

論 說 報 告

第 23 卷 第 3 號 昭和 19 年 8 月

橋梁トラスの剛節により生ずる 2 次応力の 新算定法と其の二三の特性に就て

會員 工学博士 鷹 部 屋 福 平*

會員 酒 井 忠 明**

On New Method of Calculation and Some Characteristics of
Secondary Stresses in the Frame of Bridge Trusses
due to Rigidity of Joints

By Hukuhei Takabeya, Dr. Eng., Member.

By Tadaaki Sakai, C. E., Member.

要 旨

本文はトラスの 2 次応力の算定に對して、複雑なる計算をなすことなく著者等提案の標準型トラスの曲げモーメント図表に依つて、直ちに其の結果を求め得る實用的算定法を示し併せて 2 次応力の二三の特性に論及したもので昭和 11 年工學會大會に於ける講演に其後に於ける研究を補足附加したものである。

目 次

結 論	頁
第 1 節 標準型トラスの選定	2
第 2 節 剛度比及断面比一定なるトラス間の曲げモーメントの關係	4
第 3 節 標準型トラスの曲げモーメント図表と其の応用	6
(1) 曲げモーメント図表の作成	(2) 曲げモーメント図表の応用
(3) 剛度比異なる場合の補正方法	(4) 断面比異なる場合の補正方法
(5) 計 算 例	
第 4 節 2 次応力及曲げモーメントの二三の特性に就て	10
(1) 部材新面積と曲げモーメントとの關係	
(2) 部材長と曲げモーメント及 2 次応力との關係	
(3) 部材の断面 2 次モーメントと曲げモーメントとの關係	
(4) 載荷状態と 2 次応力との關係	
(5) 滿載荷重に於ける 2 次応力の分布状態	
(6) トラスの全格間數と 2 次応力との關係	
第 5 節 2 次応力と直接応力の比	13
(1) 直接応力と格間數との關係	
(2) 2 次応力と直接応力の比	
結 論	16

* 北海道帝國大学教授

** " 助教授 工学士

緒 論

トラスの部材の直接応力算定は各節點に摩擦なき鉸を假定すれども、トラスの節點に於ける連結方法が鉸又は溶接となれる今日に於ては、是等の構法が然らしむる必然の結果として、曲げモーメントに起因して 2 次応力の誘發を見るものにして、これが算定は橋梁設計者の實用的立場より考へて重要な問題である。

然るに 2 次応力の正確なる計算は可成り努力を要する仕事であつて、殊に影響線の値を求めようとする時には此の感は切である。又 2 次応力の大きさはトラスの各部材の断面積及断面 2 次モーメント等によつて大いに左右せられるもので、トラスの 2 次応力の大きさと其の分布状態を大觀するには、與へられたる一々のトラスに於て其の都度煩はしき計算をしなければならぬ現況である。

茲に於て著者等は多くの實在トラスの調査をなし、此の結果酒井は實在トラスの各部材は大体に於て一定なる剛度比と断面比を有することを見出し、又形状剛度及断面積に於て夫々相似なる多くのトラスの材端曲げモーメントの間には簡單なる關係の存在することを證明することを得、更に標準型トラスの選定と之に對して種々なる載荷状態に応じて各部材の材端曲げモーメントを算定しをく時は、之を応用して任意のワーレン型並にプラット型トラスに對しては二三分のスピードに於て其の 2 次応力を評價しうるものなることを知るに至つた。

標準型トラスの 2 次応力算定には、曾て鷹部屋が土木學會誌第 21 卷第 2 號に於て提案したる撓角分配法を応用して、種々なる載荷状態並に格間數に對して合計約 75 の場合を解きたるもので、之に依つて又種々規則的な多くの応力性質を闡明することを得た。

但し、標準型トラスの 2 次応力算定の理論的な方法を述ぶことは本文の目的に非ず、其等の解法は前記撓角分配法に俟つものにして、茲には其の方法により解かれたる標準型トラスの種々なる載荷状態並に格間數に於ける曲げモーメントの図表を作製して之を使用して二三分程度の儘少時間に於て、2 次応力算定の實用に供せんと企図したるものである。

實在トラスの調査に際しては昭和 9 年 10 月、國內約 30 府縣に亘つて、トラス部材の断面形並に断面 2 次モーメント其他詳細なる資料蒐集の依頼を關係官廳に發し、準據すべき標準型トラスに對し一定の指針を決定せんと試みたものであるが、公務多端の中に明細なる回答を惠まれて、著者等の目的は茲に達成を見るに至つたものである。此の事は寔に關係當局に對して深謝に堪えない次第で、資料提供の勞をとられたる當局諸彦に對し茲に深甚の謝意を表明するものである。

第 1 節 標準型トラスの選定

實在トラスの調査に際して、資料蒐集のトラスは次に示す如き 27 個の道路橋、之に 20 個の鉄道橋をあはせて、合計 47 個である。

天神橋 (愛知縣)	明徳橋 (愛知縣)	篠の井橋 (長野縣)	荒川大橋 No. 11 (埼玉縣)
荒川大橋 No. 21 (埼玉縣)	常磐橋 (埼玉縣)	伊佐橋 (兵庫縣)	新橋 (山口縣)
戸鹿野橋 (群馬縣)	錦櫻橋 (群馬縣)	鬼怒川橋 (栃木縣)	利根川橋 北の 2 (埼玉縣)
水郷大橋 (千葉縣)	平久橋 (東京市)	深谷橋 (三重縣)	甘樂橋 (群馬縣)
淀川大橋 (大阪市)	太田川橋 (廣島縣)	開運橋 (岩手縣)	豊橋 (愛知縣)
愛本橋 (富山縣)	利根川橋 北の 1 (埼玉縣)	犀川大橋 (石川縣)	葛飾橋 (千葉縣)
岩淵橋 (東京府)	犬山橋 (愛知縣)	大宮橋 (滋賀縣)	

本文に取扱ひたるものは、此の中直弦のワーレン型並にプラット型にして、約 30 個のトラスに就て目的に該當する様再調査を行ひ、其等の各部材の剛度比と断面比を下記の如く定め、**附圖-1** 及 **附圖-2** に是等を示す。即ち之により現在に於ける我國トラスの剛度比と断面比の値が如何なる範圍に收められ得るかを見ることが出来る。茲には剛度比及断面比は總て格間數 10 なるものを標準に取り、其の上弦材の最大部材とも看做さるべき中央に近き上弦材の剛度 K 及断面積 A を夫々 1 に取りて、他部材の剛度と断面積とを決定した。

格間數 8 のものは、ワーレン型トラスに在つては其の上弦材中の最大部材の剛度及断面積を夫々 1 とし、プラット型トラスに在つては同じく其の上弦材中の最大部材の剛度及断面積を夫々 0.95 とした。又格間數 6 のものはワーレン型トラスに在つては夫々 0.85, 0.8 とし、プラット型トラスに在つては夫々 0.90, 0.85 とした。

是等多數のトラスの剛度比及断面比に直接応力の分布状態をも參酌して標準型トラスを決定した。

圖-1 はワーレン型トラスの標準型に選んだものであり、**圖-2** はプラット型トラスの標準型として選んだものである。

此の格間數 10 なる標準型トラスの中央 2 格間を取り去りしものを格間數 8 なるトラスの標準型とし、4 格間を取り去りしものを格間數 6 なるトラスの標準型とする。以下同様である。

今理論的に且つ詳細に云へば勿論格間數の異なるに従つて此の剛度比及断面比は異なるべきものであるが、2 次応力算定に當つては實用的に上記の如く假定するも差支へなきものである。

部材の剛度に關しては、同一断面積であつても剛なる断面形と柔なる断面形に依り異なる値を取るものである。例へば極めて軽き道路橋の下弦材には上型断面を用ひて柔なるものであるが、それは標準型の剛度比決定には除外した。

又腹材にあつても、柔剛二者あるが、ワーレン型の斜腹材には剛、プラット型トラスの斜腹材は總て抗張材なるに依り、柔なるものを標準とした。ワーレン型トラスの補助垂直材に於ても亦同様で**圖-3** 及 **圖-4** に示すが如

き場合がある。併し腹材に於ける剛度は弦材のそれに比較して小であつて他の部材に及ぼす影響は小であり、従つて、後述の如く腹材に於ける剛度の標準型のそれと異なる場合は標準型トラスの曲げモーメントを補正して直ち

圖-1. 標準型ワーレン トラス

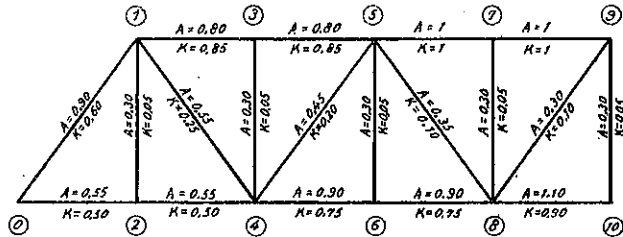


圖-2. 標準型プラット トラス

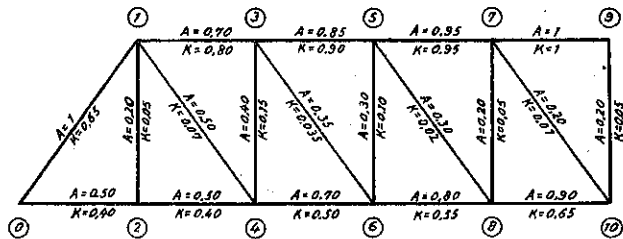
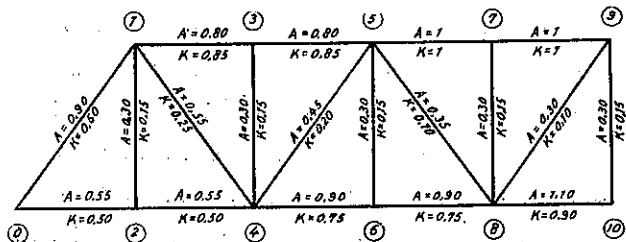


圖-3. 特殊型ワーレン トラス (1)



に其のトラスの曲げモーメントを求め得るものである。又弦材に於ても多少の相違は補正を行ひて眞値に近き2次応力の値を求め得る。

次に補助垂直材に於ては其の断面比は標準型のそれと相當異なる場合があり此の補助垂直材の断面積の変化は弦材の2次応力に大なる影響を與へるものである。此の場合にあつても亦容易に標準型トラスの曲げモーメントから、其の2次応力を算定し得るものである。

尙図-5 及図-6 は一定なる大いさの弦材及一定なる大いさの腹材を有するワーレン型並にプラット型トラスを假定したもので、實在のものではないが、斯くの如きトラスに於ける2次応力の性質をも亦研究上必要なるが故に特に斯くの如きものを選定したものである。

橋梁トラスに於ける高さと格間長との比は附圖-1 及附圖-2 に見るが如く 1.25 前後にして此の數値を標準にとることにした。

第 2 節 剛度比及断面比一定なるトラス間の曲げモーメントの関係

今橋梁トラスに於ける普通一般なる構造よりすれば、荷重は總て節點に荷せられ、從て熟知なる撓角撓度式 (Slope-Deflection Equation) は次の如くである。

$$M_{ab} = K_{ab} (2\varphi_a + \varphi_b + \psi_{ab}) \dots \dots \dots (1)$$

茲に M_{ab} は部材 ab に於ける材端 a の曲げモーメントを示し、 K_{ab} は部材 ab の断面2次モーメントを部材 ab の長さにて除したるもの即ち剛度、 φ_a 及 φ_b は夫々 a 端及 b 端に於ける撓角 (slope) の $2E$ 倍、 ψ_{ab} は部材 ab の廻轉角の $-6E$ 倍を示すものである。この ψ_{ab} は剛結トラスと鉸結トラスに於ては僅かしか異なつてゐないものであり、普通一般に之を同一と見做し既知量として、Williot-Mohr の変位図法等に依つて求める。

今與へられた一つのトラスの2次応力の解法に當つては、或る任意の節點 m に集る部材 $m-1, m-2, m-3, \dots, m-n$ に対しては、(図-7 参照)。

図-4. 特殊型ワーレン トラス (2)

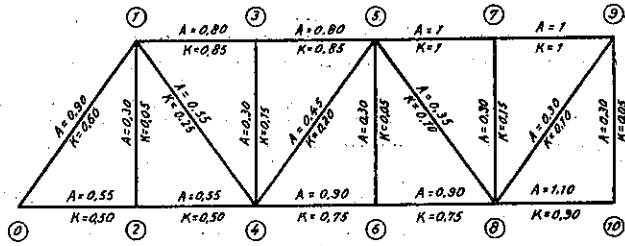


図-5. 一定断面を有するワーレン トラス

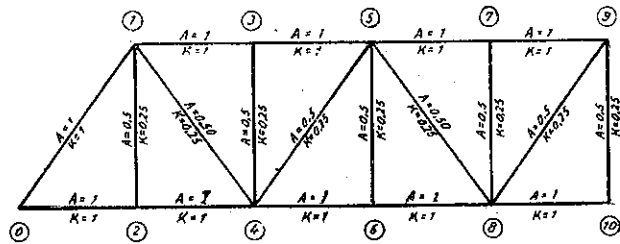


図-6. 一定断面を有するプラット トラス

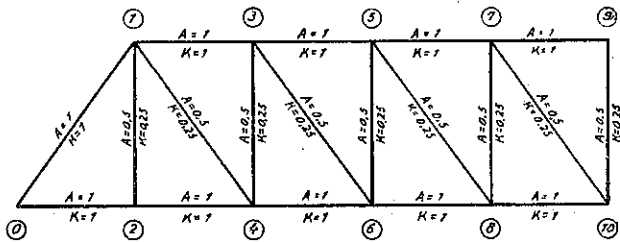
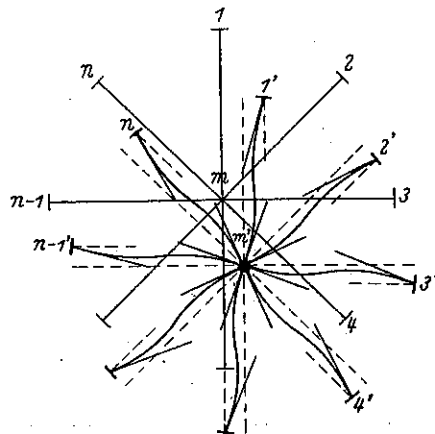


図-7.



$$\left. \begin{aligned} M_{m1} &= K_{m1}(2\varphi_m + \varphi_1 + \Psi_{m1}) \\ M_{m2} &= K_{m2}(2\varphi_m + \varphi_2 + \Psi_{m2}) \\ M_{m3} &= K_{m3}(2\varphi_m + \varphi_3 + \Psi_{m3}) \\ &\dots\dots\dots \\ M_{mn} &= K_{mn}(2\varphi_m + \varphi_n + \Psi_{mn}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

であり、節點 m に於ける曲げモーメントの釣合條件

$$M_{m1} + M_{m2} + M_{m3} + \dots + M_{mn} = 0 \dots\dots\dots (3)$$

より

$$\begin{aligned} 2\varphi_m(K_{m1} + K_{m2} + K_{m3} + \dots + K_{mn}) + \varphi_1 K_{m1} + \varphi_2 K_{m2} + \varphi_3 K_{m3} + \dots + \varphi_n K_{mn} \\ = -(\Psi_{m1} K_{m1} + \Psi_{m2} K_{m2} + \Psi_{m3} K_{m3} + \dots + \Psi_{mn} K_{mn}) \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

斯くの如き方程式は節點數丈け得られるものである。
而して今、このトラスと異なる他のトラスに於て、形状が相似であり又部材の剛度比及断面比が之と同一であつて、夫々大きさが k 倍及 α 倍なりとする。各部材の断面積が前者の α 倍なれば部材の廻転角 Ψ' は Williot-Mohr の変位図法より Ψ/α となるを以てこのトラスの各節點に於ては、

$$\begin{aligned} 2\varphi_m' k(K_{m1} + K_{m2} + K_{m3} + \dots + K_{mn}) + \varphi_1' k K_{m1} + \varphi_2' k K_{m2} + \varphi_3' k K_{m3} + \dots + \varphi_n' k K_{mn} \\ = -\frac{1}{\alpha} k(\Psi_{m1} K_{m1} + \Psi_{m2} K_{m2} + \Psi_{m3} K_{m3} + \dots + \Psi_{mn} K_{mn}) \end{aligned}$$

