

論 説 報 告

第 25 卷 第 8 號 昭和 14 年 8 月

綾 片 の 強 度 に 就 て

會 員 安 宅 勝*

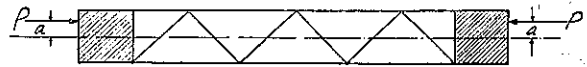
要 旨 骨組抗圧柱の斜材即ち綾片 (lacing bar) には所謂平衡状態に於て応力が生じ得ることを示し、この計算法を説いたものである。先づ最初に滑節骨組より始め次いで弦材の連続せる場合、斜材の交點を止めた場合と順を追うて説述し、骨組抗圧柱の側方孕み出しの状況及斜材応力に就き研究したものである。

1. 緒 言

Lacing bar の応力に就ては著者の知れる限りに於ては、從來餘り具体的な論考を見ない。これは理論的の困難もあるが lacing bar の性質に關する根本的な觀念に於て、從來の取り扱い方が誤つて居たのではないと思はれる。Müller Breslau は其の著書⁽¹⁾に於て図-1 の如

図-1.

き場合に就き各部材の応力を求め、eccentricity = 0 なる場合に於ても斜材応力は 0 ならざることを指摘してゐる。



尤も計算は可成り approximate なもので、而も聯立方程式を特定の數値に就て、刻明に求めたもので未だ一般的な解法であるとは云へない。

多くの現行公式に於ては lacing bar の応力を算定する式として、抗圧柱が挫屈した後には於ける彎曲の状態を考へ、これよりして種々の公式を與へてゐる。所で實際問題としては抗圧柱は挫屈荷重に達して破損するものとして取り扱つてゐるのであるから、これから先のことを考へるのは変である。云ひかへれば抗圧柱の設計に於ては lacing bar が如何なる挫屈荷重を支配するか、又挫屈荷重に達した瞬間に於て lacing bar には如何なる応力が作用するかといふ 2 つのことを考へれば充分だと思ふ。事實平衡の状態に於て lacing bar には立派に応力が生ずるのである。

本文に於ては平衡状態に於ける綾片の応力並に組合せ抗圧柱の弦材の側方孕み出しの状態を研究してみよう。

図-2 の如き滑節骨組を考へてみる。この場合には弦材と斜材との相互的關係よりして弦材は波を打つて側方に孕み出し、その結果斜材に応力を生ずる。而してこの形は側方孕み出しによる彈性破損の可能性最も多き脆弱な

図-2.

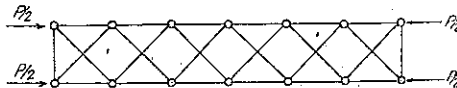
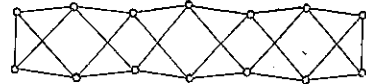


図-3.



形態を示してゐる。所で弦材に連続性を與へるとか、或は斜材を交點で止めるかすると俄然側方孕み出しに對する形態が良好になる。図-4 は滑節骨組に於て斜材の交點を止めたときの孕み出しの状態を示す。この結果、側方

* 工学士 東京市技師

(1) Müller Breslau: Neuere Methoden der Festigkeitslehre u. Statik der Baukonstruktionen. p. 420.

への剛度は増すが斜材応力は増加する。

本文に於ては最初に滑節骨組に於て大体の性質を考究し、次いで弦材が連続なる場合、斜材の交点を止めた場合と順を追うて記述する積りである。

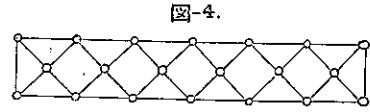
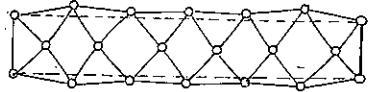


図-4.



2. 緩片の応力に関する概念

緩片の寸法は前節に述べた如く (a) 組合せ抗圧柱に或る挫屈荷重を興ふる様にその断面積を決めること。(b) 平衡状態に於ける応力に耐へる断面を有すること、の2つに盡きる。

本論に於ては (a) の問題には觸れないこととする。

(b) の意味即ち平衡状態に於ける斜材の応力は弦材が連続せる場合には、その曲げ剛さ及端部の剛性によつて定まる。但し斜材断面積が極端になるときは孕み出しにより、抗圧柱の挫屈荷重に達する前に弾性破損をする恐れがある。

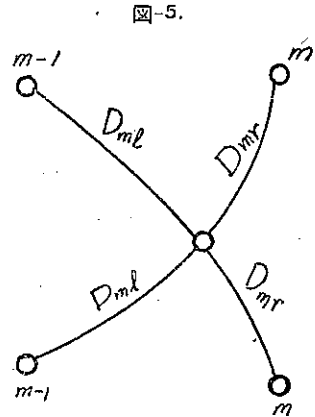


図-5.

斜材をその交点で止めると斜材には曲げモーメントを生ずるのみならず、斜材応力はその交点を境としてその値を異にする (図-5 参照)。而してその値は交点を止めぬ場合よりも大 (特に D_{ml}) となる上に曲げモーメントによる繊維応力が相當に大となる。現行の示法書に於ては交点を止めた場合にはその厚みを減じ得るやうに指定してあるが、單に応力的に見るもこれは減じ得ないやうに思ふ。猶斜材の強さ (この場合応力は圧縮となる) 即ち耐圧力に就て考ふるも抗圧柱が挫屈の道程上にある場合は別として平衡状態に於ける斜材はその交点を止めたがために、同一の応力度を有する相交る2斜材がその挫屈を相互に阻止し得ぬから斜材の厚みは減じ得ぬ譯である。

猶 single lacing の場合には一般の practice として斜材は表裏入交ひの方向に配置せられる結果、嚴密に云へば弦材が換れることになり、その応力算定も甚だ困難になる。尤も近似的には裏表を一纏に考へて double lacing の計算に準じて応力を求め得るわけである。

今斜材応力の概念を得るために弦材が剛にして側方に孕み出し得ぬ場合の弦材応力を求めてみる (図-6 参照)。

即ち骨組を剛なる壁の間に挟み roller の類を以て格点を支持せしめた場合である。

図-6. (a) の場合の解

図-7 に於て斜材の伸縮の関係は

$$\Delta d = \Delta x \cos \theta + \Delta y \sin \theta \dots \dots \dots (1)$$

となる。但し縮みを正とす。

高さ h に変化なきものとし

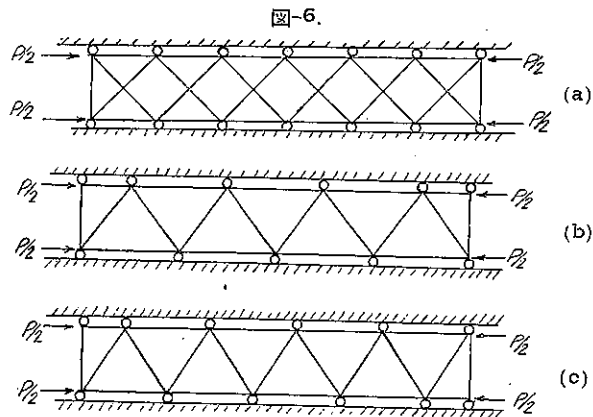


図-6.

P_m : 弦材応力 D_m : 斜材応力 A_y : 弦材断面積 A_d : 斜材断面積

$$K = \frac{Aa}{A_f}, \quad \sigma = \frac{P}{2A_f} \dots \text{見掛けの弦材応力度}$$

$\Delta h = 0$ より

$$\frac{D_m d}{EAa} = \frac{P m l}{EA_f} \cos \theta \dots \dots \dots (2)$$

$$\text{但し } P_m = P/2 - D_m \cos \theta \dots \dots \dots (3)$$

(2) に (3) を代入し $d = l \sec \theta$ とおけば

$$D_m = \frac{Aa \cos^2 \theta}{2A_f + 2Aa \cos^2 \theta} P \dots \dots \dots (4)$$

$Aa/A_f = K$ とせば

$$D_m = \frac{K \cos^2 \theta}{1 + K \cos^2 \theta} \frac{P}{2} \dots \dots \dots (5)$$

従つて

$$P_m = \frac{1}{1 + K \cos^2 \theta} \frac{P}{2} \dots \dots \dots (6)$$

即ち P_m 及 D_m は一定値となる。 $\theta = 45^\circ$ の場合 K の種々なる値に對し P_m , D_m を図示すれば 図-8 を得る。

図-6 (b), (c) の場合の解

この場合に 図-9 (b), (c) の解は單に boundary condition を異にするのみで

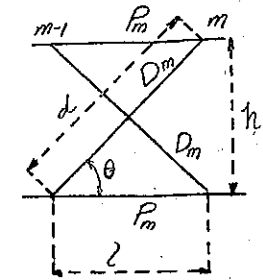
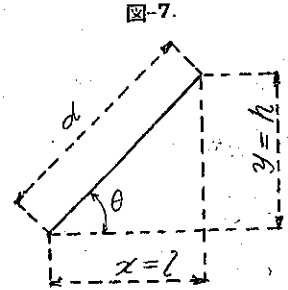


図-8.

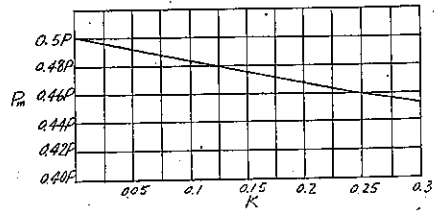
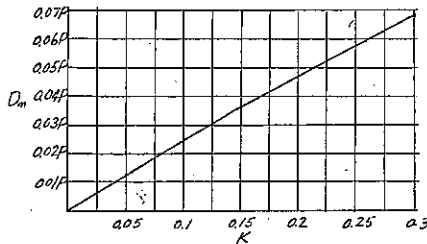
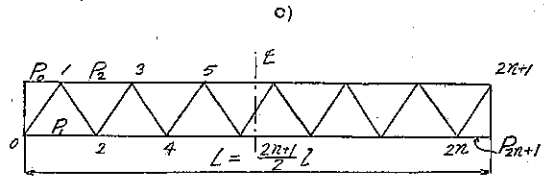
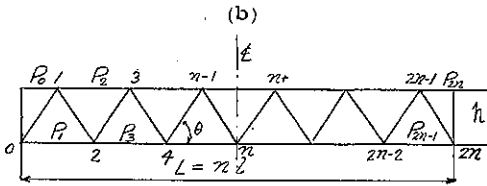


図-9.



ある。この場合に注意すべきは 高さ h に変化なしとするも弦材及斜材応力は皆異なるといふ點である。これはこの種の斜材応力の特徴を暗示してゐるものと考へられる。但し實用的に云ふと組合せ抗圧柱の lacing bar は single lacing の場合でも裏表入交ひになつて寧ろ 図-6 (a) に近い場合の方が多い⁽²⁾。

h に変化なきものとせば

$$\Delta d = \Delta x \cos \theta$$

格點 $m-1, m, m+1$ の水平移動量を $\xi_{m-1}, \xi_m, \xi_{m+1}$ とすれば

⁽²⁾ a, b, c, の場合は組合せ抗圧柱の lacing bar に於ては応力は端部より 2, 3 格間の間のみを生じ急速に消失する。勿論この値よりは小である。

$$\left. \begin{aligned} \frac{D_m d}{EAa} &= (\xi_{m-1} - \xi_m) \cos \theta \\ \frac{D_{m+1} d}{EAa} &= (\xi_m - \xi_{m+1}) \cos \theta \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (7)$$

兩邊を加へて

$$\frac{(D_m + D_{m+1})d}{EAa} = (\xi_{m-1} - \xi_{m+1}) \cos \theta = \frac{P_m l}{EA_f} \cos \theta \dots \dots \dots (8)$$

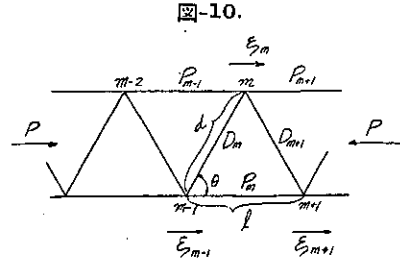


図-10.

然るに $D_m = \frac{1}{\cos \theta} (P - P_m - P_{m-1}), \quad D_{m+1} = \frac{1}{\cos \theta} (P - P_m - P_{m+1})$

なる故これを (8) 式に代入し $Aa/A_f = K$ と置いて式を整理すると

$$P_{m-1} + 2(1 + K \cos^2 \theta) P_m + P_{m+1} = 2P \dots \dots \dots (9)$$

本式の解は特解として $P_m = \frac{P}{2 + K \cos^2 \theta}$ を得る。

次に補助解として

$$P_{m-1} + 2(1 + K \cos^2 \theta) P_m + P_{m+1} = 0$$

の解を求める。 $P_m = e^{ma}$ とせば

$$e^{(m-1)a} + 2(1 + K \cos^2 \theta) e^{ma} + e^{(m+1)a} = 0$$

兩邊を e^{ma} で除し

$$\frac{e^{-a} + e^a}{2} = -(1 + K \cos^2 \theta) \dots \dots \dots (10)$$

$a = a + i\pi$ と置けば

$$\frac{e^{-a} + e^a}{2} = \cosh(a + i\pi) = \cosh a \cosh(i\pi) + \sinh a \sinh(i\pi) = \cosh a \cos \pi + \frac{\sinh a \sin \pi}{i} = -\cosh a$$

$$\therefore \cosh a = 1 + K \cos^2 \theta$$

解としては

$$P_m = \frac{P}{2 + K \cos^2 \theta} + A \cosh m(a + i\pi) + B \sinh m(a + i\pi) \dots \dots \dots (11)$$

實數の形にすれば

$$P_m = \frac{P}{2 + K \cos^2 \theta} + (-1)^m (A \cosh ma + B \sinh ma) \dots \dots \dots (11a)$$

周邊條件としては

(b) の場合 $P_0 = P/2, \quad P_{2n} = P/2$

(c) の場合 $P_0 = P/2, \quad P_{2n+1} = P/2$

(b) のとき $\frac{P}{2} = \frac{P}{2 + K \cos^2 \theta} + A, \quad \frac{P}{2} = \frac{P}{2 + K \cos^2 \theta} + A \cosh 2na + B \sinh 2na$

$$\therefore A = \frac{PK \cos^2 \theta}{2(2 + K \cos^2 \theta)}, \quad B = -\frac{PK \cos^2 \theta}{2(2 + K \cos^2 \theta)} \frac{\cosh 2na - 1}{\sinh 2na}$$

(c) のとき $A = \frac{PK \cos^2 \theta}{2(2 + K \cos^2 \theta)}, \quad B = -\frac{PK \cos^2 \theta}{2(2 + K \cos^2 \theta)} \frac{\cosh (2n+1)a + 1}{\sinh (2n+1)a}$

結局 (b) の場合には

$$P_m = \frac{P}{2 + K \cos^2 \theta} + (-1)^m \frac{PK \cos^2 \theta}{2(2 + K \cos^2 \theta)} \frac{\cosh ma \sinh 2na - \sinh ma (\cosh 2na - 1)}{\sinh 2na} \dots (12)$$

(c) の場合には

$$P_m = \frac{P}{2 + K \cos^2 \theta} + (-1)^m \frac{PK \cos^2 \theta}{2(2 + K \cos^2 \theta)} \frac{\cosh ma \sinh (2n+1)a - \sinh ma \{ \cosh (2n-1)a + 1 \}}{\sinh (2n+1)a} \dots (13)$$

但し $\cosh a = 1 + K \cos^2 \theta$, 又 $D_m = \frac{1}{\cos \theta} (P - P_m - P_{m-1})$

例へば $n=5$ の場合に計算してみると。

$K = \frac{A_a}{A_f} = 0.1$, $\theta = 45^\circ$ とせば

$\cosh a = 1 + 0.1 \times 0.70711^2$
 $= 1.035355$
 $a = 0.265$

(b) の場合

$\cosh 2na = \cosh 2.65 = 7.11234$
 $\sinh 2na = \sinh 2.65 = 7.04169$

$\therefore P_m = \frac{P}{2 + 0.035355} + (-1)^m \frac{0.035355 P}{2(2 + 0.035355)} \frac{(\cosh 2.65m \cdot 7.04169 - \sinh 2.65m(7.11234 - 1))}{7.04169}$

$= 0.49132 P + (-1)^m (0.008685 \cosh 0.265m - 0.007539 \sinh 0.265m) P$

$P_1 = 0.49132 P - (0.008685 \times 1.03532 - 0.007539 \times 0.25261) P = 0.48423 P$

$P_2 = 0.49132 P + (0.008685 \times 1.14377 - 0.007539 \times 0.55516) P = 0.49707 P$

$P_3 = 0.49132 P - (0.008685 \times 1.33301 - 0.007539 \times 0.88143) P = 0.48639 P$

$P_4 = 0.49132 P + (0.008685 \times 1.61641 - 0.007539 \times 1.26996) P = 0.49579 P$

$P_5 = 0.49132 P - (0.008685 \times 2.01399 - 0.007539 \times 1.74819) P = 0.48685 P$

$P_6 = 0.49132 P + (0.008685 \times 2.55384 - 0.007539 \times 2.34991) P = 0.49579 P$

$D_m = \frac{1}{\cos \theta} (P - P_m - P_{m-1})$

$D_1 = 1.41421 (P - P_1 - P_0) = 1.41421 (1 - 0.48423 - 0.5) P = 0.0222 P$

$D_2 = 1.41421 (P - P_2 - P_1) = 1.41421 (1 - 0.49707 - 0.48423) P = 0.0264 P$

$D_3 = 1.41421 (P - P_3 - P_2) = 1.41421 (1 - 0.48639 - 0.49707) P = 0.0234 P$

$D_4 = 1.41421 (P - P_4 - P_3) = 1.41421 (1 - 0.49579 - 0.48639) P = 0.0252 P$

$D_5 = 1.41421 (P - P_5 - P_4) = 1.41421 (1 - 0.48685 - 0.49579) P = 0.0246 P$

これを便宜上一括して示すと

骨組抗圧柱の斜材に作用する圧力としては

これ以上の値はない譯である。但し弦材が弾性限度を超えると E が減少する、然し斜材の方はまだ弾性の限度内にあるから E は変らぬ。結局そのために $K = \frac{A_n}{A_f} = \frac{E A_n}{E' A_f}$ となる。

即ち弦材に於て E が減少した割合だけ K を増して計算せねばならぬ故それだけ斜材応力は増す譯である。又實際問題としては弦材は側方に孕みだすため P が段々まして来ると斜材応力は圧力から張力に変じて来る。この場

図-11.

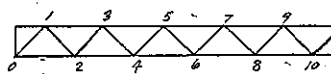
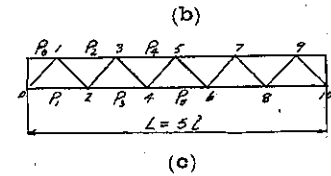
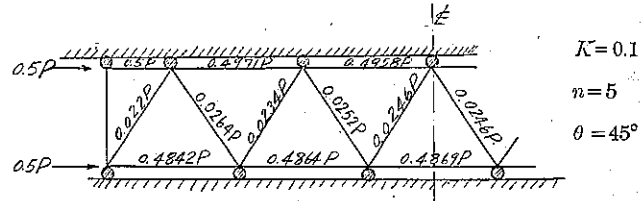


図-12.



