著者　會員　結　城　朝　恭*

拙論に對し討議を寄せられたのを感謝し，以下質疑に就て回答する。

（イ）“(3) 式が $p=\pi$ なる場合に不適當なりとして居らるゝならば，何らか別の解をあげらるゝことが論文をして完全ならしむる所以であらうと思ふ”と述べられてゐる。之は御說の如く數學的立場に於ては尤な點である。從つて $p=\pi$ なる點に關する正解を求め置く事も或は結構な事であると思ふ。又事柄に依つては是非とも斯く求めてゆく必要がある場合もあると信ずる。荒井氏は著者の解答原式 (3) 式の第 3 項を $(p^2c\xi\cos\pi\xi)/2\pi$（著者は前回に吾人が考へてゐる微分方程式の解答でないと云つたのは，この値に p と π とが含んでゐるので p の任意値に滿足するものと思つて御答したが，$p=\pi$ の時の特解なれば可ならん）にかへて了つた式が $p=\pi$ なる場合の正解として求められ，且つ之に依て求められた諸値は著者の求めたる諸値と矛盾しないと述べられた。玆に著者はその勞を多とする次第である。然しこの場合，同氏は著者のなしたる考慮に對し或る程度の滿足を示されてゐる樣であるが，下に少しく述べれば，$p=\pi$ は特異點（從つて又特解の必要がある）であり，而して p が正しく π に等しかるべき場合は，確率上實在性零にして，實際的には考へる必要なき點である。且つ問題の性質上著者は p の一般値 $(p\neq\pi)$ に就て滿足する解式に就て $p\to\pi$ なる場合の考察を試みたのであつた。(3)式は實際的には $p=\pi$ なる場合を含むものと考へても差支ないので A の總括で實際的に $p=\pi$ の場合に於ける p を (a) の場合の p に含まれてゐるものと見倣した。而して數式の取扱に際しては $p\to\pi$ なる場合の考察をなしてゐるのである。

（ロ）本誌 23 卷第 6 號で御回答申上げた通り，著者が論文中に取扱つた一般式は，何れも $c=0$, $c\to0$, $c\cong0$, $c=$任意値，並に p の一般値に對する數式であるから，吾人はそれらの一般式に對して $c=0$ なる場合の考察を行ひ得るものである。而してその結果に何等の矛盾を來さないのである。“(6) 式は，この場合，考へてはいけない”と申されてゐるが，上述より (6) 式は $c=0$ の時に，考へてよいことが充分了解して戴ける筈である。附言せば，$c=0$ なる特異點の場合には，(3) 式は $y=0$ となる。(3) 式が $y=0$ となるのと全く同時に，(6) 式も亦 $y=0$ となるのである。(6) 式が“出て來ない”と云つたのは，この譯である。換言せば，著者は (6) 式並にその他の一般式に對しても $c=0$ なる特異現象の考察をなし得るものなることを回答する。尙又時間的，確率的說明は一般諸現象の考察上極めて意義あるものにして，この項でも決して不都合でない。

要するに拙論一般數式は $c=0$ なる特異現象の場合をも含んでゐるのであるから，特に $y=0$ なる別解にて說明する必要がない譯である。

(a) オイラー氏の長柱に對する理論は斷面形に對して長さの極めて大なる柱に對するものであり，その柱は完全に眞直にして，完全に均質で，荷重は精確に軸に沿ふて働くものと假定してゐる。斯の如く柱軸に關して凡ての條件が對稱的である長柱は危險荷重に達する迄は少しの曲げをも生ぜずして，この危險荷重に達するや忽ち挫屈するものと考へてゐるのである。

柱の曲げの生ずる原因を，吾人は種々擧げ得るのであらうが，著者は拙論文に於て，當初に於ける柱の曲り c 丈けを取上げて，その影響を論ずることにしたのであつた（尤も他の諸種の原因に就ては後述の如く取扱ひ得るものであるが，本論文の場合では，これ等の原因は凡て理想的條件にあるものとする）。

荒井氏はオイラー理論は“現世的理論”なりと述べて居られるが，該理論は柱に曲りを與へる諸原因等に就て充分理論的取扱をなしてゐる理論でない。換言せば，例へば柱の當初に於ける曲り c（本拙文では，曲りを c で

