

# 論 說 報 告

第 24 卷 第 7 號 昭和 13 年 7 月

## 任意の数の集中荷重を擔ふ可撓性索條に就て

會 員 工 学 博 士 吉 町 太 郎 \*

**要 旨** 自由に垂下する索條が自重の外に 2 個以上の集中荷重を擔ふ場合に就て、自重は水平軸に沿ふて均等なりとの假定の下に、索條の張力と載荷點の移動を求むる算式を導き、其の応用を示したものである。

### 1. 自重の下の水平張力及索長

$l$  を支間とする索條の自重を  $W$  とし (圖-1)、水平軸に沿ひての自重の烈度  $g = W/l$  は均等と假定する。其の結果として平衡曲線は拋物線となり、水平張力を  $H_0$ 、垂矢を  $f$  とすれば

$$\left. \begin{aligned} H_0 &= gl^2/8f = W/8\rho \\ \text{但し } \rho &= fl/l \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

又  $\delta$  を支點の高差とし、 $\delta/l$  を  $\theta$  にて表はせば、索條の縦距は  $x=ul$  に於て

$$y = 4\rho(u-u^2)l + \theta ul \dots\dots\dots (2)$$

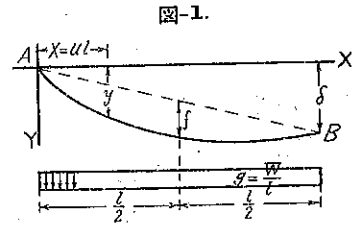


圖-1.

自重の下の索の全長を  $C_1$  とすれば、其の支間に對する比は下式で表はすことが出来る。

$$\left. \begin{aligned} \frac{C_1}{l} &= \frac{(\alpha + \beta)}{4} + \left\{ \theta(\alpha - \beta) + \log_e \frac{\alpha + a}{\beta + b} \right\} + 16\rho \\ \text{但し } a &= \theta + 4\rho \quad \alpha = \sqrt{1 + a^2} \\ b &= \theta - 4\rho \quad \beta = \sqrt{1 + b^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

又支點 A より  $x=ul$  までの索長を  $C_u$  とすれば、

$$\left. \begin{aligned} \frac{C_u}{l} &= \frac{1}{4} \left\{ \alpha - \beta'(1-2u) \right\} + \left\{ \theta(\alpha - \beta') + \log_e \frac{\alpha + a}{\beta' + b'} \right\} + 16\rho \\ \text{但し } b' &= a - 8\rho u \quad \beta' = \sqrt{1 + b'^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

若し索長の近似値として展開式を用ゐて第 5 項以下を省けば、全長として

$$\frac{C_1}{l} = 1 + \frac{\theta^2}{2} - \frac{\theta^4}{8} + \frac{\theta^6}{16} + \frac{8}{3} (1 - 1.5\theta^2 + 1.875\theta^4)\rho^2 - \frac{32}{5} (1 - 7.5\theta^2)\rho^4 + \frac{256}{7}\rho^6 \dots\dots\dots (5)$$

又一部の長さとしては

$$\left. \begin{aligned} \frac{C_u}{l} &= u \left\{ 1 + \rho'^2 \left( \frac{8}{3} - \frac{32}{5}\rho'^2 + \frac{256}{7}\rho'^4 \right) + \rho''^2 \left( \frac{1}{2} - 4\rho'^2 + 48\rho'^4 \right) + \rho''^4 \left( -\frac{1}{8} + 5\rho'^2 \right) + \frac{\rho''^6}{16} \right\} \dots\dots\dots (6) \\ \text{但し } \rho' &= \rho u, \quad \rho'' = (\theta + 4\rho) - 4\rho u \end{aligned} \right\}$$

が得られる。

### 2. 集中荷重載荷後の索の縦距

$n$  個の集中荷重  $P_1 \dots P_n$  の加はりたる時、相隣れる任意の荷重  $P_m, P_{m-1}$  間の水平距離を  $\lambda_m$  とし、此

\* 北海道帝國大学名誉教授

の區間内に於ての索の縦距を  $y_{m-1,m}$  とすれば (圖-2)

$$y_{m-1,m} = y'_{m-1,m} + \theta x$$

茲に  $y'$  は AB 線より測れる縦距であつて、該點に於て曲げモーメントの成立せざる條件より求むることが出来る。先づ全荷重に依る反力を AB 方向の分力と垂直分力とに分解し、前者を  $H'$ 、後者を  $V_a$ 、 $V_b$  とし、又  $\xi$  を AB 線の X 軸に対する傾斜とすれば

$$V_a x - \frac{gx^2}{2} - H' y'_{m-1,m} \cos \xi - P_1(x - k_1 l) - \dots - P_{m-1}(x - k_{m-1} l) = 0$$

本式中  $H' \cos \xi$  は求むる所の水平張力  $H$  であるから、之を代入して

$$y'_{m-1,m} = \frac{1}{H} \left\{ \left( V_a - \sum_1^{m-1} P \right) x - \frac{gx^2}{2} + l \sum_1^{m-1} P k \right\}$$

茲に  $V_a$  を分けて、自重に依るものと集中荷重に依るものとに區別し、後者を  $A$  とすれば

$$V_a = \frac{W}{2} + A$$

$$\therefore V_a - \sum_1^{m-1} P = \frac{W}{2} + A - \sum_1^{m-1} P$$

然るに式中の  $A - \sum_1^{m-1} P$  は、同支間の單桁が、與へられた集中荷重を擔へる時の  $\lambda_m$  區間の剪断力であるから、之を  $Q_m$  で表はせば

$$V_a - \sum_1^{m-1} P = \frac{W}{2} + Q_m$$

又  $P_m$  の載荷點を原點とする、集中荷重のみの曲げモーメントを  $M_m$  とすれば

$$l \sum_1^{m-1} P k = M_m - Q_m k m l$$

なる關係があり、此等を代入し、且つ  $g$  の代りに  $\frac{W}{l}$  を用ゐる、又

$$\frac{W}{H} = w \dots \dots \dots (7)$$

と略して、索の縦距は下式で表はすことが出来る。

$$y_{m-1,m} = w \left\{ \left( \frac{1}{2} + \frac{Q_m}{W} \right) x - \frac{x^2}{2l} + \frac{M_m - Q_m k m l}{W} \right\} + \theta x \dots \dots \dots (8)$$

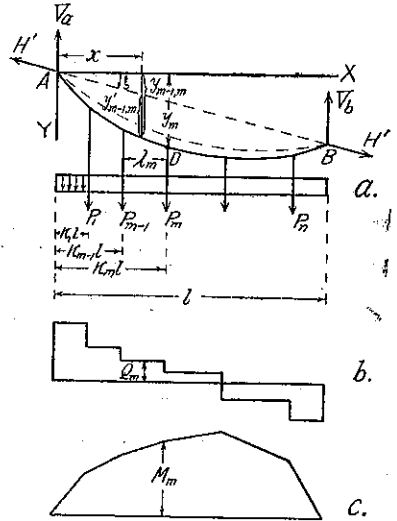
従つて  $P_m$  の載荷點の縦距  $y_m$  は本式に  $x = k_m l$ 、 $\theta l = \delta$  と置いて

$$y_m = w \left\{ \frac{l}{2} (k_m - k_m^2) + \frac{M_m}{W} \right\} + k_m \delta \dots \dots \dots (9)$$

### 3. 載荷後の索長

集中荷重載荷の結果、索條は變形しても、荷重間の各區間は假定に依りて水平軸に沿ひ均等荷重を擔ふ拋物線であるから、其の索長は等式 (3) を利用して求めることが出来る。今任意の  $\lambda_r$  區間の索長を  $C_r$  とすれば

圖-2.



$$\frac{C_r}{\lambda_r} = \frac{1}{4}(\alpha_r + \beta_r) + \left\{ \theta_r(\alpha_r - \beta_r) + \log_e \frac{\alpha_r + a_r}{\beta_r + b_r} \right\} + 16\rho_r$$

に其の區間特有の  $\alpha, \beta, a, b$  及  $\rho$  の値を代入すべきである。

今此等特有の値を求め得た結果を擧げると

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2} + \frac{Q_r}{W} - \frac{k_r + k_{r-1}}{2} &= \tau_r \\ \frac{1}{2} + \frac{Q_r}{W} - k_{r-1} &= \tau_{r1} \\ \frac{1}{2} + \frac{Q_r}{W} - k_r &= \tau_{r2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

と略して

$$\left. \begin{aligned} \alpha_r &= \theta + \tau_{r1}w & \alpha_r &= \sqrt{1 + \alpha_r^2} \\ \beta_r &= \theta + \tau_{r2}w & \beta_r &= \sqrt{1 + \beta_r^2} \\ \theta_r &= \theta + \tau_r w \\ \rho_r &= \frac{1}{8}(k_r - k_{r-1})w \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

