0.877	0.821	0.768	0.718	0.671	0.627	0.586	0.544	0.505	0.466	0.423
F_{P1}	0.	0.047	0.088	0.123	0.153	0.180	0.201	0.220	0.234	0.245	0.252	0.256	0.253
F_{P2}	0.	-0.017	-0.029	-0.035	-0.035	-0.032	-0.025	-0.016	-0.002	0.012	0.030	0.048	0.065

先づ図-26 に示した荷重の状態に対する解法を述べる。番號 n の枕木の沈下量を y_n とし、この點に於ける軌條及假想桁の曲げモーメントを夫々 $A M_n, B M_n$ とし、軌條及假想桁が枕木を押す圧力を夫々 $A P_n, B P_n$ とし、軌條及假想桁の傾きを夫々 $A \theta_n, B \theta_n$ とし、番號 $n-1$ の枕木と番號 n の枕木との間の軌條及假想桁の剪断力を夫々 $A Q_n, B Q_n$ とする。

図-26 に於て軌條と假想桁とが一體となつて働く場合、即ち $J = J_A + J_B$ なる断面二次モーメントを持つ桁に W なる荷重が作用する場合の軌道応力の解法は 3 から 5 までに述べられて居り、この計算より得た結果を M_n 、

P_n, Q_n, ϵ_n とする。これ等の数を用ひれば前記の $\Delta M_n, \mu M_n$ 等は簡単に求められる。即ち

$$\left. \begin{aligned} y_n &= \frac{r_n}{D} \\ \Delta M_n &= \frac{\beta_A}{\beta} M_n & \mu M_n &= \frac{\beta_B}{\beta} M_n \\ \Delta P_n &= \frac{\beta_A}{\beta} P_n & \mu P_n &= \frac{\beta_B}{\beta} P_n \\ \Delta Q_n &= \frac{\beta_A}{\beta} Q_n & \mu Q_n &= \frac{\beta_B}{\beta} Q_n \\ \tan \Delta \theta_n &= \tan \mu \theta_n = \tan \theta_n \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (114)$$

図-27 に示す如く軌條及假想桁に大きさ等しく方向反對の荷重が等しい位置に作用する場合に軌條及假想桁に生ずる応力を計算するには $D = \infty$ 即ち $\beta_A = 0, \beta_B = 0$ として軌條及假想桁を別々に考へて 3~5 に依り解くことが出来る。この場合には枕木の沈下は生じない。

以上の 2 通りの解法より得た結果を合計すれば図-25 に示した荷重状態に対する応力が得られる。

7. 計算例

計算例 (i) 枕木沈下比が 0 の場合

下記の如き線路状態に於て C 51 型機關車に依りて生ずる最大軌條圧力枕木最大沈下量及軌條に生ずる最大曲げモーメントを計算せんとす。

50 kg 軌條敷設

枕木間隔

軌條支承体沈下係數

$a = 66 \text{ cm}$

$D = 10200 \text{ kg/cm}$

表-11.

	IV	D_2 から の距離	枕木 間隔數	n	F/n	k	λ		$\frac{\lambda F P_n W}{\mu F P_n W}$
							λ	μ	
L_1	3390	562	8.52	{ 8	-0.0003	0.52	{	0.360	0
L_2	3530	350	5.30	{ 5	-0.0139	0.30	{	0.595	-29
D_1	7410	190	2.88	{ 2	0.1056	0.88	{	0.072	56
D_2	7480	0	0	{ 0	0.3338	0	{	1	2497
D_3	7400	190	2.88	{ 2	0.1056	0.88	{	0.072	56
T	5590	438	6.64	{ 6	-0.0085	0.64	{	0.250	-12
T_1	5225	706.7	10.71	{ 10	0.0005	0.71	{	0.195	1
T_2	5230	866.7	13.13	{ 11	0.0003		{		
計									2856 kg

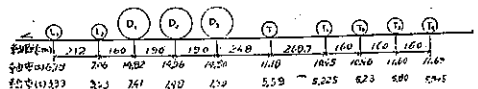
第1 枕木沈下比 $\tau_1 = 0$

$E = 2100000 \text{ kg/cm}^2$

$J = 1744 \text{ cm}^4$

$$\beta = \frac{144 \times 2100000 \times 1744}{66^3 \times 10200} = 180$$

図-28.