即ち

$$\begin{aligned} 2\varphi_m'(K_{m1} + K_{m2} + K_{m3} + \dots + K_{mn}) + \varphi_1' K_{m1} + \varphi_2' K_{m2} + \varphi_3' K_{m3} + \dots + \varphi_n' K_{mn} \\ = -\frac{1}{\alpha} (\Psi_{m1} K_{m1} + \Psi_{m2} K_{m2} + \Psi_{m3} K_{m3} + \dots + \Psi_{mn} K_{mn}) \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

従て $\varphi_m', \varphi_1', \varphi_2', \varphi_3', \dots, \varphi_n'$ は夫々 $\varphi_m, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \dots, \varphi_n$ の $1/\alpha$ であり材端曲げモーメントに於ては、

$$\left. \begin{aligned} M'_{m1} &= k K_{m1} \left(2 \frac{\varphi_m}{\alpha} + \frac{\varphi_1}{\alpha} + \frac{\Psi_{m1}}{\alpha} \right) \\ M'_{m2} &= k K_{m2} \left(2 \frac{\varphi_m}{\alpha} + \frac{\varphi_2}{\alpha} + \frac{\Psi_{m2}}{\alpha} \right) \\ M'_{m3} &= k K_{m3} \left(2 \frac{\varphi_m}{\alpha} + \frac{\varphi_3}{\alpha} + \frac{\Psi_{m3}}{\alpha} \right) \\ &\dots\dots\dots \\ M'_{mn} &= k K_{mn} \left(2 \frac{\varphi_m}{\alpha} + \frac{\varphi_n}{\alpha} + \frac{\Psi_{mn}}{\alpha} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

即ち

$$\left. \begin{aligned} M'_{m1} &= \frac{k}{\alpha} M_{m1} \\ M'_{m2} &= \frac{k}{\alpha} M_{m2} \\ M'_{m3} &= \frac{k}{\alpha} M_{m3} \\ &\dots\dots\dots \\ M'_{mn} &= \frac{k}{\alpha} M_{mn} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

一般に形状が相似であり、且つ各部材の剛度比及断面比が一定なる時は、兩者のトラスの材端曲げモーメント

間には (7) 式に示すが如き關係の存在することが闡明となる。

第 3 節 標準型トラスの曲げモーメント図表と其の応用

(1) 曲げモーメント図表の作成

第 1 節に於て決定した格間數 10 以下の總ての場合の標準型ワーレン及プラット トラスに就て、各節點の一々に單位荷重が載荷された種々なる場合の各部材の材端曲げモーメントの計算を行つた。此の曲げモーメントを求めに當つては、(4) 式の如き多くの聯立方程式を解きて求めたものでなく前記の如く撓角分配法に依つたものである。此の種の計算を機械的に而も相當無雜作に行ひ得ることは撓角分配法の特徴とも稱すべきもので、其の計算結果も“現在に於て吾々が認める正確程度”と同一結果に解答し得るものである。

斯くして是等の計算結果は応用の途又廣いものである。附圖-3 より附圖-7 は各種格間數の標準型ワーレン トラスの下弦の各節點の一々に單位荷重が載荷された場合の材端曲げモーメントを示すものであり、附圖-8 より附圖-12 迄は同トラスの上弦の各節點の一々に單位荷重が載荷された場合の材端曲げモーメントを示すものである。又附圖-13 より附圖-21 迄は標準型プラット トラスに於て單位荷重が下弦の節點に載荷された場合、附圖-22 より附圖-29 迄は同トラスに於て單位荷重が上弦節點中 1 及 1' にある場合のものを示す。

是等の図表に於ては、各部材の材端に其の點に於ける曲げモーメントを、其の荷重位置に応じて列記した。即ち附圖-3 に於て部材 1-3 の左端の上方に記入せる數値は材端 1 の曲げモーメント M_{13} を示し、其の第 1 列目の數値 1.56 は單位荷重が節點 2 にある場合、第 2 列目の數値 -5.48 は單位荷重が節點 4 にある場合、以下順次に單位荷重が 6, 8, 10, 8', 6', 4', 2' と其の位置を變へた場合の曲げモーメントの値を示し、最後の三つの値 -17.20, 1.56 及 -18.76 は夫々、下弦の全節點に單位荷重の載荷された場合の曲げモーメント、最大正量の曲げモーメント及最大負量の曲げモーメントの方向を示すものである。(+)、(-) の符號は曲げモーメントの方向を示すもので、(+) は時針と同方向、(-) は時針と逆方向を示すものである。

プラット型トラスに於ては單位荷重が上弦の兩端の節點 1 及 1' 以外にある場合は其の節點に對應する下弦の節點にある場合と其の曲げモーメントは大差なきを以て之を省略した。

プラット型トラスの奇數格間數のものには、中央格間に對材を配したが、曲げモーメントの算定に當つてはそれが抗張材として働かざる場合には之を無きものと假定したる故この對材及之に接する部材の曲げモーメントは實際のものとは多少相違するならんも實用目的の爲には支障ないと考へられる。

各弦材及腹材の断面積、剛度一定なるトラスの曲げモーメント図表は他日北海道帝國大学工学部紀要に於て發表のこととし茲には標準型トラスに於けるもののみを示す。

(2) 曲げモーメント図表の応用

標準型トラスと其の形狀、部材の剛度及断面積が夫々相似であつて、其の剛度及断面積が夫々 k 倍及 α 倍なる時は、此のトラスの剛節による曲げモーメントは、第 2 節に説明せるが如く、此の標準型トラスの曲げモーメント図表の値に k/α を乘ずることに依つて迅速に求められるものである。

而して、實在の多くのトラスは第 1 節に述べたる如く、大体に於て標準型トラスと其の形狀、部材の剛度及断面積に於て相似であり、從て是等任意トラスの種々なる載荷状態に於ける部材の曲げモーメントは直ちに評價し得るものである。

又剛度比及断面比異なる場合に於ても、簡單なる補正を標準型トラスの曲げモーメント図表に施して求め得る

ものである。

(3) 剛度比異なる場合の補正方法

第1節に述べたる如く、トラスの腹材にあつては、同一断面積であつても其の断面形に依り、柔剛2種ある。従て剛度比は標準型トラスのそれと必ずしも一致せず相當異なる場合がある。即ちワーレン型トラスの補助垂直材に就て之を見るに図-3及図-4の如き場合もあることは既に述べた如くである。標準型トラスの補助垂直材の剛度は0.05であるが図-3に於ては0.15であり、図-4に於ては上弦材を支へる補助垂直材のみが0.15で標準型トラスと異なつてゐる。

腹材に於ては其の剛度は弦材のそれに比較し極めて小であつて此の変化は撓角に影響を及ぼすこと少く、従て曲げモーメントは剛度 K に比例して変化すると看做し得るものである。

此の假定に依つて腹材に於ける曲げモーメントのみ補正する時は、節點に於ける釣合の條件 $\sum M=0$ が成立しなくなる。此の誤差は各部材に其の剛度に比例して分配せしむ。

今図-3に示すトラスの曲げモーメントを標準型トラスの曲げモーメント図表より求むる方法を記せば次の如し。

荷重は下弦全節點に單位荷重がかかるものとする。

標準型トラスに於ては、附図-3より

$$M_{1-0}=5.87, \quad M_{1-3}=-17.20, \quad M_{1-4}=7.77, \quad M_{1-2}=3.56$$

依つて図-3に示すトラスに於ける M_{1-2} は

$$M_{1-2}=3.56 \times \frac{0.15}{0.05}=10.68$$

M_{1-0} , M_{1-3} , 及 M_{1-4} は標準型トラスに於けるものと同じとする。然る時は、節點1に於ける $\sum M$ は $10.68-3.56=7.12$ だけの食違ひを生ず。今 $\sum M=0$ なる釣合條件を満足せしめる爲、7.12を各部材に其の剛度に比例して分配せしむる時は、

$$M_{1-0}=5.87-7.12 \times \frac{K_{1-0}}{\sum K}=5.87-7.12 \times \frac{0.60}{1.85}=5.87-2.31=3.56(4.93)$$

$$M_{1-3}=-17.20-7.12 \times \frac{0.85}{1.85}=-17.20-3.27=-20.47(21.41)$$

$$M_{1-4}=7.77-7.12 \times \frac{0.25}{1.85}=7.77-0.96=6.81(6.73)$$

$$M_{1-2}=10.68-7.12 \times \frac{0.15}{1.85}=10.68-0.58=10.10(9.75)$$

同様にして $M_{2-0}=-19.87(19.11)$, $M_{2-4}=8.05(7.50)$

$$M_{2-1}=11.81(11.61), \quad M_{3-1}=-26.26(26.60)$$

$$M_{3-5}=12.30(12.43), \quad M_{3-4}=14.00(14.17)$$

.....

但し以上の計算結果に於て括弧内に示す數値は、標準型トラスの曲げモーメント図表に依らず直接計算せる値を示すものである。此等兩數値を比較するに、腹材の剛度比の異なる場合に於ても、上記の如き簡單なる補正に依つて、標準型トラスの曲げモーメント図表より、其の曲げモーメントを實用上正解と看做し得る程度に求めることが出来る。

(4) 断面比異なる場合の補正方法

腹材中補助垂直材の断面変化は弦材の 2 次応力に大なる影響を與へるものであり、又實在のトラスに於ても、其の断面比は、標準型トラスの場合と相當異なる場合ありて、特に此の補助垂直材の断面変化の場合の補正方法が必要である。

腹材の断面一定なる場合腹材の剛度変化の弦材の曲げモーメントに及ぼす影響の尠なるは、前に述べた如くである。従て補助垂直材の断面が変化する場合、其の剛度は不変なりと看做して差支へない。

補助垂直材に荷重の働く場合、其の補助垂直材は伸縮し其の大きさは補助垂直材の断面積に逆比例するものである。此の補助垂直材の弾性変形量と其の変形により誘發される各材端曲げモーメントの大きさが直線的關係を有することは直に首肯し得る。

附圖-3 及附圖-8 に於て、載荷節點が 1 なる時は補助垂直材は伸縮せず、載荷節點が 2 なる時は伸びる。従て載荷節點 1 なる場合と 2 なる場合とに於ける曲げモーメントの差異は補助垂直材 1-2 の伸びのみによる曲げモーメントを表す。然るに此の補助垂直材の伸びは其の断面積の大きさに反比例する故、其の剛度一定なりとの假定のもとに於ては、補助垂直材の断面積 A なる場合の曲げモーメント M は次式に依つて求められる。

$$M = (M_0 - M_0') \frac{A_0}{A} + M_0' \dots\dots\dots(8)$$

茲に A_0 は標準型トラスに於ける補助垂直材 1-2 の断面積、 M_0 は同トラスの節點 2 に於ける荷重に依る曲げモーメント、 M_0' は同じく標準型トラスの節點 1 に於ける荷重に依る曲げモーメントを示す。

他の補助垂直材に對しても同様の關係が成立する。

計算例題として補助垂直材の断面積が何れも 0.15 にして其他の部材の断面積及全部材の剛度は標準型のものと同じワーレントラスについて其の曲げモーメントを求む。

單位荷重が節點 2 にある場合は

$$M_{0-1} = (8.50 - 1.75) \frac{0.30}{0.15} + 1.75 = 15.25 (15.24)$$

但し 8.50 は附圖-3 より、1.75 は附圖-8 より夫々求めたものである。

同様にして $M_{0-2} = (-8.50 + 1.75) \frac{0.30}{0.15} - 1.75 = -15.25 (15.24)$

$$M_{1-0} = (-0.60 + 3.23) \frac{0.30}{0.15} - 3.23 = 2.03 (2.04)$$

$$M_{1-2} = (-0.03 - 0.08) \frac{0.30}{0.15} + 0.08 = -0.14 (0.14)$$

$$M_{1-1} = (0.93 - 0.39) \frac{0.30}{0.15} + 0.39 = -2.25 (2.25)$$

$$M_{1-3} = (1.56 - 2.76) \frac{0.30}{0.15} + 2.76 = 0.35 (0.35)$$

.....

但し上記計算結果に於て括弧内に示す數値は、標準型トラスの曲げモーメント図表に依らず直接計算せる値を示し、此等兩者の値はよく一致を見て居る。

(5) 計 算 例

本例題は J. B. Johnson, C. W. Bryan, F. E. Turneure 共著になる The Theory and Practice of Modern

Framed Structure, Part II, p. 443 に示すトラスを取りて其の計算結果と比較対照せんとするものである。

図-8 には各部材の剛度及断面積を示し、図-9 には其の上弦材 3-5 の剛度を 0.9, 断面積を 0.85 としたる時、之に對する各部材の剛度比及断面比を示す。荷重は中央節點 6 にかゝり其の大きさは 1t とする。

先づ此のトラスと標準型トラス(附圖-17)に於て其の中央上弦部材の剛度及断面積の大きさを比較すれば、

$$k = \frac{12.43}{0.90} = 13.81, \quad \alpha = \frac{52.35}{0.85} = 61.59$$

從て標準型トラス(附圖-17)の各材端曲げモーメントに $k/\alpha = 13.81/61.59 = 0.224$ を乗ずれば此のトラスに於ける材端曲げモーメントを得るものである。然るに本例題の如く剛度比が標準型トラスのそれと相當異なるものに於ては既に述べた方法により補正するを要するのである。

節點 0 に於ては、

$$M_{0.2} \doteq -1.46 \times 0.224 = -0.327 \text{ t.in}, \quad M_{0.1} \doteq +1.46 \times 0.224 = +0.327 \text{ t.in}$$

而して部材 0-2, 0-1 の實際の剛度比は夫々 0.28, 0.67 (図-9 参照) なるが故に

$$M_{0.2} \doteq -0.327 \times \frac{0.28}{0.40} = -0.23 \text{ t.in}, \quad M_{0.1} \doteq +0.327 \times \frac{0.67}{0.65} = +0.33 \text{ t.in}$$

又 $M_{0.2} + M_{0.1} = 0$ なる條件を満足する様に

$$\Sigma M = -0.23 + 0.33 = +0.10 \text{ t.in}$$

を各剛度の大きさに比例して分配する時は補正された曲げモーメントを得るものである。即ち

$$M_{0.2} = -0.23 - 0.10 \times \frac{0.28}{(0.67 + 0.28)} = -0.23 - 0.03 = -0.26 \text{ t.in (0.23)}$$

$$M_{0.1} = +0.33 - 0.10 \times \frac{0.67}{(0.67 + 0.28)} = +0.33 - 0.07 = +0.26 \text{ t.in (0.23)}$$

同様に節點 1 に於ては、

$$M_{1.0} = +2.94 \times 0.224 \times \frac{0.67}{0.65} = +0.68 \text{ t.in (0.53)}$$

$$M_{1.3} = -4.45 \times 0.224 \times \frac{0.90}{0.80} = -1.12 \text{ t.in (0.90)}$$

$$M_{1.2} = +0.141 \times 0.224 \times \frac{0.0185}{0.05} = +0.052 \text{ t.in (0.055)}$$

$$M_{1.4} = +0.88 \times 0.224 \times \frac{0.12}{0.07} = +0.34 \text{ t.in (0.32)}$$

之に於ては $\Sigma M = 0$ にして此の補正は不必要である。

圖-8.

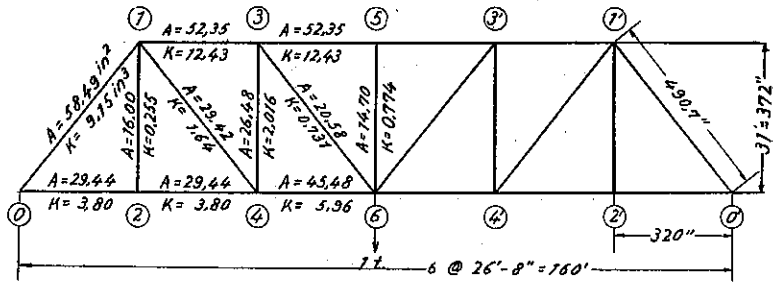
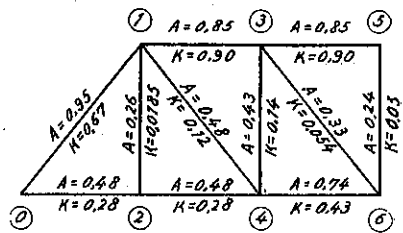


圖-9.