となる。其の内  $\rho_r$  の値と  $\lambda_r = (k_r - k_{r-1})l$  なる關係を入れて、 $\lambda_r$  區間の索長は

$$\frac{C_r}{l} = \frac{k_r - k_{r-1}}{4}(\alpha_r + \beta_r) + \frac{1}{2w} \left\{ \theta_r(\alpha_r - \beta_r) + \log_e \frac{\alpha_r + a_r}{\beta_r + b_r} \right\}$$

となり、之を全區間に互り累計すると、集中荷重載荷後の索の全長  $C$  が得られる。即ち集中荷重の数を  $n$  とし

$$\frac{C}{l} = \frac{1}{4} \sum_1^{n-1} (k_r - k_{r-1})(\alpha_r + \beta_r) + \frac{1}{2w} \left\{ \sum_1^{n-1} \theta_r(\alpha_r - \beta_r) + \sum_1^{n-1} \log_e \frac{\alpha_r + a_r}{\beta_r + b_r} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

又支點 A より任意の集中荷重  $P_m$  の載荷點 D (圖-2) に至る索長を  $C_m$  とすれば

$$\frac{C_m}{l} = \frac{1}{4} \sum_1^m (k_r - k_{r-1})(\alpha_r + \beta_r) + \frac{1}{2w} \left\{ \sum_1^m \theta_r(\alpha_r - \beta_r) + \sum_1^m \log_e \frac{\alpha_r + a_r}{\beta_r + b_r} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

若し又近似法として展開式に依り第 5 項以下を省けば AD 間の索長は下式で表はすことが出来る。

$$\frac{C_m}{l} = \frac{\theta_0}{24} (z_0 k_m + z_1 \gamma_1 w + \gamma_2 w^2 - z_2 \gamma_3 w^3 - z_3 \gamma_4 w^4 + z_4 \gamma_5 w^5 + z_5 \gamma_6 w^6) \dots\dots\dots (14)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{但し} \quad \theta_0 &= 1 - 1.5\theta^2 + 1.875\theta^4 & z_0 &= \frac{24}{\theta_0} \left( 1 + \frac{\theta^2}{2} - \frac{\theta^4}{8} + \frac{\theta^6}{16} \right) \\ z_1 &= \frac{12\theta}{\theta_0} \left( 1 - \frac{\theta^2}{2} + \frac{3}{8}\theta^4 \right) & z_2 &= \frac{1.5\theta}{\theta_0} (1 - 2.5\theta^2) \\ z_4 &= \frac{1.5}{\theta_0} (1 - 7.5\theta^2) & z_3 &= \frac{3\theta}{32\theta_0} \\ z_5 &= \frac{3}{128\theta_0} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

又  $\gamma$  の内容は下の通りである。

$$\left. \begin{aligned} \gamma_1 &= k_m - k_m^2 + 2Q_{11} \\ \gamma_2 &= 3k_m - 6k_m^2 + 4k_m^3 + 12Q_{11} + 12(Q_{21} - Q_{12}) \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned}
 \gamma_1 &= k_m - 3k_m^2 + 4k_m^3 - 2k_m^4 + 6Q_{11} - 12Q_{22} + 12(Q_{21} - Q_{12}) + 8(Q_{31} + Q_{13}) \\
 \gamma_2 &= \frac{1}{40}(5k_m - 20k_m^2 + 40k_m^3 - 40k_m^4 + 16k_m^5) + Q_{11} - 6Q_{22} + 3(Q_{21} - Q_{12}) \\
 &\quad + 4(Q_{31} + Q_{13}) + 2(Q_{41} - Q_{14}) - 4(Q_{32} - Q_{23}) \\
 \gamma_3 &= 3k_m - 15k_m^2 + 40k_m^3 - 60k_m^4 + 48k_m^5 - 16k_m^6 + 30Q_{11} - 360Q_{22} \\
 &\quad + 320Q_{33} + 120(Q_{21} - Q_{12}) + 240(Q_{31} + Q_{13}) + 240(Q_{41} - Q_{14}) \\
 &\quad + 96(Q_{51} + Q_{15}) - 480(Q_{32} - Q_{23}) - 240(Q_{42} + Q_{24}) \\
 \gamma_4 &= k_m - 6k_m^2 + 20k_m^3 - 40k_m^4 + 48k_m^5 - 32k_m^6 + \frac{64}{7}k_m^7 + 12Q_{11} - 240Q_{22} \\
 &\quad + 640Q_{33} + 60(Q_{21} - Q_{12}) + 160(Q_{31} + Q_{13}) + 240(Q_{41} - Q_{14}) \\
 &\quad + 192(Q_{51} + Q_{15}) + 64(Q_{61} - Q_{16}) - 480(Q_{32} - Q_{23}) - 480(Q_{42} + Q_{24}) \\
 &\quad - 192(Q_{52} - Q_{25}) + 320(Q_{43} - Q_{34})
 \end{aligned} \tag{16}$$

茲に  $Q_{pq}$  とは、或區間例令ば  $\lambda_r$  に於て  $(Q_r/W)^n(k_r^q - k_{r-1}^q)$  を計算し、 $C_m$  を求むるには、之を第 1 區間より  $m$  區間まで加算したものである。即ち

$$Q_{pq} = \frac{1}{W^n} \sum_1^m Q_r^n (k_r^q - k_{r-1}^q) \tag{17}$$

載荷後の索の全長  $C$  を求める爲の  $\gamma$  には前式 (16) に  $k_m = 1$  とし、又

$$Q_{pq} = \frac{1}{W^n} \sum_1^{n-1} Q_r^n (k_r^q - k_{r-1}^q) \tag{18}$$

と置くべきである。此の場合特に  $Q_{11}$  を考へると

$$Q_{11} = \frac{1}{W} \sum_1^{n+1} Q_r (k_r - k_{r-1}) = \frac{1}{Wl} \sum_1^{n+1} Q_r \lambda_r$$

であつて、而も  $\sum_1^{n+1} Q_r \lambda_r = 0$  であるから  $Q_{11} = 0$  となり従つて

$$\gamma_1 = k_m - k_m^3 + 2Q_{11} = 0$$

となるから等式 (14) を参照して

$$\frac{C}{l} = \frac{\theta_0}{24} (z_0 + \gamma_2 w^2 - z_3 \gamma_3 w^3 - z_4 \gamma_4 w^4 + z_5 \gamma_5 w^5 + z_6 \gamma_6 w^6) \tag{19}$$

式中の  $z$  の値は等式 (15) に示され、又 (16) の  $\gamma$  の内容も如上の特性から幾分簡化されて

$$\begin{aligned}
 \gamma_1 &= 0 \\
 \gamma_2 &= 1 + 12(Q_{21} - Q_{12}) \\
 \gamma_3 &= -12Q_{22} + 12(Q_{21} - Q_{12}) + 8(Q_{31} + Q_{13}) \\
 \gamma_4 &= \frac{1}{40} - 6Q_{22} + 3(Q_{21} - Q_{12}) + 4(Q_{31} + Q_{13}) + 2(Q_{41} - Q_{14}) - 4(Q_{32} - Q_{23}) \\
 \gamma_5 &= -360Q_{22} + 320Q_{33} + 120(Q_{21} - Q_{12}) + 240(Q_{31} + Q_{13}) + 240(Q_{41} - Q_{14}) \\
 &\quad + 96(Q_{51} + Q_{15}) - 480(Q_{32} - Q_{23}) - 240(Q_{42} + Q_{24}) \\
 \gamma_6 &= \frac{1}{7} - 240Q_{22} + 640Q_{33} + 60(Q_{21} - Q_{12}) + 160(Q_{31} + Q_{13}) + 240(Q_{41} - Q_{14}) \\
 &\quad + 192(Q_{51} + Q_{15}) + 64(Q_{61} - Q_{16}) - 480(Q_{32} - Q_{23}) - 480(Q_{42} + Q_{24}) \\
 &\quad - 192(Q_{52} - Q_{25}) + 320(Q_{43} - Q_{34})
 \end{aligned} \tag{20}$$

となる。

### 4. 集中荷重に依る索の彈性伸長

集中荷重に依る  $\lambda_r$  區間の索の彈性伸長を  $\Delta C_r$  とし、集中荷重に依り増加せる索の水平張力を  $H_p$ 、又索の任意の點に於ける傾斜を  $\varphi$  とすれば

$$\Delta C_r = \frac{H_p}{EA} \int_{k_{r-1}l}^{k_r l} \sec^2 \varphi dx = \frac{H_p}{EA} \int \left\{ 1 + \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 \right\} dx = \frac{H_p}{EA} \left\{ \lambda_r + \int_{k_{r-1}l}^{k_r l} \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 dx \right\}$$