$K = 0.1$
 $n = 5$
 $\theta = 45^\circ$

合に斜材の proportion が適當でないとい側方孕み出しによる不平衡の状態が起り斜材の応力は大になる危険性がある。

(c) の場合

前と同様にして

$$\begin{aligned}
 P_m &= 0.49133P + (-1)^m(0.008685 \cosh 0.265m - 0.009680 \sinh 0.265m)P \\
 P_0 &= 0.5P, \quad P_1 = 0.48493P, \quad P_2 = 0.49589P, \quad P_3 = 0.48828P, \quad P_4 = 0.49308P \\
 P_5 &= 0.49076P, \quad P_6 = 0.49076P, \quad P_7 = 0.49308P, \quad P_8 = 0.48828P, \quad P_9 = 0.49589P \\
 P_{10} &= 0.48493P \\
 D_1 &= 1.41421(P - P_1 - P_0) = 1.41421(1 - 0.48492 - 0.5)P = 0.02131P \\
 D_2 &= 1.41421(1 - 0.49589 - 0.48493)P = 0.02712P \\
 D_3 &= 1.41421(1 - 0.48828 - 0.49589)P = 0.02237P \\
 D_4 &= 1.41421(1 - 0.49308 - 0.48828)P = 0.02636P \\
 D_5 &= 1.41421(1 - 0.49076 - 0.49308)P = 0.02285P \\
 D_6 &= 1.41421(1 - 0.49076 - 0.49076)P = 0.02613P
 \end{aligned}$$

然し實際の組合せ抗圧柱に於ては、たとへ single lacing にしても裏表で入連ひに lacing を配置するから寧ろ場合としては (a) の方に近い様に考へられる。以上は單に抗圧柱の幅 h が変化しないものとして、斜材に生じ得る圧力の最大限度を求めたのであるが、實際の場合はこの値は勿論今の場合より少になり、且つその応力は端部を遠ざかるにつれて急速に減少する。

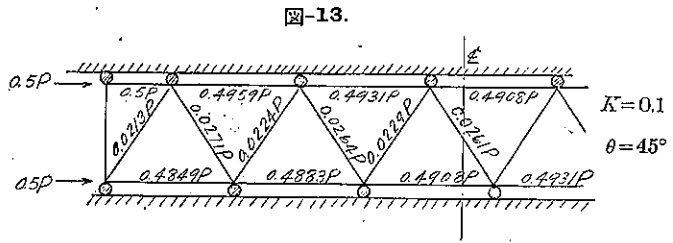


図-13.

図-14.

3. ダブルワーレン型滑節骨組の変形

これは實際問題としては大して応用の途がないが、この種の問題の基礎概念を得る意味に於て研究してみる。格點は總て滑節とし兩端部の垂直材は変形せぬものとす。

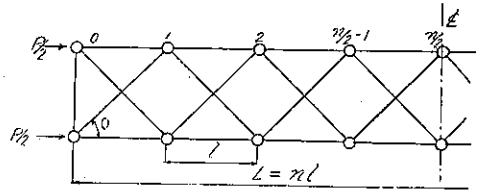
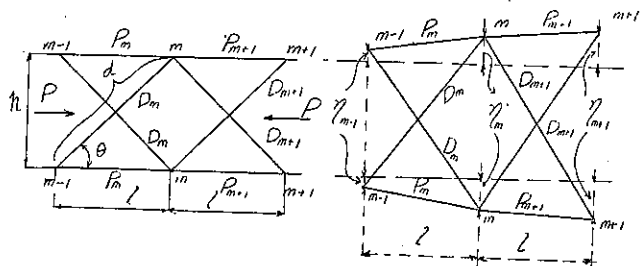


図-15.

(a) 部材応力を格點変位の項にて表はすこと

- P_m : 弦材応力
- D_m : 斜材応力
- η_m : 格點垂直変位
- ξ_m : 格點水平変位
- A_f : 弦材断面積
- A_d : 斜材断面積



1 の基本式即ち

$$\Delta d = \Delta x \cos \theta + \Delta y \sin \theta$$

を利用し

$$\frac{D_m d}{E A_d} = \frac{P_m l}{E A_f} \cos \theta - (\eta_{m+1} + \eta_m) \sin \theta \dots (14)$$

然るに $D_m = \frac{1}{\cos \theta} \left(\frac{P}{2} - P_m \right)$ なる故これを (14) 式に代入し又 $K = A_d/A_f$ として形を整へると

$$\left. \begin{aligned} P_m &= \frac{P}{2(1+K \cos^2 \theta)} + \frac{EA_d \sin \theta \cos^2 \theta}{1+K \cos^2 \theta} \frac{\eta_{m-1} + \eta_m}{l} \\ D_m &= \frac{PK \cos^2 \theta}{2(1+K \cos^2 \theta)} - \frac{EA_d \sin \theta \cos \theta}{1+K \cos^2 \theta} \frac{\eta_{m-1} + \eta_m}{l} \end{aligned} \right\} \dots \dots (14a)^{2)}$$

次の計算に便するため $P_m + P_{m+1}$ をとると

$$P_m + P_{m+1} = \frac{P}{1+K \cos^2 \theta} + \frac{EA_d \sin \theta \cos^2 \theta}{1+K \cos^2 \theta} \frac{\eta_{m-1} + 2\eta_m + \eta_{m+1}}{l} \dots \dots (15)$$

(b) 格点平衡式

$$\frac{-P_m(\eta_m - \eta_{m-1})}{l} + \frac{P_{m+1}(\eta_{m+1} - \eta_m)}{l} = (D_m + D_{m+1}) \sin \theta = (P - P_m - P_{m+1}) \tan \theta \dots \dots (16)$$

P_m と $P/2$ との差は僅かであり、且つ η_m/l も微小であるから $\frac{P_m \eta_m}{l} = \frac{P}{2} \frac{\eta_m}{l}$ となり、同様の意味に於て角 θ の変化も無視する。

$$(16) \text{ 式は } \frac{P}{2} (\eta_{m-1} - 2\eta_m + \eta_{m+1}) = (P - P_m - P_{m+1}) l \tan \theta \\ = (P - P_m - P_{m+1}) h \dots \dots (17)$$

(17) 式に (a) の (15) 式を代入すると

$$\frac{P}{2} (\eta_{m-1} - 2\eta_m + \eta_{m+1}) = \frac{K \cos^2 \theta}{1+K \cos^2 \theta} P h - \frac{EA_d \sin^2 \theta \cos \theta}{1+K \cos^2 \theta} (\eta_{m-1} + 2\eta_m + \eta_{m+1})$$

これを纏めて

$$\left(\frac{P}{2} + \frac{EA_d \sin^2 \theta \cos \theta}{1+K \cos^2 \theta} \right) \eta_{m-1} - 2 \left(\frac{P}{2} - \frac{EA_d \sin^2 \theta \cos \theta}{1+K \cos^2 \theta} \right) \eta_m \\ + \left(\frac{P}{2} + \frac{EA_d \sin^2 \theta \cos \theta}{1+K \cos^2 \theta} \right) \eta_{m+1} = \frac{K \cos^2 \theta}{1+K \cos^2 \theta} P h \dots \dots (18)$$

兩邊を EA_f で割つて見掛けの応力度 $\sigma = P/2A_f$ にて表はすと (但し $K = A_d/A_f$ とす)

$$\left(\frac{\sigma}{E} + \frac{K \sin^2 \theta \cos \theta}{1+K \cos^2 \theta} \right) \eta_{m-1} - 2 \left(\frac{\sigma}{E} - \frac{K \sin^2 \theta \cos \theta}{1+K \cos^2 \theta} \right) \eta_m \\ + \left(\frac{\sigma}{E} + \frac{K \sin^2 \theta \cos \theta}{1+K \cos^2 \theta} \right) \eta_{m+1} = \frac{\sigma}{E} \frac{2Kh \cos^2 \theta}{1+K \cos^2 \theta} \dots \dots (19)$$

これが格点変位の基本式である。

この difference equation の特解は $\frac{\sigma}{E} \cot^2 \theta \frac{h}{2}$ となる。

補助解を求むるため $\eta_m = e^{mu}$ とおけば

$$\left(\frac{\sigma}{E} + \frac{K \sin^2 \theta \cos \theta}{1+K \cos^2 \theta} \right) (e^{-\alpha} + e^{\alpha}) = -2 \left(\frac{K \sin^2 \theta \cos \theta}{1+K \cos^2 \theta} - \frac{\sigma}{E} \right) \\ \frac{e^{-\alpha} + e^{\alpha}}{2} = \frac{\frac{K \sin^2 \theta \cos \theta}{1+K \cos^2 \theta} - \frac{\sigma}{E}}{\frac{K \sin^2 \theta \cos \theta}{1+K \cos^2 \theta} + \frac{\sigma}{E}} \dots \dots (20)$$

$\alpha = \alpha_0 + \pi$ とおけば

(3) 応力はすべて圧力を正とす

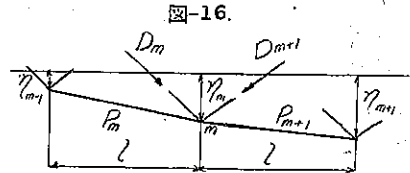


図-16.

$$\cos \alpha_0 = \frac{\frac{K \sin^2 \theta \cos \theta}{1 + K \cos^2 \theta} \frac{\sigma}{E}}{\frac{K \sin^2 \theta \cos \theta}{1 + K \cos^2 \theta} \frac{\sigma}{E} + \frac{\sigma}{E}} \dots \dots \dots (21)$$

なるときに (19) 式は満足される。結局

$$\begin{aligned} \eta_m &= \frac{\sigma}{E} \cot^2 \theta \cdot \frac{h}{2} + A \cos m(\pi + \alpha_0) + B \sin m(\pi + \alpha_0) \\ &= \frac{\sigma}{E} \cot^2 \theta \cdot \frac{h}{2} + (-1)^m (A \cos m\alpha_0 + B \sin m\alpha_0) \dots \dots \dots (22) \end{aligned}$$

boundary condition $\eta_0 = 0, \eta_n = 0$

$$\begin{aligned} \eta_0 = 0 \text{ より } A &= -\frac{\sigma}{E} \cot^2 \theta \frac{h}{2} \\ \eta_n = 0 \text{ より } B &= -\frac{\sigma}{E} \cot^2 \theta \frac{h}{2} \frac{1 - (-1)^n \cos n\alpha_0}{(-1)^n \sin n\alpha_0} \end{aligned}$$

結局

$$\eta_m = \frac{\sigma}{E} \cot^2 \theta \cdot \frac{h}{2} \left\{ 1 - (-1)^m \left(\cos m\alpha_0 + \frac{1 - (-1)^n \cos n\alpha_0}{(-1)^n \sin n\alpha_0} \sin m\alpha_0 \right) \right\} \dots \dots \dots (23)$$

側方孕み出しによる弾性破損 を求むるには (23) 式中 $\sin m\alpha_0$ の係数に注目する。

$$\begin{aligned} n \text{ が偶数のときは } & \frac{1 - \cos n\alpha_0}{\sin n\alpha_0} \therefore n\alpha_0 = \pi \text{ のとき } \infty \\ n \text{ が奇数のときは } & \frac{1 + \cos n\alpha_0}{\sin n\alpha_0} \therefore n\alpha_0^{(4)} = 2\pi \text{ のとき } \infty \end{aligned}$$

即ち n が偶数のとき $\alpha_0 = \frac{\pi}{n}$, 奇数のとき $\alpha_0 = \frac{2\pi}{n}$ となる。この値を (21) 式に入れると

n が偶数のとき

$$\cos \frac{\pi}{n} = \frac{\frac{K \sin^2 \theta \cos \theta}{1 + K \cos^2 \theta} \frac{\sigma_k}{E}}{\frac{K \sin^2 \theta \cos \theta}{1 + K \cos^2 \theta} \frac{\sigma_k}{E} + \frac{\sigma_k}{E}} \therefore \frac{\sigma_k}{E} = \frac{1 - \cos \frac{\pi}{n}}{1 + \cos \frac{\pi}{n}} \frac{K \sin^2 \theta \cos \theta}{1 + K \cos^2 \theta} \dots \dots \dots (24)$$

n が奇数のときは

$$\frac{\sigma_k}{E} = \frac{K \sin^2 \theta \cos \theta}{1 + K \cos^2 \theta} \frac{1 - \cos \frac{2\pi}{n}}{1 + \cos \frac{2\pi}{n}} \dots \dots \dots (25)$$

即ち側方孕み出しに対しては奇数格間の方が強いといふことになる。

たとへば n が偶数のときは $n=10$ にて

$$\frac{\sigma_k}{E} = \frac{1 - \cos \frac{\pi}{10}}{1 + \cos \frac{\pi}{10}} \frac{K \sin^2 \theta \cos \theta}{1 + K \cos^2 \theta} = \frac{0.02506 K \sin^2 \theta \cos^4}{1 + K \cos^2 \theta}$$

$E=2100000 \text{ kg/cm}^2$ とし $K=0.1, \theta=45^\circ$ のときは

$$\frac{\sigma_k}{E} = \frac{0.02506 \times 0.1 \times 0.7071^4}{1 + 0.1 \times 0.7071^4} \text{ となり } \sigma_k = 1797 \text{ kg/cm}^2 \text{ } ^{5)}$$

(4) $n\alpha_0 = 0$ のときは $\sigma_k = 0$ となる
 (5) $n=8$ のときは未だ弾性の範囲外である

既に弾性の範囲内に於て側方孕み出しにより弾性破損する。

n が奇数なるときは

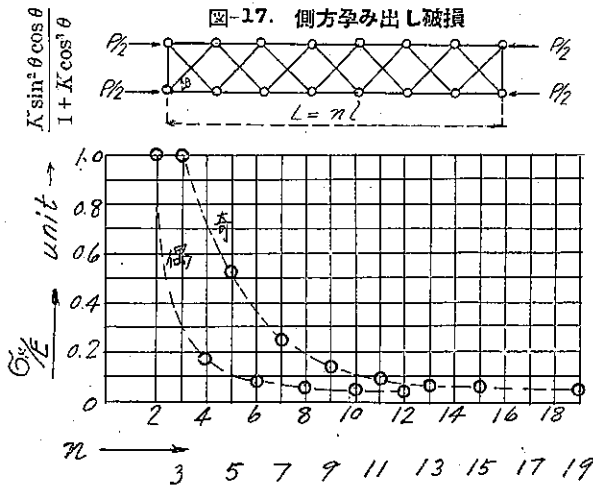
$$n=19 \text{ にて } \frac{\sigma_k}{E} = 0.02789 \frac{K \sin^2 \theta \cos \theta}{1 + K \cos^2 \theta} \text{ となり}$$

前の如く $K=0.1, \theta=45^\circ$ にとれば $\sigma \approx 2000 \text{ kg/cm}^2$ となる (図-17 参照)。

今弦材の変位を求めてみるに

$n=10$ の場合に於て

$K=0.1, \theta=45^\circ$ 見掛けの応力度 $\sigma=1500 \text{ kg/cm}^2$ とせば (但し $E=2100000 \text{ kg/cm}^2$ とす)



$$n \text{ 偶数: } \frac{\sigma_k}{E} = \frac{1 - \cos \frac{\pi}{n}}{1 + \cos \frac{\pi}{n}} \cdot \frac{K \sin^2 \theta \cos \theta}{1 + K \cos^2 \theta}$$

$$n \text{ 奇数: } \frac{\sigma_k}{E} = \frac{1 - \cos \frac{2\pi}{n}}{1 + \cos \frac{2\pi}{n}} \cdot \frac{K \sin^2 \theta \cos \theta}{1 + K \cos^2 \theta}$$

$$K = \frac{A_1}{A_2}, \quad \sigma_k = \frac{P_k}{2A_2}$$

変位は (23) 式より (n が偶数の場合)

$$\eta_m = \frac{\sigma}{E} \cot^2 \theta \cdot \frac{h}{2} \left\{ 1 - (-1)^m \left(\cos m\alpha_0 + \frac{1 - \cos m\alpha_0}{\sin m\alpha_0} \sin m\alpha_0 \right) \right\}$$

$$\cos \alpha_0 = \frac{\frac{K \sin^2 \theta \cos \theta}{1 + K \cos^2 \theta} \cdot \frac{\sigma}{E}}{\frac{K \sin^2 \theta \cos \theta}{1 + K \cos^2 \theta} + \frac{\sigma}{E}}$$

$$\frac{K \sin^2 \theta \cos \theta}{1 + K \cos^2 \theta} = \frac{0.1 \times 0.7071 \cdot 1^3}{1 + 0.1 \times 0.7071 \cdot 1^3} = 0.03415$$

$$\frac{\sigma}{E} = \frac{1500}{2100000} = 0.0007143$$

$$\cos \alpha_0 = \frac{0.03415 - 0.000714}{0.03415 + 0.000714} = 0.95903, \quad \alpha_0 = 0.2872$$

表-1.

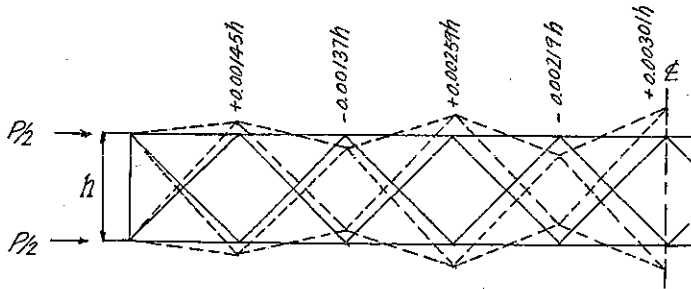
m	1	2	3	4	5	6	10
$\cos m\alpha_0$	0.95903	0.83974	0.65093	0.40940	0.13439	-0.15162	-0.96388
$\sin m\alpha_0$	0.28327	0.54300	0.75915	0.91235	0.99093	0.98844	0.26634

$$\eta_m = 0.0003571 h \left\{ 1 - (-1)^m \left(\cos m\alpha_0 + \frac{1 + 0.96388}{0.26634} \sin m\alpha_0 \right) \right\}$$

$$= 0.0003571 h \left\{ 1 - (-1)^m (\cos m\alpha_0 + 7.3736 \sin m\alpha_0) \right\}$$

$$\begin{aligned} \eta_1 &= 0.0003571h \left\{ 1 + (0.95903 + 7.3736 \times 0.28327) \right\} = 0.001445h \\ \eta_2 &= 0.0003571h \left\{ 1 - (0.83974 + 7.3736 \times 0.54300) \right\} = -0.001372h \\ \eta_3 &= 0.0003571h \left\{ 1 + (0.65092 + 7.3736 \times 0.75915) \right\} = 0.002588h \\ \eta_4 &= 0.0003571h \left\{ 1 - (0.40940 + 7.3736 \times 0.91235) \right\} = -0.002191h \\ \eta_5 &= 0.0003571h \left\{ 1 + (0.13439 + 7.3736 \times 0.99093) \right\} = 0.003014h \\ \eta_6 &= 0.0003571h \left\{ 1 - (-0.15162 + 7.3736 \times 0.98844) \right\} = -0.002191h \end{aligned}$$

図-18.



$$\begin{aligned} P/2 A_f &= \sigma \\ &= 1500 \text{ kg/cm}^2 \\ K &= 0.1 \\ \theta &= 45^\circ \\ n &= 10 \end{aligned}$$

部材応力: (14a) 式より

$$\begin{cases} P_m = \frac{P}{2(1+K \cos^2 \theta)} + \frac{EAa \sin \theta \cos^2 \theta}{1+K \cos^2 \theta} \frac{\eta_{m-1} + \eta_m}{l} \\ D_m = \frac{PK \cos^2 \theta}{2(1+K \cos^2 \theta)} - \frac{EAa \sin \theta \cos \theta}{1+K \cos^2 \theta} \frac{\eta_{m-1} + \eta_m}{l} \end{cases}$$

$A_a = 70 \times 9 \text{ mm} = 6.3 \text{ cm}^2$ とする。 $K = \frac{A_a}{A_f} = 0.1$ とせる故
 $A_f = 63 \text{ cm}^2$

$$\sigma = \frac{P}{2A_f} = 1500 \text{ kg/cm}^2 \text{ 故に } P = 2 \times 63 \times 1500 = 189000 \text{ kg}$$

又 $\theta = 45^\circ$ 故 $h = l$, $E = 210000 \text{ kg/cm}^2$ とす

$$\begin{aligned} D_m &= \frac{189000 \times 0.1 \times 0.7071^2}{2(1+0.1 \times 0.7071^2)} - \frac{6.3 \times 0.7071^2}{1+0.1 \times 0.7071^2} \frac{E(\eta_{m-1} + \eta_m)}{l} \\ &= 4563 - 3.0423 \times \frac{E(\eta_{m-1} + \eta_m)}{h} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} D_1 = 4563 - 3.0423 \times 210000 \times 0.001445 = -4669 \text{ kg} \\ D_2 = 4563 - 3.0423 \times 210000 \times (0.001445 - 0.001372) = +4097 \text{ kg} \\ D_3 = 4563 - 3.0423 \times 210000 \times (-0.001372 + 0.002588) = -3206 \text{ kg} \\ D_4 = 4563 - 3.0423 \times 210000 \times (0.002588 - 0.002191) = +2027 \text{ kg} \\ D_5 = 4563 - 3.0423 \times 210000 \times (0.003014 - 0.002191) = -695 \text{ kg} \end{cases}$$

$P = 189000 \text{ kg}$ 故に $D_1 \sim D_5$ を P の percentage で示すと

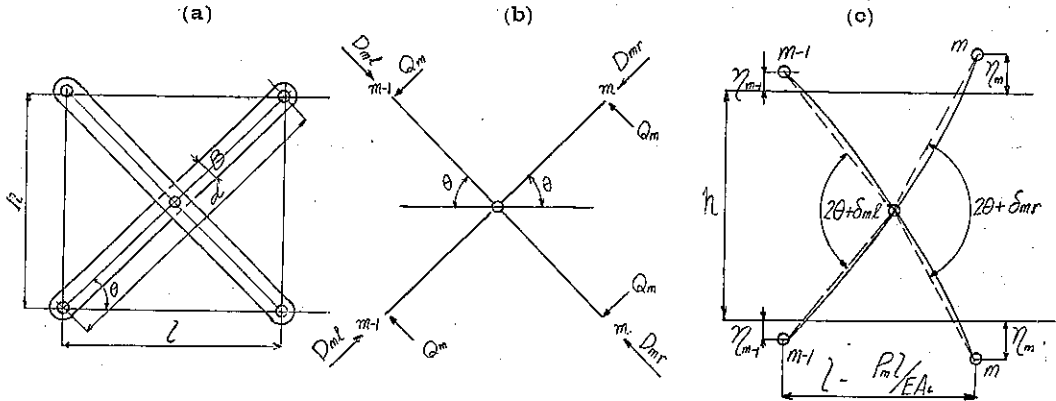
$$\begin{aligned} D_1 &= -0.0247 P, D_2 = +0.0217 P, D_3 = -0.0170 P, D_4 = +0.0107 P, D_5 = -0.0037 P \\ P_1 &= 0.5175 P, P_2 = 0.4847 P, P_3 = 0.5120 P, P_4 = 0.4924 P, P_5 = 0.5026 P \end{aligned}$$

(但し $P_m = P/2 - D_m \cos \theta$, +は圧縮とす)

4. 斜材の交点を止めた場合

3の滑節骨組の交点を摩擦なきボルトの類を以て止めた場合を考へて見る(図-19(a),(b),(c)参照)。この場合には交点を境として斜材応力が変化するのみならず、曲げモーメントすら作用する。応力は図-19(b)を、変形は図-19(c)を参照されたい。

図-19.



