論 說 報 告

第22卷第4號　昭和11年4月

骨 組 測 量 の 精 度 に 就 て

准員 加 賀 美 一 二 三*

On the Accuracy of the Skelton Surveying

By Hifumi Kagami, Assoc. Member.

要　旨

測量結果の容差限度は測量者にとつて重要事の一つである。玆に平面骨組（小三角鎖，經緯距）測量の實測上に於ける測定値と其に伴ふ誤差の關係を吟味し容差の許容標準値を示す式を求めたものである。

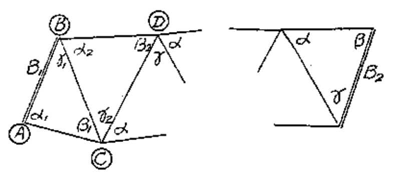
1. 三角鎖測量の精度

基線は三角鎖に接續されて測定角との關係は **圖-1** に依り次式が成立つ。

B_1：主基線，　B_2：檢基線

$$\log B_2 = \log B_1 + \sum \log \sin \alpha - \sum \log \sin \beta \cdots\cdots\cdots (1)$$

圖-1. 基線と測角との關係



(1) 測基線，測角の精度に及ぼす影響　小三角鎖測量に於ける基線測量は一般に炭素鋼卷尺が使用されて居り，其の測定結果の推差は約五十萬分の一內外の精度に達し得るものとする。

線測量として (1) 式中の log の項を展開すると

$$\log(B + \varDelta B) = \log B + \mu \cdot \varDelta B / B - \mu \cdot \varDelta B^2 / 2B^2 + \cdots\cdots$$

式中高次項は消去して第 2 項に就て考へれば基線が各所要測量等級に應じ等しい輕重率の下にて測定される樣心懸ければ主，檢兩基線の實測値は殆んど相似の精度 $\varDelta B/B$ を得られる故に三角鎖の精度に對しては基線測定は常數と考へて差支へない事となる。

三角鎖を通じて B_2 の實測と計算値との不合の原因は (1) 式中の第 2, 3 項に依りて生じるので log·sin の項は展開すれば

$$\log \sin(l + v) = \log \sin l + \mu \cot l \cdot v/\rho - \mu \operatorname{cosec}^2 l \cdot v/2\rho + \cdots\cdots$$

式中 l は測角値にて高次項を消去する時 $\mu(\cot l)/\rho$ は對數表差にて，三角鎖の精度は測定諸角の大小關係と其に伴ふ測角，視準並に器械よりの誤差 v に基づく事が明かである。

(2) 誤差の移行と三角鎖の精度　測定値が一般函數にて示される場合に測定結果の誤差は

$$M^2 = \left(\frac{\partial F}{\partial Z_1} \cdot \varepsilon_1\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial Z_2} \cdot \varepsilon_2\right)^2 + \cdots\cdots + \left(\frac{\partial F}{\partial Z_m} \cdot \varepsilon_m\right)^2 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

M が連續測定函數中に在り其の誤差が消差的に起り得ると考へられる場合には

$$(M) = \sqrt{M_1^2 + M_2^2 + \cdots\cdots + M_n^2}$$

更に $M_1, M_2 \cdots\cdots M_n$ が或る條件下に等しい輕重率にて測定されゝば次式となる。

---

* 山梨高等工業学校勤務

$$(M)=M\sqrt{n}\cdots\cdots(3)$$

今三角鎖測量の場合に就て考へると三角形所求邊の一般公式は $A=B\sin\alpha/\sin\beta$ にて (2) 式の關係を求め $d\alpha$ 及び $d\beta$ が $\pm\delta\alpha$ 及び $\pm\delta\beta$ に起り得ると考へられるから

$$dA=A\sqrt{\cot^2\alpha(\delta\alpha)^2+\cot^2\beta(\delta\beta)^2}$$

一般に測角 α,β 及び γ が等しい軽重率で實測される故に $\delta\alpha=\delta\beta=\delta\gamma=\delta$（單位秒）とし且つ n を所要三角鎖内の三角形の數とすれば

$$(M)=4.848\cdot10^{-5}A\cdot\delta\sqrt{n(\cot^2\alpha+\cot^2\beta)}\cdots\cdots(4)$$

三角測量は時間，經濟上並に地形上等より理想三角形の連鎖とならず内角の許容大さ一般限度は 表-1 の如くにして (4) 式の α,β に頂角の大さ限度を δ に内角測定許容誤差の 1/3 即ち $10''/3$ と $20''/3$ を代入して式を導き更に A を基線測量の關係より消去して三角鎖測量の精度を S とすれば

表-1.