最大軌條圧力及枕木最大沈下は D_2 が枕木直上にある時此の枕木の軌條接觸部に生ず。この軌條圧力を計算するには表-11 に示す如く、各車輪の枕木に対する關係位置を計算し、これ等の位置に對する FR_n 及 λ, μ の値を表-11 及圖-13 より求め、荷重にこれ等の値を乗じてその和を求めればよい。

茲に得た 2856 kg は最大軌條圧力を表はす。

これより枕木最大沈下量を計算すれば下の如くなる。

$$\frac{2856}{10200} = 0.28 \text{ cm}$$

軌條に生ずる最大曲げモーメントは D_3 が枕木間の中央にある時此の荷重の下に於て生ずる。故に表-12 に示す如く D_3 が枕木間の中央にある時の各車輪の枕木に對する關係位置を計算し、これ等の位置に對する $H_{M,n}$ 及 λ, μ の値を表-8 及 圖-13 より求め、荷重にこれ等の値を乗じてその和を求める。

表-12.

	W	D_n からの距離	枕木間隔數	n	$H_{M,n}$	k	λ μ	$\frac{\lambda H_{M,n} W}{\mu H_{M,n} W}$	
L_1	3 390	752	11.99	10.5	0.0000	0.89	λ	0.035	0
				11.5	0.0001		μ	0.974	0
L_2	3 530	540	8.18	7.5	0.0031	0.68	λ	0.217	2
				8.5	0.0018		μ	0.879	6
D_1	7 410	380	5.76	5.5	-0.0038	0.26	λ	0.644	- 18
				6.5	0.0026		μ	0.460	9
D_2	7 480	190	2.88	2.5	-0.0748	0.88	λ	0.504	- 282
				3.5	-0.0510		μ	0.616	- 235
D_3	7 400	0	0	-0.5	0.6781	0.50	λ	0.379	1 902
				0.5	0.1781		μ	0.742	978
T	5 590	248	3.76	3.5	-0.0510	0.26	λ	0.644	- 184
				4.5	-0.0214		μ	0.460	- 55
T_1	5 225	516.7	7.88	7.5	0.0031	0.83	λ	0.530	9
				8.5	0.0018		μ	0.554	5
T_2	5 230	676.7	10.25	9.5	0.0006	0.75	λ	0.164	1
				10.5	0.0030		μ	0.918	0
計								2 138 kg	

軌條に生ずる曲げモーメントは之に枕木間隔を乗じて得られる。

$$2138 \times 63 = 141\ 100 \text{ kg cm}$$

上記の計算表では D_3 に依る影響を求めるにも $k=0.5$ に對する λ 及 μ を使つて計算を行ひ

$$1\ 902 + 978 = 2\ 880 \text{ kg}$$

を得たが表-8 に於ける $H_{M,i}$ を用ひれば直接に

$$7\ 400 \times 0.3892 = 2\ 880 \text{ kg}$$

が得られる。

又以上の軌條圧力及軌條に生ずる曲げモーメントの計算に於ては箇々の荷重が軌條圧力又は曲げモーメントに及ぼす影響を得る爲に各荷重について FR_n 又は $H_{M,n}$ と λ, μ とを表又は圖より求めて $W(\lambda FR_n + \mu FR_{n+1})$ 又は $W(\lambda H_{M,n} + \mu H_{M,n+1})$ なる積を計算せねばならないが、種々なる軌道係数の場合について横軸に枕木間隔數を採り縦軸に $(\lambda FR_n + \mu FR_{n+1})$ 又は $(\lambda H_{M,n} + \mu H_{M,n+1})$ をます線圖を作つて置けば荷重の位置により直ちにこの荷重に乗すべき數を讀むことが出來て計算が簡單に行はれる。次の計算例 (ii) 及 (iii) についても同様である。

計算例 (ii) 軌道係數が 0 なる場合

$D = \infty$ の時は $\beta = 0$ となり、この場合に計算例 (i) と同様な荷重の状態に於ける軌條圧力及軌條に生ずる曲げ

モーメントを計算する。

この軌條圧力を計算するには (78) 式に依り表-13 に示す如く各車輪の枕木に對する關係位置を計算しこれ等の位置に對する $F'P_n$ 及 v の値 (n が 0 なる時に限り ρ 及 v の値) を表-6 及 図-20 より求め、荷重にこれ等の値を乗じてその和を求めればよい。

表-13.

