

論 說 報 告

第 21 卷 第 5 號 昭和 19 年 5 月

重力堰堤の内部應力算定に關する一方法

准 員 工 學 士 新 井 義 輔*

One Method on the Calculations of Stresses in Gravity Dam

By Yosisuke Arai, C. E., Assoc. Member.

内 容 梗 概

本文は地震に因る動水壓を考慮した場合の水平震度と然らざる場合の水平震度との關係を求め次に重力堰堤に於て頂部附加重量、堆砂土壓及び地震に因る動水壓を考慮したる場合の内部應力を直角坐標を用ひて表し、是の誘導せる式を用ひて實例に就き計算したものである。

記 號

本文に於ては堰堤上流側頂點を坐標原點とし x 軸を鉛直下向きに y 軸を水平右向き(下流側)にとり次の如き記號を用ひる。但し總て m. t とする。

H : 堰堤上流側頂點より岩盤面迄の鉛直距離, h_1 : 堰堤上流側頂點より堆砂面迄の鉛直距離

h_0 : 地震に因る水平面隆起高,

K_1 : 満水時水平震度

K_2 : 空虛時水平震度,

w_0 : 單位體積の池水の重量 (1 t/m³)

w : 單位體積の堤體の重量,

w_1 : 單位體積の堆砂の重量

w_2 : 水中に於ける堆砂の單位體積の有効重量 (= $w_1 - w_0$), γ_0 : 池水の比重 (= 1)

γ : 堤體の比重,

γ_1 : 堆砂の比重

μ : 揚壓力係數,

C_e : 堆砂の土壓係數

α_1 : 下流面の x 軸に對する傾斜角.

α_2 : 上流面の x 軸に對する傾斜角

$m = \tan \alpha_1$, $n = \tan \alpha_2$ 但し何れも (+) とする。

$(m+n)x$: x 水平斷面に於ける堤體の幅

σ_x : x 軸に平行に作用する應力 (壓應力を (+) とする)

σ_y : y 軸に平行に作用する應力 (")

τ_{xy} : xy 面に垂直な平面上に在り x 軸 y 軸に夫々平行に作用する剪應力

σ_1 : 最大主應力,

σ_2 : 最小主應力

τ_m : 最大剪應力,

V : 堤體内部の任意の點の揚壓力の強さ

1. 緒 言

近來高堰堤の築造されるもの多く特に米國に於ては Boulder 堰堤を初めとし、現在築造中のものでも十指を屈するに足る。

我國に於ても既設庄川小牧、祖山及び朝鮮赴戰江堰堤を初めとし、諸所に高堰堤の築造計畫を聞く。是等は何れもコンクリート造重力式堰堤にして總て水壓、地震力、堆砂壓及び揚壓力等を考慮して設計せられて居るものであるが、更に最近米國 Westergaard 教授、我が國に於ては物部博士等の研究に依り地震に因る動水壓が著しく堰堤の安定に關係することが明かになつた結果、將來は重要な堰堤はこの動水壓を考慮して設計せられるものと考へられる。

* 大同電力株式會社社員

筆者は水壓の他に上記の各 2 次的外力を考慮した場合の堰堤の内部應力を一目瞭然たらしむる公式を求めんと試みた。もつとも基本三角形断面に於て水壓、地震力を考慮せる場合は物部博士が既に発表せられて居るが⁽¹⁾、筆者は非溢流堰堤にて頂部幅員を考慮するとき及び溢流堰堤の場合にも適用し得る式を誘導したものである。

併し是等の式は弾性理論に立脚せる嚴密なる解法を用ひざりし爲、現在一般に理論的に稱へられて居る應力分布状況と稍々異つた結果になつて居る。即ち τ_{xy} の一水平断面に於ける分布状況は拋物線にて表はされるが上に凹 (upward concave) である。しかるに理論的には上に凸 (upward convex) とされて居る。併しながら淺學なる筆者が種々調べた結果は必ずしも堤體の一水平断面に於ける剪應力の分布状況は上に凸 (upward convex) なる拋物線なりとは斷定出来ない様である。即ち Unwin 氏其の他の實驗的研究に依れば⁽²⁾ 次の如き結論を得て居る。

- (1) 矩形断面の堰堤に於ては一水平断面に於ける剪應力の分布は拋物線を以て表はされる。
- (2) 三角形断面の堰堤に於ては一水平断面に於ける剪應力の分布は下流趾を頂點とする三角形を以て表される。
- (3) 背面鉛直にして前面曲線状をなせる堰堤に於ては一水平断面に於ける剪應力の分布は前 2 者を結合せるもので表はされる。

又最近米國に於て Boulder, Norris 及び Grand Coulee の各堰堤に就き模型實驗を行つた結果が発表せられて居るが⁽³⁾ 是に依ると應力分布状況は、勿論實驗的誤差もあらうが、單一的な曲線で表はされて居ない。

以上の如く未だ確定的な結果は提出せられて居ない。故に弾性理論に立脚せる三角桁木桁としての堰堤の内部應力の解法は暫く措き現在普通用ひられる鉛直壓應力は直線状分布をなすとの假定に基き各應力を表はす式を誘導したものである。

是に依れば設計條件により満水、空虛の各場合に對し豫め各係数を算出して置けば各断面に於ける應力度は直ちに算出出来るのみならず、各断面の上流趾下流趾に於ける満水時空虛時、に於ける鉛直應力を算出することにより自重と外力との合成力の作用線が底面の middle third 内にあるや否やも檢することが出来る。尙主應力度線を畫く方法は稍々複雑なるも一般的方法を用ひた。

2. 同一断面に於て middle third の條件を満足する K_1 と K_2 の關係

地震に因る動水壓を考慮したる場合の水平震度と之を考慮せざる場合の水平震度との關係を求めて見るに今

K_1 : 動水壓を考慮せる場合の水平震度, K_2 : 動水壓を考慮せざる場合の水平震度

とし簡單のため動水壓も頂點より作用するものとし土壓係数は兩者の場合同一なりと考へる。従つて第 1 圖に於て作用外力及び自重の合成力の作用線が断面 X-X' の middle third の下流端に會するのための條件は夫々次の 2 式で表はされる。⁽⁴⁾

$$(\gamma - \mu)m^2 = 1 + \left(\frac{x-h_1}{x}\right)^3 (\gamma_1 - 1) C_e + m \left[\gamma K_2 - n \left\{ \gamma + 2 + 2 \left(\frac{x-h_1}{x}\right)^2 (\gamma_1 - 1) - 2\mu \right\} \right] + n^2 \left[-1 + \mu + \gamma \frac{K_2}{n} \right. \\ \left. - \left(\frac{x-h_1}{x}\right)^2 \left\{ 2(\gamma_1 - 1) - \left(\frac{x-h_1}{x}\right)(\gamma_1 - 1) \right\} \right]$$

(1) 物部長穂, 土木耐震學 151~155 頁*

(2) "On the distribution of Shearing Stress in Masonry dam" Engineering (London) Vol. 79, 1905 にあるも筆者は Filon: Waterworks handbook p. 134 に依る。

(3) Eng. News. Record, Vol. 113, No. 23, p. 720

(4) 物部長穂: Earthquake-Proof Construction of Masonry Dams.