(a) 部材応力を格点変位の項にて示すこと

一組の斜材を切り離してみると図-19(b)の如くなる。即ち剪断力 Q_m 、直応力 D_{mr} 、及 D_{ml} が作用する。

水平方向の平衡の条件よりして

$$2 \sin \theta Q_m = (D_{ml} - D_{mr}) \cos \theta \dots\dots\dots (25)$$

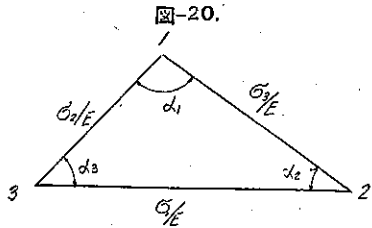
同じく $P_m = P/2 - D_{mr} \cos \theta - Q_m \sin \theta \dots\dots\dots (26)$

これに(25)式の関係を代入すると

$$P_m = \frac{P}{2} - \frac{(D_{mr} + D_{ml}) \cos \theta}{2} \dots\dots\dots (27)$$

即ち D_{mr} と D_{ml} が求まると部材応力はすべて求められる。

今この2つを格点変位の項を以て示さんに、図-19(c)を参照し斜材の交角の変化を調べてみる。今図-20の三角形に於てその當初の角を $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ とし三角形の各頂點に對邊する邊の單位伸縮量を $\sigma_1/E, \sigma_2/E, \sigma_3/E$ とせば角の変化量は $\Delta\alpha_1, \Delta\alpha_2, \Delta\alpha_3$ は次の如くなる。



$$\left. \begin{aligned} \Delta\alpha_1 &= \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)}{E} \cot \alpha_3 + \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{E} \cot \alpha_2 \\ \Delta\alpha_2 &= \frac{(\sigma_2 - \sigma_3)}{E} \cot \alpha_1 + \frac{(\alpha_2 - \alpha_1)}{E} \cot \alpha_3 \\ \Delta\alpha_3 &= \frac{(\sigma_3 - \sigma_1)}{E} \cot \alpha_2 + \frac{(\alpha_3 - \alpha_2)}{E} \cot \alpha_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (28)^{(6)}$$

(6) たとへば Hütte III Bd.

今 図-19 (c) に於て交點の左側の角 2θ の変化量を δ_{ml} , 右側の角 2θ の変化量を δ_{mr} とせば

(28) 式より

$$\left. \begin{aligned} \delta_{ml} &= 2 \left(\frac{2\eta_{m-1}}{h} + \frac{D_{ml}}{EA_a} \right) \tan \theta \\ \delta_{mr} &= 2 \left(\frac{2\eta_m}{h} + \frac{D_{mr}}{EA_a} \right) \tan \theta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (28)$$

Q_m は δ_{ml} と δ_{mr} との差によつて生ずるのであるから 図-21 に

於て

$$\frac{(2Q_m)d^3}{48EJ_a} = \frac{(\delta_{mr} - \delta_{ml})d}{8}$$

(25) 及 (28) 式より

$$\begin{aligned} \delta_{mr} - \delta_{ml} &= 2 \left\{ \frac{2(\eta_m - \eta_{m-1})}{h} + \frac{(D_{mr} - D_{ml})}{EA_a} \right\} \tan \theta \\ &= 4 \left\{ \frac{(\eta_m - \eta_{m-1})}{l} - \tan^2 \theta \frac{Q_m}{EA_a} \right\} \end{aligned}$$

$$\therefore Q_m = \frac{1}{\frac{d^2}{12EJ_a} + \frac{\tan^2 \theta}{EA_a}} \frac{\eta_m - \eta_{m-1}}{l}$$

今斜材の幅を B , 厚さを t とせば $J_a = \frac{tB^3}{12} = \frac{B^2}{12} A_a$ となる故上式は

$$Q_m = \frac{EA_a}{d^2/B^2 + \tan^2 \theta} \frac{\eta_m - \eta_{m-1}}{l} \dots\dots\dots (29)$$

又 $2Q_m \tan \theta = D_{ml} - D_{mr}$

故に

$$D_{ml} - D_{mr} = \frac{2EA_a \tan \theta}{d^2/B^2 + \tan^2 \theta} \frac{\eta_m - \eta_{m-1}}{l} \dots\dots\dots (30)$$

又別に斜邊の伸びの関係即ち

$$\Delta l = \Delta x \cos \theta + \Delta y \sin \theta \text{ より}$$

$$(D_{mr} + D_{ml}) \frac{d}{2EA_a} = \frac{P_m l}{EA_f} \cos \theta - (\eta_m + \eta_{m-1}) \sin \theta \dots\dots (31)$$

然るに (27) 式より $P_m = P/2 - (D_{mr} + D_{ml}) \frac{\cos \theta}{2}$ 故に上式は

$$(D_{mr} + D_{ml}) \left(\frac{d}{2EA_a} + \frac{l \cos^2 \theta}{2EA_f} \right) = \frac{Pl \cos \theta}{2EA_f} - (\eta_m + \eta_{m-1}) \sin \theta$$

兩邊に $\frac{2EA_a \cos \theta}{l}$ を乘じ形を整へると

$$D_{mr} + D_{ml} = \frac{PK \cos^2 \theta}{1 + K \cos^2 \theta} - \frac{2EA_a \sin \theta \cos \theta}{1 + K \cos^2 \theta} \frac{\eta_m + \eta_{m-1}}{l} \dots\dots\dots (32)$$

(30) と (32) 式より D_{mr} と D_{ml} を求むれば

$$D_{ml} = \frac{PK \cos^2 \theta}{2(1 + K \cos^2 \theta)} - \left\{ \frac{EA_a \sin \theta \cos \theta}{l(1 + K \cos^2 \theta)} - \frac{EA_a \tan \theta}{l(d^2/B^2 + \tan^2 \theta)} \right\} \eta_m - \left\{ \frac{EA_a \sin \theta \cos \theta}{l(1 + K \cos^2 \theta)} + \frac{EA_a \tan \theta}{l(d^2/B^2 + \tan^2 \theta)} \right\} \eta_{m-1}$$

図-21.

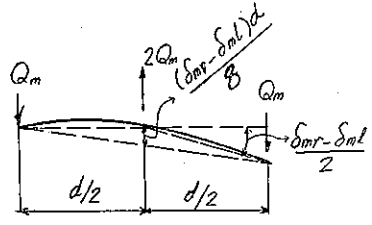


図-22.

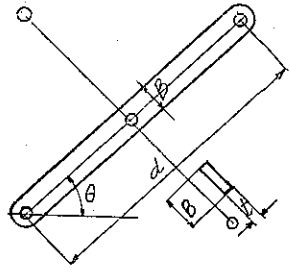
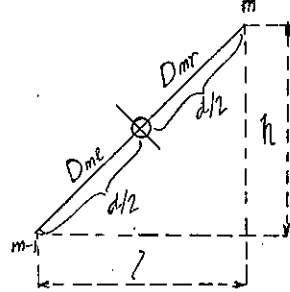


図-23.



$$D_{mr} = \frac{PK \cos^2 \theta}{2(1+K \cos^2 \theta)} - \left\{ \frac{EA_a \sin \theta \cos \theta}{l(1+K \cos^2 \theta)} + \frac{EA_a \tan \theta}{l(d^2/B^2 + \tan^2 \theta)} \right\} \eta_m - \left\{ \frac{EA_a \sin \theta \cos \theta}{l(1+K \cos^2 \theta)} - \frac{EA_a \tan \theta}{l(d^2/B^2 + \tan^2 \theta)} \right\} \eta_{m-1} \quad (33)$$

計算の便宜上記號 φ_a, φ_b を用ひれば (29) 及 (33) 式より

$$D_{mi} = \frac{PK \cos^2 \theta}{2(1+K \cos^2 \theta)} - (\varphi_a - \varphi_b) \eta_m - (\varphi_a + \varphi_b) \eta_{m-1} \quad (34)$$

$$D_{mr} = \frac{PK \cos^2 \theta}{2(1+K \cos^2 \theta)} - (\varphi_a + \varphi_b) \eta_m - (\varphi_a - \varphi_b) \eta_{m-1}$$

但し $\varphi_a = \frac{EA_a \sin \theta \cos \theta}{l(1+K \cos^2 \theta)}, \quad \varphi_b = \frac{EA_a \tan \theta}{l(d^2/B^2 + \tan^2 \theta)}$

(b) 格點平衡式

垂直方向の分力の和を考ふるに

$$\frac{-P_m(\eta_m - \eta_{m-1})}{l} + \frac{P_{m+1}(\eta_{m+1} - \eta_m)}{l} = (D_{mr} + D_{(m+1)r}) \sin \theta - (Q_m - Q_{m+1}) \cos \theta \quad (35)$$

P_m は $P/2$ と大差なき故 2nd order を省略すれば $P_m \cdot \frac{\eta_m}{l} \doteq \frac{P \eta_m}{2 l}$

同様の意味に於て角 θ の変化を省略し得る。

(35) 式の左邊は

$$\frac{P}{2} \frac{\eta_{m-1} - 2\eta_m + \eta_{m+1}}{l}$$

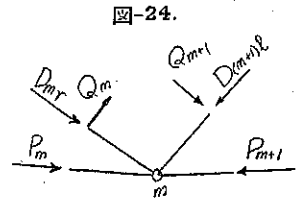


図-24.

又右邊に於て $(D_{mr} + D_{(m+1)r})$ 及 $(Q_m - Q_{m+1})$ は (29) 及 (33) 式により夫々

$$D_{mr} + D_{(m+1)r} = \frac{PK \cos^2 \theta}{1+K \cos^2 \theta} - \left\{ \frac{EA_a \sin \theta \cos \theta}{1+K \cos^2 \theta} - \frac{EA_a \tan \theta}{d^2/B^2 + \tan^2 \theta} \right\} \frac{\eta_{m-1}}{l} - 2 \left\{ \frac{EA_a \sin \theta \cos \theta}{1+K \cos^2 \theta} + \frac{EA_a \tan \theta}{d^2/B^2 + \tan^2 \theta} \right\} \frac{\eta_m}{l} - \left\{ \frac{EA_a \sin \theta \cos \theta}{1+K \cos^2 \theta} - \frac{EA_a \tan \theta}{d^2/B^2 + \tan^2 \theta} \right\} \frac{\eta_{m+1}}{l} \quad (35a)$$

$$Q_m - Q_{m+1} = -\frac{EA_a}{d^2/B^2 + \tan^2 \theta} \frac{(\eta_{m-1} - 2\eta_m + \eta_{m+1})}{l}$$

この値を (35) 式の右邊に代入し形を整へると

$$\left\{ \frac{P}{2} + \frac{EA_a \sin^2 \theta \cos \theta}{1+K \cos^2 \theta} - \frac{EA_a}{\cos \theta (d^2/B^2 + \tan^2 \theta)} \right\} \eta_{m-1} - 2 \left\{ \frac{P}{2} - \frac{EA_a \sin^2 \theta \cos \theta}{1+K \cos^2 \theta} - \frac{EA_a}{\cos \theta (d^2/B^2 + \tan^2 \theta)} \right\} \eta_m + \left\{ \frac{P}{2} + \frac{EA_a \sin^2 \theta \cos \theta}{1+K \cos^2 \theta} - \frac{EA_a}{\cos \theta (d^2/B^2 + \tan^2 \theta)} \right\} \eta_{m+1} = \frac{PK l \sin \theta \cos^2 \theta}{1+K \cos^2 \theta} \quad (35b)$$

又兩邊を EA_f にて除し、見掛けの応力度 $\sigma = P/2A_f, K = A_a/A_f$ とせば

$$\left\{ \frac{\sigma}{E} + \frac{K \sin^2 \theta \cos \theta}{1+K \cos^2 \theta} - \frac{K}{\cos \theta (d^2/B^2 + \tan^2 \theta)} \right\} \eta_{m-1} - 2 \left\{ \frac{\sigma}{E} - \frac{K \sin^2 \theta \cos \theta}{1+K \cos^2 \theta} - \frac{K}{\cos \theta (d^2/B^2 + \tan^2 \theta)} \right\} \eta_m + \left\{ \frac{\sigma}{E} + \frac{K \sin^2 \theta \cos \theta}{1+K \cos^2 \theta} - \frac{K}{\cos \theta (d^2/B^2 + \tan^2 \theta)} \right\} \eta_{m+1} = \frac{2\sigma K l \sin \theta \cos^2 \theta}{E(1+K \cos^2 \theta)} \quad (35c)$$

(c) 基本式の解法

(35e) 式の解を求めんに

特殊解としては $\frac{1}{2} \frac{\sigma}{E} h \cot^2 \theta$ を得る。但し $h = \tan \theta \cdot l$

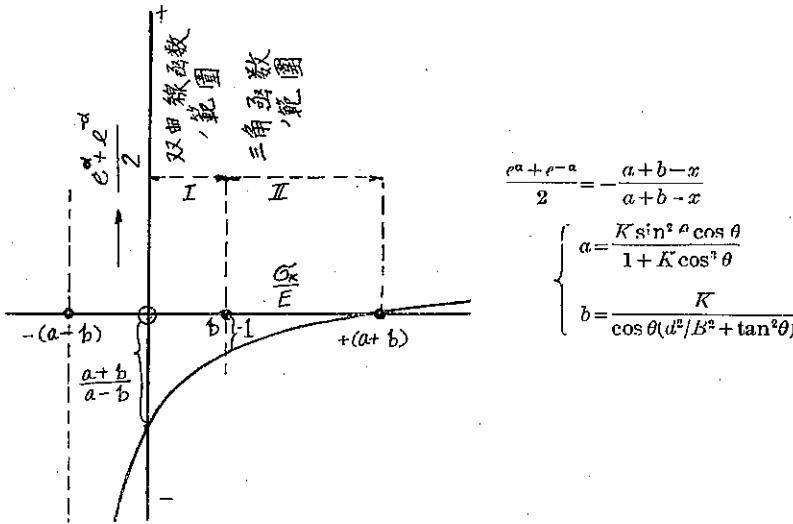
補助解即ち右邊を零と置いた場合には

例によつて $\eta_m = e^{m\alpha}$ とおき全体を $e^{m\alpha}$ にて除せば

$$\frac{e^\alpha + e^{-\alpha}}{2} = \frac{\frac{F \sin^2 \theta \cos \theta}{1 + K \cos^2 \theta} + \frac{K}{\cos \theta (d^2/B^2 + \tan^2 \theta)} - \frac{\sigma}{E}}{\frac{K \sin^2 \theta \cos \theta}{1 + K \cos^2 \theta} - \frac{K}{\cos \theta (d^2/B^2 + \tan^2 \theta)} + \frac{\sigma}{E}} \dots (36)$$

今 $\frac{K \sin^2 \theta \cos \theta}{1 + K \cos^2 \theta} = a$, $\frac{K}{\cos \theta (d^2/B^2 + \tan^2 \theta)} = b$ として σ/E の変化に對し (36) 式を图示すると 図-25 を得る。
 a は普通 b より大となる故図の如き形を考へ得るのである。又後述する如く側方争み出しは $\sigma/E < a+b$ にて生ずる故図に於て I, II の範圍を考慮すれば足りる。されば $\frac{\sigma}{E} < \frac{K}{\cos \theta (d^2/B^2 + \tan^2 \theta)} + \frac{K \sin^2 \theta \cos \theta}{1 + K \cos^2 \theta}$ にして

図-25. $\frac{e^\alpha + e^{-\alpha}}{2}$ の図表



(i) $\frac{\sigma}{E} < \frac{K}{\cos \theta (d^2/B^2 + \tan^2 \theta)}$ のとき

$$\eta_m = \frac{1}{2} \frac{\sigma}{E} h \cot^2 \theta + (-1)^m (A \cosh m\alpha_0 + B \sinh m\alpha_0) \dots (37)$$

$$\cosh \alpha_0 = \frac{\frac{K \sin^2 \theta \cos \theta}{1 + K \cos^2 \theta} + \frac{K}{\cos \theta (d^2/B^2 + \tan^2 \theta)} - \frac{\sigma}{E}}{\frac{K \sin^2 \theta \cos \theta}{1 + K \cos^2 \theta} - \frac{K}{\cos \theta (d^2/B^2 + \tan^2 \theta)} + \frac{\sigma}{E}}$$

(ii) $\frac{\sigma}{E} > \frac{K}{\cos \theta (d^2/B^2 + \tan^2 \theta)}$ のとき

(7) この範圍外即ち $\sigma/E > a+b$ のときは $(-1)^m$ なる形が消える

$$\eta_m = \frac{1}{2} \frac{\sigma}{E} h \cot^2 \theta + (-1)^m (A \cos m\alpha_0 + B \sin m\alpha_0) \dots\dots\dots (38)$$

$$\cos \alpha_0 = \frac{\frac{K \sin^2 \theta \cos \theta}{1 + K \cos^2 \theta} + \frac{K}{\cos \theta (d^2/B^2 + \tan^2 \theta)} \frac{\sigma}{E}}{\frac{K \sin^2 \theta \cos \theta}{1 + K \cos^2 \theta} - \frac{K}{\cos \theta (d^2/B^2 + \tan^2 \theta)} \frac{\sigma}{E}}$$

(37) 及 (38) 式に周邊條件即ち $\eta_0 = 0, \eta_n = 0$ を入れると

(37) 式に於ては

$$A = -\frac{1}{2} \frac{\sigma}{E} h \cot^2 \theta, \quad B = -(-1)^n \frac{1 - (-1)^n \cosh n\alpha_0}{\sinh n\alpha_0} \cdot \frac{1}{2} \frac{\sigma}{E} h \cot^2 \theta$$

$$\therefore \eta_m = \frac{1}{2} \frac{\sigma}{E} h \cot^2 \theta \left\{ 1 - (-1)^m \left(\cosh m\alpha_0 + (-1)^n \sinh m\alpha_0 \frac{1 - (-1)^n \cosh n\alpha_0}{\sinh n\alpha_0} \right) \right\} \dots\dots\dots (37a)$$

$$\text{但し} \left\{ \begin{array}{l} \frac{\sigma}{E} < \frac{K}{\cos \theta (d^2/B^2 + \tan^2 \theta)} \\ \cos \alpha_0 = \frac{\frac{K \sin^2 \theta \cos \theta}{1 + K \cos^2 \theta} + \frac{K}{\cos \theta (d^2/B^2 + \tan^2 \theta)} \frac{\sigma}{E}}{\frac{K \sin^2 \theta \cos \theta}{1 + K \cos^2 \theta} - \frac{K}{\cos \theta (d^2/B^2 + \tan^2 \theta)} \frac{\sigma}{E}} \end{array} \right.$$