節點 2 に於ては、

$$M_{2-4} \doteq +0.38 \times 0.224 \times \frac{0.28}{0.40} = +0.06 \text{ t.in}$$

$$M_{2-0} \doteq -0.96 \times 0.224 \times \frac{0.28}{0.40} = -0.15 \text{ t.in}$$

$$M_{-1} \doteq +0.58 \times 0.224 \times \frac{0.0185}{0.05} = +0.05 \text{ t.in}$$

$$\Sigma M = +0.06 - 0.15 + 0.05 = -0.04 \text{ t.in}$$

故に

$$M_{2-4} = +0.06 + 0.04 \times \frac{0.28}{(0.28+0.28+0.0185)} = +0.06 + 0.02 = +0.08 \text{ t.in (0.08)}$$

$$M_{2-0} = -0.15 + 0.04 \times \frac{0.28}{(0.28+0.28+0.0185)} = -0.15 + 0.02 = -0.13 \text{ t.in (0.135)}$$

$$M_{-1} = +0.05 + 0.04 \times \frac{0.0185}{(0.28+0.28+0.0185)} = +0.05 + 0.002 = +0.052 \text{ t.in (0.053)}$$

以下同様にして

$$M_{3-1} = -0.76 \text{ t.in (0.50)}, \quad M_{3-4} = +0.87 \text{ t.in (0.92)}$$

$$M_{3-5} = +0.35 \text{ t.in (0.56)}, \quad M_{3-0} = +0.14 \text{ t.in (0.13)}$$

$$M_{4-2} = +0.13 \text{ t.in (0.14)}, \quad M_{4-6} = -1.30 \text{ t.in (1.34)}$$

$$M_{4-1} = +0.34 \text{ t.in (0.33)}, \quad M_{4-3} = +0.82 \text{ t.in (0.87)}$$

$$M_{5-3} = -3.10 \text{ t.in (3.48)}, \quad M_{5-0} = 0 \text{ t.in (0)}$$

$$M_{6-4} = -2.45 \text{ t.in (2.60)}, \quad M_{6-3} = +0.02 \text{ t.in (0.04)}$$

$$M_{6-5} = 0 \text{ t.in (0)}$$

括弧内の數値は $M_{nm} = 2K(2\tau_{nm} + \tau_{mn})$ なる公式に Johnson 氏の與へたる $(2\tau_{nm} + \tau_{mn})$ の計算値を代入して得たる曲げモーメントの値を示すものである。又 (+), (-) の符號は曲げモーメントの方向を示すもので、(+) は時針と同方向、(-) は逆方向を示したるものである。

本計算例に取扱つたトラスは其の剛度比が標準型トラスのそれと相當異なるものであるが、其の計算結果は充分信頼するに足るものである。而も極めて僅少時間なる二三分程度にて信頼し得る値を得たるところにモーメント図表の応用價値を見出すものである。

第 4 節 2 次応力及曲げモーメントの二三の特性に就て

(1) 部材断面積と曲げモーメントとの關係

剛度比及断面比一定なる橋梁トラスに於て其の部材断面積が増大する時材端曲げモーメントは此の際如何に変化するかを見るに次の如し。

實在の橋梁トラスに於ける上弦材中最大断面を有する部材の剛度 K と断面積 A との關係は圖-10 の如くなる。但し茲に最大断面を有する部材の K 及 A は總べて格間數 10 個のものに換算したる値を取る。例へばワーレン型トラスの格間數 6 個なるものに於ては、其の最大断面の上弦材の K 及 A には夫々 0.85 及 0.80 で除したる値を取つてある。

圖-10 に示す曲線より K と A との關係は

$$\left. \begin{aligned} K &= \frac{1}{320} A^2 \quad (\text{in 単位}) \\ \text{或は} \quad K &= \frac{1}{813} A^2 \quad (\text{cm 単位}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(9)$$

なる拋物線を以て表すことが出来る。

従て標準型トラスに於ける曲げモーメントを M_0 とすれば、其の最大断面を有する上弦材の断面積が A なるトラスに於ては (7) 式より

$$\left. \begin{aligned} M &= \frac{K}{A} M_0 = \frac{1}{320} A M_0 \quad (\text{in 単位}) \\ \text{或は} \quad M &= \frac{1}{813} A M_0 \quad (\text{cm 単位}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(10)$$

となつて A の増加と共に直線的に曲げモーメントは増加する。

(2) 部材長と曲げモーメント及 2 次応力との關係

部材断面が同一にして部材長のみ変化すれば曲げモーメント及 2 次応力は部材長の変化に反比例して増減する。

之は (1) 式 $M_{ab} = K_{ab}(2\varphi_a + \varphi_b + \psi_{ab})$ に於て断面積が一定であり、又部材長が相似的に増減する場合には部材の撓角 φ_a, φ_b 及廻転角 ψ_{ab} は変化せず一定であり、 $K_{ab} = I_{ab}/l_{ab}$ の値のみ之に反比例して変化する爲である。

(3) 部材の断面 2 次モーメントと曲げモーメントとの關係

断面積が同一にして且つ格間長が同一なる場合に於ては、材端曲げモーメントは断面 2 次モーメントに比例して増加する。之は上記の假定のもとに於ては (1) 式の φ_a, φ_b 及 ψ_{ab} が一定にして K_{ab} は断面 2 次モーメント I_{ab} に正比例する爲である。又 2 次応力は $M_{ab, \text{end}}/I_{ab}$ にて表されるが故に 2 次応力は部材断面の中立軸より極纖維 (extreme fiber) までの距離 e_{ab} に比例する。

即ち、部材断面の形状を決定するに際し断面の高さを大にする程之に正比例して大なる 2 次応力を生ずる。

(4) 載荷状態と 2 次応力との關係

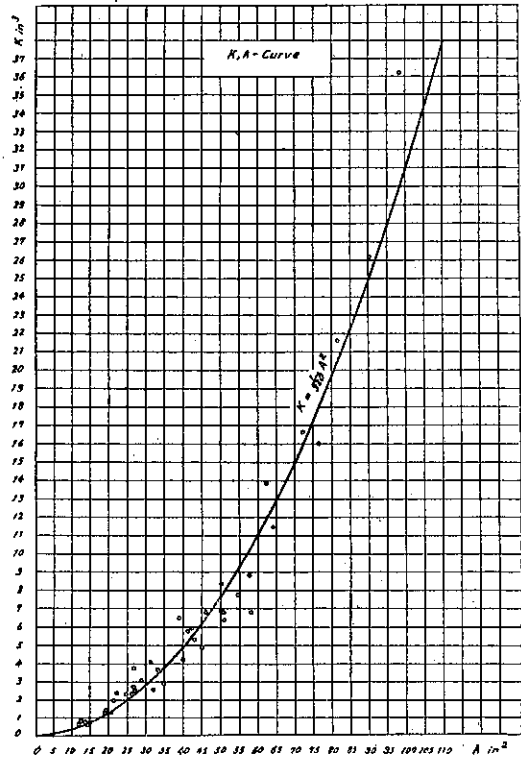
標準型トラスのみに就て求めた其の 2 次応力と載荷状態との關係は一般のトラスにも其の儘適合するものである。標準型トラスの曲げモーメント図表に依り次の事項を知り得る。

弦材に於ける 2 次応力は荷重の位置により正、負何れをも取る部材あれども、直接応力と 2 次応力との合成応力は滿載荷重に於て最大応力を生ずるものと大体に於て見ることが出来る。腹材に於ては最大・最小の直接応力を起さしめる荷重状態によつてこれ又最大・最小の 2 次応力を生ずるものである。

單荷重の影響は載荷節點及其の眞上又は眞下の節點に集る弦材及 1 格間隔つたところにある腹材に最大影響を與へるものであり、其他の部材に及ぼす影響は是等に比して極めて小である。任意の材端に於ける曲げモーメントの大きさは載荷節點が 4 格間以上隔つたところにある場合は其の距離に比例する。

腹材に於ける曲げモーメントの符號は中央格間に屬するものを除いては其の兩端に於て同じで従て腹材は S 字

圖-10. K, A -曲線



型の彎曲を生ずるのである。更に補助垂直材及垂直材に於ては其の兩端の曲げモーメントは大体等しい値をとる。

(5) 滿載荷重に於ける2次応力の分布状態

滿載荷重に於ける2次応力の分布状態を見るに、**図-5**及**図-6**に示す如く上下兩弦材を通じて同一断面を有し又總ての格間を通じて全腹材が等値の断面を有するが如きトラスに於ては、弦材、腹材共に其の2次応力及曲げモーメントは中央から支承に向つて増大するも標準型トラスに在つては斯くの如き傾向を認め難し。

(6) トラスの全格間數と2次応力との關係

材端曲げモーメント、從て2次応力は格間數に依つて變化するが、此の2次応力の變化を次の3つの載荷状態に就て調べん。

(A) 滿載荷重の場合 **附圖-30**及**附圖-31**は、滿載荷重に依る曲げモーメントと格間數との關係を示したもので、夫々標準型ワーレントラス及プラットトラスに於けるものである。**図-5**及**図-6**に示すが如き特殊トラスのものは他日北海道帝國大学工学部紀要に於て之を詳細に發表する豫定である。

又茲に取扱ふ荷重は總て下弦節點に荷せられる場合のみに就てである。

圖に於て、縦軸に曲げモーメントの値、横軸にトラスの全格間數をとる。

是等の圖を見るに滿載荷重による總ての部材の材端曲げモーメントは格間數と直線的關係を有す。但し該當部材がトラスの中央格間に屬する場合此の直線的關係から幾分外れることがある。

弦材に於ては負の曲げモーメントのものは總べて格間數と共に其の絕對値を増加し、正の曲げモーメントをとるものは、大部分は格間數の増加と共に其の値を減小し遂に負の値に變じ、後其の絕對値を増してゆくものである。

垂直材及補助垂直材は共に總て正の符號をとり、其の値は格間數と共に増大する。斜材に於てもトラスの中央に近きものに於ては、其の下方材端は負の値をとるも、格間數の増加と共に正となり其の値は増大する。

(B) 最大・最小曲げモーメントを生ぜしむる載荷状態の場合 弦材に於ては其の直接応力は滿載荷重に於て最大であるが、2次応力に於ては必ずしも然らず。されど直接応力と2次応力の合成応力の最大値は大体滿載荷重に於て誘發せらるべく考へらるゝを以てこゝには腹材に於ける最大及最小曲げモーメントのみを考へる。

附圖-32及**附圖-33**は此の最大及最小曲げモーメントと格間數との關係を示したもので夫々標準型トラスに於けるものである。

此の場合に於ても兩者は直線的關係を有し、最大曲げモーメントは格間數と共に増大し、最小曲げモーメント即ち負の最大曲げモーメントは其の絕對値に於て減少する。

(C) 單荷重の場合 單荷重による曲げモーメントと格間數との關係を標準型ワーレントラスに就て見るに**附圖-34**及**附圖-35**の如くである。

單荷重は其の載荷節點に集る弦材及其の眞上又は眞下の弦材に大なる影響を與へるものであるが、今一つの弦材に於て之に最大影響を與へるが如き節點に單荷重の存在する場合には、格間數を増減するも其の曲げモーメントには變化を生ぜざる場合が多い。例へば**附圖-34(29)**の部材2-4に於て M_{2-4} は單荷重が節點2にある場合最大影響を受けるものであるが、此の M_{2-4} の値は格間數には無關係に殆ど一定と看做し得るものである。但し前述の如く其の部材が中央の格間に屬する様になる場合には其の値は少しく小となる。即ち**附圖-34(30)**の M_{1-3} なる線を見るに部材1-3は格間數4なる時は其の中央格間に屬することゝなるが故に此の M_{1-3} は少しく他に比して小となる。

腹材に於ては荷重が最も影響を與へる節點に存在する場合に於ても、一定ではなく正量の曲げモーメントは直線的に増大し、負量の曲げモーメントは絶對値に於て直線的に減少する。

次に載荷節點より少しく離れた位置にある弦材に於ては、それが正量の曲げモーメントなる時は格間數と共に減少し、負量なる時は其の絶對値を増加するものが多い。附圖-34(33)の如し。腹材にあつては正量の時は直線的に増大し、負量の時は直線的に其の絶對値を減少する、附圖-34(34)~(36)の如し。

次に載荷節點が遠く離れトラスの中心より反對側の支承近くに存在する場合には、弦材、腹材共に附圖-34(37)~(38)に示すが如く格間數と共に其の絶對値を減少するものであつて、而も概して直線狀をなさず格間數の多き程其の減少割合は緩である。

第5節 2次応力と直接応力の比

(1) 直接応力と格間數との關係

2次応力の直接応力に對する割合を知るに便ならしむる目的にて直接応力と格間數との關係を種々なる載荷状態に於て求むれば次の如くである。

(A) 滿載荷重の場合 今單位荷重は總て下弦の各節點にかゝるものとする。トラスの格間數を x とし、応力を求めんとする弦材を底とする三角形の頂點と、左支承との間にある格間數を n とする (附圖-36 参照)。又斜材が垂直材となす角を θ にて表す。然る時は、

$$\begin{aligned} \text{弦材直接応力 } S &= \left[\frac{1}{2} n(x-1) - \{1+2+3+\dots+(n-1)\} \right] \tan \theta \\ &= \frac{1}{2} (nx - n^2) \tan \theta \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (11)$$

今此の(11)式を圖示すれば附圖-36の如し。此の圖表は横軸にトラスの全格間數をとり、縦軸に直接応力の値をとれるものである。各直線上には該當部材を記入してあり、 W 及 P なる文字は夫々ワーレン型トラス及プラット型トラスなることを示す記號である。此の式は載荷弦が上弦又は下弦何れの場合であつても當て嵌るものである。

(11)式は

$$S = \frac{1}{8} x^2 \quad \dots\dots\dots (12)$$

なる拋物線に引ける、 n を通徑とする切線群を示すものであり是等直線群の交點は總べて、或格間數を有するトラスの何れかの弦材の直接応力に相當してゐる。(12)式は(11)式にて表される直線群の包絡線を求めることにより得られるものである。

腹材の直接応力にあつては、考へる部材の左にある格間數を n とすれば、次の如く求めることが出来る。

$$\left. \begin{aligned} \text{垂直材直接応力 } S &= \frac{1}{2} (x-1) - n \\ \text{斜材直接応力 } S &= \left\{ \frac{1}{2} (x-1) - n \right\} \sec \theta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

補助垂直材は之を含まざるものとする。

載荷弦が上弦なる時は n の代りに $n-1$ をとる。此の n を通徑とする直線群は附圖-36に示すが如く1なる垂直間隔を有する平行線群で表される。

(B) 腹材に於ける最大及最小直接応力 腹材に於ける最大及最小直接応力は次の如く表される。

$$\left. \begin{aligned} \text{垂直材最大直接応力 } S_{\max} &= \frac{1}{x} \{1+2+3+\dots+(x-n-1)\} \\ &= \frac{1}{2x} (x-n-1)(x-n) \\ \text{斜材最大直接応力 } S_{\max} &= \frac{1}{2x} (x-n-1)(x-n) \sec \theta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{垂直材最小直接応力 } S_{\min} &= \frac{1}{x} (1+2+\dots+n) \\ &= \frac{1}{2x} n(n+1) \\ \text{斜材最小直接応力 } S_{\min} &= \frac{1}{2x} n(n+1) \sec \theta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

但し垂直材には補助垂直材を含めざるものとする。又載荷弦が上弦なる時は n の代りに $n-1$ を用ふ。是等の n を通径とする曲線群を図示すれば附図-37 の如くなる。

