

討 義

第 23 卷 第 1 號 昭和 12 年 6 月

兩端固定せる鋼柱が偏心荷重を受ける場合の弾性破損

(第 23 卷 第 1 號 所載)

會員 荒井利一郎*

主として彎曲作用と軸力とを算入すべき部材に關する考察に於ては、該部材の繊弱率が大なる場合、彎曲の原因が特別な吟味の對象となる。結城教授が此の點に着目し、之に屬する I 問題即ち標記の題目に關し、多年の蘊蓄を傾けられたのは、種々の事情に鑑みて最も時宜に適すると思ふ。此の高説によつて教へらるゝ處の多かつた筆者は、更に一二の事項に就て著者に質し、以て自身啓發の因としたい。

先づ著者は、立てられた處の (1) 式と (2) 式とから、解式 (3) 式を得られ、改めて (b₂) 式の考察を行つて居られる。

併し乍ら $p = \pi$ なる場合に解式 (3) 式が全く不適合なることは、著者が該解式を得らるゝ途中に於て、既に氣付いて居られたのではないかと考へる。従て (b₂) 式の考察をなされたこと自身、も早や普通行はるゝ處に反すると思ふのであるが、ともかく之によつて $p = \pi$ なる場合を解式 (3) 式の適合範圍から追はんとされた懸眼には、畏服せねばならぬ。處で同じ (b₂) 式の考察に於て、 $p = \pi$ なる場合に對し、著者が歸屬せしめられた處の確率上及時間上の特徴たるや、 p が他の値をとる場合にも、否定し得ざるものである故に、著者が該特徴を以て、直ちに $p = \pi$ なる場合は考ふるを要せざる特異現象なりとされたことに對し、些か賛意を表し難く感ずる。即ち筆者は、 $p = \pi$ なる場合につき、解式 (3) 式の右邊第 3 項を $(p^2 c \varepsilon \cos \pi \varepsilon) / (2\pi)$ に變へてしまつた別の解式を立て、之を著者統一の範圍外で、別に考へねばならないと思ふものであつて、斯くの如くすれば、極めて簡単に、著者の (6), (7), (9), (11iii) 式等に對應する式の 1 系が得られ、該 1 系は、著者が $p \equiv \pi$ に就て考へて居らるゝ諸値と矛盾しない。

次に唐突の様であるけれども c が絶対零である場合に關して考へることを許されたい。 c が絶対零であるから p が假りに $0 \sim 2\pi$ の範圍に於て、値を有し得るとすれば、その値は 2π そのものでなくてはならぬ。扱て (4a_{iii}) 但し書に依つて、著者が斯かる場合を (a) から除外し、(a_{1ii}) なる別項を設けて居らるゝ點に、筆者も学びたく思ふ處であるに反し、A. の總括に於て、著者がかゝる (a_{1ii}) の場合を再び (a) の場合に含まして居らるゝのは些か筆者の好まざる處である。筆者は、著者が折角なされた除外の精神が、相當強かるべきものと思ふ。何となれば著者が一度 (a) から除外された (a_{1ii}) の結論の I として、 $y = \infty$ を得られてゐるが、此の値に對し、筆者は固定柱たるの假定に反するとも考へたし、又假りに土臺を伴つて何處かへ行くにしても、其處で曲がるか眞直であるかに關しても疑問を感じたからである。尤も $c = 0$ ならば $p = 2\pi$ にしても y は ∞ とならぬけれど遂にそれは不定である。 y が不定とすれば之を基本として誘導されたる (II) 式及 (IIiv) 式等は當然 c が絶対零、従て p が $0 \sim 2\pi$ の範圍で値をとり得るとすれば 2π であるべき場合につき、殆んど何ら物語り得ぬ筈である。事實、(II) 式は $c = 0, p \equiv 2\pi$ といふが如き、存在し得ぬ場合に於て確定關係を與へるけれども、以上の如き $c = 0,$