同上: "地震に因る動水壓を考慮せる重力堰堤の断面決定法" 内務省土木試験所報告 26 號

$$\begin{aligned}
 (\gamma - \mu)m^2 &= 1 + \left(\frac{x - h_1}{x}\right)^2 (\gamma_1 - 1) C_e \\
 &+ m \left[\gamma K_a - n \left\{ \gamma + 2 + 2 \left(\frac{x - h_1}{x}\right)^2 (\gamma_1 - 1) - 2\mu \right\} \right] \\
 &+ n^2 \left[-1 + \mu + \gamma \frac{K_a}{n} - \left(\frac{x - h_1}{x}\right)^2 \left(1 + \frac{h_1}{x}\right) (\gamma_1 - 1) \right] + 1.4 K_a \left(\frac{H}{x}\right)^{\frac{1}{2}}
 \end{aligned}$$

左邊は相等しき故等置して $\gamma(m+n)K_s = \gamma(m+n)K_a + 1.4 K_a \left(\frac{H}{x}\right)^{\frac{1}{2}}$

$$\therefore \frac{K_s}{K_a} = 1 + \frac{1.4}{\gamma(m+n)} \left(\frac{H}{x}\right)^{\frac{1}{2}} \quad \text{或は} \quad \frac{K_a}{K_s} = \frac{1}{1 + \frac{1.4}{\gamma(m+n)} S^{\frac{1}{2}}} \dots\dots\dots (1)$$

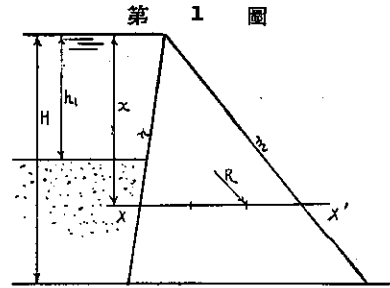
茲に $S = \frac{H}{x}$

$\gamma = 2.4$ とし $m+n$ の値を 0.8 より 1.0 とし S と K_a/K_s の關係を第 2 圖に示す。第 2 圖に依れば堤底即ち $S=1$ に於ては K_a/K_s は平均 0.6 である。従つて在來の $K_s=0.2$ 又は $K_s=0.15$ に對する K_a は 0.12 及び 0.9 となる。而して上部程即ち S の大なる程安定條件を満足するためには同一 K_s に對し K_a は小となる。換言すれば動水壓を考慮して斷面を決定する場合は上部程大なる下流面傾斜を必要とする。併し是は頂部を除いてその差微小である。(5)

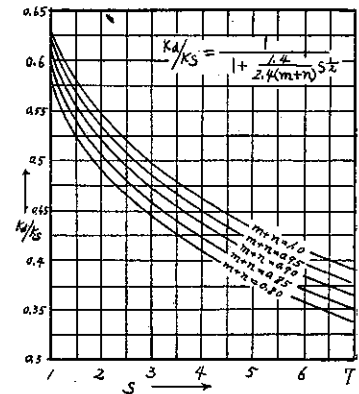
3. 堤體横斷面に於ける應力

堤體内部に於て單位厚さの各邊が dx, dy なる長を有する微平行六面體の平衡條件より次式を得る。

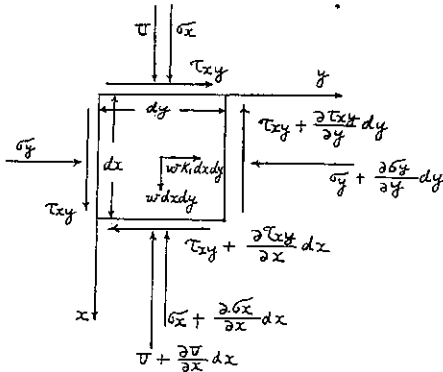
$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = w - \frac{\partial U}{\partial x}, \quad \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = w K_1 \dots\dots\dots (2)$$



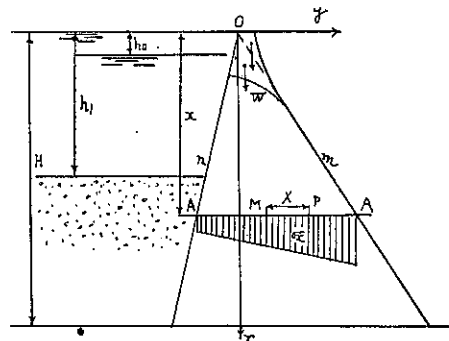
第 2 圖



第 3 圖



第 4 圖



(5) 詳細は、物部長穂：“地震に因る動水壓を考慮せる重力堰堤の斷面決定法”内務省土木試験所報告 26 號 参照。

但し應力の方向は第 3 圖に示す方向を正とする。

任意の點の揚壓力は、堰頂より x なる深に於て上流端に於て $\mu w_0 x$ 、下流端に於て零なる 三角形狀に作用するものと考へる故に $U = \mu \frac{w_0}{m+n} (mx - y)$ にて表はされる。故に (2) 式は

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = w - \mu \frac{w_0}{m+n} m, \quad \frac{\partial \sigma}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = w K_1 \dots\dots\dots (3)$$

となる。今基本三角形に於て切取りたる部分の重量と附加したる部分の重量との代數和を單位長當り W 、其の重心の坐標を x_0, y_0 とし、地震に因る動水壓は常時満水面以下に作用し静水壓は堰頂より作用するものとすれば頂點より x なる距離の A-A 斷面に作用する満水時に於ける外力、斷面の中點に關する 肱長及び能率の向きは次の通りである。

名 稱	外 力	肱 長	能率の向
堤體の重量	$\frac{1}{2} w(m+n)x^2$	$\frac{1}{6}(m-n)x$	-
上流面に作用する水平水壓	$\frac{1}{2} w_0 x^2$	$\frac{1}{3} x$	+
上流面直上の池水の重量	$\frac{1}{2} w_0 n x^2$	$\frac{1}{6}(3m+n)x$	-
上流面に水平に作用する堆砂壓	$\frac{1}{2} w_e C_d (w - h_1)^2$	$\frac{1}{3}(x - h_1)$	+
上流面直上の堆砂の重量	$\frac{1}{2} w_e n (x - h_1)^2$	$\frac{1}{6}(3m+n)x + \frac{1}{3} n h_1$	-
堤體に作用する水平地震力	$\frac{1}{2} w K_1 (m+n)x^2$	$\frac{1}{3} x$	+
附加重量	W	$nx + y_0 - \frac{1}{2}(m+n)x$	+
附加重量に作用水平地震力	$W K_1$	$x - x_0$	+
地震に因る動水壓	$\frac{7}{12} w_0 K_1 (H - h_0)^{1/2} (x - h_0)^{3/2}$	$\frac{2}{5}(x - h_0)$	+
斷面 A-A に作用する總揚壓力	$\frac{1}{2} w_0 (m+n) \mu x^2$	$\frac{1}{6}(m+n)x$	+

但し堰堤の單位長に就て考へ能率の向きは右廻り(時計の方向)を (+) とする。

故に A-A 斷面に作用する垂直力及び中點に關する彎曲率 M は夫々次式にて表はされる。

$$N = \frac{1}{2} w(m+n)x^2 + \frac{1}{2} w_0 n x^2 + \frac{1}{2} w_e n (x - h_1)^2 + W - \frac{1}{2} w_0 (m+n) \mu x^2$$

$$M = -\frac{1}{12} w(m^2 - n^2)x^3 + \frac{1}{6} w_0 x^3 - \frac{1}{12} w_0 (3mn + n^2)x^3 + \frac{1}{6} w_e C_d (x - h_1)^3 - \frac{1}{2} w_e n \left\{ \frac{1}{6}(3m+n)x + \frac{1}{3} n h_1 \right\} (x - h_1)^2 + \frac{1}{6} w K_1 (m+n)x^3 + W K_1 (x - x_0) + W \left\{ y_0 + \frac{1}{2}(n-m)x \right\} + \frac{7}{30} w_0 K_1 (H - h_0)^{1/2} (x - h_0)^{5/2} + \frac{1}{12} w_0 (m+n)^2 \mu x^3$$

“鉛直應力の分布は一水平斷面に於て直線狀なり” と假定すれば σ_x は次式を以てて表はすことが出来る。

$$\sigma_x = \frac{N}{A} + \frac{M}{I} X \dots\dots\dots (4)$$

茲に A : x 水平斷面の面積 $= (m+n)x \times 1$, I : x 水平斷面の中心線に關する慣性能率 $= \frac{1}{12}(m+n)^2 x^3$

X : 中點 M より任意の點に到る距離(右方+, 左方-) $= nx + y - \frac{1}{2}(m+n)x = y + \frac{1}{2}(n-m)x$

(4) 式に N, M 及び A, I, X を代入して整理すれば σ_x は次式で表はされる。

$$\sigma_x = a_0 + a_1x + a_2y + a_3 \frac{1}{x} + a_4 \frac{1}{x^2} + a_5 \frac{(x-h_0)^{3/2}}{x^2} + a_6 \frac{y}{x} + a_7 \frac{y}{x^2} + a_8 \frac{y}{x^3} + a_9 \frac{(x-h_0)^{5/2}}{x^3} y \dots\dots\dots (5)$$