最小直接応力の曲線群は横軸を漸近線とせる双曲線群である。之に於ても任意の格間数の任意の部材の最大又は最小直接応力は何れも此の2曲線群の交点にある。

(C) 単荷重の場合 トラスの全格間数を x とし、載荷節點より左にある格間数を m とし、今考へる部材を底とする三角形の頂點の左にある格間数を n とすれば、

$$\begin{aligned} \text{弦材直接応力 } S &= \left\{ \left(\frac{x-m}{x} \right) n - (n-m) \right\} \tan \theta \\ &= \left(m - \frac{nm}{x} \right) \tan \theta \quad n \geq m \text{ の場合} \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

或は

$$\begin{aligned} S &= \left\{ \left(\frac{x-m}{x} \right) n \right\} \tan \theta \\ &= \left\{ n - \frac{nm}{x} \right\} \tan \theta \quad n < m \text{ の場合} \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

此の(16)式の m 及 n を通径とする曲線群中 $m < x/2$ の場合のみのものを図示すれば附図-38 の如し。即ち $S=1, S=2, S=3, \dots$ なる横線を夫々漸近線とせる双曲線群の一群である。今荷重が節點2にある場合には $m=1$ にして任意の弦材の応力は $1-n/x$ にして $S=1$ なる横線を漸近線とする双曲線群であつて、部材1-3の応力は、 $n=2$ なる故に、 $1-2/x$ なる一つの双曲線にて表される。

次に(17)式にて表される曲線は總べて又(16)式にて表される曲線と一致するものであり従て $n < m$ なる弦材に於ける応力と格間数との關係を示す曲線は、 $n \geq m$ なる他の弦材の何れかの応力と格間數の關係を示す曲線に合致するものである。例へば載荷節點4なる時 $n < m$ なる弦材0-2-4の部材に於ては $S=1-2/x$ となり、荷重が節點2にある時の部材1-3の応力曲線と一致する。

次に載荷節點がトラスの右半分にある場合例へば節點2'にある場合は $m=x-1$ であつて

$$S = n - \frac{n(x-1)}{x} = \frac{n}{x}$$

となるが故に、此の S の値は既に求めたる $S=1-n/x$ なる曲線に於て其の漸近線 $S=1$ なる横線から下に S の値を取ればよいことになる。

即ち (16) 式にて表される曲線群中 $m < x/2$ なる場合のみを图示する時は總べての場合の直接応力が之に依つて示されるもので、図中の各曲線上には該當部材及載荷點を記入してある。

腹材直接応力に對しては、 n を今考へる部材の左にある格間數とすれば

$$\text{垂直材直接応力 } S = \frac{m}{x} \quad m \leq n \text{ の場合} \dots\dots\dots (18)$$

$$= 1 - \frac{m}{x} \quad m > n \text{ の場合} \dots\dots\dots (19)$$

$$\text{斜材直接応力 } S = \frac{m}{x} \sec \theta \quad m \leq n \text{ の場合} \dots\dots\dots (20)$$

$$= \left(1 - \frac{m}{x}\right) \sec \theta \quad m > n \text{ の場合} \dots\dots\dots (21)$$

是等は何れも双曲線群であつて图示すれば附圖-39 の如くである。各曲線上には夫々載荷點及該當部材を記入してある。而して何れの腹材応力も2つの曲線群の交點に相當してゐる。

(2) 2次応力と直接応力の比

今求めた附圖-36~附圖-39 に依れば、直に任意の格間數を有するトラスの、任意の部材の種々なる載荷状態に於ける直接応力を知ることを得るものであり、又直接応力と格間數との關係をも一見して明瞭に知ることを得るものである。

曲げモーメント表によりて與へられたるトラスの各部材の2次応力を評價し、直接応力をば前節に得たる図によつて求める時は其の2次応力と直接応力の比を決定し得るものである。或る部材に於ける2次応力と直接応力の比が格間數と共に如何様に増減するかに就ては、曲げモーメントと格間數との關係を示す曲線及直接応力と格間數との關係を示す曲線を比較検討することにより知ることを得るものである。

滿載荷重に於て直接応力が其の格間數との間に直線的關係を有することは明かなことであるが2次応力と格間數との間に於ても尙且つ計算の結果によれば大體的に直線的關係を有するものと考へることが出来るもので、

$$2 \text{ 次応力 } S = k(ax + b)$$

$$\text{直接応力 } S_0 = \frac{1}{2} k_0(mx - m^2) \dots\dots\dots (\text{弦材に對し})$$

$$= k_0 \left\{ \frac{1}{2} (x-1) - n \right\} \dots\dots\dots (\text{腹材に對し})$$

である。2次応力 S の直接応力 S_0 に對する比 S/S_0 は格間數 x と共に増加する部材もあり、減少する部材もあり又一定なるものもある。然し何れの部材に於ても其の S/S_0 は x と共に無制限に増加し又は減少するものではない。總べて一定の最大或は最小値を有するもので、之に向つて x の増加と共に初めの間は急にして後には極めて緩に増減するものである。即ち弦材に於ては

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{S(x)}{S_0(x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{S'(x)}{S_0'(x)} = \frac{2\alpha}{m} \frac{k}{k_0} \dots\dots\dots (22)$$

又腹材に於ては

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{S(x)}{S_0(x)} = 2\alpha \frac{k}{k_0} \dots\dots\dots (23)$$

なる一定最大値又は最小値を有するものである。

之を實例に就て説明すれば次の如し。標準型ワーレン トラスの部材 1-4 の下方材端に於ける2次応力は附圖

-30(4) より,

$$S = k(0.75x - 3)$$

直接応力は $S_0 = k_0(0.5x - 1.5)$

$$\text{故に } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{S(x)}{S_0(x)} = 2\alpha \frac{k}{k_0} = 2 \times 0.75 \frac{k}{k_0} = 1.5 \frac{k}{k_0}$$

にして此の極限值に向つて x の増加と共に S/S_0 の比は増加する。同じく部材 4-5 の下方材端に於ては,

$$S = k(1.57x - 5.5) \quad S_0 = k_0(0.5x - 1.5)$$

$$\text{故に } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{S}{S_0} = 2 \times 1.57 \frac{k}{k_0} = 3.14 \frac{k}{k_0}$$

此の極限值に向つて S/S_0 の比は x の増加と共に減少する。

次に腹材に於ける最大 2 次応力と最大直接応力の比に於ては,

$$S = k(ax + b)$$

$$S_0 = k_0 \frac{1}{2x} (x - n - 1)(x - n)$$

$$\text{なるが故に } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{S(x)}{S_0(x)} = 2\alpha \frac{k}{k_0} \dots \dots \dots (24)$$

次に補助垂直材に於ては直接応力は格間数には關係なくそれが載荷弦を支持するものなる時は $S_0 = 1k_0$ 。然らざる時は零であるが、其の 2 次応力は附圖-30(5), 附圖-31(15), 附圖-32(22) 及附圖-33(26) に於て見るが如く $S = k(ax + b)$ であつて格間数の増加と共に決定的に其の 2 次応力を増加するものである。以上の性質は他の特殊型トラスに於ても同様である。

結 論

多くの實在トラスを調査して標準型トラスなるものを選定し此のトラスに就て、種々なる載荷状態に於ける各部材の材端曲げモーメントを精細に計算して図表を作製し、任意のトラスの曲げモーメントは此の図表の値より直ちに求めることを可能ならしめたものである。即ち任意のトラスの上弦材中最大断面を有する部材の剛度及断面積が標準型トラスに於ける其等の夫々 k 及 α 倍なる時は此のトラスの材端曲げモーメントは標準型トラスに於ける其の値に單に k/α を乗ずることにより殆んど時間及勞力を要せず直ちに評價し得るものであり、又腹材の剛度及断面積の特殊な場合にあつても亦頗る簡單なる補正をなして標準型トラスの曲げモーメント図表より求め得るものなることを示した。

茲に於て從來頗る計算勞力を必要とし計算者をして常に tedious であるの感を抱かしむること寔に大であつた 2 次応力の算定は極めて容易簡單となり實用化せらるゝに至つた。

而して此の標準型トラスに於ける材端曲げモーメント即ち 2 次応力と種々なるトラスの要素との關係を調べたるに次の結果を得た。此の關係は勿論一般のトラスに其の儘適用を見るものである。

(1) トラスの形状が相似であつて各部材の剛度比及断面積比一定なるが如きトラスにあつては其の曲げモーメントと断面積の大きさの間には

$$M = \frac{1}{320} A.M_0 \text{ (in 單位) } \text{ 或は } M = \frac{1}{813} A.M_0 \text{ (cm 單位)}$$

なる關係がある。但し M_0 は断面積 1 なる時の曲げモーメントである。

(2) トラスの各部材の材長が同一割合にて長くなれば曲げモーメント或は2次応力は之に反比例して減ずる。
 (3) 部材の断面積が不変にして断面2次モーメントのみ一樣に変化する場合には、曲げモーメントは断面2次モーメントに比例して増減し、2次応力は縁離距離に比例する。

(4) 直接応力と2次応力の合成応力は最大直接応力を生ぜしめる載荷状態に於て最大値を取るものと看做すことが出来る。腹材に於ては最大直接応力と、最大2次応力を生ぜしめる載荷状態は殆んど同一である。単荷重は其の載荷節點に集る弦材と其の眞上又は直下の弦材及1格間離れた所にある腹材に最大影響を與へ他の部材への影響は之に比すれば甚だ少である。

(5) 材端曲げモーメント或は2次応力とトラスの全格間數との關係は直線的である。但し單荷重の場合此の荷重より遠く隔つた部材に於てのみ此の關係成立せず。

而して滿載荷重の場合弦材に於ては負の曲げモーメントは格間數の増加と共に其の絶對値を増大し、正のものは多くは減少し遂に負の値を取るに至る。腹材に於ては其の部材がトラスの中央格間に屬する場合を除き總べて正であり、格間數と共に増加す。腹材に於ける最大曲げモーメントも亦格間數と共に増大す。負の最大即ち最小曲げモーメントは徐々ではあるが格間數と共に減少する。單荷重の場合には、部材が載荷節點に屬するか又は其の眞上又は眞下にある時は、其の弦材の曲げモーメントは格間數の増加によつて殆んど変化せず。

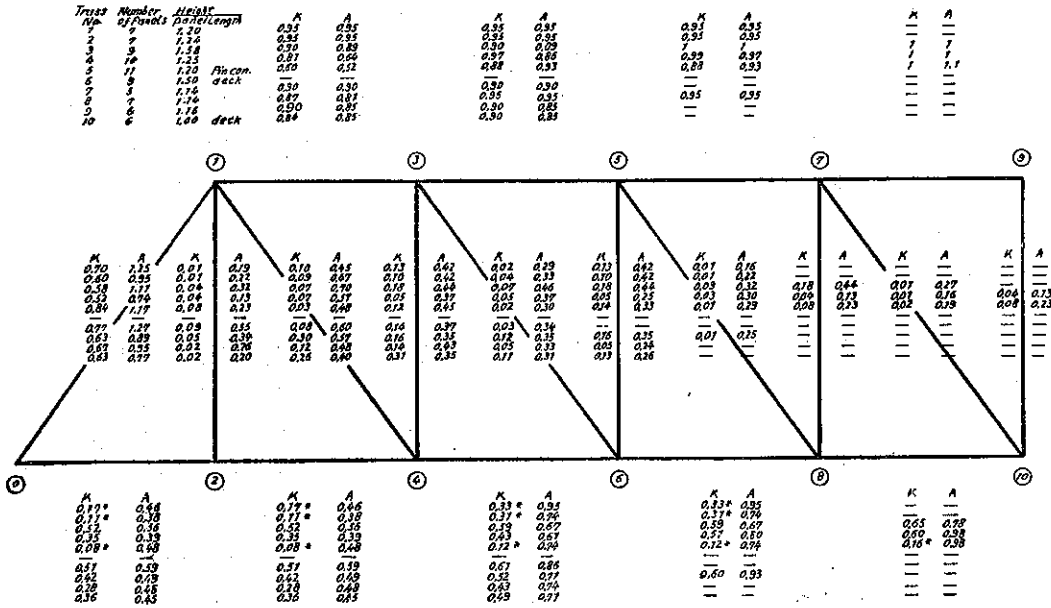
(6) 直接応力と格間數の關係は附圖-36~附圖-39に示す如くである。此の圖表は格間數大なるトラスの直接応力の算定に甚だ便なるものであつて、2次応力と直接応力の比の評價を容易ならしめんため作製したものである。

(7) 滿載荷重に於て或る部材の2次応力が格間數と共に増大するものにあつても、2次応力と直接応力の比は増加するものも減少するものもある。然し何れも一定の極限值が存在する。これは腹材の最大応力に於ても同様である。但し補助垂直材に於ては載荷状態の如何に關せず格間數と共に無制限に此の比は直線的に増大する。

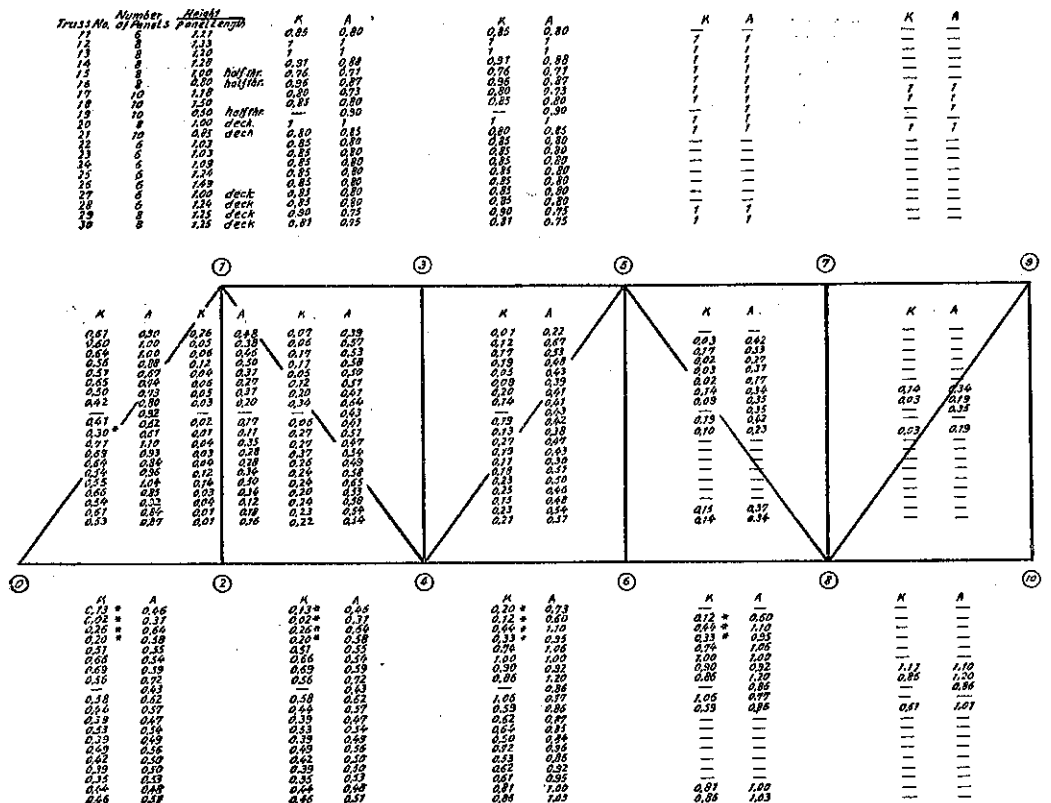
橋梁トラスの設計の際に當つて、2次応力を直接部材断面の大きさの決定に資せざる場合と雖も、其の大きさを大体認識して、殊に其の大きさに對する種々なる要素の影響を知ることは望ましいことであり、從て計算勞力を要せずして此等を直ちに評價する方法が手近かにあることは甚だ實用的である。若し本文が其等の一助ともなるなれば著者等の幸ひのみではない。