茲に  $E$  は索の彈性係數、 $A$  は其の横斷面積である。此の変長を支點  $A$  より  $P_m$  の載荷點  $D$  まで (圖-2) 積算すれば  $C_m$  の變長  $\Delta C_m$  が得られる。

$$\Delta C_m = \sum_1^m \Delta C_r = \frac{H_p}{EA} \left\{ \sum_1^m \lambda_r + \sum_1^m \int_{k_{r-1}l}^{k_r l} \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 dx \right\}$$

之に等式 (8) に依つて表はさる  $\lambda, y$  の値を入れて計算すれば

$$\frac{\Delta C_m}{l} = \frac{H_p}{EA} \left\{ (1 + \theta^2) k_m + \gamma_1 \theta w + \frac{\gamma_2}{12} w^2 \right\} \dots \dots \dots (21)$$

となる。又前式に  $k_m=1, \gamma_1=0$  と入れると全長の彈性伸長  $\Delta C_p$  が得られる。即ち

$$\frac{\Delta C_p}{l} = \frac{H_p}{EA} \left( 1 + \theta^2 + \frac{\gamma_2}{12} w^2 \right) \dots \dots \dots (22)$$

### 5. 水 平 張 力

集中荷重載荷後の索の全長は自重の下の索の全長に集中荷重の爲の彈性伸長と溫度變化に依る變長を加へたものであるから

$$C = C_1(1 + \epsilon \Delta t) + \Delta C_p \dots \dots \dots (23)$$

但し  $\epsilon$  は膨脹係數、 $\Delta t$  は溫度變化である。

本式に代入するに等式 (12) と (22) を以てすれば、 $w$  を求むる次の等式が得られる。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4} \sum_1^{n+1} (k_r - k_{r-1})(\alpha_r + \beta_r) + \frac{1}{2w} \left\{ \sum_1^{n+1} \theta_r(\alpha_r - \beta_r) + \sum_1^{n+1} \log e \frac{\alpha_r + \alpha_r}{\beta_r + \beta_r} \right\} \\ & = \frac{C_1}{l} (1 + \epsilon \Delta t) + \frac{H_p}{EA} \left( 1 + \theta^2 + \frac{\gamma_2 w^2}{12} \right) \dots \dots \dots (24) \end{aligned}$$

本式に於て  $\frac{C_1}{l}$  は等式 (3) に依りて豫じめ計算すべきであり、又最初の計算には、右邊の第 2 項即ち彈性伸長に基因するものは之を無視して、一先づ  $w = \frac{IV}{H}$  の近似値を検出し、かくて  $H$  が知れると  $H_p = H - H_0$  より  $H_p$  の近似値が分るから、改めて之を代入して漸的に  $w$  を求めることが出来るのである。

又 (23) 式の  $C$  に等式 (19) の示す値を入れ、 $C_1$  には (5) の  $\frac{C_1}{l}$  に (15) の示す記號を用ゐて得られる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{C_1}{l} &= \frac{\theta_0}{24} \{ z_0 + 64\rho^2(1 - \psi) \} \\ \text{但し } \psi &= \frac{\rho^2}{\theta_0} \left( 2.4 - 18\theta^2 - \frac{96}{7} \rho^2 \right) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (25)$$

を代入すると

$$\left. \begin{aligned} & \gamma_2 w^2 - z_0 \gamma_3 w^2 - z_4 \gamma_5 w^4 + z_6 \gamma_6 w^6 + z_8 \gamma_8 w^8 \\ & = 64\rho^2(1 - \psi) + \frac{H_p}{EA} \left( z_7 + \frac{2\gamma_2 w^2}{\theta_0} \right) + 24 \frac{C_1}{l} \frac{\epsilon \Delta t}{\theta_0} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (26)$$

$$\text{但し } z_7 = \frac{24(1 + \theta^2)}{\theta_0}$$

となり、 $w$  を求むる他の等式が得られる。以下便宜上 (24) 式を原式、(26) 式を展開式と稱する。

支點の高さ相等しきときは  $\theta=0$  であるから等式 (15), (25)

及 (26) から

$$\begin{aligned} \theta_0 &= 1, & z_0 &= 24, & z_1 &= z_2 = z_3 = 0 \\ z_4 &= 1.5, & z_5 &= 3/128, & z_7 &= 24 \\ \psi &= 2.4\rho^2 - \frac{96}{7}\rho^4 \end{aligned}$$

となるから展開式 (26) は

$$\begin{aligned} \gamma_2 w^2 - 1.5\gamma_1 w^4 + \frac{3}{128}\gamma_0 w^6 &= 64\rho^2 (1 - 2.4\rho^2) \\ &+ \frac{96}{7}\rho^4 + \frac{24H_D}{EA} \left( 1 + \frac{\gamma_2 w^2}{12} \right) \pm 24 \frac{C_1}{l} \varepsilon \Delta t \\ &\dots\dots\dots (27) \end{aligned}$$

$\theta$  の其の他の値に就て  $z$  を計算した結果は 表-1 と 図-3 の示す通であつて、之に依り  $z_6$  及  $z_8$  は其の他の  $z$  に比して著しく小なることが分る。

表-1.

$\theta$	$\theta_0$	$z_0$	$z_1$	$z_2$	$z_3$	$z_4$	$z_5$	$z_6$	$z_7$
0	1.0	24.0	0	0	1.5	0	0.0234 38	24.0	24.0
0.1	0.9851 88	24.4823 45	1.2119 98	0.1484 49	1.4083 61	0.0095 16	0.0237 90	24.6044 53	24.6044 53
0.2	0.943	25.9547 14	2.4956 94	0.2863 20	1.1113 47	0.0198 83	0.0248 54	26.4687 16	26.4687 16
0.3	0.8801 88	28.4675 64	3.9184 09	0.3962 22	0.5538 59	0.0319 53	0.0266 28	29.7209 40	29.7209 40
0.4	0.808	31.9917 60	5.5223 76	0.4455 45	-0.3712 87	0.0464 11	0.0290 07	34.4554 45	34.4554 45
0.5	0.7421 88	36.1578 94	7.2631 58	0.3789 47	-1.7684 21	0.0631 58	0.0315 79	40.4210 52	40.4210 52

6. 二三の特種荷重に對する  $\gamma$  の値

展開式 (26) から  $w$  を檢出するに、先づ準備すべきは既記の  $z$  の外に  $\gamma$  である。 $\gamma$  は集中荷重の輕重と其の配列の状態に依りて異なるから、所定の荷重に応じて等式 (20) を用ひ、一々計算すべきであつて相當手数を要する。今茲に二三の種類の荷重に就て、其の計算を出来るだけ進めて見た結果を擧げる。

a. 對稱集中荷重 (圖-4)

此の場合は (18) 式を改めて

$$\begin{aligned} Q_{p0} &= \frac{1}{W^p} \sum_1^{\frac{n+1}{2}} [Q_r^p (k_r^p - k_{r-1}^p) \pm Q_r^p \{ (1 - k_{r-1}^p)^p - (1 - k_r^p)^p \}] \\ &= \frac{1}{W^p} \sum_1^{\frac{n+1}{2}} Q_r^p [k_r^p - k_{r-1}^p \pm \{ (1 - k_{r-1}^p)^p - (1 - k_r^p)^p \}] \end{aligned}$$

茲に  $\pm$  の何れをとるかは  $p$  の偶數か奇數かに依りて定まる。

圖-3.

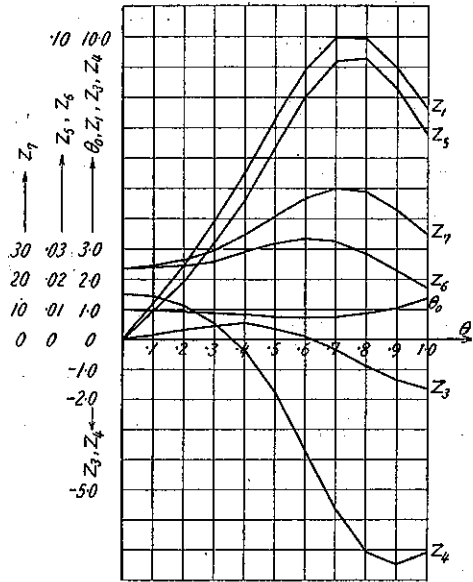
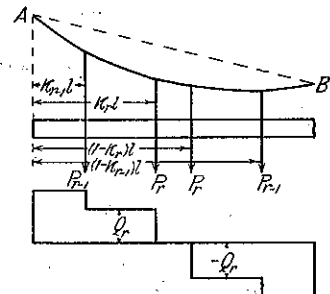


圖-4.