式中の各係数は設計条件に依り定まるもので次式で示される。

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{w_e}{(m+n)^3} h_1(mn^2 - 4m^2n + 3mC_e - 3nC_e - n^3) \\ a_1 &= \frac{w}{(m+n)^2}(m^2+n^2) - \frac{w_0}{(m+n)^3}(m-n-2m^2n) - \frac{wK_1}{(m+n)^2}(m-n) \\ &\quad - \frac{w_e}{(m+n)^3}(mC_e - nC_e - 2m^2n) - \mu \frac{w_0}{m+n} m \\ a_2 &= -\frac{w}{(m+n)^2}(m-n) - \frac{w_0}{(m+n)^3}(3mn+n^2-2) + \frac{2wK_1}{(m+n)^2} + \frac{w_e}{(m+n)^2}(2C_e-3mn-n^2) + \mu \frac{w_0}{m+n} \\ a_3 &= \frac{W}{m+n} - 6 \frac{WK_1}{(m+n)^3}(m-n) + 3 \frac{W}{(m+n)^3}(m-n)^2 + \frac{w_e}{(m+n)^3} h_1^2(2m^2n-2mn^2+2n^3-3mC_e+3nC_e) \\ a_4 &= \frac{w_e}{(m+n)^2} h_1^2(n^2+C_e)(m-n) + 6 \frac{WK_1}{(m+n)^3} x_0(m-n) - 6 \frac{W}{(m+n)^3} y_0(m-n) \\ a_5 &= \frac{7}{5} \frac{w_0K_1}{(m+n)^3}(n-m)(H-h_0)^{1/2}, \quad a_6 = 6 \frac{w_e}{(m+n)^3} h_1(mn-C_e) \\ a_7 &= 3 \frac{w_e}{(m+n)^3} h_1^2(2C_e+n^2-mn) + 12 \frac{WK_1}{(m+n)^3} - 6 \frac{W}{(m+n)^3}(m-n) \\ a_8 &= 2 \frac{w_e}{(m+n)^3} h_1^3(-n^2-C_e) - 12 \frac{WK_1}{(m+n)^3} x_0 + 12 \frac{W}{(m+n)^3} y_0 \\ a_9 &= \frac{14}{5} \frac{w_0K_1}{(m+n)^3}(H-h_0)^{1/2} \end{aligned} \quad (6)$$

次に方程式 (3) より附加重量の重心の坐標が x により變らざる場合 即ち堤頂部曲線と下流面傾斜とが一致する點の距離より x が大なる場合には次の如くして σ_y, τ_{xy} を求むることが出来る。

即ち (3) 式の第 1 式より $\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = w - \mu w_0 \frac{m}{m+n} - \frac{\partial \sigma_x}{\partial x}$

故に (5) 式を x に就き偏微分し上式に代入し y に就て積分すれば

$$\begin{aligned} \tau_{xy} &= \left(w - \mu w_0 \frac{m}{m+n} - a_1 \right) y + a_3 \frac{y}{x} + 2a_4 \frac{y}{x^2} + 2a_5 \frac{(x-h_0)^{3/2}}{x^2} y - \frac{5}{2} a_5 \frac{(x-h_0)^{5/2}}{x^2} y \\ &\quad + \frac{1}{2} a_3 \frac{y^3}{x^2} + a_7 \frac{y^2}{x^2} + \frac{3}{2} a_8 \frac{y^2}{x^4} - \frac{5}{4} a_9 \frac{(x-h_0)^{3/2}}{x^3} y^2 + \frac{3}{2} a_9 \frac{(x-h_0)^{5/2}}{x^4} y^2 + \varphi(x) \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

境界条件に依り任意函数 $\varphi(x)$ を定むる爲、下流面に於ける“ファンダメンタル・トライアングル” ABC の平衡を考へれば次の如き條件式が得られる。

$$\Sigma \text{鉛直力} = 0 \therefore \tau_{xy} = m\sigma_x \dots\dots (a) \quad \Sigma \text{水平力} = 0 \therefore \sigma_y = m\tau_{xy} \dots\dots (b) \dots\dots\dots (8)$$

故に (8) 式 (a) の条件より下流面に於ける τ_{xy} は (5) 式に於て $y=mx$ と置いたものに m を乗じたものでこれは又 (7) 式に於て $y=mx$ と置いたものと同じ τ_{xy} を表はすものである。この条件を用ひて $\varphi(x)$ を定むれば

$$\begin{aligned} \varphi(x) &= \left(ma_0 + \frac{1}{2} m^2 a_3 \right) + \left(2ma_1 + m^2 a_2 - mw + \mu w_0 \frac{m^2}{m+n} \right) x - \left(ma_4 + \frac{1}{2} m^2 a_3 \right) \frac{1}{x^2} \\ &\quad + \left(\frac{5}{2} ma_5 + \frac{5}{4} m^2 a_9 \right) \frac{(x-h_0)^{3/2}}{x} - \left(ma_5 + \frac{1}{2} m^2 a_9 \right) \frac{(x-h_0)^{5/2}}{x^2} \end{aligned}$$

故に任意の點に於ける剪應力 τ_{xy} は

$$\begin{aligned} \tau_{xy} = & \left(ma_0 + \frac{1}{2} m^2 a_6 \right) + \left(2ma_1 + m^2 a_2 - mw + \mu w_0 \frac{m^2}{m+n} \right) x + \left(w - a_1 - \mu w_0 \frac{m}{m+n} \right) y \\ & - \left(ma_4 + \frac{1}{2} m^2 a_8 \right) \frac{1}{x^2} + \left(\frac{5}{2} ma_5 + \frac{5}{4} m^2 a_9 \right) \frac{(x-h_0)^{3/2}}{x} - \left(ma_5 + \frac{1}{2} m^2 a_9 \right) \frac{(x-h_0)^{3/2}}{x^2} \\ & + a_3 \frac{y}{x^2} + 2a_4 \frac{y}{x^3} + \frac{1}{2} a_6 \frac{y^2}{x^2} + a_7 \frac{y^2}{x^3} + \frac{3}{2} a_8 \frac{y^2}{x^4} - \frac{5}{2} a_6 \frac{(x-h_0)^{3/2}}{x^2} y \\ & + 2a_6 \frac{(x-h_0)^{5/2}}{x^3} y - \frac{5}{4} a_9 \frac{(x-h_0)^{3/2}}{x^3} y^2 + \frac{3}{2} a_9 \frac{(x-h_0)^{5/2}}{x^4} y^2 \end{aligned}$$

或は
$$\tau_{xy} = c_0 + c_1 x + c_2 y + c_3 \frac{1}{x^2} + c_4 \frac{(x-h_0)^{3/2}}{x} + c_5 \frac{(x-h_0)^{5/2}}{x^2} + c_6 \frac{y}{x^2} + c_7 \frac{y}{x^3} + c_8 \frac{y^2}{x^2} + c_9 \frac{y^2}{x^3} + c_{10} \frac{y^2}{x^4} + c_{11} \frac{(x-h_0)^{3/2}}{x^2} y + c_{12} \frac{(x-h_0)^{5/2}}{x^3} y + c_{13} \frac{(x-h_0)^{3/2}}{x^3} y^2 + c_{14} \frac{(x-h_0)^{5/2}}{x^4} y^2 \quad \dots\dots (9)$$

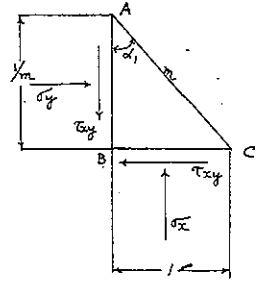
茲に
$$\left. \begin{aligned} c_0 &= ma_0 + \frac{1}{2} m^2 a_6, & c_1 &= 2ma_1 + m^2 a_2 - mw + \mu w_0 \frac{m^2}{m+n}, & c_2 &= w - a_1 - \mu w_0 \frac{m}{m+n} \\ c_3 &= -ma_4 - \frac{1}{2} m^2 a_8, & c_4 &= \frac{5}{2} ma_5 + \frac{5}{4} m^2 a_9, & c_5 &= -ma_5 - \frac{1}{2} m^2 a_9 \\ c_6 &= a_3, & c_7 &= 2a_4, & c_8 &= \frac{1}{2} a_6, & c_9 &= a_7, & c_{10} &= \frac{3}{2} a_8, \\ c_{11} &= -\frac{5}{2} a_6, & c_{12} &= 2a_9, & c_{13} &= -\frac{5}{4} a_9, & c_{14} &= \frac{3}{2} a_9 \end{aligned} \right\} \dots\dots (10)$$