	W	D_0 からの距離	枕木間隔數	n	$F'P_n$	k	$\frac{\rho}{v}$		$\frac{\rho W}{v F'P_n W}$
L_1	3 390	562	8.52						
L_2	3 530	350	5.30	5	-0.0014	0.30	v	0.492	— 2
D_1	7 410	190	2.88	2	0.0718	0.88	v	0.112	60
D_2	7 480	0	0	0	{ —	0	{ ρ	1	7 480
D_3	7 400	190	2.88	2	0.0718	0.88	v	0.112	60
T	5 590	438	6.64	6	0.0004	0.64	v	0.368	1
T_1	5 225	706.7	10.71						
計									7 599 kg

茲に得た 7 599 kg は D_2 の下に於ける軌條圧力を示す。 $D = \infty$ であるから枕木沈下量は 0 である。

D_3 が枕木間の中央にある時この荷重の下に於て軌條に生ずる曲げモーメントを計算するには (100) 及 (103) 式に依り表-14 に示す如く各車輪の枕木に對する關係位置を計算し、これ等の位置に對する $H'M_n$ 及 v の値 (n が -0.5 なる時に限り ρ 及 v の値) を表-9 及 図-20 より求め、荷重にこれ等の値を乗じてその和を求めればよい。

表-14.

	W	D_0 からの距離	枕木間隔數	n	$H'M_n$	k	$\frac{\rho}{v}$		$\frac{0.5 \rho W}{v H'M_n W}$
L_2	3 530	540	8.18						
D_1	7 410	380	5.76	5.5	0.001	0.26	v	0.468	0
D_2	7 480	190	2.88	2.5	-0.0044	0.38	v	0.510	— 17
D_3	7 400	0	0	-0.5	{ 0.2277	0.50	{ ρ	0.125	462
T	5 590	248	3.76	3.5	.0012	0.26	v	0.475	800
T_1	5 225	516.7	7.83				v	0.468	3
計									1 248 kg

軌條に生ずる曲げモーメントは茲に得た計に枕木間隔を乗じて得られる。即ち

$$1\ 248 \times 63 = 82\ 400 \text{ kg cm}$$

上記の計算では D_3 に依る影響を求めるのに $k=0.5$ に對する ρ 及 v を使つて計算して

$$462 + 800 = 1\ 262 \text{ kg}$$

を得たが表-8 に於ける $H'M_n$ を用ひれば直接に

$$7\ 400 \times 0.1708 = 1\ 262 \text{ kg}$$

が得られる。

計算例 (iii) 枕木沈下比が 0 に非ざる場合

計算例 (i) に於ては枕木沈下比を 0 として計算を行つたのであるが茲に第 1 枕木沈下比

$$\tau_1 = 0.35$$

として最大軌條圧力、枕木最大沈下量及軌條に生ずる最大曲げモーメントを計算する。

表-10 より $\tau_1 = 0.35$ の時は

$$\beta_B = 13 \quad D = 0.627 \times 10\,200 = 6\,395$$

$$\beta_A = \frac{144 \times 2\,100\,000 \times 1\,744}{66^3 \times 6\,395} = 287 \quad \beta = \beta_A + \beta_B = 287 + 13 = 300$$

故に $\beta = 300$ として計算例 (i) と同様に計算すればよい。

次に D_2 が枕木直上にある時此の枕木に生ずる軌條圧力及此の沈下量を表-15 に依り求めることとする。

表-15.

	IV	D_2 からの距離	枕木間隔数	n	F_{Pn}	k	λ μ	$\frac{\lambda F_{Pn} IV}{\mu F_{Pn} IV}$	
J_1	3 390	562	8.52	8	-0.0027	0.52	λ	0.370	- 3
				9	-0.0004		μ	0.721	- 1
J_2	3 530	350	5.30	5	-0.0121	0.30	λ	0.604	- 26
				6	-0.0112		μ	0.478	- 19
D_1	7 410	190	2.88	2	0.1185	0.88	λ	0.075	66
				3	0.0396		μ	0.957	281
D_2	7 480	0	0	0	0.2940	0	λ	1	2 199
				1			μ	0	0
D_3	7 400	190	2.88	2	0.1185	0.88	λ	0.075	66
				3	0.0396		μ	0.957	280
T	5 590	438	6.64	6	-0.0112	0.64	λ	0.260	- 16
				7	-0.0066		μ	0.820	- 30
T_1	5 225	706.7	10.71	10	0.0004	0.71	λ	0.202	0
				11	0.0005		μ	0.867	2
T_2	5 230	866.7	13.13						
								2 799 kg	