上式の  $p$  と  $q$  に種々の値を與へ、又

$$k_r - k_{r-1} = s_1 \quad k_r^2 - k_{r-1}^2 = s_2 \quad \dots\dots\dots$$

と略して

$$\begin{aligned} Q_{11} &= 0 \\ Q_{12} &= -\frac{2}{W} \sum_1^{\frac{n+1}{2}} Q_r (s_1 - s_2) \\ Q_{13} &= -\frac{3}{W} \sum Q_r (s_1 - s_2) = \frac{3}{2} Q_{12} \\ Q_{14} &= -\frac{2}{W} \sum Q_r (2s_1 - 3s_2 + 2s_3 - s_4) \\ Q_{15} &= -\frac{5}{W} \sum Q_r (s_1 - 2s_2 + 2s_3 - s_4) \\ Q_{16} &= -\frac{1}{W} \sum Q_r (6s_1 - 15s_2 + 20s_3 - 15s_4 + 6s_5 - 2s_6) \\ Q_{21} &= \frac{2}{W^2} \sum Q_r^2 s_1 \\ Q_{22} &= \frac{2}{W^2} \sum Q_r^2 s_1 = Q_{21} \\ Q_{23} &= \frac{1}{W^2} \sum Q_r^2 (3s_1 - 3s_2 + 2s_3) \\ Q_{24} &= \frac{2}{W^2} \sum Q_r^2 (2s_1 - 3s_2 + 2s_3) \\ Q_{25} &= \frac{1}{W^2} \sum Q_r^2 (5s_1 - 10s_2 + 10s_3 - 5s_4 + 2s_5) \\ Q_{31} &= 0 \\ Q_{32} &= -\frac{2}{W^3} \sum Q_r^3 (s_1 - s_2) \\ Q_{33} &= -\frac{3}{W^3} \sum Q_r^3 (s_1 - s_2) = \frac{3}{2} Q_{32} \\ Q_{34} &= -\frac{2}{W^3} \sum Q_r^3 (2s_1 - 3s_2 + 2s_3 - s_4) \\ Q_{41} &= \frac{2}{W^4} \sum Q_r^4 s_1 \\ Q_{42} &= \frac{2}{W^4} \sum Q_r^4 s_1 = Q_{41} \\ Q_{43} &= \frac{1}{W^4} \sum Q_r^4 (3s_1 - 3s_2 + 2s_3) \\ Q_{51} &= 0 \\ Q_{52} &= -\frac{2}{W^5} \sum Q_r^5 (s_1 - s_2) \\ Q_{61} &= \frac{2}{W^6} \sum Q_r^6 s_1 \end{aligned} \dots\dots\dots (28)$$

これ等の値を等式 (20) の  $\gamma_3$  及  $\gamma_6$  に代入すると、何れも消滅して  $\gamma_3 = \gamma_6 = 0$  となる。故に對稱荷重に對する等式 (26) は

$$\gamma_3 w^2 - z_4 \gamma_4 w^4 + z_6 \gamma_6 w^6 = 64 \rho^2 (1 - \psi) + \frac{H \rho}{E A} \left( \frac{l}{z} + \frac{2 \gamma_2 w^2}{\theta_0} \right) \pm 24 \frac{C_1}{l} \frac{\epsilon \cdot d t}{\theta_0} \dots (29)$$

となる。

b. 2 個の對稱集中荷重 (圖-5)

等式 (28) より  $Q_{\mu}$  を求め之を (20) 式に入れ、又

$$\frac{\sum P}{W} = \mu \quad k - k^2 = K$$

と略して

$$\left. \begin{aligned} \gamma_3 &= 1 + 12K\mu + 6k\mu^2 \\ \gamma_4 &= \frac{1}{40} + (1 - 2K)K\mu + \left\{ \frac{k}{2} + (1 - 2k)K \right\} \mu^2 + K\mu^3 + \frac{k}{4} \mu^4 \\ \gamma_6 &= \frac{1}{7} + 4K(3 - 12K + 16K^2)\mu + 6 \{ k + 4(1 - 2k)K(1 - 2K) \} \mu^2 \\ &\quad + 40K(1 - 2K)\mu^3 + 10 \{ k + 2(1 - 2k)K \} \mu^4 + 6(1 - k)\mu^5 + \mu^6 \end{aligned} \right\} \dots (30)$$

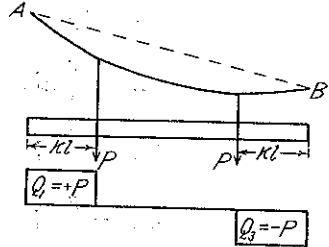


圖-5.

c. 同荷重同間隔

集中荷重の数を  $n$  とし  $n^2 + 2n = N$  と略して

$$\left. \begin{aligned} \gamma_2 &= 1 + \frac{2(n+2)}{n+1} \mu + \frac{n+2}{n} \mu^2 \\ \gamma_4 &= \frac{1}{40} + \frac{N(3N+1)}{30n(n+1)^2} \mu + \frac{N(9N-7)}{60n^2(n+1)^2} \mu^2 + \frac{N(3N-4)}{30n^3(n+1)^2} \mu^3 + \frac{N(3N-4)}{120n^4} \mu^4 \\ \gamma_6 &= \frac{1}{7} + \frac{2N(9N^2+6N+13)}{21n(n+1)^3} \mu + \frac{N(15N^2-18N+31)}{7n^2(n+1)^4} \mu^2 \\ &\quad + \frac{4N(15N^2-39N+52)}{21n^3(n+1)^3} \mu^3 + \frac{N(45N^2-159N+212)}{21n^4(n+1)^2} \mu^4 \\ &\quad + \frac{2N(3N^2-12N+16)}{7n^5(n+1)} \mu^5 + \frac{N(3N^2-12N+16)}{21n^6} \mu^6 \end{aligned} \right\} \dots (31)$$

d. 單荷重 (圖-6)

$\frac{P}{W} = \mu$ ,  $k - k^2 = K$  と略して

$$\left. \begin{aligned} \gamma_2 &= 1 + 12K(\mu + \mu^2) \\ \gamma_3 &= 4(1 - 2k)K(2 + \mu + 3\mu^2) \\ \gamma_4 &= \frac{1}{40} + K \{ (1 - 2k)\mu + (3 - 8K)\mu^2 + 4(1 - 3K)\mu^3 + 2(1 - 3K)\mu^4 \} \\ \gamma_6 &= 24(1 - 2k)K(1 - 2K)(\mu + 5\mu^2 + 10\mu^3 + 10\mu^4 + 4\mu^5) \\ \gamma_8 &= \frac{1}{7} + 4K \{ 3 - 4(3 - 4K)K \} \mu + 3 \{ 5 - 8, 3 - 4K \} K \} \mu^2 \\ &\quad + 40 \{ 1 - (5 - 6K)K \} \mu^3 + 20 \{ 3 - (15 - 16K)K \} \mu^4 \\ &\quad + 48 \{ 1 - 5(1 - K)K \} \mu^5 + 16 \{ 1 - 5(1 - K)K \} \mu^6 \end{aligned} \right\} \dots (32)$$

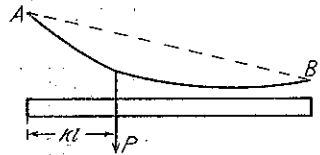


圖-6.



e. 中央單荷重

前式に  $h = \frac{1}{2}$ ,  $K = \frac{1}{4}$  として

$$\left. \begin{aligned} \gamma_3 &= \gamma_6 = 0 \\ \gamma_2 &= 1 + 3(\mu + \mu^2) \\ \gamma_4 &= \frac{1}{40} + \frac{1}{8}(\mu + \mu^2)(1 + \mu + \mu^2) \\ \gamma_6 &= \frac{1}{7} + (\mu + \mu^2)(1 + \mu + \mu^2)^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (33)$$

7. 支點に於ける索の張力

等式 (8) より索の任意の點の傾斜の正切は

$$\frac{dy_{m-1, m}}{dx} = w \left( \frac{1}{2} + \frac{Q_m}{W} - \frac{x}{l} \right) + \theta$$

として得られ、之に  $x=0$ ,  $Q_m=Q_1$  と置けば支點 A の傾斜  $\varphi_A$  は

$$\tan \varphi_A = \theta + w \left( \frac{1}{2} + \frac{Q_1}{W} \right)$$

となる。今  $T_A$  を同點の張力とすれば

$$T_A = H \sec \varphi_A = H \sqrt{1 + \tan^2 \varphi_A} = H \sqrt{1 + \left\{ \theta + w \left( \frac{1}{2} + \frac{Q_1}{W} \right) \right\}^2} \dots\dots\dots (34.1)$$