同様に (9) 式を用ひて (3) 式の第 2 式及び (8) 式の (b) の條件より σ_y を求めれば

$$\begin{aligned} \sigma_y = & b_0 + b_1 x + b_2 y + b_3 \frac{1}{x^2} + b_4 (x-h_0)^{1/2} + b_5 \frac{(x-h_0)^{3/2}}{x} + b_6 \frac{(x-h_0)^{5/2}}{x^2} + b_7 \frac{y}{x^3} \\ & + b_8 \frac{y^2}{x^2} + b_9 \frac{y^2}{x^3} + b_{10} \frac{y^3}{x^2} + b_{11} \frac{y^3}{x^4} + b_{12} \frac{y^3}{x^5} + b_{13} \frac{(x-h_0)^{1/2}}{x} y + b_{14} \frac{(x-h_0)^{3/2}}{x^2} y \\ & + b_{15} \frac{(x-h_0)^{5/2}}{x^3} y + b_{16} \frac{(x-h_0)^{1/2}}{x^2} y^2 + b_{17} \frac{(x-h_0)^{3/2}}{x^2} y^2 + b_{18} \frac{(x-h_0)^{5/2}}{x^4} y^2 \\ & + b_{19} \frac{(x-h_0)^{1/2}}{x^3} y^2 + b_{20} \frac{(x-h_0)^{3/2}}{x^4} y^2 + b_{21} \frac{(x-h_0)^{5/2}}{x^5} y^2 \end{aligned} \quad \dots\dots (11)$$

茲に
$$\left. \begin{aligned} b_0 &= mc_0 + \frac{1}{3} m^3 c_3 = m^2 a_0 + \frac{2}{3} m^3 a_6 \\ b_1 &= 2mc_1 + m^2 c_2 - m\mu w K_1 = 3m^2 a_1 + 2m^3 a_2 - m^2 w + \mu w_0 \frac{m^3}{m+n} - w K_1 m \\ b_2 &= w K_1 - c_1 = w K_1 - 2m c_1 - m^2 a_2 + mw - \mu w_0 \frac{m^2}{m+n} \\ b_3 &= -mc_3 - \frac{1}{2} m^2 c_7 - \frac{1}{3} m^3 c_{10} = 0 \\ b_4 &= \frac{3}{2} mc_4 + \frac{3}{4} m^2 c_{11} + \frac{1}{2} m^3 c_{13} = \frac{15}{8} m^2 a_5 + \frac{5}{4} m^3 a_9 \\ b_5 &= \frac{5}{2} mc_5 + \frac{5}{4} m^2 c_{12} + \frac{5}{6} m^3 c_{14} = 0, & b_6 &= -mc_5 - \frac{1}{2} m^2 c_{12} - \frac{1}{3} m^3 c_{14} = 0, \end{aligned} \right\} \dots\dots (12)$$

第 5 圖



$$\begin{aligned}
 b_7 &= 2c_3 = -2m\alpha_4 - m^2\alpha_8, & b_8 &= c_9 = \alpha_9, & b_9 &= \frac{3}{2}c_7 = 3\alpha_4, & b_{10} &= \frac{2}{3}c_8 = \frac{1}{3}\alpha_8 \\
 b_{11} &= c_9 = \alpha_7, & b_{12} &= \frac{4}{3}c_{10} = 2\alpha_8, & b_{13} &= -\frac{3}{2}c_4 = -\frac{15}{4}m\alpha_5 - \frac{15}{8}m^2\alpha_9 \\
 b_{14} &= c_4 - \frac{5}{2}c_5 = 5m\alpha_5 + \frac{5}{2}m^2\alpha_9, & b_{15} &= 2c_6 = -2m\alpha_5 - m^2\alpha_9 \\
 b_{16} &= -\frac{3}{4}c_{11} = \frac{15}{8}\alpha_5, & b_{17} &= c_{11} - \frac{5}{4}c_{12} = -5\alpha_5, & b_{18} &= \frac{3}{2}c_{12} = 3\alpha_5 \\
 b_{19} &= -\frac{1}{2}c_{13} = \frac{5}{8}\alpha_9, & b_{20} &= c_{13} - \frac{5}{6}c_{14} = -\frac{5}{2}\alpha_9, & b_{21} &= \frac{4}{3}c_{14} = 2\alpha_9
 \end{aligned}$$

即ち満水時堆砂壓, 附加重量, 動水壓を考慮したる場合の各應力を一括すれば次の如くである。

$$\begin{aligned}
 \sigma_x &= \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 y + \alpha_3 \frac{1}{x} + \alpha_4 \frac{1}{x^2} + \alpha_5 \frac{(x-h_0)^{3/2}}{x^2} + \alpha_6 \frac{y}{x} + \alpha_7 \frac{y}{x^2} + \alpha_8 \frac{y}{x^3} + \alpha_9 \frac{(x-h_0)^{5/2}}{x^3} y \\
 \sigma_y &= b_0 + b_1 x + b_2 y + b_3 \frac{1}{x^2} + b_4 (x-h_0)^{-1/2} + b_5 \frac{(x-h_0)^{3/2}}{x} + b_6 \frac{(x-h_0)^{5/2}}{x^2} + b_7 \frac{y}{x^3} + b_8 \frac{y^2}{x^3} \\
 &\quad + b_9 \frac{y^2}{x^4} + b_{10} \frac{y^2}{x^3} + b_{11} \frac{y^3}{x^4} + b_{12} \frac{y^3}{x^5} + b_{13} \frac{(x-h_0)^{1/2}}{x} y + b_{14} \frac{(x-h_0)^{3/2}}{x^2} y \\
 &\quad + b_{15} \frac{(x-h_0)^{5/2}}{x^3} y + b_{16} \frac{(x-h_0)^{1/2}}{x^2} y^2 + b_{17} \frac{(x-h_0)^{3/2}}{x^3} y^2 + b_{18} \frac{(x-h_0)^{5/2}}{x^4} y^2 \\
 &\quad + b_{19} \frac{(x-h_0)^{1/2}}{x^3} y^3 + b_{20} \frac{(x-h_0)^{3/2}}{x^4} y^3 + b_{21} \frac{(x-h_0)^{5/2}}{x^5} y^3
 \end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned}
 \tau_{xy} &= c_0 + c_1 x + c_2 y + c_3 \frac{1}{x^2} + c_4 \frac{(x-h_0)^{3/2}}{x} + c_5 \frac{(x-h_0)^{5/2}}{x^2} + c_6 \frac{y}{x^2} + c_7 \frac{y}{x^3} + c_8 \frac{y^2}{x^2} \\
 &\quad + c_9 \frac{y^2}{x^3} + c_{10} \frac{y^2}{x^4} + c_{11} \frac{(x-h_0)^{3/2}}{x^2} y + c_{12} \frac{(x-h_0)^{5/2}}{x^3} y + c_{13} \frac{(x-h_0)^{3/2}}{x^3} y^2 + c_{14} \frac{(x-h_0)^{5/2}}{x^4} y^2
 \end{aligned}$$

但し b_9, b_8, b_0 は零である。

上式は堆砂面以下即ち $x > h_1$ なる場合に適用され得るもので堆砂面以上即ち $x \leq h_1$ なる場合には上式の各係数中 w_e を含むものを零と置く。

次に各 2 次的外力を無視したる場合の各應力式を示せば

(1) 地震に因る動水壓を無視したる場合

$$\begin{aligned}
 \sigma_x &= \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 y + \alpha_3 \frac{1}{x} + \alpha_4 \frac{1}{x^2} + \alpha_6 \frac{y}{x} + \alpha_7 \frac{y}{x^2} + \alpha_8 \frac{y}{x^3} \\
 \sigma_y &= b_0 + b_1 x + b_2 y + b_7 \frac{y}{x^3} + b_9 \frac{y^2}{x^3} + b_{10} \frac{y^2}{x^4} + b_{11} \frac{y^2}{x^5} + b_{12} \frac{y^2}{x^5} \\
 \tau_{xy} &= c_0 + c_1 x + c_2 y + c_3 \frac{1}{x^2} + c_6 \frac{y}{x^2} + c_7 \frac{y}{x^3} + c_8 \frac{y^2}{x^2} + c_9 \frac{y^2}{x^3} + c_{10} \frac{y^2}{x^4}
 \end{aligned} \tag{14}$$

但し前と同様に $x \leq h_1$ なるときは式中の各係数に於て $w_e = 0$ と置く。

(2) 基本三角形断面にして堆砂壓, 地震に因る動水壓及び揚壓力を無視したる場合

$$\sigma_x = \alpha_1' x + \alpha_2' y, \quad \sigma_y = b_1' x + b_2' y, \quad \tau_{xy} = c_1' x + c_2' y \dots \tag{15}$$