* 名古屋高等工業学校講師 工学士

$p=2\pi$ の場合には、不定關係をしか與へないし、(11iv) 式は、かゝる場合、其れの誘導自体不能であると思ふ。他方、遡つて柱の原曲形に就て考ふるに、この曲りは $\sin \pi \xi$ の c 倍といふことになつてゐるが、今の場合の如く、 c が零である時に、少くともこの表現を唯一絶對なる原形表示法と考へる必要乃至理由がないと考へる。果して然らば、(3) 式右邊第 3 項として拾ふべき特解を、限定して丁ふことが不合理であらう、此の理由の下に、 $c=0$ の場合に對して、(3) 式右邊第 3 項を全然削除して考へた處、 $c=0$ の場合假りに曲りを生ずとすれば $p=2\pi$ でなくてはならぬし、その場合曲りは不定であるといふ結果と、 y の確定値としては絶對零といふ値ありと云ふ結論とを得た。 $y=0$ は (6) 式に對應する解であり、實にや C_0 に於て著者の解かるゝ如く、眞直柱が假令偏心荷重を受けやうとも、両端固定である限り、絶對曲ることがないと信ずるものであるがどうであらうか。 $p=2\pi$ は安定論の場合に於てとり上げらるゝ處であつて、説明法は種々あらうがともかく、著者の意中の問題に含まれて居らぬと付度しても敢て不當とは思つて居ない。尙ほ、果して筆者が私かに思ふ様に、 $y=0$ が、 $c=0$ の場合に對する眞解なりとすれば、當然に彎曲率は零であり、弾性破損の場合の σ_m は、 σ_c に等しかるべきである。尙ほ、以上の場合、 $p=0$ も考へておくべきであるが、之を爲せば (3) 式の合理度乃至否合理度が一層残酷に照らされて以上の如き別解を、要求するに至る。

次に著者が C_2 (iii) の考察をなして得られたる (11iv) 式は、荷重、柱性狀の合成が $p \cong 2\pi$ に相當する程度にして、柱が小さい原曲度最大 c を有する場合に關し、 c を與ふる式として價値が高いと思ふ。但し筆者の臆測する處によれば C_2 (iii) の誘導に於て、著者は必ずや p の 2π に對する遠近に關して、一定限度を想定して居らると思ふ。即ち假りに

$$\left(\pi - p \sin \frac{1}{2} p\right) \left\{ \pi / (\pi^2 - p^2) \right\} \cong 2 / (3.4p)$$

となし、從て、

$$c_m \cong [4\pi^2 - \{16\pi/3(\xi-1)\} (ch/i^2) \chi i/l]^2$$

を誘導したとしても、著者が C_2 (iii) でなされたる諸結論の上に、重大なる變化が起らないもの様であるから、文外に何等か意味ありと感ぜらるゝが、どうであらうか。

次に筆者は、眞直柱がその纖弱率に關係なく、すべてオイラー公式及オイラー系公式群で、安定を規定さるゝとなす理論に、一向矛盾を感じて居らず、又實用的に眞直と見なさるゝ直柱の強度を、オイラー公式等を基調とする實用式で定めて居る實用法に、ある程度の賛意を感じて居るものであるけれども、而も全く同時に、何のデレンマに陥つて居るとも思はず、 C_0 に於て、両端固定の眞直柱は、偏心荷重を受けても曲らぬ筈と、推理されて居る著者に對し、敬服の念を禁じ難きものである。更に實を云へば、既に述べた様にして $y=0$ を得る途中で、 $y=0$ なる爲には、 $p=2\pi$ であつても、不都合でない事を檢證し得て居る筆者は、著者が再び該當時間絶對零の筆法を以て爲して居らるゝ處の、 $\sin \frac{1}{2} p=0$ の場合の除外をすら不必要と信じて居る位である。然る處著者は、かゝる立派なる推理にも拘らず、(11iv) 式が、 $c=0$ なる時にも $p > 2\pi$ なる長柱に關し、 $\sigma_m = (2\pi/i/l)^2 E$ に相當する荷重の下で、弾性破壊をなすものと告げると信じて居らるゝらしい。併し乍らかゝる場合につき、(11iv) 式の使用を假りに妥當としても、之より直ちに、以上の如き結論を得ることは、筆者にとつて至難事である。其の理由は、 $c=0$ の場合、 $y=0$ 從て $\sigma_m = \sigma_c$ が、(11iv) 式に先行するものにして、之を假りに、(11iv) 式に入れても、不定なる關係をしか與へぬからでもあり、又、かゝる場合、 p を定めることは不能だからでもあり、更に又、 p にしひて値を持たせるにも不定だからでもある。