又之に  $w = \frac{W}{H}$  を代入して

$$T_A = \sqrt{\left\{ (1 + \theta^2) H^2 + 2\theta \left( \frac{W}{2} + Q_1 \right) H + \left( \frac{W}{2} + Q_1 \right)^2 \right\}} \dots\dots\dots (34.2)$$

とも表はすことが出来る。又  $\theta=0$  のときは

$$T_A = \sqrt{H^2 + \left( \frac{W}{2} + Q_1 \right)^2} \dots\dots\dots (35)$$

8. 水平張力に對する近似公式

$w$  を求むるに原式 (24) 又は展開式 (26) の何れを用ゐるにしても、最初に推定すべき  $w$  の近似値を知ることが出来れば甚だ便利である。此の目的の下に、等式 (26) に於て彈性伸長及溫度變化の項は之を省き、又  $w^3$  以上の高次項を無視すれば、近似値  $w'$  は

$$\begin{aligned} \gamma_3 w'^2 &= 64 \rho^2 (1 - \psi) \\ w' &= 8 \rho \sqrt{\frac{1 - \psi}{\gamma_3}} \dots\dots\dots (36.1) \end{aligned}$$

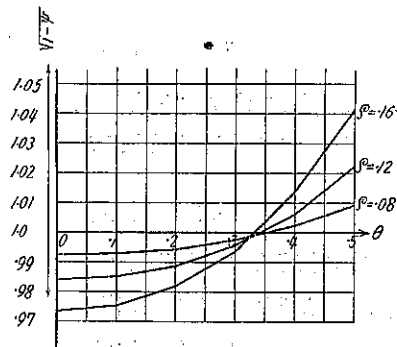
となり、更に  $\sqrt{1 - \psi}$  は圖-7 に示す通り 1.0 に近い數であるから

$$w' = \frac{8 \rho}{\sqrt{\gamma_3}} \dots\dots\dots (36.2)$$

と見做すことが出来る。

これ等の式は簡單である代りに又極めて近似的な値を與ふるに過ぎないが、場合によりては相當精確な結果を與

圖-7.



へることもある。それは (26) 式中の  $z_4$  なる係数は 図-3 の示す通り  $\theta$  の値如何によりては負數となり、其の爲  $-z_4\gamma_3 w^4$  なる項は正數となり、而も式の右邊の彈性伸長の項と相消殺するに近い値に達することがある爲である。然しこれは特例であつて、上記 2 式は一般に  $w$  の概念を與ふるに過ぎないと見ねばならぬ。何となれば  $w$  の高次項を省き得るのは、索の自重に比して集中荷重が割合に重い場合であるから、自然索の彈性伸長は重要な要素となり、無視することが出來ぬのである。故に右邊の第 2 項を考慮して

$$\gamma_2 w^3 = 64\rho^2(1-\psi) + \frac{H_p}{EA} \left( z_7 + \frac{2\gamma_2 w^2}{\theta_0} \right) \dots\dots\dots (37.1)$$

とすれば、より精確な結果が得られるのである。或は之を改めて

$$H_p = H - H_0 = \frac{W}{w} - H_0 = \frac{8\rho H_0}{w} - H_0 = (8\rho - w) \frac{H_0}{w}$$

と置きかへて

$$\left( 1 + \frac{2}{\theta_0} \frac{H_0}{EA} \right) \gamma_2 w^3 - \frac{16}{\theta_0} \frac{H_0}{EA} \gamma_2 w^2 - \left\{ 64\rho^2(1-\psi) - z_7 \frac{H_0}{EA} \right\} w - 8\rho z_7 \frac{H_0}{EA} = 0 \dots\dots\dots (37.2)$$

と表はすことも出来る。

之に反して集中荷重が索の自重に比べて著しく軽い場合は  $w$  の高次項を其の儘存置し彈性伸長の項を省いても相當精確な近似値を求めることが出来る。

凡ての場合に応用し得べき近似式としては等式 (26) の左側の  $w^2$  のみを未知として存置し、其の他の  $w$  には凡て (37) 式より得らるゝ  $w'$  を代入し、又

$$H_p = H - H_0 = \frac{W}{w'} - \frac{W}{8\rho} = W \left( \frac{1}{w'} - \frac{1}{8\rho} \right)$$

と置き、更に

$$\left. \begin{aligned} \frac{z_3\gamma_3}{\gamma_2} &= \gamma_3' & \frac{z_4\gamma_4}{\gamma_2} &= \gamma_4' \dots\dots\dots \\ 1 + \theta^2 + \frac{16}{3}\rho^2(1-\psi) & & & \\ \frac{\quad}{\rho\theta_0} &= \psi' & & \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (38)$$

と略して

$$w^2 = w'^2 + \gamma_3' w'^3 + \gamma_4' w'^4 - \gamma_5' w'^5 - \gamma_6' w'^6 + \frac{3W}{EA} \psi' \frac{\sqrt{\frac{\gamma_2}{1-\psi}} - 1}{\gamma_2} \pm \frac{C_1}{l} \frac{\varepsilon \Delta t}{\theta_0 \gamma_2} \dots\dots\dots (39)$$

が得られる。本式は凡ての場合に応用出来るが、先づ  $\gamma_2$  のみならず其の他の凡ての  $\gamma$  を準備した後初めて使用出来るのであるから迅速を缺くといふ缺點は免かれぬ。

### 9. 載荷點の移動

$P_m$  の載荷點 D の原位置を D' とし、D' の横距を  $ul$  とする (図-B)。又 A より測れる D までの索長を  $C_m$ 、D' までを  $C_u$  とし集中荷重に依る彈性伸長を  $\Delta C_m$  として

$$C_m = C_u(1 \pm \varepsilon \Delta t) + \Delta C_m \dots\dots\dots (40)$$

本式に等式 (18)、(4) 及 (21) を以てすれば次の式が得られる。

$$\left[ \frac{1}{4} \{ \alpha - \beta'(1-2u) \} + \left\{ \theta(\alpha - \beta') + \log_e \frac{\alpha + a}{\beta' + b'} \right\} + 16\rho \right] (1 \pm \varepsilon \Delta t)$$

$$= \frac{1}{4} \sum_1^m (k_r - k_{r-1})(\alpha_r + \beta_r) + \frac{1}{2w} \left\{ \sum_1^m \theta_r (\alpha_r - \beta_r) + \sum_1^m \log e \frac{\alpha_r + a_r}{\beta_r + b_r} \right\} - \frac{H_p}{EA} \left\{ (1 + \theta^2) k_m + \gamma_1 \theta w + \frac{\gamma_2}{12} w^2 \right\} \quad (41)$$

但し  $\alpha = \theta + 4\rho \quad \alpha = \sqrt{1 + a^2}$   
 $b = \theta - 4\rho \quad \beta = \sqrt{1 + b^2}$   
 $b' = a - 8\rho u \quad \beta' = \sqrt{1 + b'^2}$

$w$  は既知であるから之より  $u$  を検出することが出来る。但し此の場合は部分長の積算であるから  $\gamma_1$  及  $\gamma_2$  の値は等式 (16) に據り算出すべきである。

又 (40) 式に等式 (14), (6) 及 (21) を代入すると

$$u \left\{ 1 + \rho'^2 \left( \frac{8}{3} - \frac{32}{5} \rho'^2 + \frac{256}{7} \rho'^4 \right) + \rho''^2 \left( \frac{1}{2} - 4\rho'^2 + 48\rho'^4 \right) + \rho''^4 \left( -\frac{1}{8} + 5\rho'^2 \right) + \frac{\rho''^6}{16} \right\} (1 \pm \varepsilon \cdot dt) = \frac{\theta_0}{24} (z_0 k_m + z_1 \gamma_1 w + \gamma_2 w^2 - z_3 \gamma_3 w^3 - z_4 \gamma_4 w^4 + z_5 \gamma_5 w^5 + z_6 \gamma_6 w^6) - \frac{H_p}{EA} \left\{ (1 + \theta^2) k_m + \theta \gamma_1 w + \frac{\gamma_2 w^2}{12} \right\} \quad (42)$$

$\theta = 0$  ときは

$$\theta_0 = 1, \quad z_0 = 24, \quad z_1 = z_3 = z_5 = 0, \quad z_4 = 1.5, \quad z_6 = \frac{3}{128}, \quad z_2 = 24$$

$$\rho'' = 4\rho(1-u), \quad \frac{\theta_0 z_0}{24} = 1, \quad \frac{\theta_0 z_4}{24} = \frac{1}{16}, \quad \frac{\theta_0 z_6}{24} = \frac{1}{1024}$$