茲に $\alpha_1' = \frac{w}{(m+n)^2} (m^2 + n^2) - \frac{w_0}{(m+n)^2} (m-n-2m^2n) - \frac{wK_1}{(m+n)^2} (m-n)$

$$\begin{aligned}
 a_2' &= -\frac{w}{(m+n)^2}(m-n) - \frac{w_0}{(m+n)^2}(n^2+3mn-2) + \frac{2wK_1}{(m+n)^2} \\
 b_1' &= \frac{w}{(m+n)^2}2m^2n^2 - \frac{w_0}{(m+n)^2}m^2(2mn^2-3n-m) + \frac{wK_1}{(m+n)^2}mn(m-n) \\
 b_2' &= \frac{w}{(m+n)^2}mn(m-n) + \frac{w_0}{(m+n)^2}mn(mn-m^2-2) + \frac{wK_1}{(m+n)^2}(m^2+n^2) \\
 c_1' &= -\frac{w}{(m+n)^2}mn(m-n) - \frac{w_0}{(m+n)^2}mn(mn-m^2-2) + \frac{wK_1}{(m+n)^2}2mn \\
 c_2' &= \frac{w}{(m+n)^2}2mn + \frac{w_0}{(m+n)^2}(m-n-2m^2n) + \frac{wK_1}{(m+n)^2}(m-n)
 \end{aligned}
 \tag{16}$$

上式は物部博士の發表せられたものと一致して居る。

以上の外實地上必要なる其の他の場合には係數を表す (6), (10), (12) の各式に於て次の如く置く。

- (1) 池空虚なる場合： $w_0=0$ 及び $w_e=0$ とし且つ上流向きの地震力を考慮する故式中の K_1 の代りに $-K_2$ と置く。
- (2) 地震力を考慮せざる場合： 式中 $K_1=0$ と置く。
- (3) 上向鉛直震度を考慮する場合： K_0 を鉛直震度とすれば式中の wK_1 以外の w を $w(1-K_0)$ と置く。
- (4) 地震に因る動水壓が堤頂より作用するものとする場合： 式 (13) に於て $h_0=0$ と置く。
- (5) 揚壓力を考慮せざる場合： $\mu=0$ と置く。

次に計算に便利なる型に (13) 式を書き直せば即ち $y=zx$ と置き $(x-h_0)^{1/2}$, $(x-h_0)^{3/2}$, $(x-h_0)^{5/2}$ を夫々 $\sqrt{x}\left(1-\frac{h_0}{x}\right)^{1/2}$, $\sqrt{x^3}\left(1-\frac{h_0}{x}\right)^{3/2}$, $\sqrt{x^5}\left(1-\frac{h_0}{x}\right)^{5/2}$ の型に變形し 2 項定理に依り級數に展開し、第 3 項迄とれば

(13) 式の σ_x , σ_y 及び τ_{xy} は夫々次の式で表はすことが出来る。

$$\left. \begin{aligned}
 \sigma_x &= A_0 + A_1x + A_2\frac{1}{x} + A_3\frac{1}{x^2} + A_4\sqrt{x} + A_5\frac{1}{\sqrt{x}} + A_6\frac{1}{\sqrt{x^3}} \\
 \sigma_y &= B_0 + B_1x + B_2\frac{1}{x} + B_3\frac{1}{x^2} + B_4\sqrt{x} + B_5\frac{1}{\sqrt{x}} + B_6\frac{1}{\sqrt{x^3}} \\
 \tau_{xy} &= C_0 + C_1x + C_2\frac{1}{x} + C_3\frac{1}{x^2} + C_4\sqrt{x} + C_5\frac{1}{\sqrt{x}} + C_6\frac{1}{\sqrt{x^3}}
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(17)$$

$$\left. \begin{aligned}
 \text{茲に } A_0 &= a_0 + a_6z, & A_1 &= a_1 + a_3z, & A_2 &= a_2 + a_7z, & A_3 &= a_4 + a_8z \\
 A_4 &= a_5 + a_9z, & A_5 &= -\frac{5}{2}h_0(a_5 + a_9z), & A_6 &= \frac{15}{8}h_0^2(a_5 + a_9z)
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(18)$$

$$\left. \begin{aligned}
 B_0 &= b_0 + b_{10}z^3, & B_1 &= b_1 + b_2z, & B_2 &= b_3z^2 + b_{11}z^3, & B_3 &= b_4 + b_7z + b_8z^2 + b_{12}z^3 \\
 B_4 &= (b_4 + b_{13}z + b_{16}z^2 + b_{19}z^3) + (b_5 + b_{14}z + b_{17}z^2 + b_{20}z^3) + (b_6 + b_{15}z + b_{18}z^2 + b_{21}z^3) \\
 B_5 &= -\frac{1}{2}h_0(b_4 + b_{13}z + b_{16}z^2 + b_{19}z^3) - \frac{3}{2}h_0(b_5 + b_{14}z + b_{17}z^2 + b_{20}z^3) - \frac{5}{2}h_0(b_6 + b_{15}z + b_{18}z^2 + b_{21}z^3) \\
 B_6 &= -\frac{1}{8}h_0^2(b_4 + b_{13}z + b_{16}z^2 + b_{19}z^3) + \frac{3}{8}h_0^2(b_5 + b_{14}z + b_{17}z^2 + b_{20}z^3) + \frac{15}{8}h_0^2(b_6 + b_{15}z + b_{18}z^2 + b_{21}z^3)
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(19)$$

但し b_3, b_5, b_8 は零である。

$$\left. \begin{aligned}
 C_0 &= c_0 + c_8z^2, & C_1 &= c_1 + c_2z, & C_2 &= c_6z + c_9z^2, & C_3 &= c_3 + c_7z + c_{10}z^2 \\
 C_4 &= (c_4 + c_{11}z + c_{13}z^2) + (c_5 + c_{12}z + c_{14}z^2) \\
 C_5 &= -\frac{3}{2}h_0(c_4 + c_{11}z + c_{13}z^2) - \frac{5}{2}h_0(c_5 + c_{12}z + c_{14}z^2)
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(20)$$

$$C_6 = \frac{3}{8}h_0^2(c_4 + c_{11}z + c_{13}z^2) + \frac{15}{8}h_0^2(c_6 + c_{12}z + c_{14}z^2)$$

実際には (17) 式を用ひて計算して充分である。

4. 等応力度線を求める方法

1 點 x, y に於て互に直角なる 2 つの主應力 σ_1, σ_2 及び最大剪應力 τ_m を表はせば

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}, & \sigma_2 &= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \\ \tau_m &= \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots(21)$$

故に等應力度線を求めるには $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ は x, y の複雑な函数なる故在來の如く各點に於ける鉛直及び水平の應力度を求め夫等の組合せに依つて主應力度及び剪應力度を計算して等應力度線を描くか又は次の如く方程式の圖式解法の原理を應用しても求めることが出来る。

即ち一般に (17) 式より

$$\sigma_x = \varphi_1(z, x), \quad \sigma_y = \varphi_2(z, x), \quad \tau_{xy} = \varphi_3(z, x)$$

と表すことが出来る。

$$\begin{aligned} \therefore \sigma_1 &= \frac{1}{2} \{ \varphi_1(z, x) + \varphi_2(z, x) \} + \frac{1}{2} \left[\{ \varphi_1(z, x) - \varphi_2(z, x) \}^2 + 4 \{ \varphi_3(z, x) \}^2 \right]^{\frac{1}{2}} \\ \sigma_2 &= \frac{1}{2} \{ \varphi_1(z, x) + \varphi_2(z, x) \} - \frac{1}{2} \left[\{ \varphi_1(z, x) - \varphi_2(z, x) \}^2 + 4 \{ \varphi_3(z, x) \}^2 \right]^{\frac{1}{2}} \\ \tau_m &= \frac{1}{2} \left[\{ \varphi_1(z, x) - \varphi_2(z, x) \}^2 + 4 \{ \varphi_3(z, x) \}^2 \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