本文に於ては直弦ワーレン型及プラット型トラスのみを取扱つたが其他の場合に對しては他日に譲ることとする。

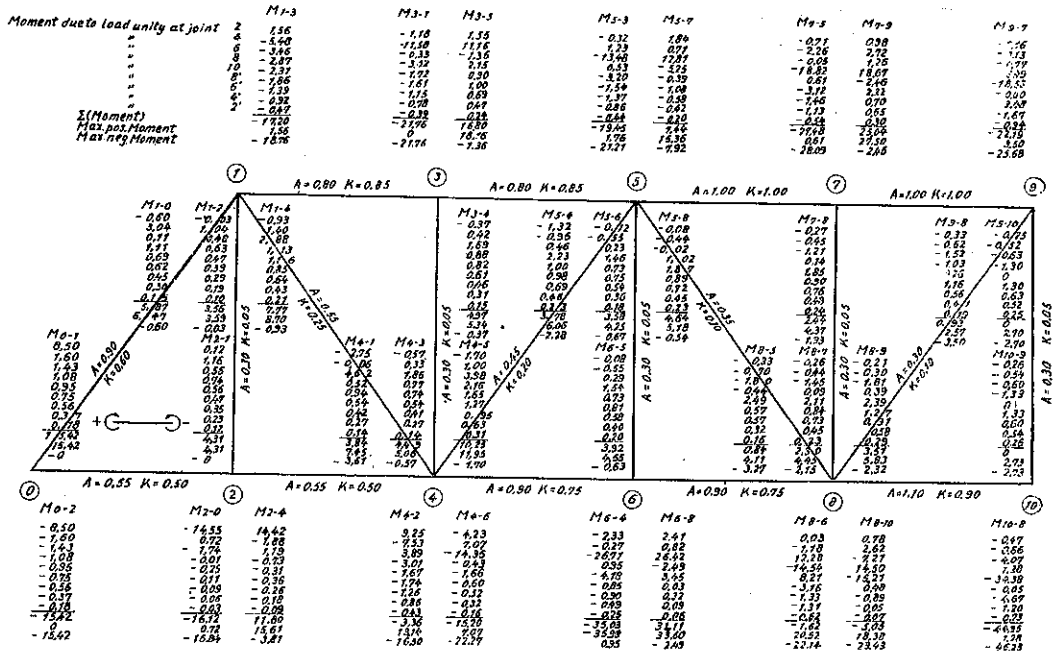
附図-1. 實在プラット トラスの剛度比と断面比



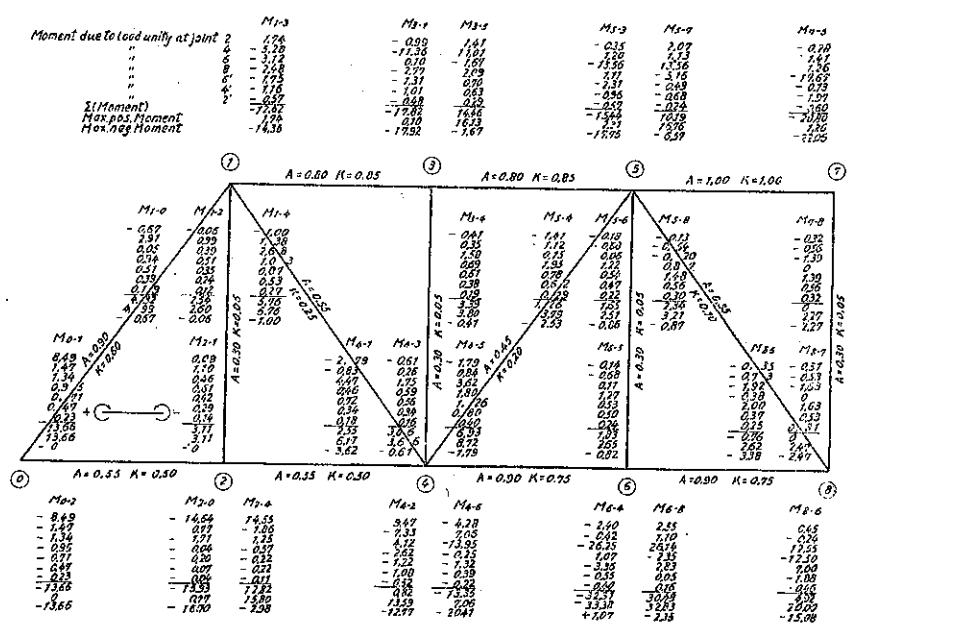
附図-2. 實在ワーレン トラスの剛度比と断面比



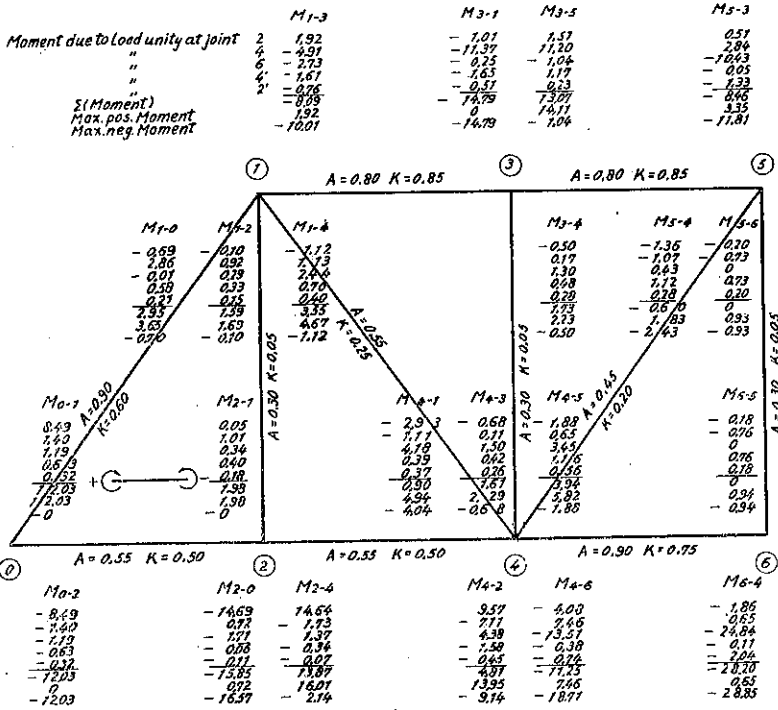
附圖-3. Joint Moment in Warren Truss with 10 panels.



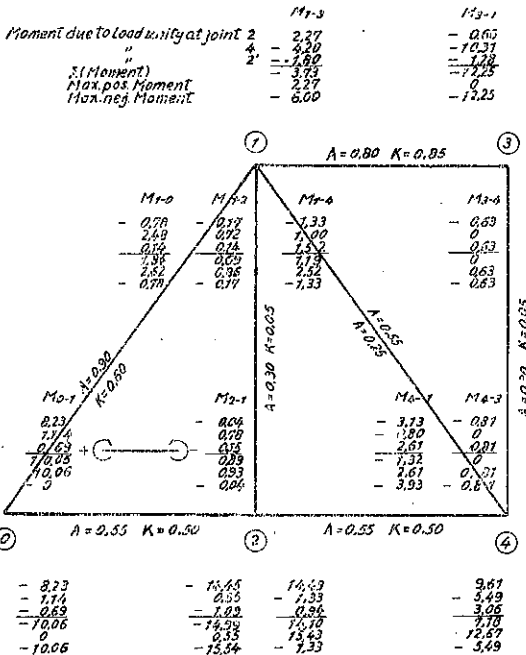
附圖-4. Joint Moment in Warren Truss with 3 panels.



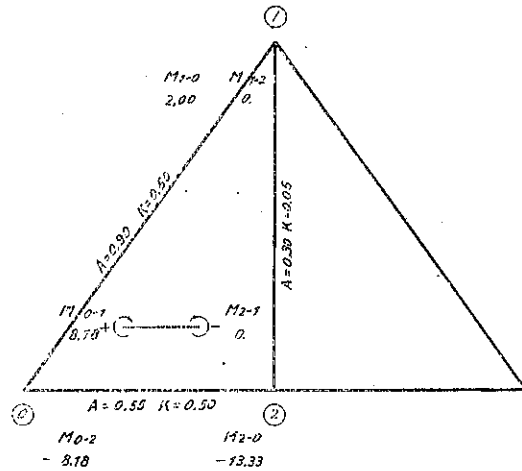
附図-5. Joint Moment in Warren Truss with 6 panels.



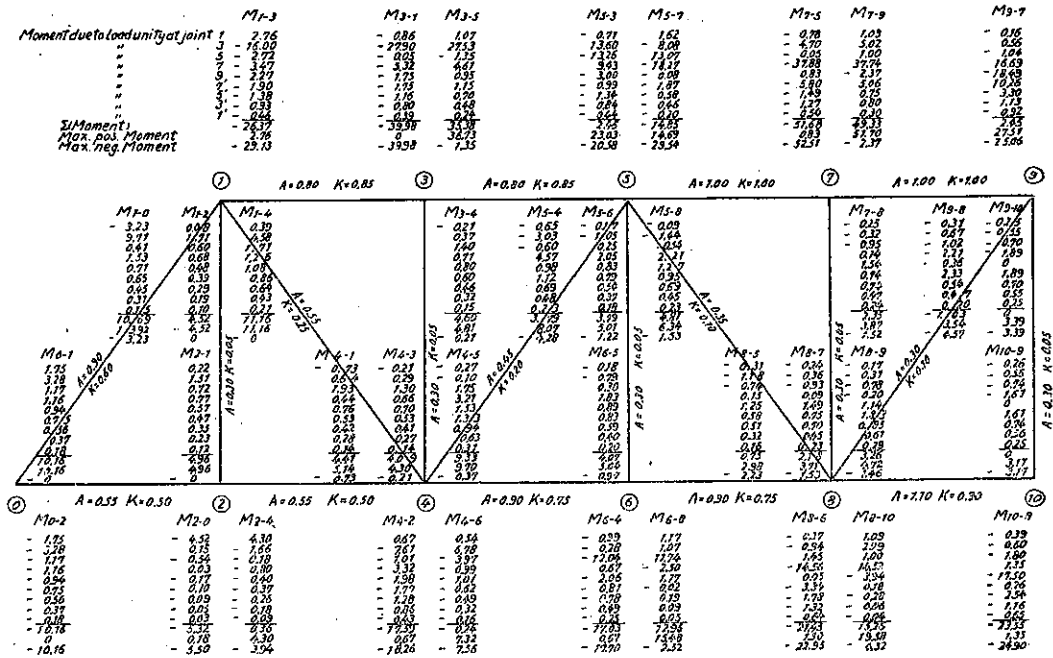
附図-6. Joint Moment in Warren Truss with 4 panels.



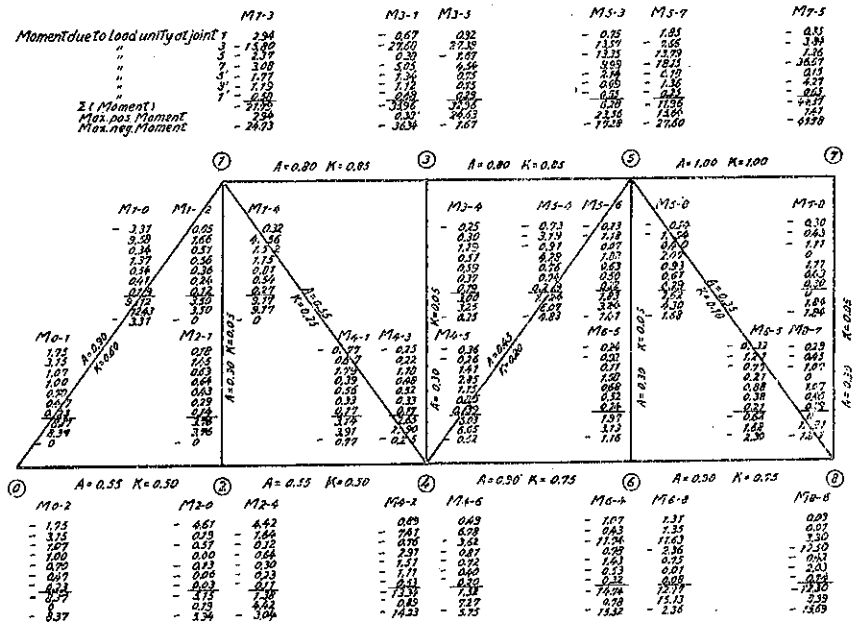
附図-7. Joint Moment in Warren Truss with 2 panels.



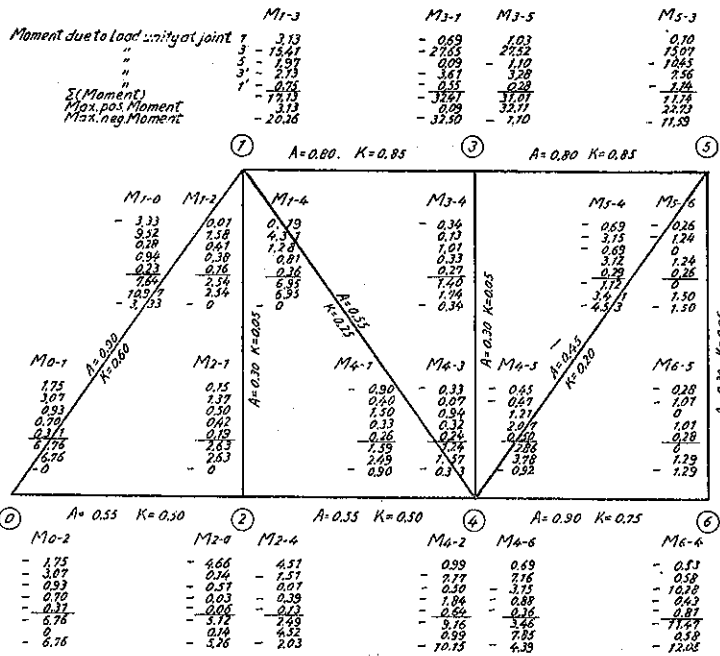
附圖-8. Joint Moment in Warren Truss with 10 panels.



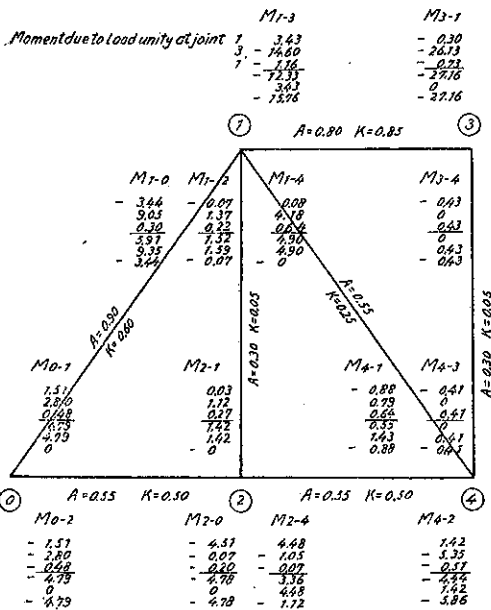
附圖-9. Joint Moment in Warren Truss with 8 panels.



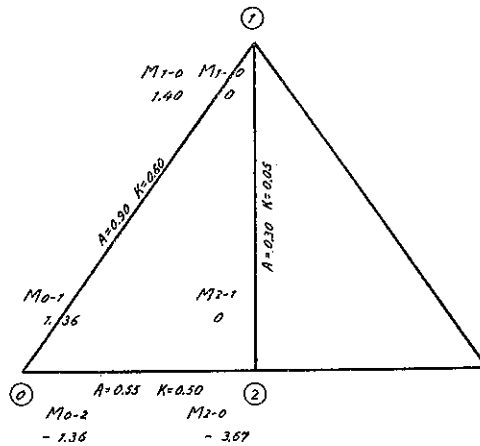
附圖-10. Joint Moment in Warren Truss with 6 panels.