となるから前式は

$$u \left\{ 1 + \rho^2 u^2 \left( \frac{8}{3} - \frac{32}{5} \rho^2 u^2 + \frac{256}{7} \rho^4 u^4 \right) + 16\rho^2 (1-u)^2 \left( \frac{1}{2} - 4\rho^2 u^2 + 48\rho^4 u^4 \right) + 256\rho^4 (1-u)^4 \left( -\frac{1}{8} + 5\rho^2 u^2 \right) + 256\rho^6 (1-u)^6 \right\} (1 \pm \varepsilon \cdot dt) = k_m + \frac{1}{24} \gamma_2 w^2 - \frac{1}{16} \gamma_4 w^4 + \frac{1}{1024} \gamma_6 w^6 - \frac{H_p}{EA} \left( k_m + \frac{\gamma_2}{12} w^2 \right) \quad (43)$$

となる。此等の式から  $u$  を検出し、 $u$  を知れば拋物線の縦距  $y_u$  を求めることが出来る。然るときは載荷點の縦移動及横移動は

$$\left. \begin{aligned} \Delta y &= y_m - y_u \\ \Delta x &= ul - km_l = (u - km)l \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

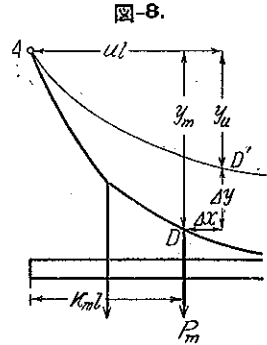
### 10. 支間変化が $H$ に及ぼす影響

支點水平に移動して支間  $l$  に  $\Delta l$  なる微変あり、新に

$$l' = l - \Delta l = l \left( 1 - \frac{\Delta l}{l} \right)$$

となり、之に伴ふ  $\theta$  は

$$\theta' = \frac{\delta}{l'} = \frac{\delta}{l \left( 1 - \frac{\Delta l}{l} \right)} = \theta \left( 1 + \frac{\Delta l}{l} \right)$$



となつたとする。γ に及ぼす支間変化の影響は之を無視して等式 (19) を応用すれば

$$\frac{C}{l} = \frac{\theta_0'}{24} (z_0' + \gamma_2 w^2 - z_3' \gamma_3 w^3 - z_4' \gamma_4 w^4 + z_5' \gamma_5 w^5 + z_6' \gamma_6 w^6) \dots \dots \dots (45)$$

但し (15) 式を参照して

$$\begin{aligned} \theta_0' &= 1 - 1.5\theta'^2 + 1.875\theta'^4 & z_0' \theta_0' &= 24 \left( 1 + \frac{\theta'^2}{2} - \frac{\theta'^4}{8} + \frac{\theta'^6}{16} \right) \\ z_1' \theta_0' &= 12\theta' \left( 1 - \frac{\theta'^2}{2} + \frac{3}{8}\theta'^4 \right) & z_3' \theta_0' &= \frac{3}{2} \theta' \left( 1 - \frac{5}{2}\theta'^2 \right) \\ z_4' \theta_0' &= \frac{3}{2} \left( 1 - \frac{15}{2}\theta'^2 \right) & z_5' \theta_0' &= \frac{3}{32} \theta' & z_6' \theta_0' &= -\frac{3}{128} \end{aligned}$$

であり、又

$$\theta'^2 = \theta^2 \left( 1 + \frac{4l}{l} \right)^2 = \theta^2 \left( 1 + 2 \frac{4l}{l} \right) \quad \theta'^6 = \theta^6 \left( 1 + 3 \frac{4l}{l} \right)$$

であるから、之を代入すれば

$$\left. \begin{aligned} \theta_0' &= \theta_0 - 3(\theta^2 - 2.5\theta^4) \frac{4l}{l} & \theta_0' z_0' &= \theta_0 z_0 + 24 \left( \theta^2 - \frac{\theta^4}{2} + \frac{3}{8}\theta^6 \right) \frac{4l}{l} \\ \theta_0' z_3' &= \theta_0 z_3 + 1.5(\theta - 7.5\theta^3) \frac{4l}{l} & \theta_0' z_4' &= \theta_0 z_4 - 22.5\theta^2 \frac{4l}{l} \\ \theta_0' z_5' &= \theta_0 z_5 + \frac{3}{32} \theta \frac{4l}{l} & \theta_0' z_6' &= \frac{3}{128} = \theta_0 z_6 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (46)$$

これ等と l' の値を (45) 式に入れて

$$\left. \begin{aligned} \frac{C}{l} &= \frac{\theta_0}{24} \left[ \varphi_1(w) - \left\{ \varphi_3(w) - \frac{\varphi_3(w)}{\theta_0} \right\} \frac{4l}{l} \right] \\ \text{但し } \varphi_1(w) &= z_0 + \gamma_2 w^2 - z_3 \gamma_3 w^3 - z_4 \gamma_4 w^4 + z_5 \gamma_5 w^5 + z_6 \gamma_6 w^6 \\ \varphi_3(w) &= 24 \left( \theta^2 - \frac{\theta^4}{2} + \frac{3}{8}\theta^6 \right) - 3(\theta^2 - 2.5\theta^4) \gamma_2 w^2 \\ &\quad - 1.5(\theta - 7.5\theta^3) \gamma_3 w^3 + 22.5\theta^2 \gamma_4 w^4 + \frac{3}{32} \theta \gamma_5 w^5 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (47)$$

之と等式 (25) の C<sub>1</sub> 及 (22) 式の 4C<sub>1</sub>ν を (23) 式に入れると、展開式 (26) 式の右邊に

$$\left\{ \varphi_1(w) - \frac{\varphi_3(w)}{\theta_0} \right\} \frac{4l}{l}$$

なる 1 項の加はれるものが得られ、其の結果下式となる。

$$\left. \begin{aligned} &\gamma_2 w^2 - z_3 \gamma_3 w^3 - z_4 \gamma_4 w^4 + z_5 \gamma_5 w^5 + z_6 \gamma_6 w^6 \\ &= 64\rho^2(1-\nu) + \frac{H\rho}{EA} \left( z_7 + \frac{2\gamma_2 w^2}{\theta_0} \right) \pm 24 \frac{C_1}{l} \frac{e \cdot 4l}{\theta_0} \\ &\quad + (z_0' + z_2' \gamma_2 w^2 - z_3' \gamma_3 w^3 - z_4' \gamma_4 w^4 + z_5' \gamma_5 w^5) \frac{4l}{l} \\ \text{但し } z_0' &= 24 \left( 1 - \frac{\theta^2}{2} + \frac{3}{8}\theta^4 - \frac{5}{16}\theta^6 \right) \theta_0 \\ z_2' &= (1 + 1.5\theta^2 - 5.625\theta^4) / \theta_0 \\ z_3' &= 7.5\theta^2 / \theta_0 \\ z_4' &= 1.5(1 + 7.5\theta^2) / \theta_0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (48)$$

支點の高差著しく大ならざる限り、 $z_0'$  は他の  $z'$  に比して極めて大きく、又  $z_0$  は極めて小なることは 図-9 に示す通りである。

11. 算 例

算例-1. (図-10 参照)

$$l = 400 \text{ m}^*$$

$$\delta = 200 \text{ m}^*$$

$$\theta = \frac{\delta}{l} = \frac{1}{2}$$

$$w = 5.614 \text{ kg/m}^*$$

$$\frac{C_1}{AB} = 1.02^*$$

$$C_1 = 456.158 \text{ m}, \quad \frac{C_1}{l} = 1.140395$$

等式 (3) に  $\theta$  と  $C_1/l$  を入れて漸進的に  $\rho$  を求めると

$$\rho = 0.108584 \quad f = \rho l = 43.434 \text{ m}$$

自重に依る弾性伸張は

$$\Delta C_0 = \frac{H_0 l}{EA} \left( 1 + \frac{16}{3} \rho^2 + \theta^2 \right)$$

これを先づ

$$H_0 = \frac{W}{8\rho} = \frac{wC_1}{8\rho}$$

として算入したものを入れ、又  $A$  は  $w$  より推算して  $A = 7.1516 \text{ cm}^2$

となり、更に  $E = 1.5 \times 10^8 \text{ kg/cm}^2$  と見做して代入すると

$$\Delta C_0 = 0.144 \text{ m}$$

従つて索の原長は

$$C_0 = C_1 - \Delta C_0 = 456.014 \text{ m}$$

$$W = wC_0 = 2.56 \text{ t}$$

$$H_0 = \frac{wC_0}{8\rho} = 2.947 \text{ t}$$

となる。次に  $\theta = 0.5$  であるから 表-1 より

$$\theta_0 = 0.742188 \quad z_3 = 0.378947 \quad z_4 = -1.768421$$

$$z_0 = 0.063153 \quad z_0 = 0.031579 \quad z_7 = 40.421052$$

これが図の如き 2 個の集中荷重を擔ふときは

$$\mu = \frac{\sum P}{W} = 1.171875$$

$$Q_1 = +1.75 \text{ t} \quad Q_2 = +0.75 \text{ t} \quad Q_3 = -1.25 \text{ t}$$

これ等の値より  $Q_{20}$  を算出し、次で之を (20) 式に入れて

図-9.