故に今 $\xi_1 = \sigma_1 - \frac{1}{2} \{ \varphi_1(z, x) + \varphi_2(z, x) \}$,

$$\xi_2 = \frac{1}{2} \left[\{ \varphi_1(z, x) - \varphi_2(z, x) \}^2 + 4 \{ \varphi_3(z, x) \}^2 \right]^{\frac{1}{2}} \dots\dots(22)$$

$$\xi_1' = \sigma_2 - \frac{1}{2} \{ \varphi_1(z, x) + \varphi_2(z, x) \}$$

$$\xi_2' = -\frac{1}{2} \left[\{ \varphi_1(z, x) - \varphi_2(z, x) \}^2 + 4 \{ \varphi_3(z, x) \}^2 \right]^{\frac{1}{2}} \dots\dots(23)$$

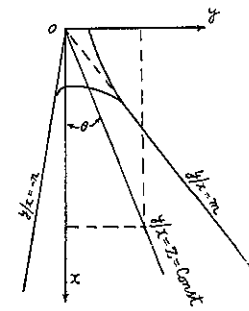
と置けば $z = \text{const.}$ は頂點 0 より放射する直線の方程式にして其の x 軸に對する傾斜角を θ とすれば $z = \tan \theta$ である。従つて 1 つの z 線に沿ふては z は一定なる故、線上の各點に於ける σ_1, σ_2 及び τ_m は x の値に依つて定まる。

故に $z = 0.1 \sim 0.2$ の間隔に z 線を引き $z = \text{const.}$ とし $\sigma_1(\sigma_2)$ に所要の値を與へて x の變化による ξ_1, ξ_2 (ξ_1', ξ_2') の曲線を書きそれ等の交點 $x_1, x_2 \dots x_m$ を知れば σ_1 又は σ_2 の所要の値に對する 1 つの z 線上の等應力度線の位置を知ることが出来る。

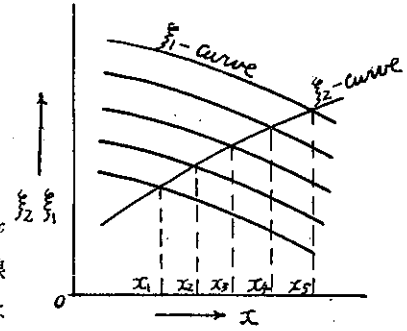
同時に ξ_2 又は $-\xi_2'$ は τ_m の値を表はす故 $z = \text{const.}$ なる線上に於ける與へられた値を有する最大剪應力の位置も知ることが出来る。

上記の事柄をこの場合に適用すれば (17) 式を書き換へて

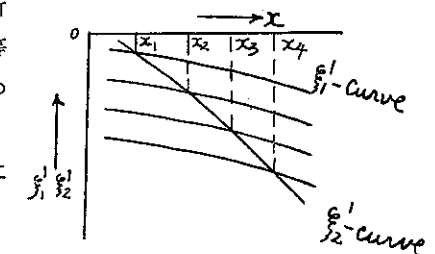
第 6 圖



第 7 圖 (1)



(2)



$$\sigma_x = \varphi_1(z, x) = A_0 + A_1x + A_2x^{-1} + A_3x^{-2} + A_4x^{1/2} + A_5x^{-1/2} + A_6x^{-3/2}$$

$$\sigma_y = \varphi_2(z, x) = B_0 + B_1x + B_2x^{-1} + B_3x^{-2} + B_4x^{1/2} + B_5x^{-1/2} + B_6x^{-3/2}$$

$$\tau_{xy} = \varphi_3(z, x) = C_0 + C_1x + C_2x^{-1} + C_3x^{-2} + C_4x^{1/2} + C_5x^{-1/2} + C_6x^{-3/2}$$

$$\therefore \varphi_1(z, x) + \varphi_2(z, x) = D_0 + D_1x + D_2x^{-1} + D_3x^{-2} + D_4x^{1/2} + D_5x^{-1/2} + D_6x^{3/2} \dots \dots \dots (24)$$

茲に $D_i = A_i + B_i$ ($i=0, 1, 2, \dots, 6$)

$$\text{同様に } \varphi_1(z, x) - \varphi_2(z, x) = E_0 + E_1x + E_2x^{-1} + E_3x^{-2} + E_4x^{1/2} + E_5x^{-1/2} + E_6x^{-3/2} \dots \dots \dots (25)$$

茲に $E_i = A_i - B_i$ ($i=0, 1, 2, \dots, 6$)

$$\text{従つて } \{\varphi_1(z, x) - \varphi_2(z, x)\}^2 = M_0 + M_1x + M_2x^2 + M_3x^{-1} + M_4x^{-2} + M_5x^{-3} + M_6x^{-4} \\ + M_7x^{3/2} + M_8x^{1/2} + M_9x^{-1/2} + M_{10}x^{-3/2} + M_{11}x^{-5/2} + M_{12}x^{-7/2} \dots \dots \dots (26)$$

$$\text{茲に } \left. \begin{aligned} M_0 &= E_0^2 + 2E_1E_2 + 2E_4E_6, & M_1 &= 2E_0E_1 + E_4^2, & M_2 &= E_1^2 \\ M_3 &= E_5^2 + 2E_0E_2 + 2E_1E_3 + 2E_4E_6, & M_4 &= E_2^2 + 2E_0E_3 + 2E_5E_6 \\ M_6 &= E_6^2 + 2E_3E_0, & M_8 &= E_3^2, & M_7 &= 2E_1E_4, & M_5 &= 2E_0E_4 + 2E_1E_5 \\ M_9 &= 2E_0E_5 + 2E_1E_6 + 2E_2E_4, & M_{10} &= 2E_0E_6 + 2E_2E_5 + 2E_3E_6 \\ M_{11} &= 2E_2E_0 + 2E_3E_5, & M_{12} &= 2E_3E_6 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (27)$$

全く同様に

$$4\{\varphi_3(z, x)\}^2 = N_0 + N_1x + N_2x^2 + N_3x^{-1} + N_4x^{-2} + N_5x^{-3} + N_6x^{-4} \\ + N_7x^{3/2} + N_8x^{1/2} + N_9x^{-1/2} + N_{10}x^{-3/2} + N_{11}x^{-5/2} + N_{12}x^{-7/2} \dots \dots \dots (28)$$

$$\text{茲に } \left. \begin{aligned} N_0 &= 4(C_0 + 2C_1C_2 + 2C_4C_6), & N_1 &= 4(C_0^2 + 2C_0C_1), & N_2 &= 4C_1^2 \\ N_3 &= 4(C_5^2 + 2C_0C_2 + 2C_1C_3 + 2C_4C_6), & N_4 &= 4(C_2^2 + 2C_0C_3 + 2C_5C_6) \\ N_5 &= 4(C_6^2 + 2C_2C_3), & N_6 &= 4C_3^2, & N_7 &= 4(2C_1C_4), & N_8 &= 4(2C_0C_4 + 2C_1C_5) \\ N_9 &= 4(2C_0C_5 + 2C_1C_6 + 2C_2C_4), & N_{10} &= 4(2C_0C_6 + 2C_2C_5 + 2C_3C_4) \\ N_{11} &= 4(2C_2C_6 + 2C_3C_5), & N_{12} &= 4(2C_3C_6) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (29)$$

(26), (28) 兩式より

$$\{\varphi_1(z, x) - \varphi_2(z, x)\}^2 + 4\{\varphi_3(z, x)\}^2 = L_0 + L_1x + L_2x^2 + L_3x^{-1} + L_4x^{-2} + L_5x^{-3} \\ + L_6x^{-4} + L_7x^{3/2} + L_8x^{1/2} + L_9x^{-1/2} + L_{10}x^{-3/2} + L_{11}x^{-5/2} + L_{12}x^{-7/2} \dots \dots \dots (30)$$

茲に $L_i = M_i + N_i$ ($i=0, 1, 2, \dots, 12$)

従つて (22), (23) の兩式は (24), (30) の兩式より次の形で表はすことが出来る。

$$\xi_1 = \sigma_1 - \frac{1}{2} \left\{ D_0 + D_1x + D_2x^{-1} + D_3x^{-2} + D_4x^{1/2} + D_5x^{-1/2} + D_6x^{-3/2} \right\} \\ \xi_2 = \frac{1}{2} \left\{ L_0 + L_1x + L_2x^2 + L_3x^{-1} + L_4x^{-2} + L_5x^{-3} + L_6x^{-4} + L_7x^{3/2} + L_8x^{1/2} \right. \\ \left. + L_9x^{-1/2} + L_{10}x^{-3/2} + L_{11}x^{-5/2} + L_{12}x^{-7/2} \right\}^{1/2} \dots \dots \dots (51)$$

$$\xi_1' = \sigma_2 - \frac{1}{2} \left\{ D_0 + D_1x + D_2x^{-1} + D_3x^{-2} + D_4x^{1/2} + D_5x^{-1/2} + D_6x^{-3/2} \right\} \\ \xi_2' = -\frac{1}{2} \left\{ L_0 + L_1x + L_2x^2 + L_3x^{-1} + L_4x^{-2} + L_5x^{-3} + L_6x^{-4} + L_7x^{3/2} \right. \\ \left. + L_8x^{1/2} + L_9x^{-1/2} + L_{10}x^{-3/2} + L_{11}x^{-5/2} + L_{12}x^{-7/2} \right\}^{1/2} \dots \dots \dots (32)$$