又 (38) 式は

$$\eta_m = \frac{1}{2} \frac{\sigma}{E} h \cot^2 \theta \left\{ 1 - (-1)^m \left(\cos m\alpha_0 + (-1)^n \sin m\alpha_0 \cdot \frac{1 - (-1)^n \cos n\alpha_0}{\sin n\alpha_0} \right) \right\} \dots\dots\dots (38a)$$

$$\text{但し} \left\{ \begin{array}{l} \frac{\sigma}{E} > \frac{K}{\cos \theta (d^2/B^2 + \tan^2 \theta)} \\ \cos \alpha_0 = \frac{\frac{K \sin^2 \theta \cos \theta}{1 + K \cos^2 \theta} + \frac{K}{\cos \theta (d^2/B^2 + \tan^2 \theta)} \frac{\sigma}{E}}{\frac{K \sin^2 \theta \cos \theta}{1 + K \cos^2 \theta} - \frac{K}{\cos \theta (d^2/B^2 + \tan^2 \theta)} \frac{\sigma}{E}} \end{array} \right.$$

d 側方孕み出しによる破損: この場合の弦材の見掛けの応力度を σ_k とする。

(37) 式より求められる λ 値として格間数 n に無関係に

$$\frac{\sigma_k}{E} = \frac{K}{\cos \theta (d^2/B^2 + \tan^2 \theta)} - \frac{K \sin^2 \theta \cos \theta}{1 + K \cos^2 \theta} \dots\dots\dots (39)$$

この場合には α_0 は無限大となる。

然しこの値は餘り實際的でない。多くの場合に於てこの値は負となる。而して多くは (38a) 式によりて定められる。

式中

$$B = -(-1)^n \cdot \frac{1 - (-1)^n \cos n\alpha_0}{\sin n\alpha_0} \quad \text{なる故}$$

n が偶数のとき $n\alpha_0 = \pi$ 即ち $\alpha_0 = \pi/n$ のとき $B = \infty$

n が奇数 " $n\alpha_0 = 2\pi$ 即ち $\alpha_0 = 2\pi/n$ " " "

依つて (38) 式を参照し

n が偶数のときは $\alpha_0 = \pi/n$ とおき

$$\frac{\sigma_k}{E} = \frac{1 - \cos \frac{\pi}{n}}{1 + \cos \frac{\pi}{n}} \cdot \frac{K \sin^2 \theta \cos \theta}{1 + K \cos^2 \theta} + \frac{K}{\cos \theta (d^2/B^2 + \tan^2 \theta)} \dots (40)$$

n が奇数のときは

$$\frac{\sigma_k}{E} = \frac{1 - \cos^2 \frac{\pi}{n}}{1 + \cos^2 \frac{\pi}{n}} \cdot \frac{K \sin^2 \theta \cos \theta}{1 + K \cos^2 \theta} + \frac{K}{\cos \theta (d^2/B^2 + \tan^2 \theta)} \dots (41)$$

これを斜材の交点を止めない場合の値即ち (24), (25) 式に示す結果と比較すると著しく強度をましてゐることが判る。

たとへば $n=10, K=0.1, \theta=45^\circ$ とせば

交点を止めぬ場合は (前掲したが重複を厭はず再記する)

$$\frac{\sigma_k}{E} = \frac{1 - \cos \frac{\pi}{n}}{1 + \cos \frac{\pi}{n}} \cdot \frac{K \sin^2 \theta \cos \theta}{1 + K \cos^2 \theta} = \frac{1 - 0.95111}{1 + 0.95111} \cdot \frac{0.03536}{1.03536} = 0.0008558$$

$$\begin{cases} \cos \frac{\pi}{n} = \cos 0.314 = 0.95111 \\ \sin \theta = \cos \theta = 0.70711 \end{cases}$$

となり $E=2100000 \text{ kg/cm}^2$ とせば $\sigma_k=1797 \text{ kg/cm}^2$ となる。

交点を止めると

$$\frac{\sigma_k}{E} = \frac{1 - \cos \frac{\pi}{n}}{1 + \cos \frac{\pi}{n}} \cdot \frac{K \sin^2 \theta \cos \theta}{1 + K \cos^2 \theta} + \frac{K}{\cos \theta (d^2/B^2 + \tan^2 \theta)}$$

今斜材の長さとの割合、即ち $d/B=10$ とせば

$$\frac{\sigma_k}{E} = 0.0008558 + \frac{0.1}{0.70711(10^2 + 1)} = 0.002256$$

となり弾性の範囲内にては破損せぬ。但し 2000 kg/cm^2 を弾性限度とする。

さらに極端なことを云ふと n 無限大のときに於ても $K, \theta, d/B$ 等を今のまゝにしておけば $\sigma_k/E=0.001400$ となり猶、弾性の範囲外にある。(8)

言ひ換へればこの場合には斜材の交点を止めたゞけで最早弾性の範囲内に於ては側方孕み出し破損は生じないといふことになる。

今 872 頁よりの例題と同じ data により格點変位を求めてみる。勿論交点を止めたゞめ斜材の剛度に関する項 d/B は追加される。即ち $n=10, K=0.1, \theta=45^\circ, \sigma=1500 \text{ kg/cm}^2$ とし猶新たに $d/B=6.06$ を追加する ($d=42.4 \text{ cm}, B=7.0 \text{ cm}$)。

$$\frac{\sigma}{E} = \frac{1500}{2100000} = 0.0007142$$

$$\frac{K}{\cos \theta (d^2/B^2 + \tan^2 \theta)} = \frac{0.1}{0.70711(6.06^2 + 1)} = 0.003749 \text{ なる故}$$

$\frac{\sigma}{E} < \frac{K}{\cos \theta (d^2/B^2 + \tan^2 \theta)}$ となる故 (37a) 式を適用し

(8) n が無限大のときは (40) 式の最初の項は 0 となる

$$\eta_m = \frac{1}{2} \frac{\sigma}{E} h \cot^2 \theta \left\{ 1 - (-1)^m \left(\cosh m\alpha_0 + (-1)^m \sinh m\alpha_0 \cdot \frac{1 - (-1)^m \cosh m\alpha_0}{\sinh m\alpha_0} \right) \right\}$$

$$\text{但し } \cosh \alpha_0 = \frac{K \sin^2 \theta \cos \theta}{1 + K \cos^2 \theta} + \frac{K}{\cos \theta (d^2/B^2 + \tan^2 \theta)} - \frac{\sigma}{E}$$

$$\frac{K \sin^2 \theta \cos \theta}{1 + K \cos^2 \theta} - \frac{K}{\cos \theta (d^2/B^2 + \tan^2 \theta)} + \frac{\sigma}{E}$$

$$\frac{d}{B} = \frac{424}{70} = 6.06$$

$$\frac{K}{\cos \theta (d^2/B^2 + \tan^2 \theta)} = \frac{0.100}{0.70711(6.06^2 + 1^2)} = 0.003749$$

$$\frac{K \sin^2 \theta \cos \theta}{1 + K \cos^2 \theta} = \frac{0.1 \times 0.70711^3}{1 + 0.1 \times 0.70711^2} = 0.034148$$

$$\frac{\sigma}{E} = \frac{1500}{2100000} = 0.000714$$

$$\cosh \alpha_0 = \frac{0.034148 + 0.003749 - 0.000714}{0.034148 - 0.003749 + 0.000714} = \frac{0.037183}{0.031113} = 1.195095$$

$$\alpha_0 = 0.6149$$

表-2.

m	1	2	3	4	5	6	10
cosh mα ₀	1.195095	1.85676	3.24306	5.89512	10.84277	20.02296	234.35976
sinh mα ₀	0.65439	1.56447	3.08504	5.80969	10.79654	19.99798	234.35763

$$\frac{1 - \cosh m\alpha_0}{\sinh m\alpha_0} = \frac{-233.35976}{234.35763} = -0.99574$$

$$\eta_m = 0.0003571 h \{ 1 - (-1)^m (\cosh m\alpha_0 - 0.99574 \sinh m\alpha_0) \}$$

$$\eta_1 = 0.0003571 h (1 + 1.195095 - 0.99574 \times 0.65439) = 0.0005502 h$$

$$\eta_2 = \quad \quad (1 - 1.85676 + 0.99574 \times 1.56447) = 0.0002503 h$$

$$\eta_3 = \quad \quad (1 + 3.24306 - 0.99574 \times 3.08504) = 0.0004182 h$$

$$\eta_4 = \quad \quad (1 - 5.89512 + 0.99574 \times 5.80969) = 0.0003178 h$$

$$\eta_5 = \quad \quad (1 + 10.84277 - 0.99574 \times 10.79654) = 0.0003900 h$$

$$\eta_6 = \quad \quad (1 - 20.02296 + 0.99574 \times 19.99798) = 0.0003178 h$$

部材応力

(33) 及 (29) 式より

$$D_{ml} = \frac{PK \cos^2 \theta}{2(1 + K \cos^2 \theta)} - \left\{ \frac{EA_a \sin \theta \cos \theta}{l(1 + K \cos^2 \theta)} - \frac{EA_a \tan \theta}{l(d^2/B^2 + \tan^2 \theta)} \right\} \eta_m$$

$$- \left\{ \frac{EA_a \sin \theta \cos \theta}{l(1 + K \cos^2 \theta)} + \frac{EA_a \tan \theta}{l(d^2/B^2 + \tan^2 \theta)} \right\} \eta_{m-1}$$

$$D_{mr} = \frac{PK \cos^2 \theta}{2(1 + K \cos^2 \theta)} - \left\{ \frac{EA_a \sin \theta \cos \theta}{l(1 + K \cos^2 \theta)} + \frac{EA_a \tan \theta}{l(d^2/B^2 + \tan^2 \theta)} \right\} \eta_m$$

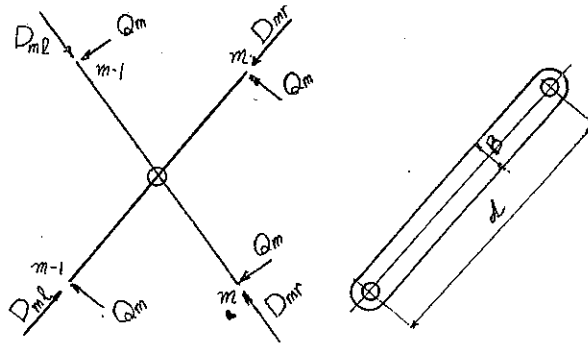
$$- \left\{ \frac{EA_a \sin \theta \cos \theta}{l(1 + K \cos^2 \theta)} - \frac{EA_a \tan \theta}{l(d^2/B^2 + \tan^2 \theta)} \right\} \eta_{m-1}$$

$$Q_m = \frac{EA_a}{d^2/B^2 + \tan^2 \theta} \frac{(\eta_m - \eta_{m-1})}{l}$$

$$A_a = 2\text{-bars } 70 \times 9\text{mm} \stackrel{(8)}{=} 12.6 \text{ cm}^2 \text{ とせば } K = \frac{A_a}{A_f} = 0.1 \text{ とせる故}$$

(8) channel の如き断面の表裏にあるものとし 2 倍す

図-26.



$$A_f = 126 \text{ cm}^2, \quad \sigma = \frac{P}{2A_f} = 1500 \text{ kg/cm}^2 \quad \therefore P = 378000 \text{ kg}$$

$$\frac{PK \cos^2 \theta}{2(1 + K \cos^2 \theta)} = \frac{378000 \times 0.1 \times 0.7071 \text{ l}^2}{2(1 + 0.1 \times 0.7071 \text{ l}^2)} = 9127 \text{ kg}$$

$$\frac{FA_n \sin^2 \theta \cos \theta}{l(1 + K \cos^2 \theta)} = \frac{2100000 \times 12.6 \times 0.7071 \text{ l}^2}{l(1 + 0.1 \times 0.7071 \text{ l}^2)} = \frac{12778200}{l} \text{ kg/cm}$$

$$\frac{FA_n \tan \theta}{l(d^2/B^2 + \tan^2 \theta)} = \frac{F \times 12.6}{l(6.06^2 + 1)} = \frac{701400}{l} \text{ kg/cm}$$

$$\begin{cases} D_{m1} = 9127 - (12778200 - 701400)\eta_m - (12778200 + 701400)\eta_{m-1} \\ \quad = 9127 - 12076800\eta_m - 13479600\eta_{m-1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} D_{mr} = 9127 - 13479600\eta_m - 12076800\eta_{m-1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} D_{11} = 9127 - 12076800 \times 0.0005502 = 2482 \text{ kg}^{(9)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} D_{1r} = 9127 - 13479600 \times 0.0005502 = 1711 \text{ ''} \end{cases}$$

$$\begin{cases} D_{21} = 9127 - 12076800 \times 0.0002503 - 13479600 \times 0.0005502 = -1312 \text{ kg} \end{cases}$$

$$\begin{cases} D_{2r} = 9127 - 13479600 \times 0.0002503 - 12076800 \times 0.0005502 = -892 \text{ ''} \end{cases}$$

$$\begin{cases} D_{31} = 9127 - 12076800 \times 0.0004182 - 13479600 \times 0.0002503 = +703 \text{ ''} \end{cases}$$

$$\begin{cases} D_{3r} = 9127 - 13479600 \times 0.0004182 - 12076800 \times 0.0002503 = +467 \text{ ''} \end{cases}$$

$$\begin{cases} D_{41} = 9127 - 12076800 \times 0.0003178 - 13479600 \times 0.0004182 = -348 \text{ ''} \end{cases}$$

$$\begin{cases} D_{4r} = 9127 - 13479600 \times 0.0003178 - 12076800 \times 0.0004182 = -207 \text{ ''} \end{cases}$$

$$\begin{cases} D_{51} = 9127 - 13479600 \times 0.0003900 - 13479600 \times 0.0003178 = +133 \text{ ''} \end{cases}$$

$$\begin{cases} D_{5r} = 9127 - 13479600 \times 0.0003900 - 12076800 \times 0.0003178 = +32 \text{ ''} \end{cases}$$

斜材応力は $D_{11,r}$ に於ては殆ど 0 となる。但しこの値は斜材 2 枚 (channel の表裏にて) に作用する故 1 枚に對しては上記の値の 1/2 となる。

$$Q_m = \frac{FA_n}{d^2/B^2 + \tan^2 \theta} \cdot \frac{\eta_m - \eta_{m-1}}{l}$$

$$= 701400 \frac{\eta_m - \eta_{m-1}}{l}$$

$$Q_1 = 701400 \times 0.0005502 = +386 \text{ kg}$$

$$Q_2 = -701400 \times (0.0005502 - 0.0002503) = -210 \text{ kg}$$

$$Q_3 = 701400 \times (0.0004182 - 0.0002503) = +118 \text{ ''}$$

$$Q_4 = -701400 \times (0.0004182 - 0.0003178) = -70 \text{ ''}$$

$$Q_5 = 701400 \times (0.0003900 - 0.0003178) = +51 \text{ ''}$$

(9) 圧縮を + とす

曲げモーメントの影響を加味して D_{11} に於ける応力度を計算すると

$$A_a = 12.6 \text{ cm}^2, \text{ section modulus} = 2 \times \frac{0.9 \times 7^2}{6} = 14.7 \text{ cm}^3$$

$$D_{11} = 2482 \text{ kg}, \text{ 綾片交點の } M = 386 \text{ kg} \times 21.2 \text{ cm} = 8183 \text{ kg/cm}$$

$$\sigma_{a11} = \frac{2482}{12.6} + \frac{8183}{14.7} = 197 + 557 = 754 \text{ kg/cm}^2$$

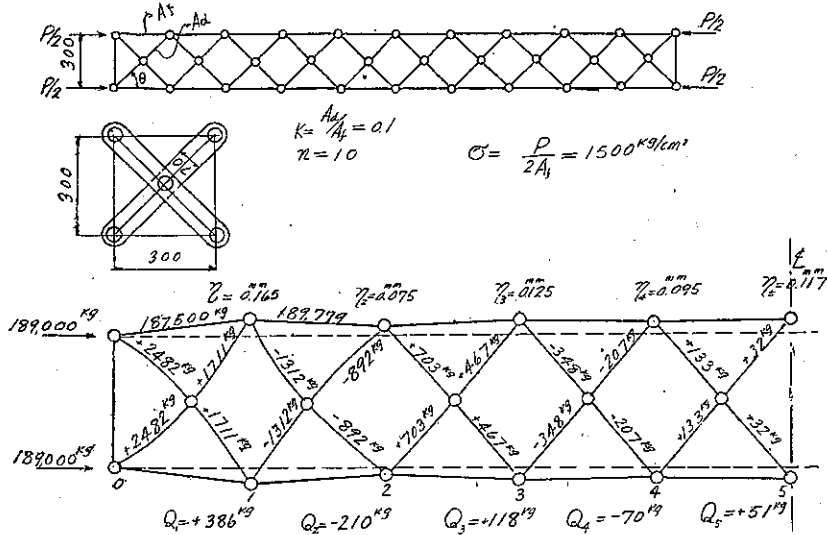
即ち D_{11} の交點に於ける応力度は決して侮り難い大きさを示す。特に交點を止めたために曲げモーメントの影響が大である。

一般に云へば斜材の幅が小なる程、又見掛けの応力度 $\sigma = P/2A$ が大なる程交點を止めた影響が減少して来る。今計算の結果を図示すると 図-27 を得る。猶 P_m は (27) 式により

$$P_m = \frac{P}{2} - (D_{nr} + D_{ml}) \frac{\cos \theta}{2}$$

より求める。

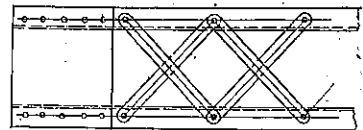
図-27.



5. 弦材が連続せる場合 (交點を止めぬ場合)

これは double lacing の實際に成る可く近いやうに計算を進めたいのであるが、猶計算上の便宜をも考慮して次の假定を許して戴きたい。即ち 図-28 に於て (イ) 兩端の tie plate は完全に剛なること、及 (ロ) lacing bar と弦材との交る點は摩擦なきボルトにて連結してあること、(ハ) 部材は彎曲によりて其の長さを変へぬこと等である。本節の計算は又 single lacing の応力を知る一つの目安にもなると思ふ。即ち普通の practice として single lacing とは云ひ條 lacing の方向は表裏入違ひになつてゐるからである。

図 28.