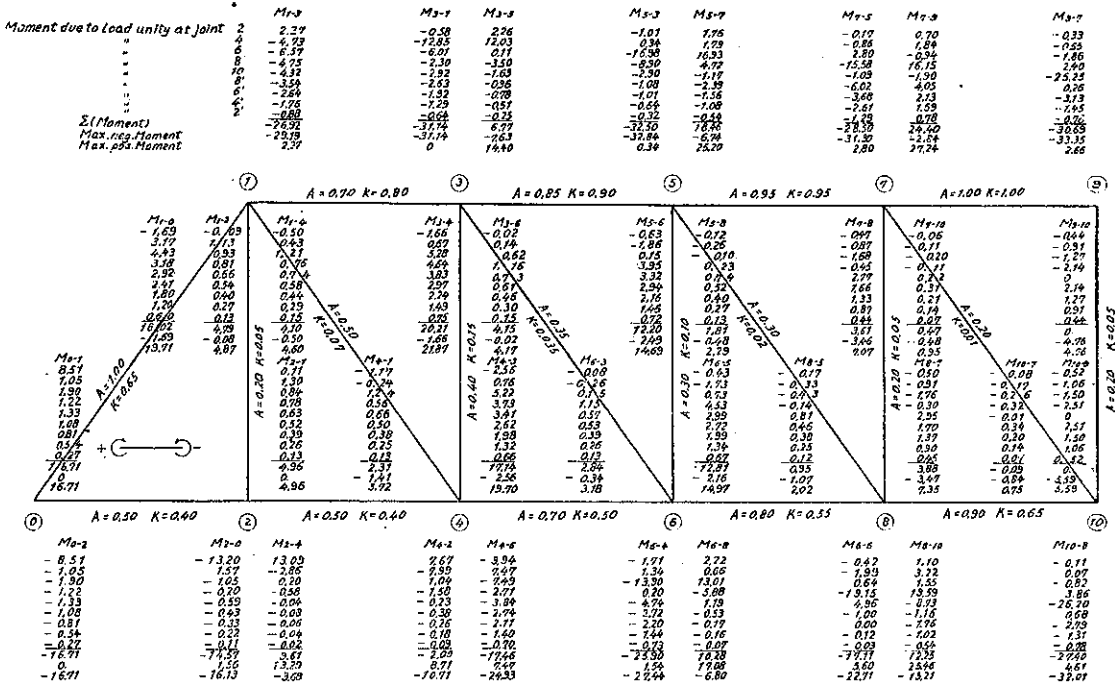
附圖-11. Joint Moment in Warren Truss with 4 panels.



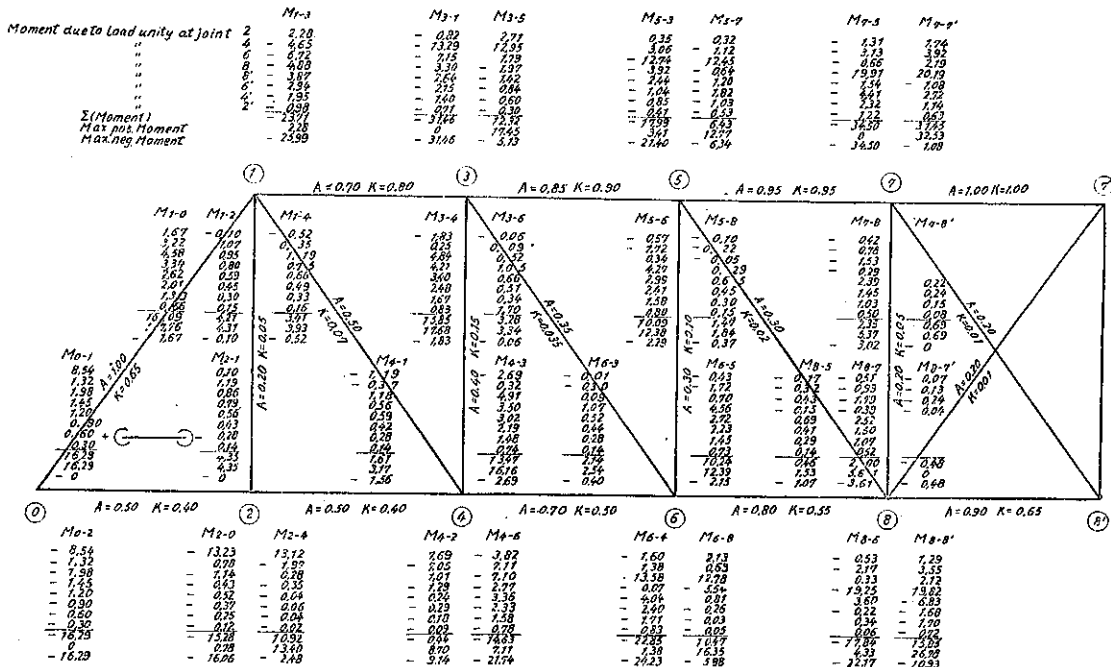
附圖-12. Joint Moment in Warren Truss with 2 panels.



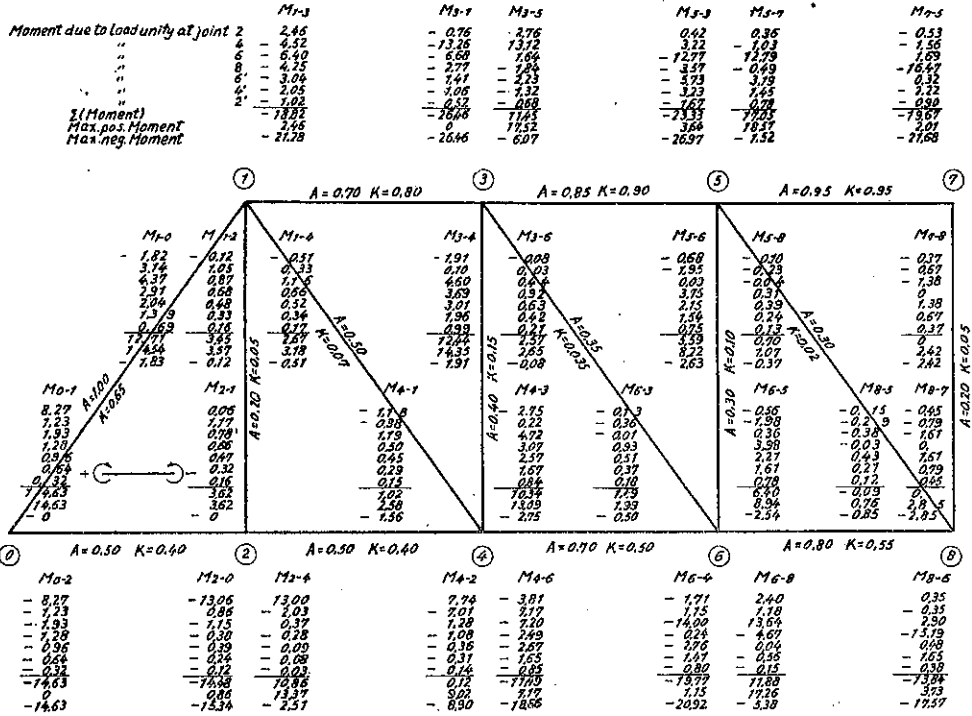
附圖-13. Joint Moment in Pratt Truss with 10 panels.



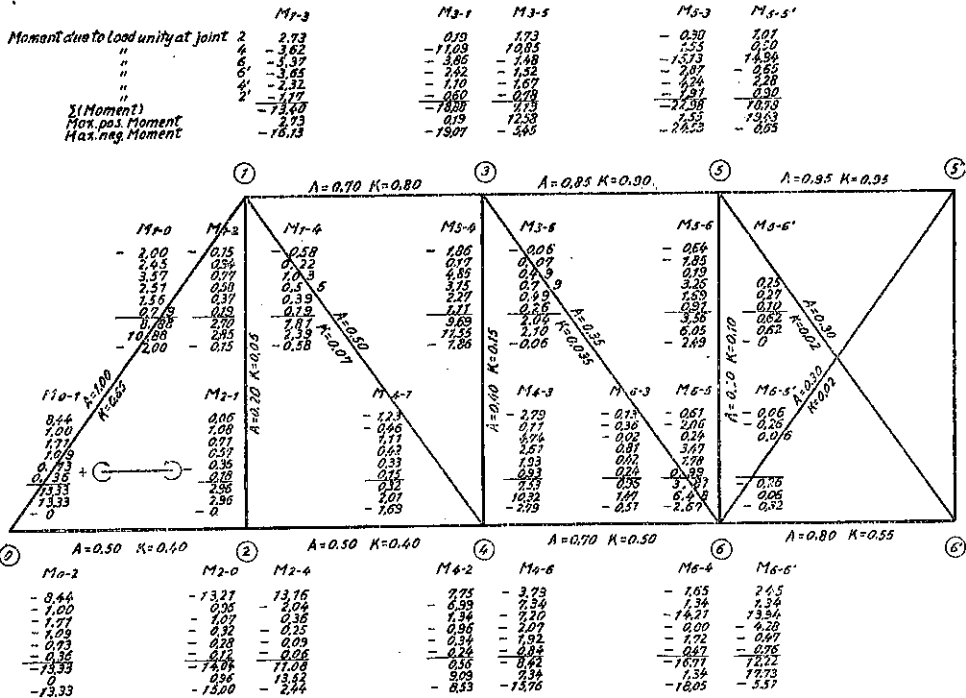
附圖-14. Joint Moment in Pratt Truss with 9 panels.



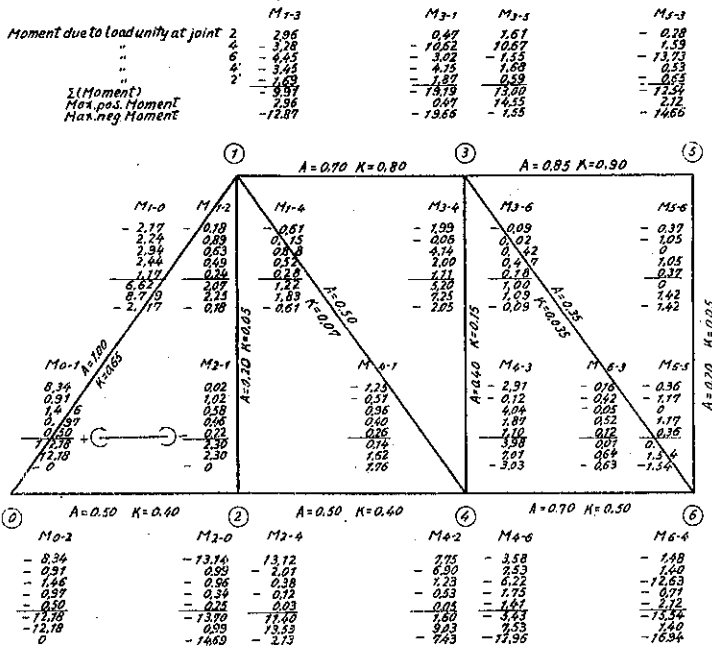
附圖-15. Joint Moment in Pratt Truss with 8 panels.



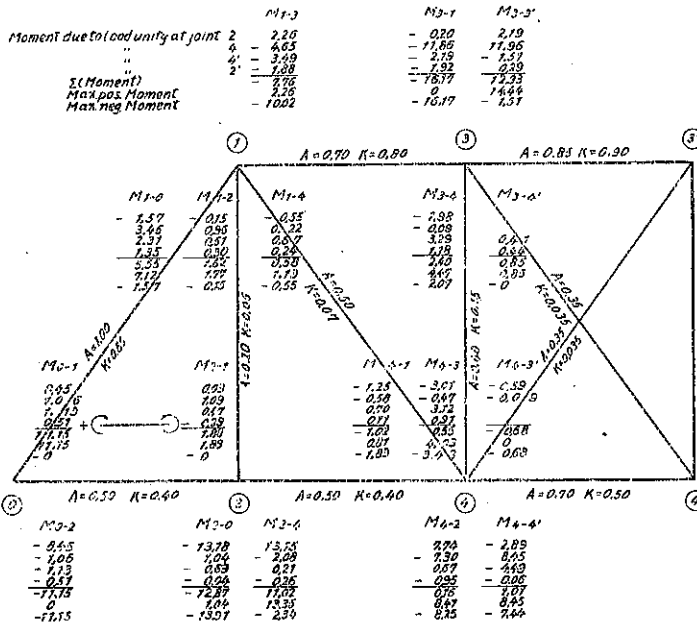
附圖-16. Joint Moment in Pratt Truss with 7 panels.



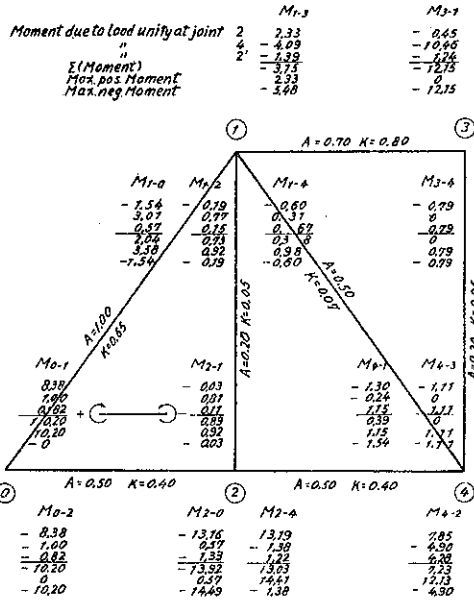
附圖-17. Joint Moment in Pratt Truss with 6 panels.



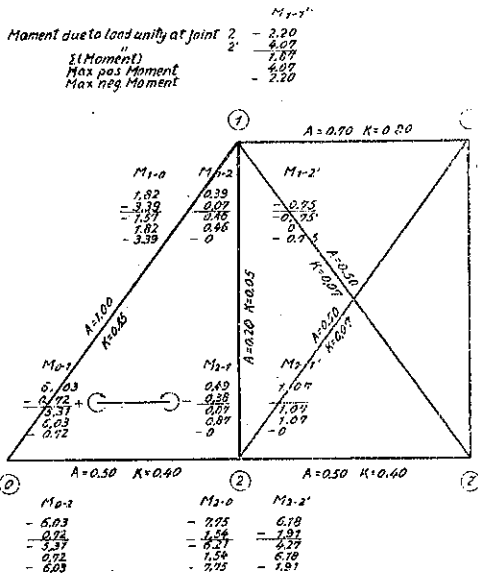
附圖-18. Joint Moment in Pratt Truss with 5 panels.



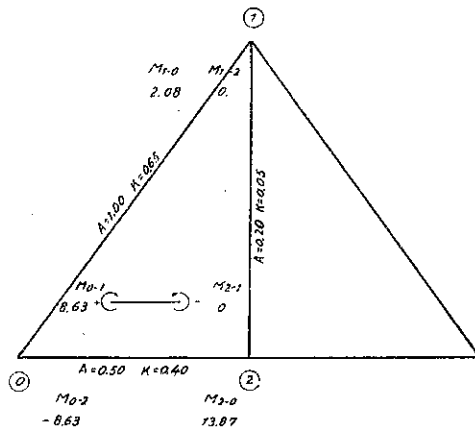
附圖-19. Joint Moment in Pratt Truss with 4 panels.



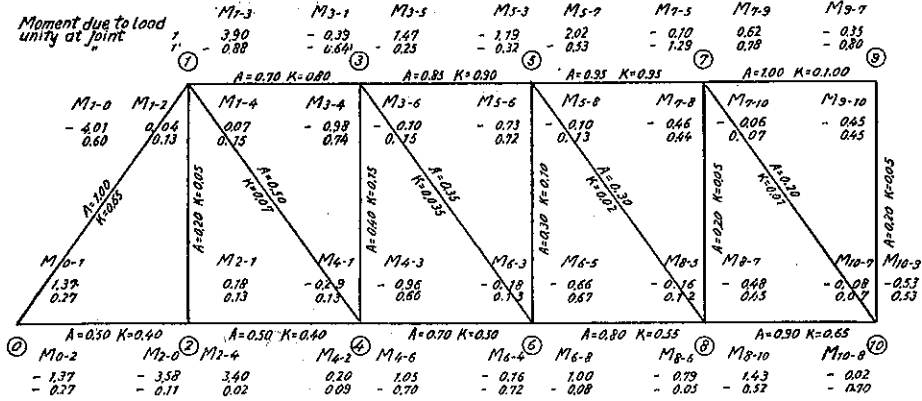
附圖-20. Joint Moment in Pratt Truss with 3 panels.