(31), (32) 式に於て豫め z の各値に對して D_i, L_i を算出して置き前に述べた方法に依れば等應力度線を書くことが出来る。

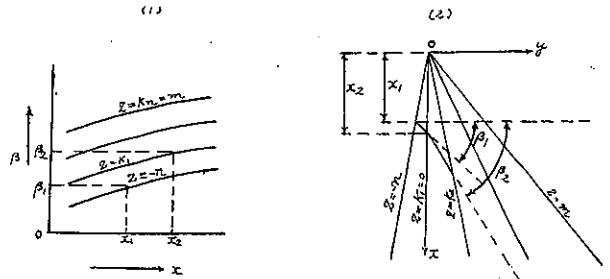
5. 主應力の作用方向

1 點 x, y に於ける主應力 σ_1, σ_2 の作用線の y 軸となす角を β とすれば (β は時計と逆方向を+))

$$\tan \beta = -\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{xy}}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{xy}}\right)^2 + 1} \dots\dots\dots (33)$$

この場合の (±) の符第は σ_1 の方向に對して満水時には (-), 空虛時には (+) を用ひ σ_2 に對してはこの反對を用ひる。 σ_x, σ_y 及び τ_{xy} は z 及び x の函數なる故この場合作用方向は z を一定に保つも x により變化する故嚴密には z の各値に對し β と x との關係を

第 8 圖



書き置き先づ $z = -n$ 上の適宜の位置 x_1 より $z = -n$ にして $x = x_1$ なるときの傾角 β_1 を以つて直線を引き $z = K_1$ 線に交はらしめ、この交點の x 座標 x_2 を知り $z = K_1$ にして $x = x_2$ の場合の傾角 β_2 を求めこの傾角を以つて直線を引き $z = K_2$ に交はらしめ、其の交點の座標 x_3 を求め以下順次上述の方法を繰返して行く。併

し實際には z を一定にした場合の x に因る β の變化は微小であり、且つ計算も複雑なる故 1 つの z 線上に於ける平均の β を用ひて方向線を書くも差支へない様である。

又 τ_m の作用線は恒に兩主應力線に對し 45° の傾斜を爲す故、特に τ_m の方向を計算する必要はない。

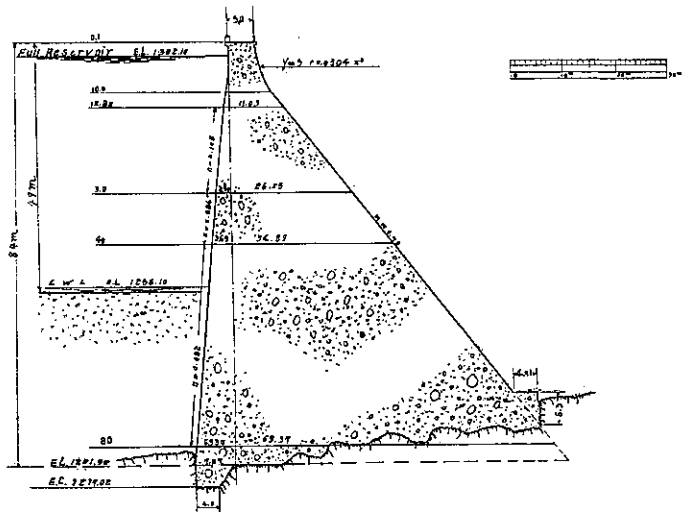
6. 計算例

第 9 圖

本計算例は高さ岩盤上 84 m, 堤長 263 m, 非溢流堰堤である。その標準斷面を第 9 圖に示す。尙計算は満水時のみ行つた。

計算資料

- 堰堤の總高 $H = 84$ m,
- 堤頂幅員 $b = 5$ m,
- 堤體の單位體積の重量 $w = 2.3$ t/m³
- 堆砂の水中に於ける單位體積の有効重量 $w_0 = 0.8$ t/m³
- 堆砂の土壓係數 $C_e = 0.4$
- 揚壓力係數 $\mu = 0.5$,
- 満水時水平震度 $K_1 = 0.15$,
- 空虛時水平震度 $K_2 = 0.08$



上流面の傾斜 $n = 0.087$ (mean), 下流面の傾斜 $m = 0.78$, 最大堆砂深 35 m or $h_1 = 49$ m

地震に因る水面隆起高 $h_0 = 2.6$ m

而して頂部曲線は $x = 12.82$ m にして下流面と一致する故に x が 12.82 m より大なる範圍に於ては本文の式を

適用し得る。

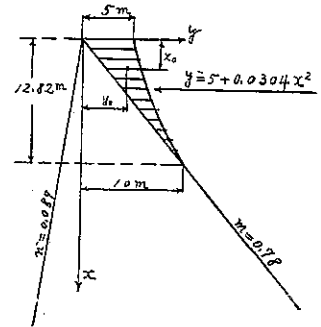
附加重量 W この場合の附加重量の大きさ及び重心の位置は次の如く簡単に求められる (第 10 圖参照)。

$$W = 2.3 \int_0^{12.82} \{5 + 0.0304x^2 - 0.78x\} dx = 49.143 \text{ t/m}$$

$$x_0 = \frac{\int_0^{12.82} (5 + 0.0304x^2 - 0.78x) x dx}{\int_0^{12.82} \{5 + 0.0304x^2 - 0.78x\} dx} = 3.205 \text{ m}$$

$$y_0 = \frac{\int_0^5 \frac{y}{0.78} y dy + \int_5^{10} \left\{ \frac{y}{0.78} - \sqrt{\frac{1}{0.0304}(y-5)} \right\} y dy}{\int_0^5 \frac{y}{0.78} dy + \int_5^{10} \left\{ \frac{y}{0.78} - \sqrt{\frac{1}{0.0304}(y-5)} \right\} dy} = 4 \text{ m}$$

第 10 圖



(1) $K_1 = 0.15$ にして地震に因る動水壓を考慮せざる場合

$12.82 \text{ m} \leq x \leq 49 \text{ m}$ の範囲では堆砂壓なき故 (6), (10), (12) の各式に於て

$w_e = 0$ と置く。故に各係数は次の如くなる。

$$K = 0.15 (12.82 \text{ m} \leq x \leq 49 \text{ m})$$

$$\begin{aligned} a_1 &= 0.216, & a_2 &= 2.119, & a_3 &= 117.29, & a_4 &= -1103.36, & a_5 &= -117.81, & a_6 &= 3184.46 \\ b_1 &= 1.011, & b_2 &= 0.162, & b_3 &= -216.18, & b_4 &= 117.29, & b_5 &= -3310.09, & b_{11} &= -177.81 & b_{12} &= 6368.92 \\ c_1 &= 0.183, & c_2 &= 1.634, & c_3 &= -108.09, & c_4 &= 117.29, & c_5 &= -2206.73 & c_6 &= -177.81, & c_{10} &= 4776.69 \end{aligned}$$

従つて各應力は

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= 0.216x + 2.119y + 117.29 \frac{1}{x} - 1103.36 \frac{1}{x^2} - 117.81 \frac{y}{x^2} + 3184.46 \frac{y}{x^3} \\ \sigma_y &= 1.011x + 0.162y - 216.18 \frac{y}{x^2} + 117.29 \frac{y^2}{x^3} - 3310.09 \frac{y^2}{x^4} - 177.81 \frac{y^3}{x^4} + 6368.92 \frac{y^2}{x^5} \\ \tau_{xy} &= 0.183x + 1.634y - 108.09 \frac{1}{x^2} + 117.29 \frac{y}{x^2} - 2206.73 \frac{y}{x^3} - 177.81 \frac{y^2}{x^3} + 4776.69 \frac{y^2}{x^4} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (34)$$