(a) 第 1 基本式 (格點変位式)

これは滑節骨組の場合と同じである。即ち第 1 節に於ける (14a), (15) 式を適用する。これは部材応力を格點変位

の項にて示す式である。これを再録すれば

(14a) 式として

$$\begin{cases} P_m = \frac{P}{2(1+K\cos^2\theta)} + \frac{EAa \sin\theta \cos^2\theta}{1+K\cos^2\theta} \frac{\eta_{m-1} + \eta_m}{l} \\ D_m = \frac{PK\cos^2\theta}{2(1+K\cos^2\theta)} - \frac{EAa \sin\theta \cos^2\theta}{1+K\cos^2\theta} \frac{\eta_{m-1} + \eta_m}{l} \end{cases}$$

(15) 式として

$$P_m + P_{m+1} = \frac{P}{1+K\cos^2\theta} + \frac{EAa \sin\theta \cos^2\theta}{1+K\cos^2\theta} \frac{\eta_{m-1} + 2\eta_m + \eta_{m+1}}{l}$$

Aa : 斜材断面積, A_f : 弦材断面積, $K = Aa/A_f$, P_m : 弦材応力

D_m : 斜材応力, η_m : 格點の垂直変位

(b) 第 2 基本式 (格點平衡式)

弦材の傾斜による格點 m の平衡を考ふるに

$$-\frac{P_m(\eta_m - \eta_{m-1})}{l} + \frac{P_{m+1}(\eta_{m+1} - \eta_m)}{l} - \frac{(M_{m-1} - 2M_m + M_{m+1})}{l} = (D_m + D_{m+1})\sin\theta \dots (42)$$

但し M_m は弦材の m 點に於ける曲げモーメントである。

$(P_m - P/2)$ は微小であるから 1st order の量のみをとれば

$$\frac{P_m \eta_m}{l} \approx \frac{P}{2} \cdot \frac{\eta_m}{l}$$

となる。又 (42) 式の右邊に於ける D_m の値も $P/2$ に比して小なる故角 θ の変化は無視したのである。

又平衡の條件よりして $P_m + D_m \cos\theta = P/2$ となる故 (42) 式は次の如く書き換へられる。

$$\begin{aligned} \frac{P}{2} (\eta_{m-1} - 2\eta_m + \eta_{m+1}) - (M_{m-1} - 2M_m + M_{m+1}) \\ = (D_m + D_{m+1}) l \sin\theta \\ = (P - P_m - P_{m+1}) l \dots (43) \end{aligned}$$

これを第 2 基本式とする。

(c) 第 3 基本式 (弦材の彎曲に関する式)

図-30 に於て

$$M_x = M_{m-1} + \frac{(M_m - M_{m-1})x}{l} - \frac{P_m(\eta_m - \eta_{m-1})x}{l} + P_m y \dots (44)$$

η_m は微小且つ P_m は $P/2$ と大差なきを以て $P_m \eta_m \approx \frac{P}{2} \eta_m$

$P_m y \approx \frac{P}{2} y$ となる。而して $\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{M_x}{EJ_f}$ なる故

$$\begin{aligned} y = C_1 \cos \frac{x}{k} + C_2 \sin \frac{x}{k} \\ - \frac{1}{P/2} \left\{ M_{m-1} + \frac{(M_m - M_{m-1})x}{l} - \frac{P(\eta_m - \eta_{m-1})x}{l} \right\} \end{aligned}$$

但し $k = \sqrt{\frac{P}{2EJ_f}}$

図-29.

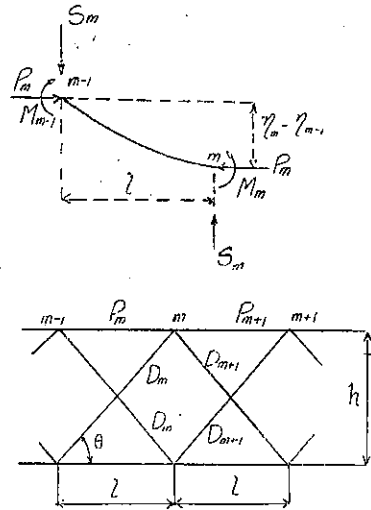
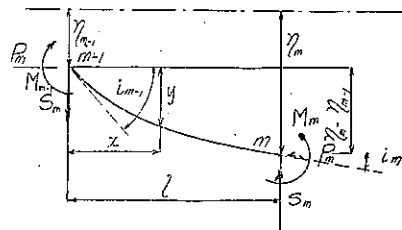


図-30.



これに boundary condition 即ち $x=0, y=0, x=l, y=\eta_m-\eta_{m-1}$ を入れると

$$C_1 = \frac{M_{m-1}}{Pl^2}, \quad C_2 = \frac{M_m - M_{m-1} \cos \frac{l}{k}}{\frac{P}{2} \sin \frac{l}{k}}$$

さらに $\frac{l}{k} = Z = l\sqrt{\frac{P}{2EJ_f}}$ とおき両端の傾斜 i_{m-1} 及 i_m を求めると

$$\left. \begin{aligned} i_m &= \frac{M_m(Z \cos Z - \sin Z) - M_{m-1}(Z - \sin Z) + \frac{\eta_m - \eta_{m-1}}{l}}{(P/2) \cdot l \sin Z} \\ i_{m-1} &= \frac{M_m(Z - \sin Z) - M_{m-1}(Z \cos Z - \sin Z) + \frac{\eta_m - \eta_{m-1}}{l}}{(P/2) \cdot l \sin Z} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (45)$$

これより弦材の格點に於て連続せる場合の一般式を作れば

$$\begin{aligned} -\frac{P}{2}(\eta_{m-1} - 2\eta_m + \eta_{m+1}) &= \frac{(Z - \sin Z)}{\sin Z} M_{m-1} - \frac{2(Z \cos Z - \sin Z)}{\sin Z} M_m \\ &+ \frac{(Z - \sin Z)}{\sin Z} M_{m+1} \dots\dots\dots (46) \end{aligned}$$

$$\text{但し } Z = l\sqrt{\frac{P}{2EJ_f}}$$

これは普通の教科書に見ゆる一般式である。

上式は $Z=0$ のとき

$$-(\eta_{m-1} - 2\eta_m + \eta_{m+1}) = \frac{l^3}{6EJ_f}(M_{m-1} + 4M_m + M_{m+1})$$

となる。

(d) 解法

解を求むるには以上求めた 3 個の基本式を組合せる。即ち

$$\left\{ \begin{aligned} P_m + P_{m+1} &= \frac{P}{1 + K \cos^2 \theta} + \frac{EAa \sin \theta \cos^2 \theta}{1 + K \cos^2 \theta} \frac{\eta_{m-1} + 2\eta_m + \eta_{m+1}}{l} \dots\dots\dots (15) \\ \frac{P}{2}(\eta_{m-1} - 2\eta_m + \eta_{m+1}) - (M_{m-1} - 2M_m + M_{m+1}) &= (P - P_m - P_{m+1})l \dots\dots\dots (43) \\ -\frac{P}{2}(\eta_{m-1} - 2\eta_m + \eta_{m+1}) &= \left(\frac{Z}{\sin Z} - 1\right) M_{m-1} - 2\left(\frac{Z \cos Z}{\sin Z} - 1\right) M_m + \left(\frac{Z}{\sin Z} - 1\right) M_{m+1} \dots\dots (46) \end{aligned} \right.$$

(43) 式の右邊に (15) 式を、又左邊に (46) 式の關係を入れると

$$\begin{aligned} -\frac{Z}{\sin Z} M_{m-1} + \frac{2Z \cos Z}{\sin Z} M_m - \frac{Z}{\sin Z} M_{m+1} \\ = \frac{K \cos^2 \theta}{1 + K \cos^2 \theta} Pl - \frac{EAa \sin^2 \theta \cos \theta}{1 + K \cos^2 \theta} (\eta_{m-1} + 2\eta_m + \eta_{m+1}) \dots\dots (47) \end{aligned}$$

(46) 式と (47) 式より η_m を M の項にて表はし得る。

今 $\beta \times \frac{EAa \sin^2 \theta \cos \theta}{1 + K \cos^2 \theta} = \frac{P}{2}$ とせば

(47) 式に β を掛けて

$$-\beta \frac{Z}{\sin Z} M_{m-1} + \frac{2\beta Z \cos Z}{\sin Z} M_m - \frac{\beta Z}{\sin Z} M_{m+1} = \frac{K\beta \cos^2 \theta}{1 + K \cos^2 \theta} \frac{P}{2} (\eta_{m-1} + 2\eta_m + \eta_{m+1}) \dots\dots (47a)$$

これと (46) 式より

$$\eta_m = \frac{h}{2} \cot^2 \theta \frac{\sigma}{E} + \frac{1}{2P} \left\{ \frac{Z}{\sin Z} (1+\beta) - 1 \right\} M_{m-1} - \frac{1}{P} \left\{ \frac{Z \cos Z (1+\beta)}{\sin Z} - 1 \right\} M_m + \frac{1}{2P} \left\{ \frac{Z}{\sin Z} (1+\beta) - 1 \right\} M_{m+1} \dots \dots \dots (48)$$

$$\text{但し} \begin{cases} \beta = \frac{P(1+K \cos^2 \theta)}{2EAa \sin^2 \theta \cos \theta} = \frac{\sigma}{E} \frac{1+K \cos^2 \theta}{K \sin^2 \theta \cos \theta} \\ \sigma = \frac{P}{2A_f}, \quad \frac{A_a}{A_f} = K \end{cases}$$

(48) 式を (46) 式に代入して η を消去せば

$$\begin{aligned} & \frac{(1+\beta)Z - \sin Z}{\sin Z} M_{m-2} + \frac{2\{(1-\beta)Z - (1+\beta)Z \cos Z\}}{\sin Z} M_{m-1} \\ & + \frac{2\{(1+\beta)Z - 2(1-\beta)Z \cos Z + \sin Z\}}{\sin Z} M_m + \frac{2\{(1-\beta)Z - (1+\beta)Z \cos Z\}}{\sin Z} M_{m+1} \\ & + \frac{(1+\beta)Z - \sin Z}{\sin Z} M_{m+2} = 0 \dots \dots \dots (49) \end{aligned}$$

$$\text{但し} \begin{cases} Z = \sqrt{\frac{r^2 \sigma}{2EJ_f}} = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{\sigma}{E}} \\ r: \text{弦材断面の回転半径} \\ \beta = \frac{\sigma}{E} \frac{1+K \cos^2 \theta}{K \sin^2 \theta \cos \theta} \\ \sigma = \frac{P}{2A_f}, \quad K = \frac{A_a}{A_f} \end{cases}$$

(49) 式より M_m を求めると η_m , 従つて P_m, D_m を求め得る。

(49) 式の difference equation を解いてこれに boundary condition を入れると M_m の一定値を得る。(10)

(e) (49) 式の解

(49) 式を再録すると ($\sin Z \neq 0$)

$$\begin{aligned} & \{(1+\beta)Z - \sin Z\} M_{m-2} + 2\{(1-\beta)Z - (1+\beta)Z \cos Z\} M_{m-1} \\ & + 2\{(1+\beta)Z - 2(1-\beta)Z \cos Z + \sin Z\} M_m \\ & + 2\{(1-\beta)Z - (1+\beta)Z \cos Z\} M_{m+1} + \{(1+\beta)Z - \sin Z\} M_{m+2} = 0 \end{aligned}$$

例によつて $M_m = e^{ma}$ とおき全体を e^{ma} にて除し, 形を整理すると

$$\begin{aligned} & \{(1+\beta)Z - \sin Z\} (e^a + e^{-a})^2 + 2\{(1-\beta)Z - (1+\beta)Z \cos Z\} (e^a + e^{-a}) \\ & + 4\{\sin Z - (1-\beta)Z \cos Z\} = 0 \dots \dots \dots (54) \end{aligned}$$

これより $(e^a + e^{-a})$ の値を求めるのであるが, 一般にはこの値は虚数になる。(54) 式より得たる $e^a + e^{-a}$ の値を

$$\frac{e^a + e^{-a}}{2} = -A \mp iB^{(11)} \text{ とする。}$$

(10) この関係のみでは M_m は 0 になるか又は不定となる

(11) この値が虚数なるときは特に説明を要しないと思ふ

今 $\alpha = p \pm i(\pi + q)$ とおけば

$$\begin{aligned} \frac{e^\alpha + e^{-\alpha}}{2} &= \cosh \alpha = \cosh \{p \pm i(\pi + q)\} \\ &= \cosh p \cosh i(\pi + q) \pm \sinh p \sinh i(\pi + q) \\ &= \cosh p \cos(\pi + q) \pm i \sinh p \sin(\pi + q) \\ &= -\cosh p \cos q \mp i \sinh p \sin q \end{aligned}$$

$$\therefore \left. \begin{aligned} \cosh p \cos q &= A \\ \sinh p \sin q &= B \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (55)$$

結局 M_m の解としては

$$e^{m(p+i(\pi+q))}, \quad e^{m(p-i(\pi+q))}, \quad e^{-m(p+i(\pi+q))}, \quad e^{-m(p-i(\pi+q))}$$

の 4 組がある。

これを實数の形に直すと

$$\begin{aligned} M_m &= C_1 \cosh mp \cos m(\pi + q) + C_2 \cosh mp \sin m(\pi + q) \\ &\quad + C_3 \sinh mp \cos m(\pi + q) + C_4 \sinh mp \sin m(\pi + q) \\ \text{又は } M_m &= (-1)^m (C_1 \cosh mp \cos mq + C_2 \cosh mp \sin mq \\ &\quad + C_3 \sinh mp \cos mq + C_4 \sinh mp \sin mq) \end{aligned} \quad \left. \dots\dots\dots (56) \right\}$$

即ち (54) 式より $(e^\alpha + e^{-\alpha})/2$ の實數部 A と虚數部 B を求め、(55) 式より p, q を定める。(56) 式の M_m の値を boundary condition の式即ち (57), (58), (59), (60) 式に代入せば C_1, C_2, C_3, C_4 を定め得る。但し計算が複雑で一般式に表はすのは困難である。但し Z, β 等の特定値に對して計算することは 4 元聯立方程式を解くだけの手数だからさほど厄介でもない。

Boundary condition としては

$$\gamma_0 = 0, \quad i_0 = 0, \quad \gamma_n = 0, \quad i_n = 0$$

i_0, i_n は弦材の兩端に於ける tangent

端部に於ける條件式:

i) $\gamma_0 = 0$, (48) 式より

$$\left\{ \frac{Z}{\sin Z} (1 + \beta) - 1 \right\} M_{-1} - 2 \left\{ \frac{Z \cos Z}{\sin Z} (1 + \beta) - 1 \right\} M_0 + \left\{ \frac{Z}{\sin Z} (1 + \beta) - 1 \right\} M_1 = -Ph \cot^2 \theta \cdot \frac{\sigma}{E} \dots\dots\dots (57)$$

ii) $\gamma_n = 0$

$$\left\{ \frac{Z}{\sin Z} (1 + \beta) - 1 \right\} M_{n-1} - 2 \left\{ \frac{Z \cos Z}{\sin Z} (1 + \beta) - 1 \right\} M_n + \left\{ \frac{Z}{\sin Z} (1 + \beta) - 1 \right\} M_{n+1} = -Ph \cot^2 \theta \cdot \frac{\sigma}{E} \dots\dots\dots (58)$$

iii) $i_0 = 0$, (45) 式より

$$i_0 = - \left(\frac{Z \cos Z}{\sin Z} - 1 \right) M_0 + \left(\frac{Z}{\sin Z} - 1 \right) M_1 + \frac{P}{2} \gamma_1^{(12)} = 0$$

γ_1 を M で表すには (48) 式を利用する。然るときは

$$\left\{ \frac{Z(1+\beta)}{\sin Z} - \frac{4Z \cos Z}{\sin Z} + 3 \right\} M_0 - 2 \left\{ \frac{(1+\beta)Z \cos Z}{\sin Z} - \frac{2Z}{\sin Z} + 1 \right\} M_1 + \left\{ \frac{Z(1+\beta)}{\sin Z} - 1 \right\} M_2 = -Ph \cot^2 \theta \cdot \frac{\sigma}{E} \dots\dots\dots (59)$$

(iv) $i_n = 0$

同様に

$$\left\{ \frac{Z(1+\beta)}{\sin Z} - 1 \right\} M_{n-2} - 2 \left\{ \frac{(1+\beta)Z \cos Z}{\sin Z} - \frac{2Z}{\sin Z} + 1 \right\} M_{n-1} + \left\{ \frac{Z(1+\beta)}{\sin Z} - \frac{4Z \cos Z}{\sin Z} + 3 \right\} M_n = -Ph \cot^2 \theta \cdot \frac{\sigma}{E} \dots\dots\dots (60)$$

即ち (49) 式の difference equation を解いて (57), (58), (59), (60) 式の boundary condition によりて係数を定めるのである。

M_m を $n/2$ を中心として對稱であることより (56) 式を 変形して不用の項を除去すれば

n が偶数のとき

$$M_m = C_1 \cosh \left(\frac{n}{2} - m \right) p \cos \left(\frac{n}{2} - m \right) (\pi + q) + C_2 \sinh \left(\frac{n}{2} - m \right) p \sin \left(\frac{n}{2} - m \right) (\pi + q) = \cos \frac{(n-2m)\pi}{2} \left\{ C_1 \cosh \frac{n-2m}{2} p \cos \frac{n-2m}{2} q + C_2 \sinh \frac{n-2m}{2} p \sin \frac{n-2m}{2} q \right\} \dots\dots\dots (56a)$$

n が奇数のとき

$$M_m = \sin \frac{(n-2m)\pi}{2} \left\{ C_1 \cosh \frac{n-2m}{2} p \sin \frac{n-2m}{2} q + C_2 \sinh \frac{n-2m}{2} p \cos \frac{n-2m}{2} q \right\} \dots\dots\dots (56b)$$

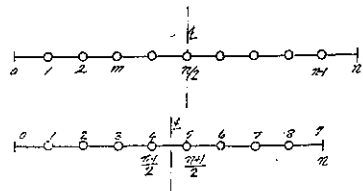
(57), (59) 式より $\gamma_0 = 0, i_0 = 0$ なる条件により

$$\left. \begin{aligned} a_{11}C_1 + a_{12}C_2 &= -Ph \cot^2 \theta \cdot \frac{\sigma}{E} \\ a_{21}C_1 + a_{22}C_2 &= -Ph \cot^2 \theta \cdot \frac{\sigma}{E} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (61)$$

これより

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{-(a_{22} - a_{12})}{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}} Ph \cot^2 \theta \cdot \frac{\sigma}{E} \\ C_2 &= \frac{-(a_{11} - a_{21})}{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}} Ph \cot^2 \theta \cdot \frac{\sigma}{E} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (62)$$

図-31.



$a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12} = 0$ とおけば側方孕み出し弾性破損の Z の値を定め得るわけだが、形が少しく複雑になる。 $a_{11}, a_{22}, a_{21}, a_{12}$ は次の形を取る。

n が偶数のとき

$$a_{11} = (-1)^{n/2} \left[2 \cosh \frac{np}{2} \cos \frac{nq}{2} \left\{ 1 - \frac{Z \cos Z(1+\beta)}{\sin Z} \right\} \right]$$

(12) $\gamma_0 = 0$

$$\begin{aligned}
 & - \left\{ \frac{Z}{\sin Z} (1 + \beta) - 1 \right\} \left\{ \cosh \left(\frac{n}{2} - 1 \right) p \cos \left(\frac{n}{2} - 1 \right) q \right. \\
 & \left. + \cosh \left(\frac{n}{2} + 1 \right) p \cos \left(\frac{n}{2} + 1 \right) q \right\} \\
 a_{12} = & (-1)^{n/2} \left[2 \sinh \frac{np}{2} \sin \frac{nq}{2} \left\{ 1 - \frac{Z \cos Z (1 + \beta)}{\sin Z} \right\} \right. \\
 & \left. - \left\{ \frac{Z}{\sin Z} (1 + \beta) - 1 \right\} \left\{ \sinh \left(\frac{n}{2} - 1 \right) p \sin \left(\frac{n}{2} - 1 \right) q \right. \right. \\
 & \left. \left. + \sinh \left(\frac{n}{2} + 1 \right) p \sin \left(\frac{n}{2} + 1 \right) q \right\} \right] \dots\dots\dots (63)
 \end{aligned}$$

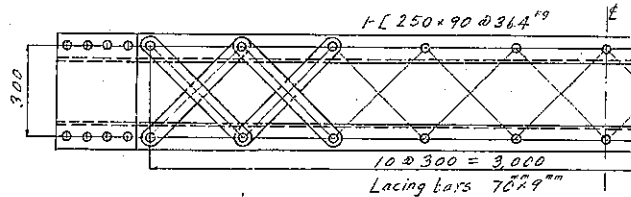
$$\begin{aligned}
 a_{21} = & (-1)^{n/2} \left[\left\{ \frac{Z(1 + \beta)}{\sin Z} - \frac{4Z \cos Z}{\sin Z} + 3 \right\} \cosh \frac{np}{2} \cos \frac{nq}{2} \right. \\
 & + 2 \left\{ \frac{(1 + \beta)Z \cos Z}{\sin Z} - \frac{2Z}{\sin Z} + 1 \right\} \cosh \left(\frac{n}{2} - 1 \right) p \cos \left(\frac{n}{2} - 1 \right) q \\
 & \left. + \left\{ \frac{Z(1 + \beta)}{\sin Z} - 1 \right\} \cosh \left(\frac{n}{2} - 2 \right) p \cos \left(\frac{n}{2} - 2 \right) q \right] \dots\dots\dots (64)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a_{22} = & (-1)^{n/2} \left[\left\{ \frac{Z(1 + \beta)}{\sin Z} - \frac{4Z \cos Z}{\sin Z} + 3 \right\} \sinh \frac{np}{2} \sin \frac{nq}{2} \right. \\
 & + 2 \left\{ \frac{(1 + \beta)Z \cos Z}{\sin Z} - \frac{2Z}{\sin Z} + 1 \right\} \sinh \left(\frac{n}{2} - 1 \right) p \sin \left(\frac{n}{2} - 1 \right) q \\
 & \left. + \left\{ \frac{Z(1 + \beta)}{\sin Z} - 1 \right\} \sinh \left(\frac{n}{2} - 2 \right) p \sin \left(\frac{n}{2} - 2 \right) q \right]
 \end{aligned}$$

n が奇数のとき は前式中 $\cosh \frac{n}{2} p \cos \frac{n}{2} q$, $\sinh \frac{n}{2} p \sin \frac{n}{2} q$ 等をそれぞれ $\cosh \frac{n}{2} p \sin \frac{n}{2} q$, $\sinh \frac{n}{2} p \cos \frac{n}{2} q$ 等にておき換へ、又 a_{11} , a_{12} , a_{21} , a_{22} の符號は n が 1, 5, 9, 13... のとき (+) 3, 7, 11... のとき (-) となる。

