三角測量に於ける對數計算に就て

（第 21 巻第 11 號所載）

會員　關　　重　　雄

近來土木會誌上測量に關する文獻の稀な折柄，頗る有益な御研究と存じ面白く拜見出來ました。

私共微々たる施工技術者の立場から希望と蛇足とを述べさせて頂きます。無論討議ではありません事を御了承願ひます。

偖希望と申しますのは著者の御發表を今一歩進められ現時の實狀に徹した結論を御願ひ致したいのです。例へば河川には何位表，鉄道には何位表‥‥とされたい。序乍ら著者の (1) の ΔF の方程式と (2),(3),(4) との關係を今少しく御說明を煩し度い。前者に就て御存じの事とは思ひますが，少しく蛇足を御許願ひますと，私等は傳統的に先輩から角が秒の小數 3 位（一等三角點程度）の場合には 10 位對數表を 8 位に使用し，角が秒の小數 2 位（二等三角點程度）の場合には 7 位表を角が秒の小數 1 位（三・四等程度小三角點）には 6 位表と云ふ工合に使用し來り，今日迄此の方面では格別問題を感じませんでした。著者の (2),(3),(4) 相當の如き場合には $\log(1\pm x)$, $\log\sin x$, $\log\mathrm{arc}\sin x$, $\sin(\alpha+\beta)$ の如き式を x の昇羃に展開し $x''=\frac{\pi}{2}\frac{x''}{90\times60\times60}$ と云ふ工合にして限界吟味を断面的に調べて居たのです。著者の今回の御發表は此問題の纒まつた別解として頗る面白く拜見致しました。

次に著者の本論からは外れて甚だ失禮ですが，「施工技術者の立場から (6) 例題とその吟味」を見ますと角規約の際に夾角に改正根を附せられたが，此れは夾角とせず各方向毎に改正根を入れる（零方向にも附す），随つて著者の 8 個の改正根が 12 個となり計算が約 2 割方時間が多く掛りますが，將來の種々の計算で取り返すのみならず無理なく安全な成果が得られると存じます。實際問題として邊長から見まして，此の例題の樣な場合は角は秒の 1 位で宜敷いのでないかと存じられます。さすれば間接の平均即ち座標に依る平均で澤山で，かくすれば計算に所要の時間は前者の場合の 3 割以下の短時間で完了される事と存じます。

終りに讀者に御願ひですが，其れは近來計算機械が出來平均計算も容易になりました。此れを何の勞苦もなく鼻歌を謡ひ乍ら出來る樣になすには円函數の眞數表で Dr. C. Bruhns. の表の樣な配列の（10 秒毎）7 位表を希望します。御存じの御方は御教示を御願ひ致します。此れがあれば實際土木技術者には對數の如きは全く古典的のものとなる事と存じられます。

著者　會員　工学士　江　　藤　　禮

實用者としての立場から適切なる御批判を賜はりたることに對し謝意を表します。御討議に對し便宜上次の 3 點に分けてお答へ致します。

(1) 公式の說明，(2) 例題とその吟味，(3) 對數の利用價値

(1) 獨立變數が 1 個の場合で簡單であります。

(a) 一般に

$$\log x = M\cdot l_n x,\quad M=1/l_n 10=0.43429\cdots$$

$$l_n(l+v)=l_nl+v\frac{d\,l_nl}{dl}=l_nl+v/l$$

$$\therefore\quad \log(l+v)=\log l+M\cdot v/l$$

(b)　1 radian を秒單位で表はせば $\rho=206\,265''$

$$l_n\sin(l+v)=l_n\sin l+\frac{v}{\rho}\frac{d\,l_n\sin l}{dl}=l_nl+v\cdot\cot l/\rho$$

$$\therefore\quad \log\sin(l+v)=\log\sin l+v\cdot\cot l\cdot M/\rho$$

(c)
$$10^{c+l+v}=10^{c+l}+v\frac{d\,10^{c+l}}{dl}=10^{c+l}+v\cdot 10^{c+l}\cdot l_n10=10^{c+l}+v\cdot 10^{c+l}/M$$

(2)　玆に引用した例題は，かつてある官廳に於て實測されたもので，その計算內容を吟味して見るに少なからず不備な點がある樣に思はれます。さて拙者は對數計算を論じ測量の本体には觸れてゐないのです。序でに少し述べさせて頂きます。元來最確値の如きは無暗に多くの桁までとるのは誤りで，觀測の精密度即ち推差の大さによつて自ら限度があるのです。たとへば例題に於ける角 ⑧ に對しては，1 秒讀みの器械を用ひて 60 回測定し，その平均値として 55°6′59.″2917 を記載してゐますが，その推差を求めて見たるに ±0.″064 となるから，秒の小數第 2 位までとれば充分で，しかもその第 2 位は信賴し難いのです。更に局所條件によつて +0.″02 なる更正を施すから 59.″31 或は 59.″3 とすべきでせう。故に拙論に於ては「かりに秒の小數第 3 位まで信賴出來るとする」と假定して置いた譯です。要するに測定値の桁數を合理的に採用することが先決問題で，對數計算は第二義的のものであります。

(3)　計算器械の進步普及につれて乘除の運算が容易になり，この點に於ては對數の利用價値が低下しつゝあるのは事實であります。然し計算公式それ自身が對數によつて簡明に表示される場合もあり，又天文學に多く見る樣に公式が對數計算に都合のよい形に作られてゐることもあります。たとへば拙著の例題に於て公式 (a) の邊方程式を對數によらずに運算しようとするには $\sin(l+\delta)=\sin l+\delta\cdot\cos l$ を用ひて $\delta's$ の一次式に展開して置くことが必要です。計算の結果係數 $a's$ 及び w の內容は次の樣になります。

$$a_2=\sin l_4\cdot\sin(l_6+l_7)\cdot\cos l_2-\sin l_5\cdot\sin l_7\cos(l_2+l_3)$$
$$a_3=-\sin l_5\cdot\sin l_7\cdot\cos(l_2+l_3)$$
$$a_4=\sin l_2\cdot\sin(l_6+l_7)\cdot\cos l_4$$
$$a_5=-\sin(l_2+l_3)\cdot\sin l_7\cdot\cos l_5$$
$$a_6=\sin l_2\cdot\sin l_4\cdot\cos(l_6+l_7)$$
$$a_7=\sin l_2\cdot\sin l_4\cdot\cos(l_6+l_7)-\sin(l_2+l_3)\cdot\sin l_5\cdot\cos l_7$$
$$w_4=\sin l_2\cdot\sin l_4\cdot\sin(l_6+l_7)-\sin(l_2+l_3)\cdot\sin l_5\cdot\sin l_7$$

なほ言葉尻を捉へて失禮ですが「土木技術者には對數の如きは全く古典的のものとなる」と言はれますが，濡の計算其他に於て必要缺くべからざるものと思ひます。

最後に三角函數の眞數表ですが，著者の氣付いたものを取り敢へず玆に記載して置きます。

Brandenburg, H., Siebenstellige Trigonometrische Tafel für Berechnung mit der Rechenmaschine.

Peters, J., Siebenstelling Werte der Trigonometrischen Funktionen von Tausendstel zu Tausendstel des Grades.