等　級	最大角	最小角
一，二，三等三角測量	100°	40°
四等三角測量	120°	30°

$$S_3=0.0000\,233\sqrt{n},\qquad S_4=0.0000\,534\sqrt{n}\cdots\cdots(5)$$

(5) 式を図表にて示すと図-2, 図-3 の如し。

図-2.

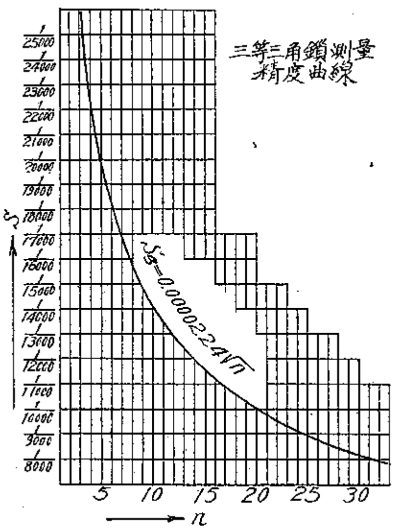
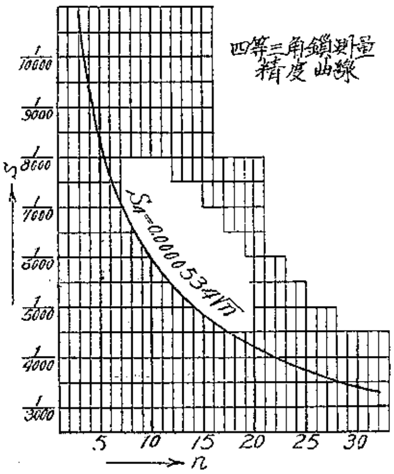


図-3.



三角鎖測量としての三角形數は任意なるも各等級に應ずる邊長關係より制限される。三角形數の實驗上の限界點（陸地測量頁 167）の $n=15$ は誤差移行の關係上より三，四等三角鎖測量の場合にも許容し得るからして図-2 3 より求めると $S_3=1/12\,000$, $S_4=1/5\,000$ となり一般精度極限と見做される。

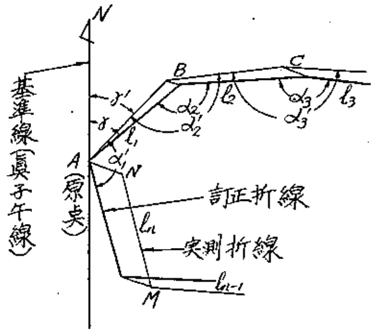
2. 經緯距測量の精度

(1) 測角，測距誤差の影響　測角作業に際し視準と讀角に伴ふ誤差は微少ながら免れない。

$\alpha_1,\alpha_2\cdots\alpha_n$ 及び $\alpha_1',\alpha_2',\cdots\alpha_n'$： 折線形の實測角及び更正角

γ 及 γ'： 偏角及び更正偏角　　とすれば

図-4. 折線測量に於ける測角測距の關係



一般に

$$\delta\theta_1=\alpha_1-\alpha',\qquad \delta\theta_2=\alpha_2-\alpha_2',$$

$\theta\delta$ は實測に伴ふ視準と讀角よりの誤差とし $\delta\theta_1,\delta\theta_2,\cdots\delta\theta_n$ に對する距離誤差は $\pm AN\delta\theta_1,\pm BN\delta\theta_2,\cdots$ となり消差と考へられる故に測點 N の全移動は

$$E_\alpha=\sqrt{(AN\delta\theta_1)^2+(BN\delta\theta_2)^2+\cdots+(MN\delta\theta_n)^2}$$

一般に各角が等しい軽重率にて測定され且つ選點が出來得る限り各邊長が等しくなる様心懸け更に任意距離に於ける誤差 $\delta\theta$ 分に對する距離誤差約 $\delta\theta/3\,440$ を加味すると

$$E_\alpha=0.0002\,9\cdot\delta\theta\cdot P\sqrt{(n+1)(2n+1)/6n}\quad\cdots\cdots(6)$$