〔計算例〕 図-32 参照

図-32.



$$\begin{aligned}
 A_f &= 1 - [250 \times 90 @ 36.4 \text{ kg} = 44.07 \text{ cm}^2 \\
 A_a &= 2 - \text{Bars } 70 \times 9 = 12.60 \text{ cm}^2 \text{ (13)} \quad (\text{表裏にて 2 ケ}) \\
 K &= \frac{A_a}{A_f} = \frac{12.6}{44.07} = 0.286 \quad P = 90 \text{ t} \quad \sigma = \frac{P}{2A_f} = \frac{45000}{44.07} = 1021 \text{ kg/cm}^2 \\
 \frac{l}{r} &= \frac{30}{2.64} = 11.36, \quad \theta = 45^\circ, \quad n = 10
 \end{aligned}$$

(13) この計算によりて lacing bar 1 本に作用する応力を求めるには得たる結果を 2 で割る

$$Z = \frac{l}{r} \sqrt{\frac{\sigma}{E}} = 11.36 \sqrt{\frac{1021}{2100000}} = 0.250$$

$$\beta = \frac{\sigma}{E} \frac{1 + K \cos^2 \theta}{K \sin^2 \theta \cos \theta} = \frac{1021}{2100000} \times \frac{1 + 0.286 \times 0.7071 I^2}{0.286 \times 0.7071 I^2} = 0.005294$$

$$\frac{(1+\beta)Z - \sin Z}{\sin Z} (e^a + e^{-a})^2 + 2 \left\{ \frac{(1-\beta)Z - (1+\beta)Z \cos Z}{\sin Z} \right\} (e^a + e^{-a}) + 4 \left\{ \frac{\sin Z - (1-\beta)Z \cos Z}{\sin Z} \right\} = 0$$

$Z = 0.250, \cos Z = 0.96891, \sin Z = 0.24740$

$$\frac{(1+\beta)Z - \sin Z}{\sin Z} = \frac{1.005294 \times 0.25 - 0.24740}{0.24740} = -0.015858$$

$$\frac{(1-\beta)Z - (1+\beta)Z \cos Z}{\sin Z} = \frac{0.994706 \times 0.25 - 1.005294 \times 0.25 \times 0.96891}{0.24740} = 0.02088$$

$$\frac{\sin Z - (1-\beta)Z \cos Z}{\sin Z} = \frac{0.24740 - 0.994706 \times 0.25 \times 0.96891}{0.24740} = 0.02609$$

$$1586(e^a + e^{-a})^2 + 2 \times 2088(e^a + e^{-a}) + 4 \times 2609 = 0$$

$$(e^a + e^{-a}) = -1.3165 \pm 2.20155i$$

$$\frac{(e^a + e^{-a})}{2} = -0.6583 \mp 1.1008i$$

$$\therefore \begin{cases} \cosh p \cos q = 0.6583 & \text{これより} \\ \sinh p \sin q = 1.1008 \end{cases} \begin{cases} \cos q = 0.41890 \\ \sin q = 0.90801 \end{cases} \begin{cases} \cosh p = 1.57150 \\ \sinh p = 1.21232 \end{cases}$$

$$\therefore p = 1.0238, \quad q = 1.1385$$

$$p = 1.0238, \quad q = 1.1385$$

表-3.

<i>m</i>	1	2	3	4	5	6
<i>mp</i>	1.0238	2.0476	3.0714	4.0952	5.1190	6.1428
<i>mq</i>	1.1385	2.2770	3.4155	4.5540	5.6925	6.8310
$\cosh mp^*$	1.57150	3.93933	10.84999	31.03386	83.59707	232.71204
$\sinh mp^*$	1.21232	3.81032	10.76365	30.02022	83.58979	232.70990
$\cos mq$	0.41890	-0.64895	-0.96270	-0.15813	0.83005	0.85357
$\sin mq$	0.90801	0.76983	-0.27058	-0.98742	-0.55768	0.52098
$\cosh mp \cos mq$	0.65830	-2.55643	-10.40678	-4.74973	61.38975	198.0602
$\sinh mp \sin mq$	1.10080	2.89901	-2.9243	-29.64257	-46.6635	121.23720

(注意 * 倍角の公式より算出する)

(63) 式参照

$$1 - \frac{Z \cos Z (1 + \beta)}{\sin Z} = 1 - \frac{0.25 \times 0.96891 \times 1.005294}{0.24740} = 0.0157241$$

$$\frac{Z(1 + \beta)}{\sin Z} = 1 + 0.0158588$$

$$\alpha_1 = - \{ 2 \cosh 5p \cos 5q \times 0.0157241 - 0.0158588 \cosh 4p \cos 4q + \cosh 6p \cos 6q \}$$

$$= - \{ 2 \times 69.38975 \times 0.0157241 - 0.0158588(-4.74973 + 198.03602) \}$$

$$= -(2.18218 - 3.07480) = 0.89262$$

$$\begin{aligned} \alpha_{12} &= -\{2 \sinh 5p \sin 5q + 0.0157241 - 0.0158588(\sinh 4p \sin 4q + \sinh 6p \sin 6q)\} \\ &= -\{-2 \times 0.0157241 + 46.61635 - 0.0158588(-29.64257 + 121.23720)\} \\ &= -(-1.46600 - 1.45258) = +2.91858 \end{aligned}$$

(64) 式参照

$$\begin{aligned} \frac{Z(1+\beta)}{\sin Z} - \frac{4Z \cos Z}{\sin Z} + 3 &= \frac{0.25 \times 7.005294}{0.24740} - \frac{4 \times 0.25 \times 0.96891}{0.24740} + 3 = 0.0994884 \\ 2 \left\{ \frac{(1+\beta)Z \cos Z}{\sin Z} - \frac{2Z}{\sin Z} + 1 \right\} &= 2 \left\{ \frac{1.005294 \times 0.25 \times 0.96891}{0.24740} - \frac{2 \times 0.25}{0.24740} + 1 \right\} = -0.073485 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha_{21} &= -(0.0994884 \cosh 5p \cos 5q - 0.073485 \times \cosh 4p \cos 4q + 0.0158588 \cosh 3p \cos 3q) \\ &= -(0.0994884 \times 69.38975 + 0.073485 \times 4.74973 - 0.0158588 \times 10.40678) \\ &= -(6.90348 + 0.34903 - 0.16504) = -7.08747 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha_{22} &= -(-0.0994884 \times 46.61635 + 0.073485 \times 29.64257 - 0.0158588 \times 2.91243) \\ &= -(-4.63779 + 2.17828 - 0.04619) = +2.50570 \end{aligned}$$

$$\alpha_{11} = 0.89262, \quad \alpha_{12} = 2.91858, \quad \alpha_{21} = -7.08747, \quad \alpha_{22} = 2.50570$$

$$\left. \begin{aligned} 0.89262 C_1 + 2.91858 C_2 &= -0.00048319 Ph \\ -7.08747 C_1 + 2.50570 C_2 &= -0.00048619 Ph \end{aligned} \right\}$$

$$\cot^2 \theta \frac{\sigma}{E} = 0.00048619$$

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{+(2.91858 \times 2.50570) \times 0.00048619}{2.50570 \times 0.89262 + 7.08747 \times 2.91858} Ph \\ &= 0.0000875744 Ph \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_2 &= \frac{-(7.08747 + 0.89262) \times 0.00048619}{2.50570 \times 0.89262 + 2.91858 \times 7.08747} Ph \\ &= -0.000169262 Ph \end{aligned}$$

(56a) 式より $n=10$

$$\begin{aligned} M_m &= \cos(5-m)\pi \{0.000087574 \times \cosh(5-m)p \cos(5-m)q \\ &\quad - 0.000169262 \sinh(5-m)p \sin(5-m)q\} \end{aligned}$$

$$M_5 = +0.000087574 Ph$$

$$\begin{aligned} M_4 &= -(0.000087574 \times \cosh p \cos q - 0.000169262 \sinh p \sin q) \\ &= -(0.000087574 \times 0.65830 - 0.000169262 \times 1.108) = +0.00018657 Ph \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_3 &= +(0.000087574 \cosh 2p \cos 2q - 0.000169262 \sinh 2p \sin 2q) \\ &= +(-0.000087574 \times 2.5643 - 0.000169262 \times 2.89901) = -0.00051307 Ph \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_2 &= -(0.000087574 \cosh 3p \cos 3q - 0.000169262 \sinh 3p \sin 3q) \\ &= -(-0.000087574 \times 10.40378 + 0.000169262 \times 2.91243) = -0.00040182 Ph \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_1 &= +(0.000087574 \cosh 4p \cos 4q - 0.000169262 \sinh 4p \sin 4q) Ph \\ &= +(-0.000087574 \times 4.74973 + 0.000169262 \times 29.64257) = +0.0049758 Ph \end{aligned}$$

$$M_0 = -(0.000087574 \times 69.38975 + 46.61635 \times 0.000169262) = -0.0086793 Ph$$

集めると

$$M_0 = -0.0086793 Ph$$

$$M_1 = +0.0049758 Ph$$

$$M_2 = -0.0005131 Ph$$

$$M_3 = -0.0005131 Ph$$

$$M_4 = +0.0001866 Ph$$

$$M_5 = +0.0000876 Ph$$

(48) 式より

$$\eta_m = \frac{h}{2} \cot^2 \theta \cdot \frac{\sigma}{E} + \frac{1}{2P} \left\{ \frac{Z}{\sin Z} (1 + \beta) - 1 \right\} M_{m-1} - \frac{1}{P} \left\{ \frac{Z \cos Z (1 + \beta)}{\sin Z} - 1 \right\} M_m + \frac{1}{2P} \left\{ \frac{Z}{\sin Z} (1 + \beta) - 1 \right\} M_{m+1}$$

$$\eta_m = 0.00024309h + \frac{1}{2P} \times 0.015859 M_{m-1} + \frac{1}{P} \times 0.015724 M_m + \frac{1}{2P} \times 0.015859 M_{m+1}$$

$$\eta_1 = 0.00024309h + h(-0.0048396 \times 0.015859 + 0.015724 \times 0.0049758 - 0.0002009 \times 0.015859) = 0.00025365h$$

$$\eta_2 = 0.00024309h + h(+0.015859 \times 0.0024879 - 0.015724 \times 0.0004018 - 0.015859 \times 0.0002565) = 0.00027216h$$

$$\eta_3 = 0.00024309h + h(-0.015859 \times 0.0002009 - 0.0005131 \times 0.015724 + 0.015859 \times 0.0000903) = 0.00023326h$$

$$\eta_4 = 0.00024309h + h \left(-0.015859 \times 0.0005131 \times \frac{1}{2} + 0.015724 \times 0.0001806 - \frac{1}{2} \times 0.015859 \times 0.0000088 \right) = 0.00024185h$$

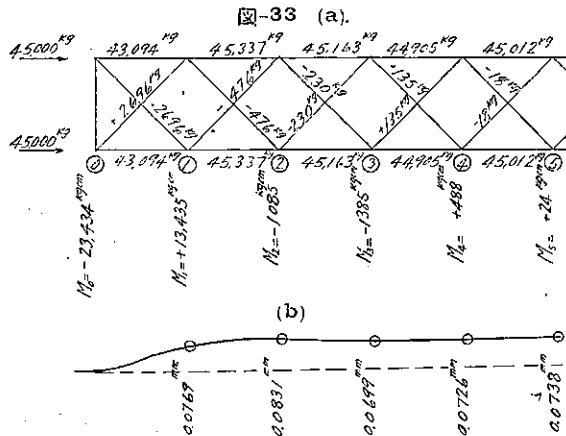
$$\eta_5 = 0.00024309h + h \left(+0.0001806 \times 0.015859 \times \frac{1}{2} + 0.0000088 \times 0.015724 + 0.0001806 \times 0.015859 \times \frac{1}{2} \right) = 0.00024596h$$

$$D_m = \frac{PK \cos^2 \theta}{2(1 + K \cos^2 \theta)} \cdot \frac{E A \sin \theta \cos \theta}{1 + K \cos^2 \theta} \frac{\eta_{m-1} + \eta_{m+1}}{l}$$

$$\frac{PK \cos^2 \theta}{2(1 + K \cos^2 \theta)} = \frac{45000 \times 0.286 \times 0.7071^2}{1 + 0.286 \times 0.7071^2} = 5844 \text{ kg}$$

$$\frac{E A \sin \theta \cos \theta}{1 + K \cos^2 \theta} = \frac{2100000 \times 12.6 \times 0.5}{1.10112} = 12015200 \text{ kg}$$

$$\therefore D_m = 5844 - 12015200 \frac{\eta_{m-1} + \eta_m}{h}$$



$$D_1 = 5844 - 12015200 \times 0.00025365 = +2696 \text{ kg}$$

$$D_2 = 5844 - 12015200(0.0002722 + 0.0002537) = -476 \text{ kg}$$

$$D_3 = 5844 - 12015200(0.0002333 + 0.0002722) = -230 \text{ kg}$$

$$D_4 = 5844 - 12015200(0.0002419 + 0.0002333) = +135 \text{ kg}$$

$$D_5 = 5844 - 12015200(0.0002460 + 0.0002419) = -18 \text{ kg}$$

弦材応力 $\sigma_m = P/2 - D_m \cos \theta$

$$P_1 = 45\,000 - 2\,696 \times 0.70711 = 43\,094 \text{ kg}$$

$$P_2 = 45\,000 + 476 \times 0.70711 = 45\,337 \text{ kg}$$

$$P_3 = 45\,000 + 280 \times 0.70711 = 45\,163 \text{ kg 等}$$

弦材の格点曲げモーメント

$$M_0 = -0.0086\,793 \times 90\,000 \text{ kg} \times 30 \text{ cm} = -23\,434 \text{ kgcm}$$

$$M_1 = +0.0049\,758 \times 90\,000 \text{ " } \times 30 \text{ " } = +13\,435 \text{ "}$$

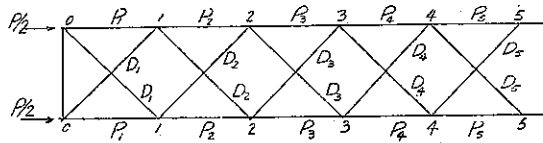
$$M_2 = -0.0004\,018 \times 90\,000 \text{ " } \times 30 \text{ " } = -1\,085 \text{ "}$$

$$M_3 = -0.0005\,131 \times 90\,000 \text{ " } \times 30 \text{ " } = -1\,385 \text{ "}$$

$$M_4 = +0.0001\,806 \times 90\,000 \text{ " } \times 30 \text{ " } = +488 \text{ "}$$

$$M_5 = +0.0000\,088 \times 90\,000 \text{ " } \times 30 \text{ " } = +24 \text{ "}$$

図-33 (c).



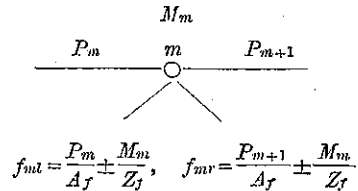
部材応力度表 (図-33 (c) 附屬)

$$\frac{P}{2A_f} = \sigma, \quad \frac{P_m}{A_f} = \sigma_{fm}, \quad \frac{D_m}{A_d} = \sigma_{am}$$

M_m : 弦材 m 点の曲げモーメント

Z_f : 弦材断面係数

$$\sigma = 1\,021 \text{ kg/cm}^2$$



m	0	1	2	3	4	5
σ_{fm}		978 kg/cm ²	1 029 kg/cm ²	1 025	1 019	1 021 kg/cm ²
f_{mr}	1 483 kg/cm ² 474 kg/cm ²	740 " 1 318 "	1 048 " 1 002 "			
f_{ml}		689 " 1 267 "	1 052 " 1 006 "			
σ_{am}		214 "	- 83 "			

弦材応力度

弦材断面

$$A_f = 1 - [250 \times 90 @ 34.6 \text{ kg} = 44.07 \text{ cm}^2$$

$$\text{断面係数} = 46.47 \text{ cm}^2$$

$$\text{見掛けの応力度 } \sigma = \frac{P}{2A_f} = \frac{45\,000}{44.07} = 1\,021 \text{ kg/cm}^2$$

部材 P_1

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{實応力度 } \sigma_1 = \frac{43\,094}{46.47} = 927 \text{ kg/cm}^2 \\ \text{繊維応力 } f = 927 \pm \frac{23\,434}{46.47} = \begin{cases} 1\,431 \text{ kg/cm}^2 \text{ (格点 0)} \\ 423 \text{ kg/cm}^2 \end{cases} \end{array} \right.$$

即ち弦材に於ける副応力見掛けの応力度 1.021 kg/cm^2 に對し 1.481 kg/cm^2 即ち 4割といふ輕視すべからざる値となる。

斜材の応力度

斜材の応力は端部即ち D_1 の他は殆ど問題にならない。

$A_d = 12.6 \text{ cm}^2$ 故 斜材応力度は D_1 に於て

$\sigma_{d1} = 2696/12.6 = 214 \text{ kg/cm}^2$ となる。この 2696 kg といふのは channel の表裏 1枚宛てに分擔さるゝ故綾片 1枚には 1348 kg が作用するのである。今上述の斜材応力度に對し安全なる斜材の厚みを求めてゐるに綾片の長さを d 厚さを t とせばその細長比は $d/0.29t$ となる。

今許容抗圧応力度 $f_c = 7000000(r/l)^2$ とせば

$$214 = 7000000 \left(\frac{0.29t}{d} \right)^2$$

$\frac{t}{d} = \frac{1}{52}$ となる。現在 $d = 42.4 \text{ cm}$ 故 $t = 8 \text{ mm}$ を必要とする。故に使用せる斷面 70×9 は適當なりと云へる。

茲に注意すべきは弦材応力の増加に伴ふ斜材応力の増加に伴ふ斜材応力の変化である。何分計算に手間が掛るのて色々な場合の値を一々示すわけに行かぬが、概念的に云ふと斜材斷面の大なるほど斜材応力は大となる。而して弦材が弾性限度を超えても斜材は永く弾性限度内に止りうるため關係的に云ふと外力 P の増加に伴ひ斜材斷面は増加したと同結果になるため弦材応力は弦材応力の増加に對して急速に増加する筈であるから重要な抗圧柱に於ては充分この關係を吟味する必要がある。

(f) 格間數 n の大なる場合

n が大となれば M_m の式を (56) 式より

$$M_m = (-1)^m (C_1 e^{-mp} \cos mq + C_2 e^{-mp} \sin mq) \dots \dots \dots (65)$$

と置き得る。

この場合は boundary condition として $\gamma_0 = 0, l_0 = 0$ を取る。前節と同様の手順を踏み條件式

$$a_{11}C_1 + a_{12}C_2 = -Ph \cot^2 \theta \frac{\sigma}{E}, \quad a_{21}C_1 + a_{22}C_2 = -Ph \cot^2 \theta \frac{\sigma}{E}$$

但し

$$\left. \begin{aligned}
 a_{11} &= -2 \cosh p \cos q \left\{ \frac{Z}{\sin Z} (1 + \beta) - 1 \right\} - 2 \left\{ \frac{Z \cos Z}{\sin Z} (1 + \beta) - 1 \right\} \\
 a_{12} &= 2 \sinh p \sin q \left\{ \frac{Z}{\sin Z} (1 + \beta) - 1 \right\} \\
 a_{21} &= \left\{ \frac{Z(1 + \beta)}{\sin Z} - \frac{4Z \cos Z}{\sin Z} + 3 \right\} + 2 \left\{ \frac{(1 + \beta)Z \cos Z}{\sin Z} - \frac{2Z}{\sin Z} + 1 \right\} e^{-p} \cos q \\
 &\quad + \left\{ \frac{Z(1 + \beta)}{\sin Z} - 1 \right\} e^{-2p} \cos 2q \\
 a_{22} &= 2 \left\{ \frac{(1 + \beta)Z \cos Z}{\sin Z} - \frac{2Z}{\sin Z} + 1 \right\} e^{-p} \sin q + \left\{ \frac{Z(1 + \beta)}{\sin Z} - 1 \right\} e^{-2p} \sin 2q
 \end{aligned} \right\} \dots (66)$$