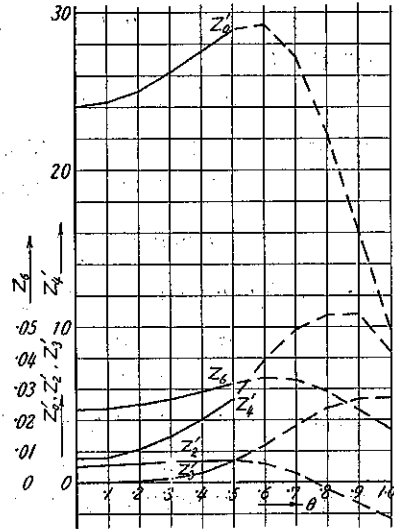
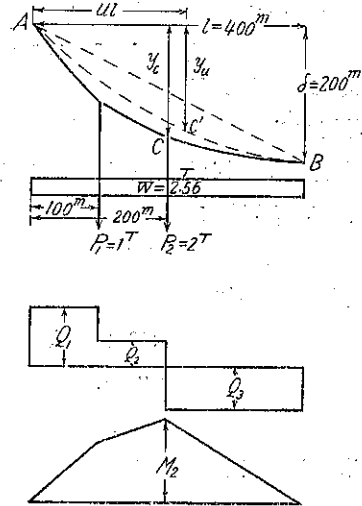


図-10.



\* 昔名——架空索道計算法算例 p. 75 に據る

$$\begin{aligned} \gamma_4 &= 7.3125 \ 61 & \gamma_5 &= 0.7705 \ 44 & \gamma_6 &= 1.0294 \ 55 \\ \gamma_7 &= 19.1036 \ 11 & \gamma_8 &= 17.1346 \ 01 \end{aligned}$$

又 (25) 式より

$$\psi = -0.0359 \ 2964 \qquad 64\rho^2(1-\psi) = 0.7817 \ 0317$$

これ等の數値を (26) 式に入れて  $\gamma_2$  で除ると

$$\begin{aligned} w^2 - 0.0399 \ 3065w^6 + 0.2489 \ 5652w^4 + 0.1649 \ 9635w^8 + 0.0739 \ 9508w^8 \\ = 0.1068 \ 9868 + (5.5276 \ 191 + 2.6947 \ 367w^2) \frac{H_p}{1.0727 \ 4 \times (10)^4} \dots\dots\dots (A) \end{aligned}$$

これから  $w$  を檢出すとして先づ其の近似値を (36.1) 式によつて求めると、上式から直ちに

$$\begin{aligned} w'^2 &= 0.1068 \ 9868 \\ \therefore w' &= 0.3269 \ 54 \dots\dots\dots (B) \end{aligned}$$

之を (39) 式の近似式に入れると  $w$  の眞値に一層接近した所の

$$w = 0.3277 \ 04 \dots\dots\dots (C)$$

が得られる。これ等を參考として (A) 式より  $w$  を檢出して茲に

$$\left. \begin{aligned} w &= 0.3276 \ 55 \\ \text{となり、従つて } H &= \frac{W}{w} = 7.813 \ t \\ H_p &= Hl - Hg = 4.866 \ t \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (D)$$

又等式 (34) から  $T_A = 10 \ 448 \ t$

が得られる。

載荷點の移動を求め一例として  $P_2$  の載荷點 C をとると、先づ C 點の縦距  $y_c$  は等式 (9) に  $m=2, k_2 = \frac{1}{2}, M_2=250$  と置きて

$$y_c = 148.380 \ m \dots\dots\dots (E)$$

が得られる。次に C 點の原位置 C' の横距を  $ul$  とし其の  $u$  を等式 (42) から檢出する。之が爲 (17) 式に依りて算出せる  $Q_{pn}$  を (16) 式に入れ、又  $k_m = \frac{1}{2}$  として  $\gamma$  を計算すると

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= 0.7382 \ 80 & \gamma_2 &= 3.9171 \ 98 & \gamma_3 &= 2.5647 \ 35 \\ \gamma_4 &= 0.6634 \ 41 & \gamma_5 &= 33.7936 \ 91 & \gamma_6 &= 24.2238 \ 15 \end{aligned}$$

が得られる。又 (15) 式から

$$z_0 = 36.1578 \ 94, \qquad z_1 = 7.2631 \ 58$$

となり、其の他の  $z$  及  $\theta_0$  は既に擧げた通りである。これ等の數値を代入して (42) 式は

$$\begin{aligned} u \left\{ 1 + \rho'^2 \left( \frac{8}{3} - \frac{35}{2} \rho'^2 + \frac{256}{7} \rho'^4 \right) + \rho'^{12} \left( \frac{1}{2} - 4\rho'^2 + 48\rho'^4 \right) \right. \\ \left. + \rho'^{14} \left( -\frac{1}{8} + 5\rho'^2 \right) + \frac{\rho'^{16}}{16} \right\} = 0.6257 \ 0598 \end{aligned}$$

となる。但し (6) 式の示す通り  $\rho' = \rho u, \rho' = (\theta + 4\rho) - 48u$  であるから、上式から  $u$  を檢出することが出来る。其の結果は

$$u = 0.5058 \ 45 \dots\dots\dots (F)$$

故に水平移動は (44) 式に依り

$$\Delta x = (u - l_m)l = 2.338 \text{ m} \dots\dots\dots (G)$$

又 C' 點の縦距は  $y_u = 4f(u - u^2) + u\delta = 144.597 \text{ m}$  であるから綫の移動は

$$\Delta y = y_c - y_u = 3.783 \text{ m}$$

以上展開式に依て計算したのであるが、原式 (24) 及 (41) に依るものと幾何の相異なるかを照査した結果は次の通りである。

	原式	展開式	等式 (36.1)	等式 (39)
$w$	0.3277 89	0.3276 55	0.3269 54	0.3277 04
$H$	7.810 t	7.813 t (+0.04 %)	7.830 t	7.812 t
$H_G$	2.947 "	2.947 "	2.947 "	2.947 "
$H_P$	4.863 "	4.866 " (+0.06 %)	4.883 "	4.865 "
$T_A$		10.448 "		
$\Delta y$	3.834 m	3.783 (-1.33 %)		
$\Delta x$	2.274 "	2.338 (+2.81 %)		

之に依つて見ると展開式の第 5 項以下の省略は水平張力を計算する上に於て何等差支ないことが分る。唯移動の計算に於て 3% 程度の誤差はあるが、元來原式それ自身が既に垂曲線を拋物線と見做した近似的なものであるから、此の種の精度は争ふ必要はないのである。又此の場合に於ては最も簡単な近似公式 (36.1) の與へる結果が可成精確であることが分る。然しそれは既記の理由から起つたものであつて、凡ての場合に此の精度を期待することは出来ない。

### 12. 單一集中荷重に對する正解及在來公式との比較

集中荷重 1 個の場合に對し垂曲線を基礎として取り扱つた例は Ihrenburg<sup>1)</sup>, Schleicher<sup>2), 3)</sup>, 苦名<sup>4)</sup>の諸氏である。其の内 Ihrenburg は垂矢の特に浅い場合をとり、Schleicher は支點に高差なく集中荷重は支間中央にかゝる最も簡単な場合のみを考へて居る。苦名氏は其の著書に多數の図表を準備して計算の簡化を計り、單荷重に關する限り實用には甚だ便利であるが彈性伸張は考慮して居ない。

元來單荷重が支間中央にかゝるときは垂曲線から出發しても展開に依らずして其の儘正解を求むることは取て困難でない。依て茲に前記諸氏の擧ぐる例題に就て、垂曲線としての正解と筆者の拋物線展開式に依るものとを比較し、併せて諸氏の垂曲線展開式に依るものとを對照して見る。