* 仙臺高等工業學校教授　工學士

示してゐる）に關する如きものをオイラー理論式（誘導諸式）に少しも含めて取扱つて居ない。オイラー理論諸式は先に揭げた柱軸に對稱的なものでなければならぬ。即ち同理論式からは何れか一方に曲ると云ふ結果が出て來ない筈である。それにも拘らず一方に曲ると云ふ結果になつてゐるのである。それで吾人の氣が付く事は同理論に缺陷があることである。

荒井氏は“$c=0$ の場合に對して (3) 式第 3 項を全然削除して考へた處，$c=0$ の場合，假りに曲りを生ずるとすれば，$p=2\pi$ でなくてならぬし，その場合，曲りは不定であるといふ結果と，y の確定値としては絕對零といふ値ありと云ふ結論とを得。…$p\doteqdot 2\pi$ は安定論の場合に就て，とり上げる處であつて….”と述べられてゐる。この“假りに曲りを生ずるとすれば”と云ふ推理はオイラー氏の考へ方であり，この場合の解式は示されてないが恐らく，下記の結果を得て居られるらしい。

$$B=A\tan\frac{1}{2}p,\quad \text{但し}\quad B=0,\ M_{A_0}/p_1=a$$

即ち (i) $p\neq 2\pi$ の場合： $A=0$ にして， $y=0$ となり

(ii) $p=2\pi$ 〃 ： $A\doteqdot$不定 となる。

若し然りとせば，この場合 $p\neq 2\pi$ では常に $y=0$，即ち曲らざる柱が $p=2\pi$ では $y=$不定 となると云はれてゐるのであるが，又反面には，少くも $y\neq 0$ と云つて居られる點が見受けるのである。何んとなれば，同氏が兩回に及んで，この問題に關する項で述べられてゐる處を擧げれば“c が絕對零であるから，p が $0\sim 2\pi$ の範圍で y を零ならしめざる 3 値を有し得るとすれば，その値は 2π そのものでなくてならぬ”と述べられてゐることゝ，又別の處で，“オイラー公式の所謂危險荷重とは，之を求め方から云へば，眞直柱にかゝつて，而も之をして曲りのある儘に置き得る荷重と云ふ意味である”と又“オイラー公式の示す危險荷重の下にある柱は，如何に眞直であつても，….存するあらば，すでにして必ず挫屈をなす筈なのである”と云はれてゐる點から明らかである。從つて $c=0$ の場合，$p=2\pi$ では，$y\neq 0$ にして，直ちに挫屈するものとされてゐる御說であることが判る。換言せば，p なる任意値 ($p\neq 2\pi$) では絕對的に曲らずにゐたものが $p=2\pi$ になると突然に異狀 ($y\neq 0$) を來すことを意味し，その値は $p=2\pi$ そのものであると云はれてゐるから，實はオイラー理論を述べて居らるゝことになる。而して同氏は之と反對の事も同時に述べられてゐるのである。即ち本誌第 23 卷第 6 號では“果して筆者が私かに思ふ樣に $y=0$ が $c=0$ の場合の眞解なりとせば，當然彎曲零であり，彈性破損の場合の σ_m は σ_l に等しかるべきである”と折角述べられて居つた處もあつたが，要するに，オイラー理論を取扱つて居られたに過ぎないのであつて，“$c=0$ の場合（柱軸に關して凡ての條件が對稱的である場合）に就て深く考案されてゐたのではなかつた”と申上げ得ると同時に，柱の曲りの生ずる原因は種々あるであらうが，拙論文では，その原因の 1 である當初の曲り c 丈けを取上げて他の諸原因（之等の諸原因に關しても c に就て考案したると全く同樣に論究し得るものにして，兩端自由支持の眞直柱に偏心荷重の作用する場合に就ては旣に論究したのである。[(1)]即ち偏心量が近似零の時に，長柱は矢張りオイラー現象を起すものであることの論究をなしてゐる。その他の原因に就ても全く同樣に，それらの存在が近似零の際にオイラー現象を起すことの推察が出來るのである。）は假りに理想的であるものとして，その當初の曲りが一般諸現象に如何なる影響を與るかの論究を試みたるものであることを回答する。而して C_3 には $c\to 0$, $c\cong 0$ の際に長柱 ($p_l>2\pi$) に關するオイラー値が得られること，並に $c=0$ の時には，$\sigma_m=\sigma_l$ となることも考察してゐるのである。