今前節の例即ち $p = 1.0238, q = 1.1385$ の場合に計算してみると

$$\begin{aligned}
 &\left\{ \cosh p = 1.57150 \quad \left\{ e^{-p} = 0.35918 \quad \left\{ \cos q = 0.41890 \quad \left\{ \cos 2q = -0.64895 \right. \right. \right. \\
 &\left\{ \sinh p = 1.21232 \quad \left\{ e^{-2p} = 0.12901 \quad \left\{ \sin q = 0.90801 \quad \left\{ \sin 2q = +0.76083 \right. \right. \right. \\
 a_{11} &= -2 \times 1.57150 \times 0.41890 (1.015859 - 1) + 2 \times 0.015724 = 0.010563 \\
 a_{12} &= 2 \times 1.21232 \times 0.90801 \times 0.015859 = 0.034915 \\
 a_{21} &= 0.0994884 - 0.073485 \times 0.35918 \times 0.41890 - 0.015859 \times 0.12901 \times 0.64895 = 0.087104
 \end{aligned}$$

$$a_{22} = -0.073485 \times 0.35918 \times 0.90801 + 0.015859 \times 0.12901 \times 0.76083 = -0.022409$$

$$\begin{cases} 0.010568 C_1 + 0.034915 C_2 = -0.00048619 Ph \\ 0.087104 C_1 - 0.022409 C_2 = -0.00048619 Ph \end{cases}$$

$$C_1 = \frac{-(0.022409 + 0.034915)}{0.010568 \times 0.022409 + 0.087104 \times 0.034915} \times 0.00048619 Ph = -0.0085020 Ph$$

$$C_2 = \frac{-(0.087104 - 0.010568)}{0.010568 \times 0.022409 + 0.087104 \times 0.034915} \times 0.00048619 Ph = -0.011351 Ph$$

これより

$$M_m = (-1)^m Ph (-0.008502 e^{-1.0223m} \cos 1.1385m - 0.011351 e^{-1.0223m} \sin 1.1385m$$

$$M_0 = -0.0085020 Ph$$

$$M_1 = 0.008502 \times 0.35918 \times 0.41890 + 0.011351 \times 0.35918 \times 0.90801 = +0.004981 Ph$$

$$M_2 = +0.008502 \times 0.12901 \times 0.64695 - 0.011351 \times 0.12901 \times 0.76083 = -0.0004025 Ph$$

$$M_3 = -(+0.008502 \times 0.96270 \times 0.04634 + 0.011351 \times 0.04634 \times 0.27058) = -0.0005216 Ph$$

即ち $n=10$ の結果と殆ど一致する。されば實用的には本

式による計算にて充分なるを知る。

(g) 弦材連続にして斜材の交点を止めた場合

(i) 格点平衡式

これは (35), (35a) 式等に於て左邊に弦材のモーメントに

關する項を挿入すればよい。(35) 式を

$$\frac{P}{2} \frac{\eta_{m-1} - 2\eta_m + \eta_{m+1}}{l} - \frac{M_{m-1} - 2M_m + M_{m+1}}{l} = (D_{m+1} + D_{(m+1)}) \sin \theta - (Q_m - Q_{m+1}) \cos \theta$$

とおき (35a) 式を利用すれば

$$\begin{aligned} \frac{P}{2} (\eta_{m-1} - 2\eta_m + \eta_{m+1}) - (M_{m-1} - 2M_m + M_{m+1}) &= \frac{Ph K \cos^2 \theta}{1 + K \cos^2 \theta} \\ &- \left(\frac{EAa \sin^2 \theta \cos \theta}{1 + K \cos^2 \theta} - \frac{EAa}{\cos \theta (d^2/B^2 + \tan^2 \theta)} \right) \eta_{m-1} - 2 \left(\frac{EAa \sin^2 \theta \cos \theta}{1 + K \cos^2 \theta} \right. \\ &\left. + \frac{EAa}{\cos \theta (d^2/B^2 + \tan^2 \theta)} \right) \eta_m - \left(\frac{EAa \sin^2 \theta \cos \theta}{1 + K \cos^2 \theta} - \frac{EAa}{\cos \theta (d^2/B^2 + \tan^2 \theta)} \right) \eta_{m+1} \dots (67) \end{aligned}$$

(ii) 弦材彎曲に関する式

これは 46 式を使用する。即ち

$$-\frac{P}{2} (\eta_{m-1} - 2\eta_m + \eta_{m+1}) = \left(\frac{Z}{\sin Z} - 1 \right) M_{m-1} + 2 \left(1 - \frac{Z \cos Z}{\sin Z} \right) M_m + \left(\frac{Z}{\sin Z} - 1 \right) M_{m+1} \quad (46)$$

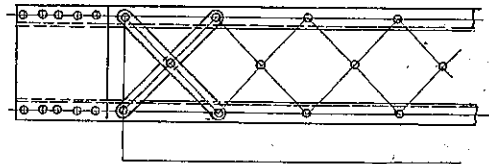
先づ η_m を M にて表すため (46) 式を (67) 式に代入すると

$$\begin{aligned} -\frac{Z}{\sin Z} M_{m-1} + \frac{2Z \cos Z}{\sin Z} M_m - \frac{Z}{\sin Z} M_{m+1} &= \frac{K \cos^2 \theta}{1 + K \cos^2 \theta} Ph - \left(\frac{EAa \sin^2 \theta \cos \theta}{1 + K \cos^2 \theta} \right. \\ &\left. - \frac{EAa}{\cos \theta (d^2/B^2 + \tan^2 \theta)} \right) \eta_{m-1} - 2 \left(\frac{EAa \sin^2 \theta \cos \theta}{1 + K \cos^2 \theta} + \frac{EAa}{\cos \theta (d^2/B^2 + \tan^2 \theta)} \right) \eta_m \\ &- \left(\frac{EAa \sin^2 \theta \cos \theta}{1 + K \cos^2 \theta} - \frac{EAa}{\cos \theta (d^2/B^2 + \tan^2 \theta)} \right) \eta_{m+1} \dots (67a) \end{aligned}$$

(46) \times (67a) なる運算をすれば η_m を求め得。

但し
$$\frac{P}{2} = \mu \left(\frac{EAa \sin^2 \theta \cos \theta}{1 + K \cos^2 \theta} - \frac{EAa}{\cos \theta (d^2/B^2 + \tan^2 \theta)} \right)$$

図-34.



なる如く μ を選ぶ。

この運算を行ひ形を整理すると

$$\eta_m = \frac{u\bar{h}}{1+\lambda} \frac{K \cos^3 \theta}{1+K \cos^2 \theta} + \left\{ \frac{1+\mu}{1+\lambda} \frac{Z}{\sin Z} - \frac{1}{1+\lambda} \right\} \frac{M_{m-1}}{P} + 2 \left\{ \frac{1}{1+\lambda} - \frac{1+\mu}{1+\lambda} \frac{Z \cos Z}{\sin Z} \right\} \frac{M_m}{P} + \left\{ \frac{1+\mu}{1+\lambda} \frac{Z}{\sin Z} - \frac{1}{1+\lambda} \right\} \frac{M_{m+1}}{P} \dots \dots \dots (68)$$

但し

$$\mu = \frac{\frac{P}{2}}{\frac{EA_d \sin^2 \theta \cos \theta}{1+K \cos^2 \theta} - \frac{EA_d}{\cos \theta (d^2/B^2 + \tan^2 \theta)}} = \frac{\frac{\sigma}{E}}{\frac{K \sin^2 \theta \cos \theta}{1+K \cos^2 \theta} - \frac{K}{\cos \theta (d^2/B^2 + \tan^2 \theta)}} \quad (68a)$$

$$\sigma = \frac{P}{2A_f}, \quad K = \frac{A_d}{A_f}$$

$$\lambda = \frac{\frac{EA_d \sin^2 \theta \cos \theta}{1+K \cos^2 \theta} + \frac{EA_d}{\cos \theta (d^2/B^2 + \tan^2 \theta)}}{\frac{EA_d \sin^2 \theta \cos \theta}{1+K \cos^2 \theta} - \frac{EA_d}{\cos \theta (d^2/B^2 + \tan^2 \theta)}} = \frac{\sin^2 \theta \cos^2 \theta (d^2/B^2 + \tan^2 \theta) + (1+K \cos^2 \theta)}{\sin^2 \theta \cos^2 \theta (d^2/B^2 + \tan^2 \theta) - (1+K \cos^2 \theta)}$$

(68) 式は $d/B \rightarrow \infty$ 即ち斜材に曲げ剛さなき場合には

$$u^{(4)} = \frac{\sigma}{E} \frac{1+K \cos^2 \theta}{K \sin^2 \theta \cos \theta}, \quad \lambda = 1$$

となり完全に (48) 式に一致する。(68) 式より $\eta_{m-1} - 2\eta_m + \eta_{m+1}$ の形を求めこれを (46) 式に代入せば η を消去し得て次式を得。

$$\left\{ (1+\mu) \frac{Z}{\sin Z} - 1 \right\} M_{m-2} + 2 \left\{ (1-\lambda) + (\lambda-\mu) \frac{Z}{\sin Z} - (1+\mu) \frac{Z \cos Z}{\sin Z} \right\} M_{m-1} + 2 \left\{ (2\lambda-1) - 2(\lambda-\mu) \frac{Z \cos Z}{\sin Z} + (1+\mu) \frac{Z}{\sin Z} \right\} M_m + 2 \left\{ (1-\lambda) + (\lambda-\mu) \frac{Z}{\sin Z} - (1+\mu) \frac{Z \cos Z}{\sin Z} \right\} M_{m+1} + \left\{ (1+\mu) \frac{Z}{\sin Z} - 1 \right\} M_{m+2} = 0 \dots \dots \dots (69)$$

λ, μ は (68a) 式参照

$d/B \rightarrow \infty$ のときは $\lambda=1, \mu=\beta$ となり (49) 式に一致する。

(iii) 解法

(69) 式の解法は (49) 式の場合と同じである。例によつて $M_m = e^{m\alpha}$ とおけば

$$\left\{ (1+\mu) \frac{Z}{\sin Z} - 1 \right\} (e^\alpha + e^{-\alpha})^2 + 2 \left\{ (1-\lambda) + (\lambda-\mu) \frac{Z}{\sin Z} - (1+\mu) \frac{Z \cos Z}{\sin Z} \right\} (e^\alpha + e^{-\alpha}) + 4 \left\{ \lambda - (\lambda-\mu) \frac{Z \cos Z}{\sin Z} \right\} = 0 \dots \dots \dots (70)$$

一般に $(e^\alpha + e^{-\alpha})$ の値が $e^\alpha + e^{-\alpha} = -A \pm iB$ の形となつたときは前節に準じ $\alpha = p \pm i(\pi + q)$ とをき

$$\cosh p \cos q = A, \quad \sinh p \sin q = B$$

より p, q を定め

$$M_m = (-1)^m (C_1 \cosh mp \cos mq + C_2 \cosh mp \sin mq + C_3 \sinh mp \cos mq + C_4 \sinh mp \sin mq)$$

を得。

(14) (48) に於ては μ を β にて示す

而して實際の値は $m=n/2$ を中心として M_m は對稱になる筈であるから (56a), (56b) 式の形を便とする。即ち n が偶数のとき

$$M_m = \cos \frac{(n-2m)\pi}{2} \left\{ C_1 \cosh \frac{(n-2m)p}{2} \cos \frac{(n-2m)q}{2} + C_2 \sinh \frac{(n-2m)p}{2} \sin \frac{(n-2m)q}{2} \right\} \dots (56a)$$

n が奇数のとき

$$M_m = \sin \frac{(n-2m)\pi}{2} \left\{ C_1 \cosh \frac{(n-2m)p}{2} \sin \frac{(n-2m)q}{2} + C_2 \sinh \frac{(n-2m)p}{2} \cos \frac{(n-2m)q}{2} \right\} \dots (56b)$$

(iv) Boundary condition

これは $\eta_0=0$, $i_0=0$ である。

(イ) $\eta_0=0$

(68) 式より

$$\left\{ (1+\mu) \frac{Z}{\sin Z} - 1 \right\} M_{-1+2} \left\{ 1 - (1+\mu) \frac{Z \cos Z}{\sin Z} \right\} M_0 + \left\{ (1+\mu) \frac{Z}{\sin Z} - 1 \right\} M_1 = -\frac{\mu Ph K \cos^2 \theta}{1+K \cos^2 \theta} \dots (71)$$

これより

$$b_{11}C_1 + b_{12}C_2 = -\frac{\mu Ph K \cos^2 \theta}{1+K \cos^2 \theta} \dots (71a)$$

n が偶数のとき

$$b_{11} = \cos \frac{n\pi}{2} \left[2 \cosh \frac{np}{2} \cos \frac{nq}{2} \left\{ 1 - (1+\mu) \frac{Z \cos Z}{\sin Z} \right\} - \left\{ (1+\mu) \frac{Z}{\sin Z} - 1 \right\} \left(\cosh \frac{(n+2)p}{2} \cos \frac{(n+2)q}{2} + \cosh \frac{(n-2)p}{2} \cos \frac{(n-2)q}{2} \right) \right]$$

$$b_{12} = \cos \frac{n\pi}{2} \left[2 \sinh \frac{np}{2} \sin \frac{nq}{2} \left\{ 1 - (1+\mu) \frac{Z \cos Z}{\sin Z} \right\} - \left\{ (1+\mu) \frac{Z}{\sin Z} - 1 \right\} \left(\sinh \frac{(n+2)p}{2} \sin \frac{(n+2)q}{2} + \sinh \frac{(n-2)p}{2} \sin \frac{(n-2)q}{2} \right) \right]$$

n が奇数のとき

$$b_{11} = \sin \frac{n\pi}{2} \left[2 \cosh \frac{np}{2} \sin \frac{nq}{2} \left\{ 1 - (1+\mu) \frac{Z \cos Z}{\sin Z} \right\} - \left\{ (1+\mu) \frac{Z}{\sin Z} - 1 \right\} \left(\cosh \frac{(n+2)p}{2} \sin \frac{(n+2)q}{2} + \cosh \frac{(n-2)p}{2} \sin \frac{(n-2)q}{2} \right) \right]$$

$$b_{12} = \sin \frac{n\pi}{2} \left[2 \sinh \frac{np}{2} \cos \frac{nq}{2} \left\{ 1 - (1+\mu) \frac{Z \cos Z}{\sin Z} \right\} - \left\{ (1+\mu) \frac{Z}{\sin Z} - 1 \right\} \left(\sinh \frac{(n+2)p}{2} \cos \frac{(n+2)q}{2} + \sinh \frac{(n-2)p}{2} \cos \frac{(n-2)q}{2} \right) \right]$$

(ロ) $i_0=0$

$i_0=0$ の條件式は (45) 式より、

$$-\left(\frac{Z \cos Z}{\sin Z} - 1 \right) M_0 + \left(\frac{Z}{\sin Z} - 1 \right) M_1 + \frac{P}{2} \gamma_1 = 0 \dots (45)$$

然るに (68) 式より

$$\eta_1 = \frac{\mu h}{1+\lambda} \frac{K \cos^3 \theta}{1+K \cos^2 \theta} + \left\{ \frac{1+\mu}{1+\lambda} \frac{Z}{\sin Z} - \frac{1}{1+\lambda} \right\} \frac{M_0}{P}$$

$$+ 2 \left\{ \frac{1}{1+\lambda} - \frac{1+\mu}{1+\lambda} \frac{Z \cos Z}{\sin Z} \right\} \frac{M_1}{P} + \left\{ \frac{1+\mu}{1+\lambda} \frac{Z}{\sin Z} - \frac{1}{1+\lambda} \right\} \frac{M_2}{P}$$

これを (45) 式に代入して

$$\left\{ \frac{1+\mu}{1+\lambda} \frac{Z}{\sin Z} - \frac{2Z \cos Z}{\sin Z} + \frac{1+2\lambda}{1+\lambda} \right\} M_0 - 2 \left\{ \frac{\lambda}{1+\lambda} + \frac{1+\mu}{1+\lambda} \frac{Z \cos Z}{\sin Z} - \frac{Z}{\sin Z} \right\} M_1$$

$$+ \left\{ \frac{1+\mu}{1+\lambda} \frac{Z}{\sin Z} - \frac{1}{1+\lambda} \right\} M_2 = - \frac{\mu h}{1+\lambda} \frac{K \cos^3 \theta}{1+K \cos^2 \theta}$$

(1+λ) を拂つて

$$\left\{ (1+\mu) \frac{Z}{\sin Z} - 2(1+\lambda) \frac{Z \cos Z}{\sin Z} + (1+2\lambda) \right\} M_0 - 2 \left\{ \lambda + (1+\mu) \frac{Z \cos Z}{\sin Z} - (1+\lambda) \frac{Z}{\sin Z} \right\} M_1$$

$$+ \left\{ (1+\mu) \frac{Z}{\sin Z} - 1 \right\} M_2 = - \mu h \frac{K \cos^3 \theta}{1+K \cos^2 \theta} \dots \dots \dots (72)$$

これより

$$b_{21} C'_1 + b_{22} C'_2 = - \frac{\mu P h K \cos^3 \theta}{1+K \cos^2 \theta} \dots \dots \dots (72a)$$

n が偶数のとき

$$b_{21} = \cos \frac{n\pi}{2} \left[\left\{ (1+\mu) \frac{Z}{\sin Z} - 2(1+\lambda) \frac{Z \cos Z}{\sin Z} + (1+2\lambda) \right\} \cosh \frac{np}{2} \cos \frac{nq}{2} \right.$$

$$+ 2 \left\{ \lambda + (1+\mu) \frac{Z \cos Z}{\sin Z} - (1+\lambda) \frac{Z}{\sin Z} \right\} \cosh \frac{(n-2)p}{2} p \cos \frac{(n-2)q}{2}$$

$$\left. + \left\{ (1+\mu) \frac{Z}{\sin Z} - 1 \right\} \cosh \frac{(n-4)p}{2} p \cos \frac{(n-4)q}{2} \right]$$

$$b_{22} = \cos \frac{n\pi}{2} \left[\left\{ (1+\mu) \frac{Z}{\sin Z} - 2(1+\lambda) \frac{Z \cos Z}{\sin Z} + (1+2\lambda) \right\} \sinh \frac{np}{2} \sin \frac{nq}{2} \right.$$

$$+ 2 \left\{ \lambda + (1+\mu) \frac{Z \cos Z}{\sin Z} - (1+\lambda) \frac{Z}{\sin Z} \right\} \sinh \frac{(n-2)p}{2} p \sin \frac{(n-2)q}{2}$$

$$\left. + \left\{ (1+\mu) \frac{Z}{\sin Z} - 1 \right\} \sinh \frac{(n-4)p}{2} p \sin \frac{(n-4)q}{2} \right]$$

n が奇数のとき

$$b_{21} = \sin \frac{n\pi}{2} \left[\left\{ (1+\mu) \frac{Z}{\sin Z} - 2(1+\lambda) \frac{Z \cos Z}{\sin Z} + (1+2\lambda) \right\} \cosh \frac{np}{2} \sin \frac{nq}{2} \right.$$

$$+ 2 \left\{ \lambda + (1+\mu) \frac{Z \cos Z}{\sin Z} - (1+\lambda) \frac{Z}{\sin Z} \right\} \cosh \frac{(n-2)p}{2} p \sin \frac{(n-2)q}{2}$$

$$\left. + \left\{ (1+\mu) \frac{Z}{\sin Z} - 1 \right\} \cosh \frac{(n-4)p}{2} p \sin \frac{(n-4)q}{2} \right]$$

$$b_{22} = \sin \frac{n\pi}{2} \left[\left\{ (1+\mu) \frac{Z}{\sin Z} - 2(1+\lambda) \frac{Z \cos Z}{\sin Z} + (1+2\lambda) \right\} \sinh \frac{np}{2} \cos \frac{nq}{2} \right.$$

$$+ 2 \left\{ \lambda + (1+\mu) \frac{Z \cos Z}{\sin Z} - (1+\lambda) \frac{Z}{\sin Z} \right\} \sinh \frac{(n-2)p}{2} p \cos \frac{(n-2)q}{2}$$

$$\left. + \left\{ (1+\mu) \frac{Z}{\sin Z} - 1 \right\} \sinh \frac{(n-4)p}{2} p \cos \frac{(n-4)q}{2} \right]$$