枕木最大沈下量は

$$\frac{2\,799}{6\,395} = 0.44 \text{ cm}$$

最大軌條圧力は計算例 (ii) の結果を用ひ

$$2\,799 \times \frac{287}{300} + 7\,599 \times \frac{13}{300} = 2\,678 + 329 = 3\,007 \text{ kg}$$

此の結果を計算例 (i) の結果に比較して見れば最大軌條応力には差がないが、枕木最大沈下量は枕木沈下比を 0 とした時の値即ち 0.28 cm に比し 57% の増加となつてゐる。

最大軌條圧力の計算に於ては計算例 (ii) の結果即ち 7 599 kg を用ひたが一般に β_B は β に比し甚だ小さい爲第 2 項は非常に小さくなる。従つて $D = \infty$ の計算に於ては応力を計算する位置の直上にある荷重の影響のみを採り

$$7\,480 \times \frac{13}{300} = 324 \text{ kg}$$

を用ひても差支へがない。此の場合には最大軌條圧力は

$$2\,678 + 324 = 3\,002 \text{ kg}$$

となり前の結果に較べて殆ど差がない。

軌條に生ずる最大曲げモーメントは D_2 が枕木間の中央にある時此の荷重の下に於ける軌條に生ずる。次にこの大きさを $\beta = 300$ として表-16 に依り計算する。

表-16.

	IV	D_3 からの距離	枕木間隔數	n	H_{Mn}	k	λ μ	$\frac{\lambda H_{Mn} IV}{\mu H_{Mn} IV}$	
L_1	3 390	752	11.39	10.5	0.0010	0.89	λ	0.068	0
				11.5	0.0002		μ	0.961	1
L_2	3 530	540	8.18	7.5	0.0032	0.68	λ	0.227	3
				8.5	0.0035		μ	0.848	10
D_1	7 410	380	5.76	5.5	-0.0156	0.26	λ	0.651	- 15
				6.5	-0.0017		μ	0.435	5
D_2	7 480	190	2.88	2.5	-0.0344	0.38	λ	0.513	- 324
				3.5	-0.0727		μ	0.576	- 313
D_3	7 400	0	0	- 0.5	0.7228	0.50	λ	0.889	2 081
				0.5	0.2228		μ	0.703	1 159
T	5 590	248	3.76	3.5	-0.0727	0.26	λ	0.651	- 265
				4.5	-0.0411		μ	0.425	- 98
T_1	5 225	516.7	7.83	7.5	0.0032	0.33	λ	0.570	10
				8.5	0.0035		μ	0.517	9
T_2	5 230	676.7	10.25	9.5	0.0022	0.75	λ	0.171	2
				10.5	0.0010		μ	0.892	5
計									2 200 kg

茲に得た値と計算例 (ii) で得た値とより軌條に生ずる曲げモーメントを計算すれば

$$\begin{aligned} & \left(2\,200 \times \frac{287}{300} + 1\,248 \times \frac{13}{300} \right) \times 66 \\ &= (2\,105 + 54) \times 66 \\ &= 142\,500 \text{ kg cm} \end{aligned}$$

茲に得た曲げモーメントの値は計算例 (i) に於て求められた曲げモーメントの値 141 100 kg cm に較べて大差がない。

此の計算に於ても計算例 (ii) の結果を用いたのであるが前と同様に上記の計算式の第 2 項に於ては応力を計算する位置の直上にある荷重の影響のみを考へれば上記の計算に於ける 1 248 kg の代りに

$$7\,400 \times 0.1708 = 1\,262 \text{ kg}$$

となり、従つて軌條に生ずる曲げモーメントは

$$\begin{aligned} & \left(2\,200 \times \frac{287}{300} + 1\,262 \times \frac{13}{300} \right) \times 66 \\ &= 142\,500 \text{ kg cm} \end{aligned}$$

である。即ち前と同じ結果が得られた。