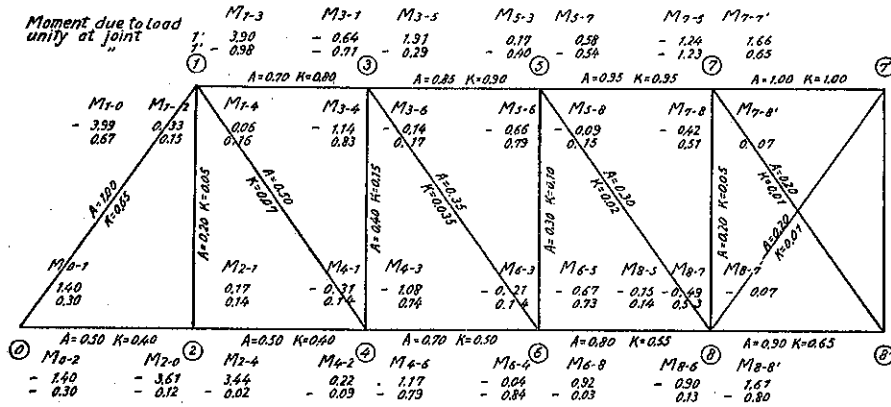
附圖-21. Joint Moment in Pratt Truss with 2 panels.



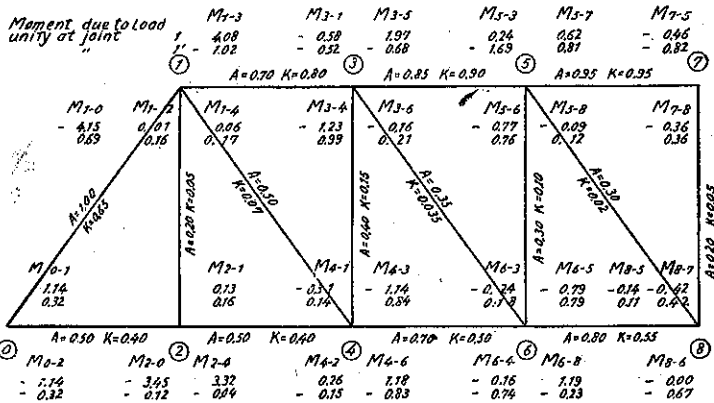
附圖-22. Joint Moment in Pratt Truss with 10 panels.



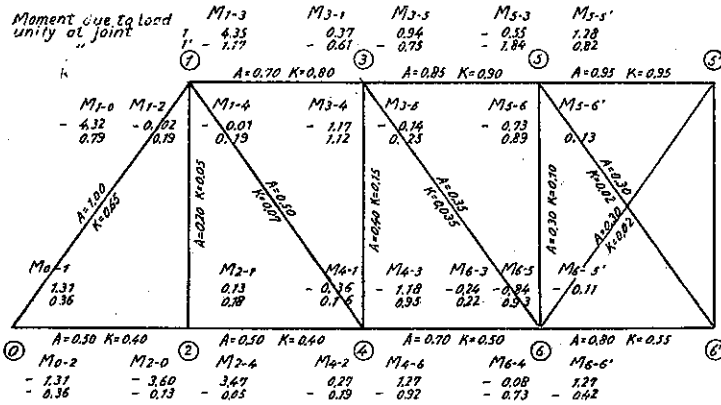
附圖-23. Joint Moment in Pratt Truss with 9 panels.



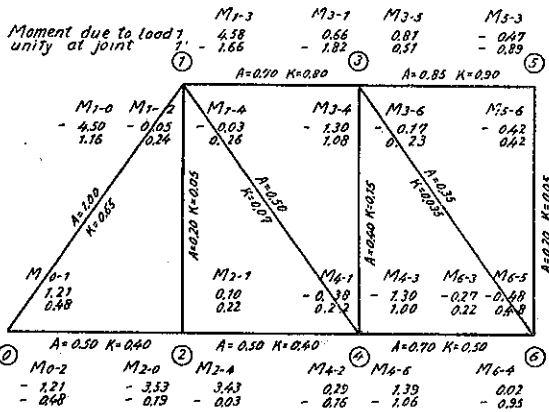
附圖-24. Joint Moment in Pratt Truss with 8 panels.



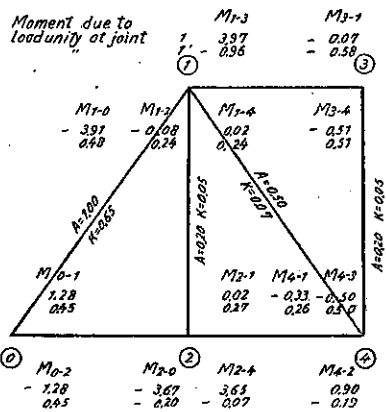
附圖-25. Joint Moment in Pratt Truss with 7 panels.



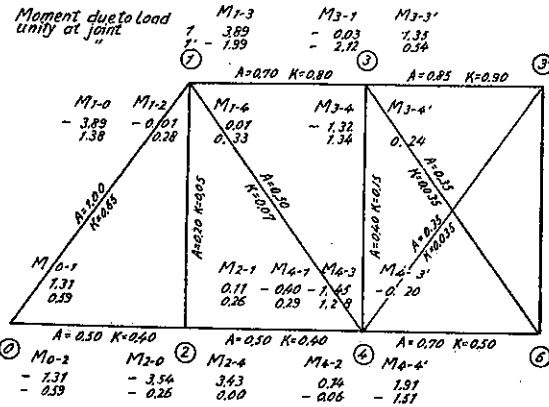
附圖-26. Joint Moment in Pratt Truss with 6 panels.



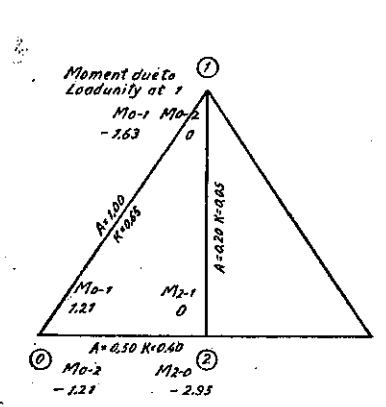
附圖-28. Joint Moment in Pratt Truss with 4 panels.



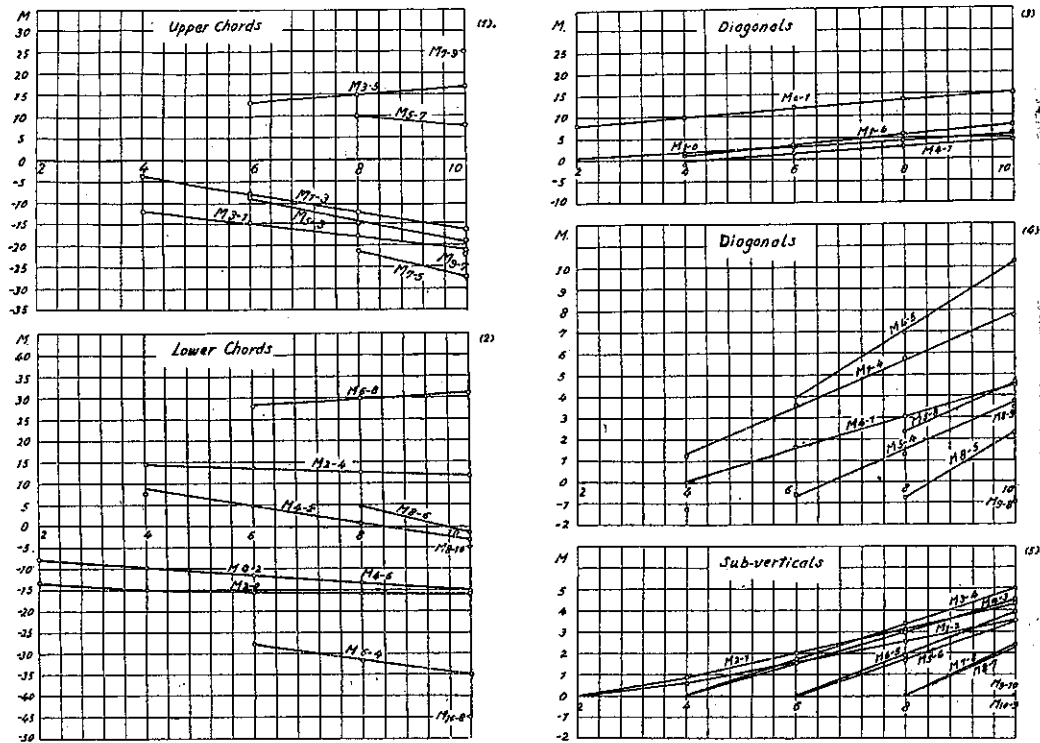
附圖-27. Joint Moment in Pratt Truss with 5 panels.



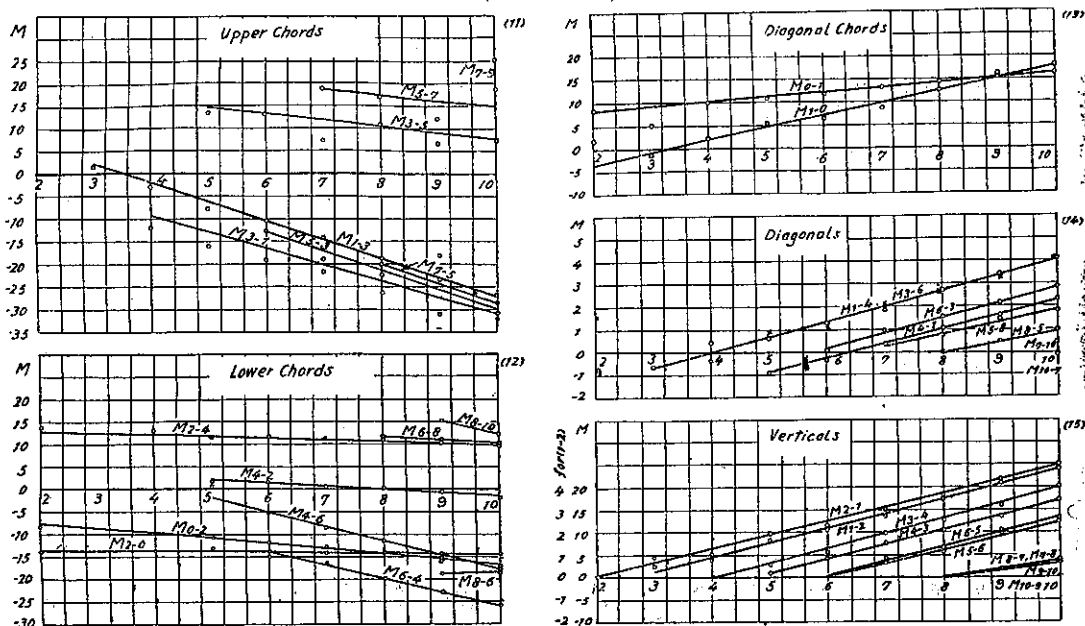
附圖-29. Joint Moment in Pratt Truss with 2 panels.



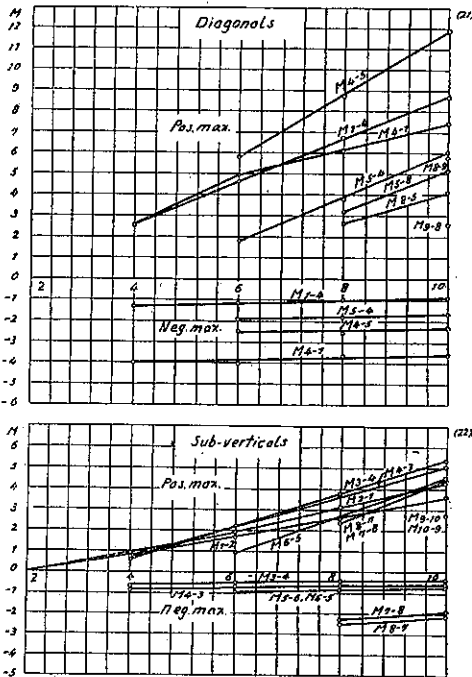
附圖-30. Relation between Joint Moment due to Full Load and Number of Panels in Span.
(Warren Truss)



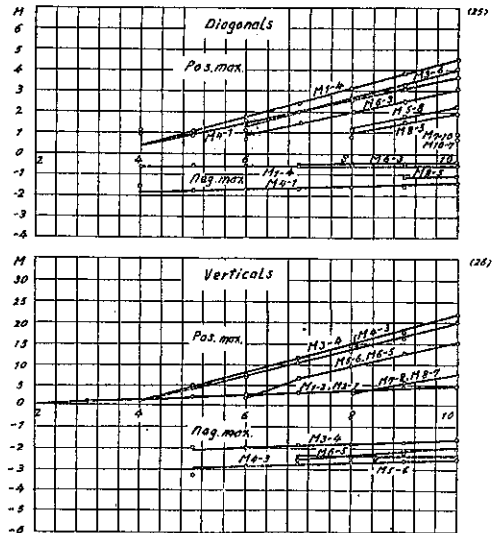
附圖-31. Relation between Joint Moment due to Full Load and Number of Panels in Span.
(Pratt Truss)



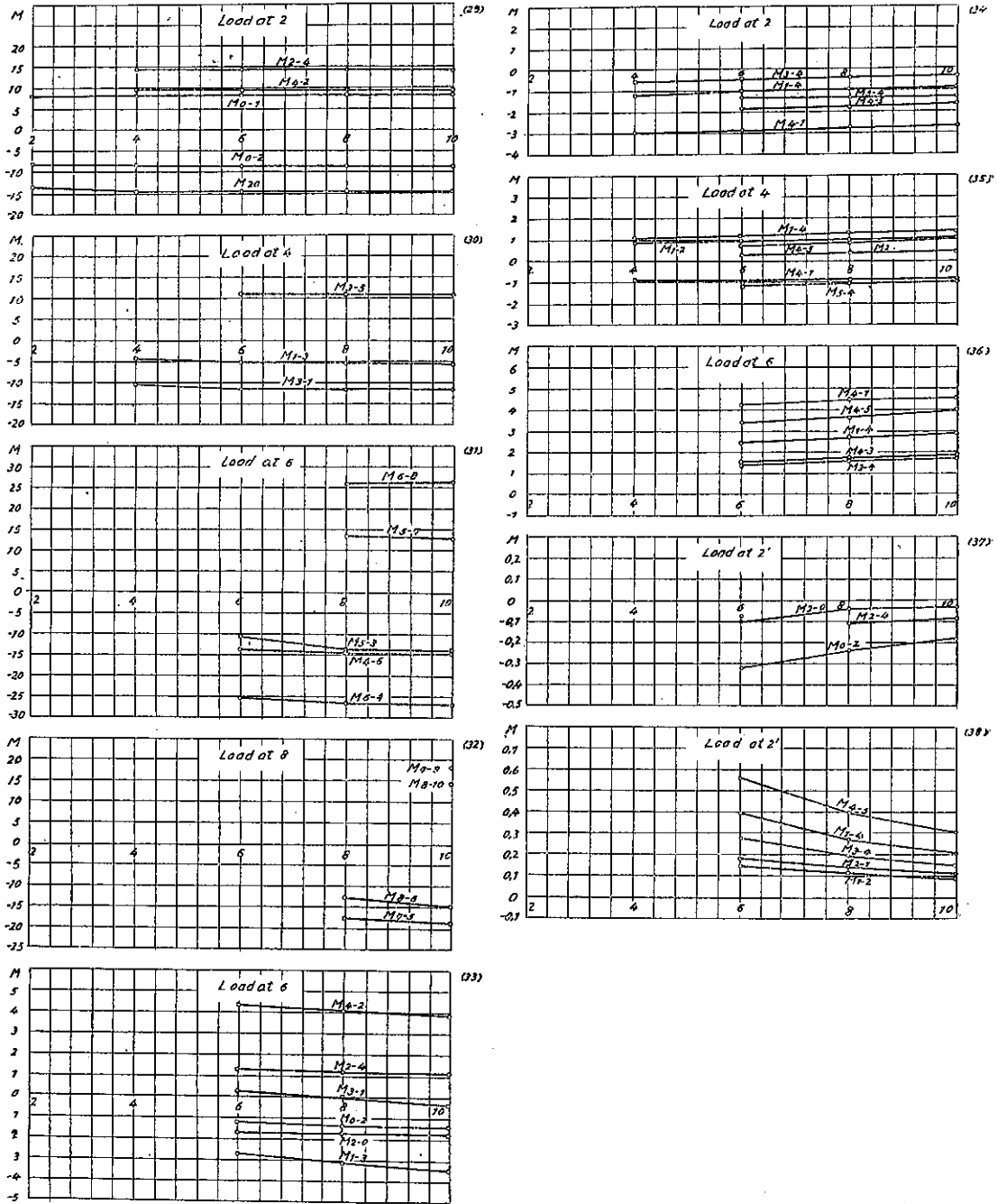
附圖-32. Relation between Max. Joint Moment in Web Members and Number of Panels in Span.
(Warren Truss)