〔例題〕

図-32, 889 頁に於ける例題に於て斜材の交點を止めた場合を考慮する。従つて data は大体前の通りである。

$$K=0.386, \quad \theta=45^\circ, \quad n=10$$

$$\frac{l}{r}=11.36, \quad Z=0.250 \quad \frac{\sigma}{E}=\frac{1021}{2100000}=0.00048619$$

この外新しく d/B 及 λ, μ が現はれる。

$$\frac{d}{B}=\frac{42.43}{7}=6.061$$

$$\mu=\frac{\frac{\sigma/E}{K \sin^2 \theta \cos \theta} - \frac{\sigma/E}{K}}{\frac{1}{1+K \cos^2 \theta} - \frac{\cos \theta (d^2/B^2 + \tan^2 \theta)}{\cos \theta (d^2/B^2 + \tan^2 \theta)}} = \frac{0.00048619}{\frac{0.286 \times 0.35355}{1+0.286 \times 0.35355} - \frac{0.286}{0.70711(6.061^2+1)}} = 0.005994$$

$$\lambda=\frac{\sin^2 \theta \cos^2 \theta (d^2/B^2 + \tan^2 \theta) + (1+K \cos^2 \theta)}{\sin^2 \theta \cos^2 \theta (d^2/B^2 + \tan^2 \theta) - (1+K \cos^2 \theta)} = \frac{9.43393 + 1.10111}{9.43393 - 1.10111} = 1.26428$$

(70) 式を利用

$$\left\{ (1+\mu) \frac{Z}{\sin Z} - 1 \right\} (e^\alpha + e^{-\alpha})^2 + 2 \left\{ (1-\lambda) + (\lambda-\mu) \frac{Z}{\sin Z} - (1+\mu) \frac{Z \cos Z}{\sin Z} \right\} (e^\alpha + e^{-\alpha}) + 4 \left\{ \lambda - (\lambda-\mu) \frac{Z \cos Z}{\sin Z} \right\} = 0$$

$$\frac{Z}{\sin Z} = \frac{0.25}{0.24740} = 1.010509, \quad \frac{Z \cos Z}{\sin Z} = \frac{0.25 \times 0.96891}{0.24740} = 0.97902$$

$$(1+\mu) \frac{Z}{\sin Z} - 1 = 1.005994 \times 1.010509 - 1 = 0.016566$$

$$(1-\lambda) + (\lambda-\mu) \frac{Z}{\sin Z} - (1+\mu) \frac{Z \cos Z}{\sin Z} = -0.26428 + (1.26428 - 0.005994) \times 1.010509 - 1.005994 \times 0.97902 = 0.022345$$

$$\lambda - (\lambda-\mu) \frac{Z \cos Z}{\sin Z} = 1.26428 - (1.26428 - 0.005994) \times 0.97902 = 0.03239$$

$$\therefore 1.657(e^\alpha + e^{-\alpha})^2 + 2 \times 2.235(e^\alpha + e^{-\alpha}) + 4 \times 3.239 = 0$$

$$(e^\alpha + e^{-\alpha}) = \frac{-2.235 \pm \sqrt{4 \times 3.239 \times 1.657 - 2.235^2}}{1.657} = -1.34882 \pm 2.44941i$$

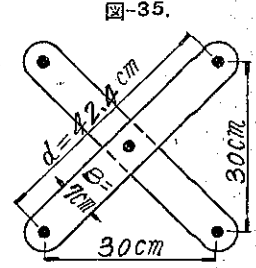
$$\frac{e^\alpha + e^{-\alpha}}{2} = -0.6744 \pm 1.2247i$$

$$\therefore \cosh p \cos q = 0.6744 \quad \sinh p \sin q = 1.2247$$

$$\begin{cases} \cos q = 0.40363 \\ \sin q = 0.91492 \end{cases} \quad \begin{cases} \cosh p = 1.67084 \\ \sinh p = 1.33858 \end{cases}$$

表-4.

m	1	2	3	4	5	6
$\cosh mp$	1.67084	4.58351	13.64592	41.01727	123.42184	371.42254
$\sinh mp$	1.33858	4.47311	13.60924	41.00509	123.41779	371.42120
$\cos mq$	0.40363	-0.67414	-0.94797	-0.09067	+0.87440	0.79669
$\sin mq$	0.91492	+0.73860	-0.31836	-0.99588	-0.48520	0.60439
$\cosh mp \cos mq$	0.67440	-3.08993	-12.93592	-3.71904	107.92006	295.90862
$\sinh mp \sin mq$	1.22469	3.30384	-4.33264	-40.83615	-59.88231	224.48326



Boundary conditions

$$\begin{cases} b_{11}C_1 + b_{12}C_2 = -\frac{\mu K \cos^3 \theta}{1 + K \cos^3 \theta} Ph \\ b_{21}C_1 + b_{22}C_2 = -\frac{\mu K \cos^3 \theta}{1 + K \cos^3 \theta} Ph \end{cases}$$

$$\frac{\mu K \cos^3 \theta}{1 + K \cos^3 \theta} = \frac{0.005994 \times 0.286 \times 0.35355}{1 + 0.286 \times 0.35355} = 0.0005504$$

$$1 - (1 + \mu) \frac{Z \cos Z}{\sin Z} = 1 - 1.005994 \times 0.97909 = 0.01505$$

$$(1 + \mu) \frac{Z}{\sin Z} - 1 = 0.01657$$

$$b_{11} = -\{2 \cosh 5p \cos 5q \times 0.01505 - 0.01657(\cosh 6p \cos 6q + \cosh 4p \cos 4q)\}$$

$$= -\{2 \times 107.92006 \times 0.01505 - 0.01657(295.90862 - 3.71904)\} = +1.5932$$

$$b_{12} = -\{2 \sinh 5p \sin 5q \times 0.01505 - 0.01657(\sinh 6p \sin 6q + \sinh 4p \sin 4q)\}$$

$$= -\{-2 \times 59.88231 \times 0.01505 - 0.01657(224.48326 - 40.83615)\} = 4.8445$$

$$(1 + \mu) \frac{Z}{\sin Z} - 2(1 + \lambda) \frac{Z \cos Z}{\sin Z} + (1 + 2\lambda) = 1.005994 \times 1.010509$$

$$-2 \times 2.26428 \times 0.97902 + 3.52856 = 0.1116$$

$$2\left\{\lambda + (1 + \mu) \frac{Z \cos Z}{\sin Z} - (1 + \lambda) \frac{Z}{\sin Z}\right\} = 2(1.26428 + 1.005994 \times 0.97902$$

$$- 2.26428 \times 1.010592) = -0.07818$$

$$(1 + \mu) \frac{Z}{\sin Z} - 1 = 0.01657$$

$$b_{21} = -(0.11167 \cosh 5p \cos 5q - 0.07818 \cosh 4p \cos 4q + 0.01657 \cosh 3p \cos 3q)$$

$$= -(0.11167 \times 107.92006 + 0.07818 \times 3.71904 - 0.01657 \times 12.93592)$$

$$= -12.12785$$

$$b_{22} = -(0.11167 \sinh 5p \sin 5q - 0.07818 \sinh 4p \sin 4q + 0.01657 \sinh 3p \sin 3q)$$

$$= -(-0.11167 \times 59.88231 + 0.07818 \times 40.83615 - 4.33264 \times 0.01657)$$

$$= +3.56628$$

$$1.5932 C_1 + 4.8445 C_2 = -0.0005504 Ph$$

$$-12.1279 C_1 + 3.5663 C_2 = -0.0005504 Ph$$

$$\therefore C_1 = 0.00010920 Ph$$

$$C_2 = -0.000117182 Ph$$

$$M_5 = 0.000010920 Ph$$

$$M_4 = -(0.000010920 \times 0.67440 - 0.00011718 \times 1.22469) = +0.0001362 Ph$$

$$M_3 = (-0.000010920 \times 3.08993 - 0.00011718 \times 3.30384) = -0.0004209 Ph$$

$$M_2 = -(-0.000010920 \times 12.93592 + 0.00011718 \times 4.33264) = -0.0003664 Ph$$

$$M_1 = (-0.000010920 \times 3.71904 + 0.00011718 \times 40.83615) = +0.0047446 Ph$$

$$M_0 = -(0.000010920 \times 107.92006 + 59.88231 \times 0.00011718) = -0.0081954 Ph$$

(68) 式参照

$$\gamma_m = \frac{\mu h}{1 + \lambda} \frac{K \cos^3 \theta}{1 + K \cos^3 \theta} + \left\{ \frac{1 + \mu}{1 + \lambda} \frac{Z}{\sin Z} - \frac{1}{1 + \lambda} \right\} \frac{M_{m-1}}{P} + 2 \left\{ \frac{1}{1 + \lambda} - \frac{1 + \mu}{1 + \lambda} \frac{Z \cos Z}{\sin Z} \right\} \frac{M_m}{P} + \left\{ \frac{1 + \mu}{1 + \lambda} \frac{Z}{\sin Z} - \frac{1}{1 + \lambda} \right\} \frac{M_m}{P}$$

$$\frac{\mu h}{1+\lambda} \frac{K \cos^3 \theta^{(15)}}{1+K \cos^3 \theta} = \frac{0.005994}{1+1.26428} \frac{0.286 \times 0.35355}{1+0.286 \times 0.35355} = 0.0002431 h$$

$$\frac{1+\mu}{1+\lambda} \frac{Z}{\sin Z} \frac{1}{1+\lambda} = \frac{1.005994}{2.26428} \times 1.010509 - \frac{1}{2.26428} = 0.0073162$$

$$\frac{1}{1+\lambda} - \frac{1+\mu}{1+\lambda} \frac{Z \cos Z}{\sin Z} = 0.0066427$$

$$\eta_m = 0.0002431 h + 0.0073162 \frac{M_{m-1}}{P} + 2 \times 0.0066427 \frac{M_m}{P} + 0.0073162 \frac{M_{m+1}}{P}$$

$$\eta_1 = h(0.0002431 - 0.0073162 \times 0.0081954 + 0.0132854 \times 0.0047446 - 0.0073162 \times 0.0003664) = 0.0002435 h$$

$$\eta_2 = h(0.0002431 + 0.0073162 \times 0.0047446 - 0.013285 \times 0.0003664 - 0.0073162 \times 0.0004209) = 0.0002698 h$$

$$\eta_3 = h(0.0002431 - 0.0073162 \times 0.0003664 - 0.013285 \times 0.0004209 + 0.0073162 \times 0.0001362) = 0.0002358 h$$

$$\eta_4 = h(0.0002431 - 0.0073162 \times 0.0004209 + 0.013285 \times 0.0001362 + 0.0073162 \times 0.0001092) = 0.0002426 h$$

$$\eta_5 = h(0.0002431 + 0.0073162 \times 0.0001362 + 0.013285 \times 0.0001362 + 0.0073162 \times 0.0001362) = 0.0002469 h$$

$$D_{mi} = \frac{PK \cos^2 \theta}{2(1+K \cos^3 \theta)} - \left\{ \frac{EAa \sin \theta \cos \theta}{l(1+K \cos^3 \theta)} - \frac{EAa \tan \theta}{l(d^2/B^2 + \tan^2 \theta)} \right\} \eta_m - \left\{ \frac{EAa \sin \theta \cos \theta}{l(1+K \cos^3 \theta)} + \frac{EAa \tan \theta}{l(d^2/B^2 + \tan^2 \theta)} \right\} \eta_{m-1}$$

$$D_{mr} = \quad \quad \quad - \left\{ \quad \quad \quad + \quad \quad \quad \right\} \eta_m - \left\{ \quad \quad \quad - \quad \quad \quad \right\} \eta_{m-1} \quad (33) \text{式}$$

$$P = 90000 \text{ kg}$$

$$\frac{PK \cos^2 \theta}{2(1+K \cos^3 \theta)} = \frac{45000 \times 0.286 \times 0.5}{1+0.286 \times 0.35355} = 5844 \text{ kg}$$

$$\frac{Aa \sin \theta \cos \theta}{1+K \cos^3 \theta} = \frac{12.6 \times 0.5}{1.10112} = 5.72144 \text{ cm}^2, \quad \frac{Aa \tan \theta}{d^2/B^2 + \tan^2 \theta} = \frac{12.6}{6.06^2 + 1} = 0.33400 \text{ cm}^2$$

$$\left\{ D_{mi} = 5844 - \frac{E}{h} (5.72144 - 0.33400) \eta_m - \frac{E}{h} (5.72144 + 0.33400) \eta_{m-1} \right.$$

$$\left. D_{mr} = 5844 - \frac{E}{h} (5.72144 + 0.33400) \eta_m - \frac{E}{h} (5.72144 - 0.33400) \eta_{m-1} \right.$$

$$\left\{ D_{mi} = 5844 - 11313600 \frac{\eta_m}{h} - 12716400 \frac{\eta_{m-1}}{h} \right.$$

$$\left. D_{mr} = 5844 - 12716400 \frac{\eta_m}{h} - 11313600 \frac{\eta_{m-1}}{h} \right.$$

$$\left\{ D_{1i} = 5844 - 11313600 \times 0.0002435 = +3090 \text{ kg} \right.$$

$$\left\{ D_{1r} = 5844 - 12716400 \times 0.0002435 = +2748 \text{ kg} \right.$$

$$\left\{ D_{2i} = 5844 - 11313600 \times 0.0002698 - 12716400 \times 0.0002435 = -304 \text{ kg} \right.$$

$$\left\{ D_{2r} = 5844 - 12716400 \times 0.0002698 - 11313600 \times 0.0002435 = -342 \text{ kg} \right.$$

$$\left\{ D_{3i} = 5844 - 11313600 \times 0.0002358 - 12716400 \times 0.0002698 = -255 \text{ kg} \right.$$

$$\left\{ D_{3r} = 5844 - 12716400 \times 0.0002358 - 11313600 \times 0.0002698 = -206 \text{ kg} \right.$$

$$\left\{ D_{4i} = 5844 - 11313600 \times 0.0002426 - 12716400 \times 0.0002358 = +101 \text{ kg} \right.$$

$$\left\{ D_{4r} = 5844 - 12716400 \times 0.0002426 - 11313600 \times 0.0002358 = +91 \text{ kg} \right.$$

$$\left\{ D_{5i} = 5844 - 11313600 \times 0.0002469 - 12716400 \times 0.0002426 = -34 \text{ kg} \right.$$

$$\left. D_{5r} = 5844 - 12716400 \times 0.0002469 - 11313600 \times 0.0002426 = -41 \text{ kg} \right.$$

$$(27) \text{式より} \quad P_m = \frac{P}{2} - \frac{(D_{mr} + D_{mi}) \cos \theta}{2}$$

$$P_1 = 45000 - \frac{1}{2} (3090 + 2748) \times 0.70711 = 42936 \text{ kg} \quad \text{等}$$

(15) この値は實は $\frac{h}{2} \cot^2 \theta \frac{\sigma}{E}$ となる

(25) 式より $Q_m = \frac{D_{ml} - D_{mr}}{2} \cot \theta$ 故

現在 $\theta = 45^\circ$

$Q_1 = \frac{1}{2}(3090 - 2748) = 171 \text{ kg}$

$Q_2 = \frac{1}{2}(342 - 304) = 19 \text{ kg}$

$Q_3 = -\frac{1}{2}(255 + 206) = -23 \text{ kg}$

綾片の交點に於ける応力度を求めんに、綾片 2-Bars 70×9 は $A_a = 12.6 \text{ cm}^2$,

断面係数 $= 2 \times \frac{0.9 \times 7^2}{6} = 14.7 \text{ cm}^2$

$\left. \begin{matrix} D_{l1} = 3090 \text{ kg} \\ Q_1 = 171 \text{ kg} \end{matrix} \right\}$ 故 交點に作用する曲げモーメント $M = 171 \text{ kg} \times 21.2 \text{ cm} = 3625 \text{ kgcm}$

$\therefore f = \frac{3090}{12.6} \pm \frac{3625}{14.7} = 245 \pm 246 = \begin{cases} 491 \text{ kg/cm}^2 \\ -1 \text{ kg/cm}^2 \end{cases}$

図-36 (b).

弦材に於ける副応力

見掛けの応力度 $\sigma = \frac{P}{2A_f} = \frac{45000}{44.07} = 1021 \text{ kg/cm}^2$

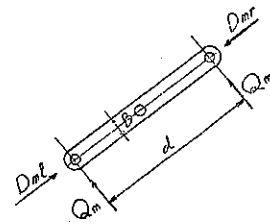
部材 $P_1 = 42936 \text{ kg}$

格點 0 に於ける曲げモーメント

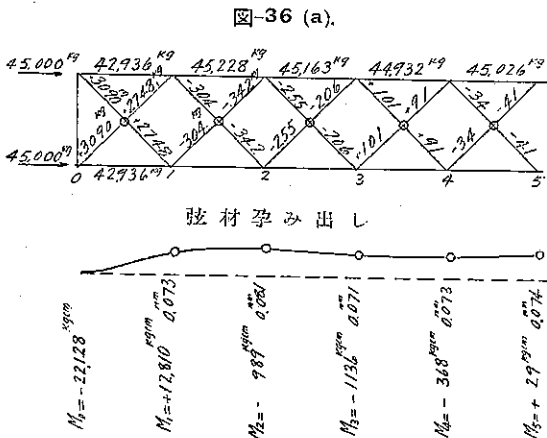
$M_0 = -0.008195 Ph = -0.008195 \times 45000 \text{ kg} \times 30 \text{ cm} = -11068 \text{ kgcm}$

弦材断面は $[250 \times 90 @ 34.6 \text{ kg}]$ にして

断面積 $= 44.07 \text{ cm}^2$



$\sigma = 1021 \text{ kg/cm}^2$ (図-36 (b) 附屬)



	m	0	1	2
弦材応力度	σ_{fm}		974 kg/cm^2	1026
	f_{mr}	1450 kg/cm^2 498	698 1302	
	f_{ml}		698 1250	1047 1005
斜材応力度	σ_{amr}		218	-27
	σ_{aml}		245	-24
	f_{amr}		597	
	f_{amr}		567	

$\left\{ \begin{matrix} f_{mr} = \frac{P_{m+1}}{A_f} \pm \frac{M_m}{Z_f} \\ f_{ml} = \frac{P_m}{A_f} \pm \frac{M_m}{Z_f} \end{matrix} \right. \quad f_{ml} = \frac{D_{ml}}{A_a} \pm \frac{Q_m(d/2)}{2 \times \frac{tB^2}{6}}$

$A_a = 2tB$

断面係数 $= 46.47 \text{ cm}^2$ なる故縁維応力を求めると

$f = \frac{42936}{44.07} \pm \frac{11068}{46.47} = 974 \pm 238 = \begin{cases} +1212 \text{ kg/cm}^2 \\ +736 \text{ kg/cm}^2 \end{cases}$

図-36 (a), (b) 参照

7. 結 尾

以上綾片の種々なる場合に就きその応力の性質を研究したが、一般論をなすには猶多くの計算及實驗を必要とする。然し次のことは云へると思ふ。即ち

- (1) 綾片を使用すると弦材即ち主抗圧部材の副応力が端部に於て大となること。
- (2) 綾片の交點を止めると弦材の副応力は減ずるが減材自身に於ける副応力が大となること。
- (3) 弦材に於ける応力度が高まるにつれて斜材に作用する応力の弦材に對する比率は大となる。

猶側方孕み出しに基因する破損は數學的に求めた所で多くは弾性の範圍外になり無意味となるから實驗的に調査してみる。

又獨乙式の rahmen stab の方が lacing を用ひたものより優秀であるとは獨乙人が主張するやうに正しいかどうかは知らない。然し少くとも平衡状態に於ける副応力が弦材に於て大であるといふ點では rahmen stab に一步を譲らざるを得ない。然し挫屈に關する抵抗力が大であるとはどうしても考へられない。