---

(1) 砂谷智導，結城朝恭——偏心荷重を受ける鋼柱の彈性破損並に挫屈，機械学會論文集第 1 卷第 5 號昭和 10 年 11 月

(b), (c) 玆に述べられてゐる事は，C_3 項の原文中に於て不備なる點があることにして，本誌第 23 卷第 6 號に於ての御討議の好機會に際して，文意不充分且つ誤りを卒直に訂正し置くべきであつたが，それらに關して說明せしのみであつたが爲に，玆に原文參照を煩はした點は御宥恕を乞ひ、後れながらも，この機會に，下記棒線を引いて示したる通りに訂正することを許されたい。

“玆には柱軸の曲り c が零である長柱 $(pl>2\pi)$ がオイラー現象を起すことに關して考察を試みよう。扨て (11_{iv}) 式も図-5 も，共に長柱 $(pl>2\pi)$ は柱軸の曲り量 c が零に極めて接近する $(c\to 0,\ c\cong 0)$ 時に，オイラー現象が起ることを告げてゐる。一方眞直柱がたとへ偏心荷重を受けても，拙論文の場合，その兩端が固定されてゐるを以つて，柱は柱軸に關して凡ての條件が對稱的であると考へ得べく，然らば，この眞直柱が或る一方に曲がる，即ちオイラー現象が起るとすることは不合理である。即ちオイラー說は推理上矛盾を含む譯であるが，‥‥下記で解決される。” その他は原文通りで差支へないのであるが，この機會に少しく述べれば，“(1) 曲り量零は [a] 絕對零，[b] 近似零なる二つの場合に分けて考へる。” に於ける [a], [b] に就ては，次の樣に考察し得るのである。

場合 [a] は原文の通り勿論一般式 (11) 式で考察されるのであるが，尙 (11_{iv}) 式に於ける但し書き $\xi=1$ の場合にして，即ち $c=0$ の場合には，$\sigma_m=\sigma_l$ となることを示してゐるのである。

場合 [b] は (11_{iv}) 式の場合にして，$c\to 0,\ c\cong 0$ とせば，$e_m\cong(2\pi i/l)^2$ となりて，この際，長柱 $(pl>2\pi)$ はオイラー現象を起すことになる。

次に “眞直抗圧材安定の理論は，現世的理論であり，該抗圧材をして微量たりとも曲がらしむるに足る內的外的原因を現實に即して豫想して居る處の理論であつて‥‥” と云はれてゐるが，先に述べたやうにオイラー理論は，抗圧材が何故に曲るか，その曲りを與へる原因なるものを考察して，同誘導諸式に最初から，この原因を含めて取扱つた理論ではない。而して著者も旣に “內的外的原因” に依つて柱が曲ることを認識して居つた。而してその原因は種々あるであらうが御言葉を借りて云へば，“その豫想してゐる理論” に止まらず，更らに一步深く進んで，眞に “現世的” の考察を一般的に試みんがために，拙論々文では先づ柱軸の曲り c 丈けを取り上げて（尤も曲りの形狀は豫め之を決定し難き程度であり且つ單なる代數式で示さる如きものでないから拙論文では，問題の取扱を簡單にする目的から先づ $c\sin\pi\xi$ に就て試みたるものである），本論文では，曲り c 丈けに關して論究をなし，この曲り c の一般値が，p の一般値に就て，諸種の現象に如何なる影響を與ふるかを少し深く論究を試みたるものである。御討議の件に關しては，一般式に於て，$c=0$ と $c\to 0,\ c\cong 0$ とを區別して考察する必要があるものにして，換言せば C_3 項中，場合 [b] では $c\to 0,\ c\cong 0$ にして，“現世的に眞直” の場合にして，(その他の “內的外的原因” が絕對零の場合でも) 長柱 $(pl>2\pi)$ は，オイラー現象を起し，場合 [a] では $c=0$ にして，(この際，勿論他の “內的外的原因” も絕對零にして) “即ち柱軸に關して凡ての條件が對稱である場合” (拙論文 C_3 參照) には，$y=0$ となり，從つて常に $\sigma_m=\sigma_l$ 即ち單純圧縮で彈性破損が生ずることの考察を，c, p の一般値に關する一般式に就て試みたるものである。

以上未だ不充分であるかも知れぬが，これらの問題に關しては，上述したることによりて，御了解を戴けるものと思ひ，この位で擱筆する。終りに荒井氏が拙論文に對して熱心に御討議を寄せられた御厚情に對して著者は，重ねて御禮を申上げる次第である。