次に著者は、以上の如くにして $c=0$ の場合について、得たと信じて居られるらしき結果に關し、實は之は、

$c=0$ の時に適合するもので、 $c=0$ の時にはあてはまらぬと稱して居らるゝ。僅かなる、論理の交錯的飛躍はありとするも、著者の、かゝる結論を、非とするものはなからう。筆者も亦、此の結論を是とするものなる故に、或ひは、筆者が最初より、 $c=0$ 、 $p_1 > 2\pi$ の場合に就き、論ぜられたのかとも思ひはするけれど、然りとすれば、 c を更に、絶対零と近似零とにわけらるゝ點を、了解し難くなる。尙ほ、図-5 に就て、筆者の感ずる處も、大体以上の通りであつて、即ち結局、 $ch/l^2=0$ に對応する縦距として、著者が示して居らるゝ諸値は、實は、 $ch/l^2 \approx 0$ に對応して居る處と、思ふものである。

次に D 及 E に於て、著者は、柱の曲り及弾性限度點に於ける最大曲りに就て、論ぜられた。筆者等後輩が之に依つて、或ひは實驗上重要な資料を得、あるひは急変の爲に測定し得ざる量を算定し得るなど、實用上得る處多きを感じる。但し筆者が、此等に関して $c=0$ の場合に就き、(14) 式又は之と (11) 式との合成で、所要値を求められぬとなし、図-8 に就き $ch/l^2=0$ に對し示されてゐる縦距は、實は $ch/l^2 \approx 0$ に對するものなるべしと稱し、更に弾性限度における最大曲りも $c=0$ の柱では常に零であると述べるのであらうことは、著者の恐らく既に、想像さるゝ處であらうと思ふ。尙ほ筆者は、 $c=0$ の時に、 p は無意味又は不定と信じて居る故に、 η_1 に就て、著者が示さるゝ處の近似値に關し、誘導にも不審を抱くけれど、 $c=0$ の場合であると見る時は、 $p \approx 2\pi$ である故に、充分著者の意を了解するを得るものである。

次に大結論を拜見するに、著者の説かるゝ處悉く肯綮に中り非議すべき 1 點をも見出さない。

筆者が著者に對し、上來不遜にも訴へて來た處を要約すれば、筆者は $p=\pi$ の場合をも考慮外に置くを得ずとなすものであると云ふ事と、實在性零となす點に於て同感はして居るが、 $c=0$ の場合に關する著者の諸説明にやゝ不備なきやと云ふ點との、2 つに歸する。此等の事項に關し高説を乞ひ得れば幸ひである。

最後に筆者は、著者に對し満腔の敬意を表し、なほ自身の意に反し、討議の後れた事に就き、著者及學會に謝するものである。

著者 會員 結 城 朝 恭*

“両端固定せる鋼柱が偏心荷重を受ける場合の弾性破損”なる拙論文に對し討議を寄せられたる會員荒井利一郎氏に深く感謝いたします。先づ御討議の要約で述べられた 2 項に就て御答申上げます。

(イ) “ p が π に絶対に等しき時も考慮外に置くを得ずとなすものである”に就ては御説の通り著者は p が π に絶対に等しき場合も考慮に入れて取扱つてゐるのであります。以下少しく述べさせて戴きますと、 p が π に絶対に等しき點に於ては、 $y=\infty$ 、 $M=\infty$ となり、 $p \approx \pi$ に於ては、 y 及 M が或る有限値を持ち、即ち [a] π に絶対等しき場合と、[b] π に近似等しき場合とは、其の諸現象に於て両者が著しき相違を來すことになり、[a] の場合は特異現象を呈する點であります。そして一方時間上且つ確率上 (本文 b₂ の結論参照) 實在性零なる特異値であります。然るに p が π 以外の點 (例へば $\pi/2$) では、其の y 及 M の値は、其の點の前後 (例へば $\pi/2+4p$ 、 $\pi/2-4p$) に於ける y 及 M の値と連続的 (ほど等しいのであります) でありますから、これらの點は特異點ではありません。従て御説の如くに前者の場合と、この後者の場合とを同一視する譯にはいかないのです。

次に“(3) 式の第 3 項を $(p^2 c \epsilon \cos \pi \epsilon)/(2\pi)$ に變へてしまつた別式の解式を立てゝ……”に就ては、

* 仙臺高等工業学校教授 工学士