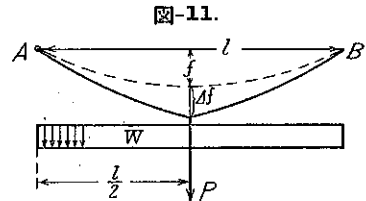
算例-2 (圖-11 參照)

$$l = 280 \text{ m}, \quad f = 8.2 \text{ m}, \quad \rho = \frac{f}{l} = 0.0292 \text{ 85}$$

$$\delta = 0, \quad \theta = 0, \quad w = 13.3 \text{ kg/m}, \quad A = 17.0 \text{ cm}^2$$

$$E = 1.6 \times (10^9) \text{ kg/cm}^2, \quad P = 5.1 \text{ t}, \quad W = 3730 \text{ t}$$

$$\mu = \frac{P}{W} = 1.3665 \text{ 6}$$



Ihrenburg の擧ぐる一例であつて、索重に比し集中荷重は重く、且つ垂矢の極めて浅い場合である。

1) W. Ihrenburg. Die Berechnung des elastischen Seiles. Der Eisenbau, 1920, S. 385.  
 2) F. Schleicher. Über das schwere Seil mit einer Einzellast. Der Bauingenieur, 1931, H. 46  
 3) F. Schleicher. Über die unversteifte Hängebrücke. Der Bauingenieur, 1932, H. 9/10  
 4) 苦名 架空索道計算法

		垂・曲・線	拋物線	Ihrenburg
自重	$C_1$	280.640 m	280.636 m	280.641 m
	$C_0$	280.475 "	280.471 "	280.476 "
	$W$	3.730 t	3.730 t	3.730 t
	$H_g$	15.915 "	15.921 "	15.895 "
集中荷重載荷	$w$	0.0859 98	0.0860 38	0.0858 70
	$H$	43.373 t	43.353 t (-0.046 %)	43.438 t
	$H_p$	27.453 "	27.432 " (-0.095 %)	27.543 "
	$T_A$	43.598 "	43.577 " (-0.048 %)	43.632 "
	$4f$	3.045 m	3.046 m(+0.033 %)	3.024 m

之に依つて拋物線公式が垂曲線よりする正解と殆ど同一結果を與へることが分る。又 Ihrenburg の公式は之を改めて本稿の記號を用ゐると、 $\theta=0$  のときには

$$\gamma_2 w^2 = 64\rho^2 + \frac{24H_p}{EA} \frac{1 + \frac{\gamma_2 w^2}{12}}{1 - 2\frac{H_g}{EA}}$$

となり、本稿に於て  $w$  の高次項を省いた近似公式 (37.1) に極めて類似したものとなる。殊に此の場合の如き垂矢の浅い場合は  $\psi=0$  に近いから之を省けば (37.1) は

$$\gamma_2 w^2 = 64\rho^2 + \frac{24H_p}{EA} \left(1 + \frac{\gamma_2 w^2}{12}\right)$$

となり一方 Ihrenburg の式中、自重の影響少なき場合であるから、 $H_g$  の項を省けば両者は全然一致することとなる。要するに Ihrenburg の公式は本稿の一般等式 (26) から見ると、浅い垂矢の軽い索條が單一集中荷重を擔ふときに應用すべき特別の場合に他ならない。

同じ算例に於て

$$\delta = 9 \text{ m}, \quad 4l = -35^\circ\text{C}, \quad \epsilon = 12 \times (10)^{-6}$$

とし、又左右支點の水平移動は  $H_p=1 \text{ t}$  毎に各 1 mm、即ち  $4l=2 \text{ mm/t}$  の場合を比較して見ると下の通りである。

		拋物線	Ihrenburg		拋物線	Ihrenburg	
自重	$C_1$	280.783 m		載荷後	$w$	0.0833 03	
	$C_0$	280.618 "			$H$	44.533 t	44.75 t
	$W$	3.732 t	3.733 t		$H_p$	28.604 "	28.85 "
	$H_g$	15.929 "	15.9 "		$T_A$	44.915 "	45.10 "

算例-3 (圖-11 参照)

$$l=1066.8 \text{ m}, \quad f=99 \text{ m}, \quad \rho=0.0928 01, \quad \delta=0, \quad \theta=0$$

$$E=1.9 \times (10)^9 \text{ kg/cm}^2, \quad A=10920 \text{ cm}^2, \quad W=29.230 \text{ t}, \quad P=200 \text{ t}, \quad \mu=0.0068 42$$

Schleicher の擧ぐる George Washington Bridge の實例で、前例と反對に重い索條が軽い中央集中荷重を擔ふ場合である。



		垂曲線	拋物線	Schleicher
自重	$C_1$	1 090.918 m	1 090.793 m (-0.011%)	1 090.9 m
	$C_0$	1 088.697 "	1 088.553 m (-0.013%)	
	$W$	29 230 t	29 230 t	29 230 t
	$H_G$	39 016 "	39 372 " (+0.91%)	
集彈 中性 荷重 伸長 無視 に依 る	$w$		0.7348	
	$H$	39 425 t	39 780 t (+0.14%)	
	$H_D$	409 "	408 " (-0.24%)	407 t
	$T_A$	42 090 "	42 414 " (+0.77%)	
	$\Delta f$	0.336 m	0.326 m (-2.98%)	0.341 m
同彈 性伸 長考 慮	$w$		0.7351 5	
	$H$	39 405 t	39 761 t (+0.90%)	
	$H_D$	389 "	389 "	
	$T_A$	42 074 "	42 397 " (+0.77%)	
	$\Delta f$	0.385 m	0.374 m (-2.86%)	

Schleicher は彈性伸長をも考慮して居るが、索の張力の平均値を水平張力の 1.06 倍と見做すなど近似的方法に依り、又兩側支間の控索の伸長をも加へて居るから、此の部分の比較は出来ないのでは上表には省いてある。

算例-4.

苦名氏の擧ぐる一例で、要項は算例-1. と同じく、唯支間中央に  $P=2.4t$  を擔ふ點が異なるのみである。本例に依れば張力に於て 1% 内外、移動量に至りては 6~7% の誤差を生ずること下表の示す通りである。

		垂曲線	拋物線	苦名
自重	$C_1$	456.158 m	456.158 m	
	$C_0$		456.014 "	
	$W$	2.560 t	2.560 t	
	$H_G$	2.913 "	2.947 " (+1.17%)	
集彈 中性 荷重 伸長 無視 に依 る	$w$		0.3442 83	
	$H$	7.479 t	7.436 t (-0.57%)	
	$H_D$	4.566 "	4.489 " (-1.69%)	
	$T_A$	9.771 "	9.680 " (-0.93%)	9.777 t
	$\Delta f$	5.709 m	6.057 m (+6.10%)	
同伸 長考 慮	$w$		0.3480 20	
	$H$	7.403 t	7.356 t (-0.63%)	
	$H_D$	4.489 "	4.409 " (-1.78%)	
	$T_A$	9.689 "	9.593 " (-0.99%)	
	$\Delta f$	6.175 m	6.594 m (+6.79%)	

13. 摘 要

1. 集中荷重の數、其の配列及索の重量に對する荷重の輕重如何に關せず、等式 (26) 又は (48) 及此等から誘導

さるゝ近似公式に依て索の張力の計算が出来る。

2. 索の弾性伸長、温度変化の影響及支間長の微変も其の計算に取り入れてある。
3. 等式 (43) に依て載荷點の移動を探ることが出来る。
4. 索の自重は水平線に沿ひ均等と假定してあるから、此の假定に遠ざかる程精度は減ずる。即ち

$$g = \frac{W}{l} = \frac{wC_0}{l}$$

なる烈度を均等と假定してあるが、實際の烈度  $q$  は

$$q = \frac{w ds}{dx} = w \sec \phi$$

であつて  $\sec \phi$  に比例して変化する。故に支點の高差の大なる程、又垂矢の深い程精度は低くなる。今此の假定と實際との相違を、其の著しい一例として、最後に擧げた **算例-4** に就て吟味して見ると

$$\frac{C_0}{l} = 1.14$$

を常數と見做すに對し、集中荷重載荷前の垂曲線に就て  $\sec \phi$  を計算すれば

$$\sec \phi = \cosh 0.770792 \left( 1.110155 - \frac{x}{l} \right)$$

となり、又載荷後は支間の左半では

$$\sec \phi_l = \cosh 0.303344 \left( 2.528208 - \frac{x}{l} \right)$$

右半では  $\sec \phi_r = \cosh 0.303344 \left( 1.570918 - \frac{x}{l} \right)$

が實際の変化を示すことになる。図-12 は此の3者を比較したものである。

5. 索の自重のみを考へると上記の通りであるが、扶構を缺く吊橋に於て比較的重い床版の重量が均等にかかる場合となると、索の自重の不均等は緩和されて本稿の假定に接近して來る。

図-12.