P: 實測總長,　　n: 折線形の邊數

測點 N に於ける不合讀角の許容閉塞角は誤差の原因が消差として起る故に

$$\text{照査不合角}\leqq\delta\theta\sqrt{n}\quad\cdots\cdots(7)$$

距離測量に際し實測結果に消差と累差を伴ふ事は距離實測例が示す所である。故に任意距離測定の總誤差は一般に次式にて示される。

$$E_d=\pm\zeta_1\sqrt{P/t}+\zeta_2\cdot P/t\quad\cdots\cdots(8)$$

P: 實測距離の總長,　　t: 測定器械の單位長

ζ_1 と ζ_2 の割合は距離測量統計 (Engineering, July 7, 1911 Craster) の報告より求めると ζ_2 は ζ_1 の約 1/4 となる。之の値は平均精度約 1/900 の場合のもの故, 障碍物に依る經緯距測量區分の一般の場合の値を求めると市街地は 0.045, 平坦地は 0.113, 山間部は 0.250 となる。

(2) 角誤差と距離誤差の關係と精度　角及び距離の測定誤差は終測點に影響する故に閉差は

$$E=\sqrt{(E_\alpha)^2+(E_d)^2}\quad\cdots\cdots(9)$$

E は經緯距計算後の全誤差に依る不合長と比較すべきものにて ε_L 及び ε_D を緯距及び經距の全誤差とすれば

$$\sqrt{(E_\alpha)^2+(E_d)^2}\geqq\sqrt{(\varepsilon_L)^2+(\varepsilon_D)^2}$$

表-2.

測量區域の狀態	測角			測距	
	$\delta\theta$	転鏡儀	許容角	距離誤差	測距器械
市街地	20″	20″ 讀 (倍角法)	$20''\sqrt{n}$	$\pm(0.004-0.002)$ m $\left(\frac{1}{5\,000}-\frac{1}{10\,000}\right)$	鋼卷尺
平坦地	25″	20″ 讀	$25''\sqrt{n}$	±0.01 以上 $\left(\frac{1}{2\,000}\text{ 以上}\right)$	鋼卷尺又は竹鎖と布卷尺との併用
山間部	65″	1′ 讀	$65''\sqrt{n}$	±0.022 以上 $\left(\frac{1}{900}\text{ 以上}\right)$	竹鎖

従て A を精度所謂閉合比とすれば

$$A=E/P\leqq\sqrt{(\varepsilon_L)^2+(\varepsilon_D)^2}/P \quad\cdots\cdots(10)$$

經緯距測量の實測區域の狀態に依る測角及び測距の一般關係を表示すれば表-2 の如し。

表中の諸値を (6) 及び (8) 式中に代入して (9) 式として簡易化する時は各區域に應ずる閉差公式は

$$\left.\begin{aligned}E&=\sqrt{0.002\cdot10^{-6}(2n+1)P^2+(0.895\cdot10^{-3}\sqrt{P}+0.009\cdot10^{-3}P)^2}\quad\cdots\text{市街地}\\E&=\sqrt{0.003\cdot10^{-6}(2n+1)P^2+(2.24\cdot10^{-3}\sqrt{P}+0.055\cdot10^{-3}P)^2}\quad\cdots\text{平坦地}\\E&=0.018\cdot10^{-6}(2n+1)P^2+(4.92\cdot10^{-3}\sqrt{P}+0.275\cdot10^{-3}P)^2\quad\cdots\text{山間部}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(11)$$

經緯距邊數 $n=20$ にて實測總長 $P=3\,000\text{m}$ の結果に對し公式を應用して計算すると表-3 の如くなる。

3. 結　言

骨組測量の精度値に關しては多數提唱されて居るが其の値區々にして實測結果に其等を引用するに際し取捨に迷ふ次第である。故に一般條件と理論の下に精度公式を導いたもので三角鎖測量にて任意三角形數の場合には (10) 式の値に依る。又經緯距測量にて測角と測距器械を任意併用した場合には (6), (7) 及び (8) 式に適當値を代入して求めた精度値を基準とすれば良い。

表-3.

	精　度	照查不合角
市　街　地	1/4 100	1′30″
平　坦　地	1/2 800	1′52″
山　間　部	1/1 000	4′51″