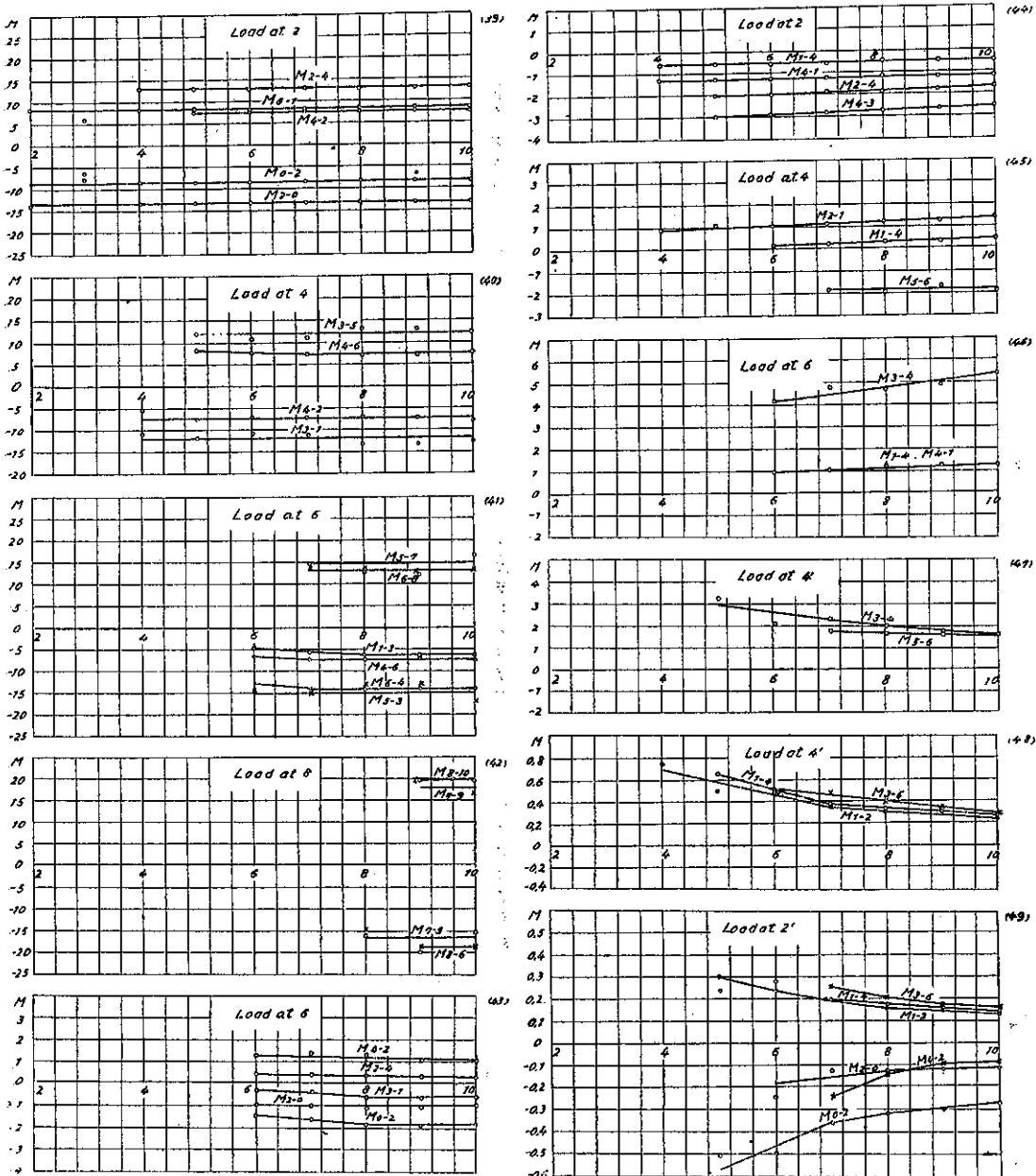
附圖-33. Relation between Max. Joint Moment in Web Members and Number of Panels in Span.
(Pratt Truss)



附圖-34. Relation between Joint Moment due to Load
Unity and Number of Panels in Span.
(Warren Truss)

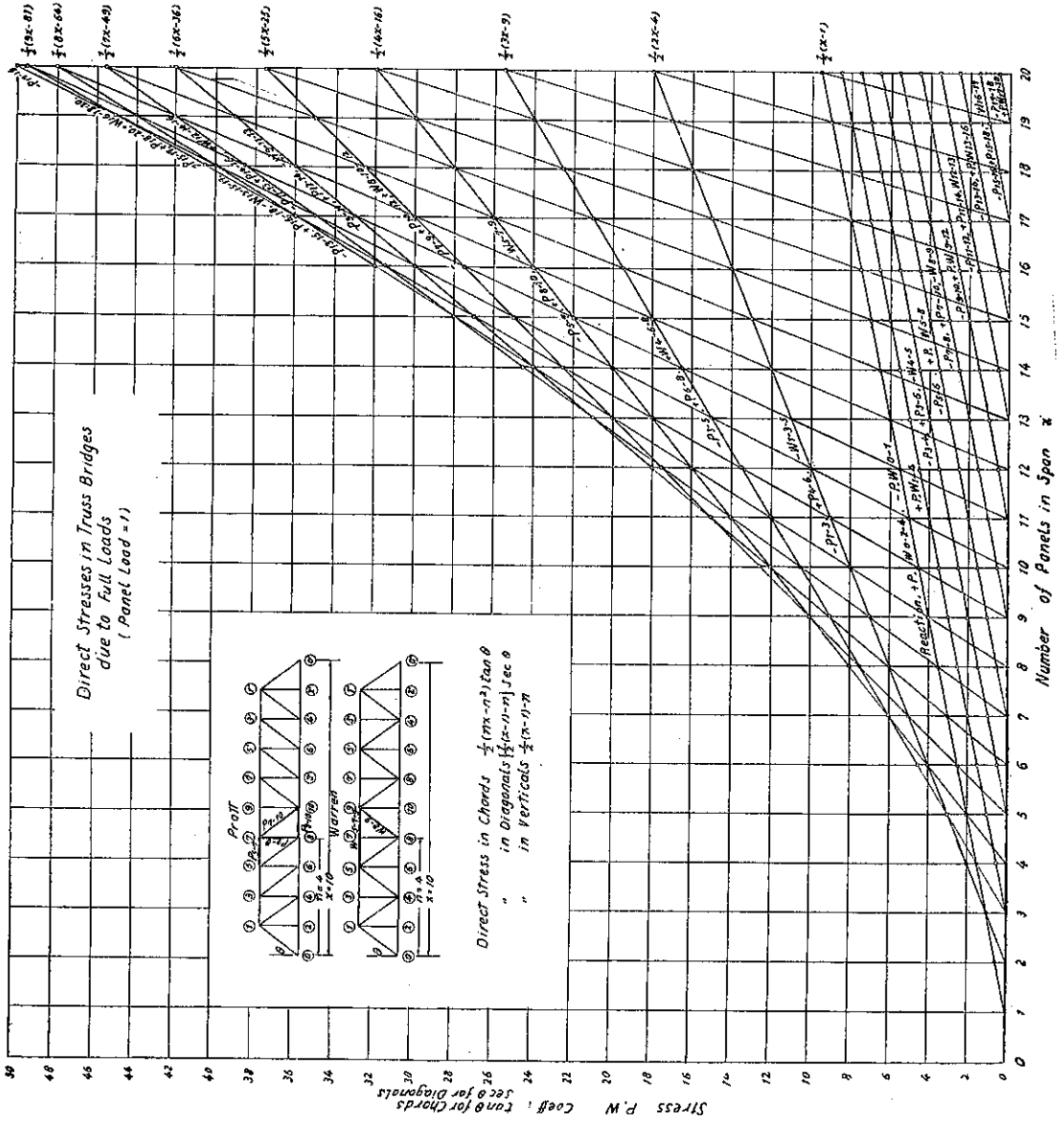


附圖-35. Relation between Joint Moment due to Load Unity and Number of Panels in Span.
(Pratt Truss)

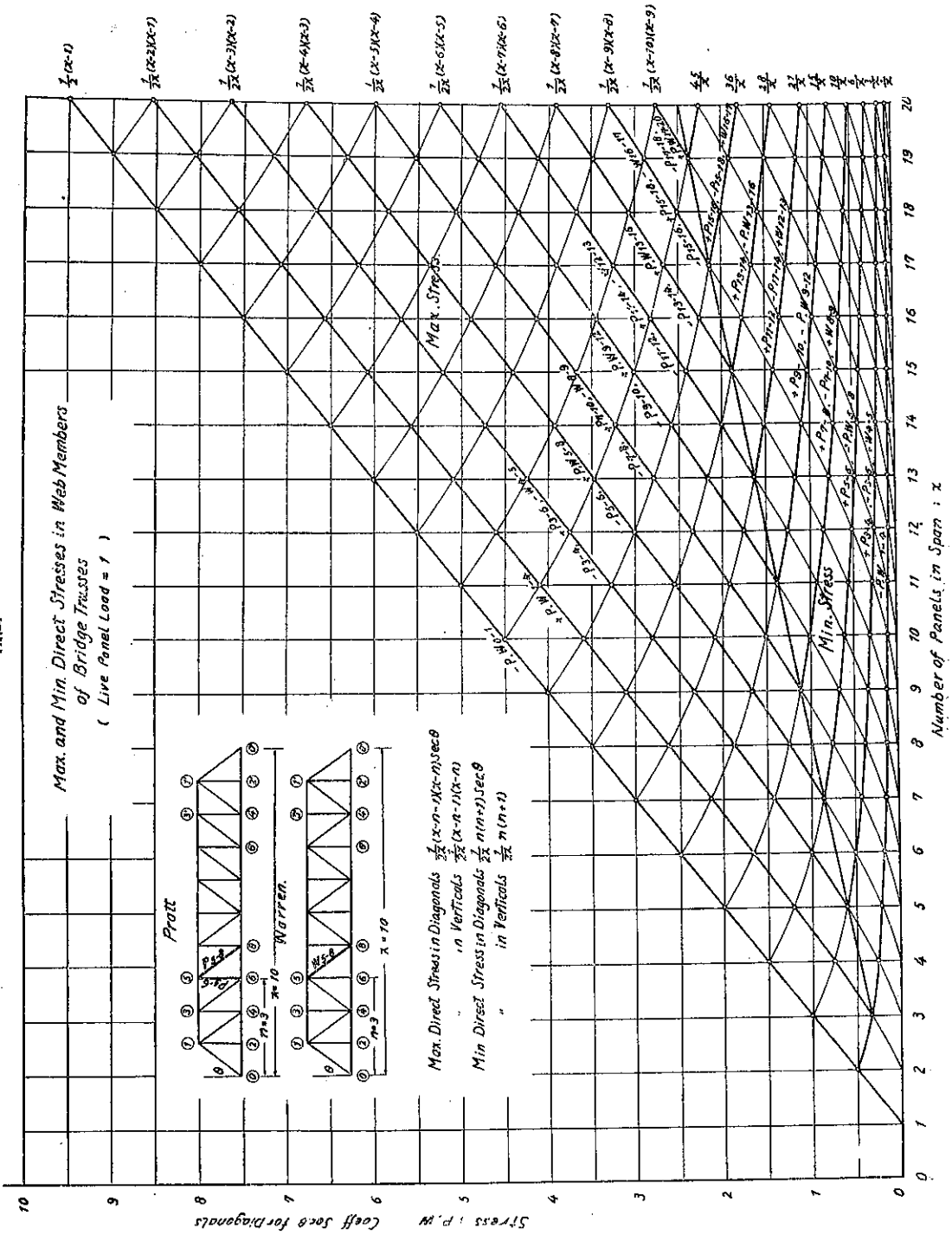


附圖-36.

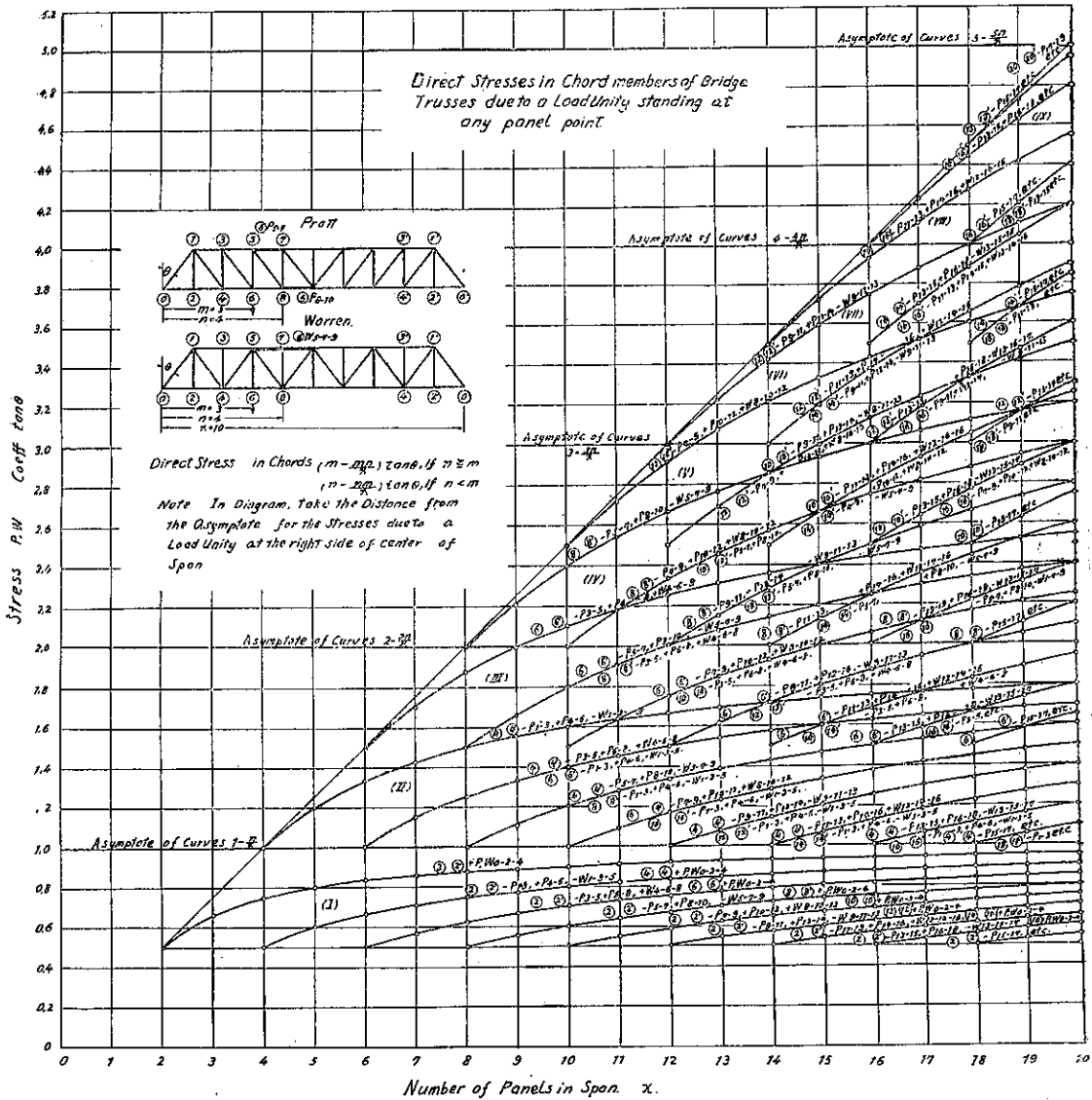
Direct Stresses in Truss Bridges due to Full Loads (Panel Load = 1)



附圖-37.



附圖-38.



附圖-39.