$49 \text{ m} < x \leq 84 \text{ m}$ なる範囲では堆砂壓の影響がある故各係数は

$$K = 0.15 (49 \text{ m} < x \leq 84 \text{ m})$$

$$\begin{aligned} a_0 &= 37.600, & a_1 &= 0.006, & a_2 &= 2.842, & a_3 &= -2051.0, & a_4 &= 39687.0 & a_5 &= -120.0, & a_7 &= 6363.0, \\ & & a_8 &= -11453.60, & & & & & & & & & & \\ b_0 &= -15.046, & b_1 &= 1.313, & b_2 &= 0.050, & b_3 &= 7772.0, & b_4 &= -2051.0, & b_5 &= 119060.0, & b_{10} &= -40.0, \\ b_{11} &= 6363.0, & b_{12} &= -229072.0 & & & & & & & & & \\ c_0 &= -7.135, & c_1 &= 0.295, & c_2 &= 1.845, & c_3 &= 3886.0, & c_4 &= -2051.0 & c_7 &= 79374.0, & c_8 &= -60.0 \\ c_9 &= 6363.0, & c_{10} &= -171804.0 & & & & & & & & & \end{aligned}$$

従つて各應力は

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= 37.60 + 0.006x + 2.842y - 2051 \frac{1}{x} + 39687 \frac{1}{x^2} - 120 \frac{y}{x} + 6363 \frac{y}{x^2} - 114536 \frac{y}{x^3} \\ \sigma_y &= -15.046 + 1.313x + 0.050y + 7772 \frac{y}{x^2} - 2051 \frac{y^2}{x^3} + 119060 \frac{y^2}{x^4} - 40 \frac{y^3}{x^3} + 6363 \frac{y^3}{x^4} - 229072 \frac{y^3}{x^5} \\ \tau_{xy} &= -7.135 + 0.295x + 1.845y + 3886 \frac{1}{x^2} - 2051 \frac{y}{x^2} + 79374 \frac{y}{x^3} - 60 \frac{y^2}{x^2} + 6363 \frac{y^2}{x^3} - 171804 \frac{y^2}{x^4} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (35)$$

(34), (35) 式に於て $y = -0.087x$, $y = 0.78x$ と置き満水時に於ける上下流趾の σ_x , σ_y , τ_{xy} を x の種々な値に就

き算出したものを第 1 表に示す。單位は總て m. t である。

第 1 表 (堆砂壓考慮)

x		20	30	40	50	60	70	80	94
上流趾	σ_x	3.827	3.851	3.736	3.706	3.905	3.055	3.194	3.753
	σ_y	19.962	29.914	39.875	50.156	63.260	78.364	99.465	94.135
	τ_{xy}	0.539	0.972	1.418	1.726	3.058	4.161	5.304	5.781
下流趾	σ_x	39.761	56.191	75.049	93.588	112.197	131.128	150.530	159.602
	σ_y	24.185	34.600	45.671	56.937	68.246	79.775	91.578	96.471
	τ_{xy}	31.008	44.365	57.556	72.945	87.493	102.295	117.406	124.705

第 2 表 (堆砂壓無視)

x		20	30	40	50	60	70	80	94
上流趾	σ_x	3.827	3.851	3.736	3.703	3.753	3.855	4.004	4.216
	σ_y	19.962	29.914	39.875	49.836	59.798	69.760	79.723	89.687
	τ_{xy}	0.539	0.972	1.418	1.857	2.297	2.736	3.175	3.614
下流趾	σ_x	39.761	56.191	75.049	93.974	112.162	130.806	149.469	157.113
	σ_y	24.185	34.600	45.571	56.905	68.222	79.375	90.912	95.587
	τ_{xy}	31.008	44.365	57.556	72.972	87.471	102.243	116.559	122.550

尙比較の爲、堆砂壓を無視せるとき及び基本三角形断面にして堆砂壓を無視せるときの各應力を第 2 表及び第 3 表に示す。但し、第 2 表は (34) 式第 3 表は次式に依り算出したものである。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= 0.216x + 2.119y, & \sigma_y &= 1.011x + 0.162y, \\ \tau_{xy} &= 0.183x + 1.634y \end{aligned} \right\} (36)$$

第 3 表 (基本三角形断面堆砂壓無視)

x		20	30	40	50	60	70	80	94
上流趾	σ_x	0.160	0.160	1.220	1.600	1.920	2.240	2.560	2.991
	σ_y	19.928	29.892	39.856	49.820	59.784	69.748	79.712	89.677
	τ_{xy}	0.716	1.224	1.632	2.040	2.448	2.856	3.264	3.671
下流趾	σ_x	37.180	56.970	79.760	104.550	122.940	130.830	147.520	157.113
	σ_y	22.756	34.104	45.452	56.800	68.208	79.376	90.912	95.605
	τ_{xy}	21.150	33.925	51.300	72.875	97.450	122.025	146.600	162.575

(2) 地震に因る動水壓を考慮した場合

この場合は第 2 圖に示す關係に依り $K_1=0.1$ とする。(6), (10), (12) 及び (18), (19), (20) の各式に依つて $z = -0.087, z = 0.78$ 即ち上下流趾に對する A_i, B_i, C_i を算出すれば

12.82 m ≤ x ≤ 49 m に對しては

$K_1=0.1, z=-0.087$

$$\begin{aligned} A_1 &= 0.164, & A_2 &= 153.380, & A_3 &= -1443.270, & A_4 &= -1.681, & A_5 &= 10.926, & A_6 &= -21.307 \\ B_1 &= 0.998, & B_2 &= 1.161, & B_3 &= -10.920, & B_4 &= 0.778, & B_5 &= -0.945, & B_6 &= -0.829 \\ C_1 &= 0.029, & C_2 &= -13.343, & C_3 &= 125.520, & C_4 &= 0.146, & C_5 &= -0.949, & C_6 &= 1.849 \end{aligned}$$

$K_1=0.1, z=0.78$

$$\begin{aligned} A_1 &= 1.736, & A_2 &= -40.010, & A_3 &= 1443.380, & A_4 &= 1.681, & A_5 &= -10.926, & A_6 &= 21.307 \\ B_1 &= 1.056, & B_2 &= -24.241, & B_3 &= 878.145, & B_4 &= 1.021, & B_5 &= -6.633, & B_6 &= 12.930 \\ C_1 &= 1.354, & C_2 &= -31.210, & C_3 &= 1125.840, & C_4 &= 1.311, & C_5 &= -8.522, & C_6 &= 16.620 \end{aligned}$$

即ち上流趾に於ける各應力は

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= 0.164x + 153.380 \frac{1}{x} - 1443.270 \frac{1}{x^2} - 1.681\sqrt{x} + 10.926 \frac{1}{\sqrt{x}} - 21.307 \frac{1}{\sqrt{x^3}} \\ \sigma_y &= 0.998x + 1.161 \frac{1}{x} - 10.920 \frac{1}{x^2} + 0.778\sqrt{x} - 0.945 \frac{1}{\sqrt{x}} - 0.829 \frac{1}{\sqrt{x^3}} \\ \tau_{xy} &= 0.029x - 13.343 \frac{1}{x} + 125.52 \frac{1}{x^2} + 0.146\sqrt{x} - 0.949 \frac{1}{\sqrt{x}} + 1.849 \frac{1}{\sqrt{x^3}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(37)$$

又下流趾に於ける各應力は

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= 1.736x - 40.01 \frac{1}{x} + 1443.38 \frac{1}{x^2} + 1.681\sqrt{x} - 10.926 \frac{1}{\sqrt{x}} + 21.307 \frac{1}{\sqrt{x^3}} \\ \sigma_y &= 1.056x - 24.241 \frac{1}{x} + 878.145 \frac{1}{x^2} + 1.021\sqrt{x} - 6.633 \frac{1}{\sqrt{x}} + 12.930 \frac{1}{\sqrt{x^3}} \\ \tau_{xy} &= 1.354x - 31.210 \frac{1}{x} + 1125.84 \frac{1}{x^2} + 1.311\sqrt{x} - 8.522 \frac{1}{\sqrt{x}} + 16.620 \frac{1}{\sqrt{x^3}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(38)$$

49 m < x ≤ 84 m に對しては堆砂壓ある故

$K_1=0.1, z=-0.087$

$A_0=48.025, A_1=-0.109, A_2=-2\ 585.530, A_3=49\ 588.570, A_4=-1.681, A_5=10.926, A_6=-21.307$
 $B_0=-15.020, B_1=1.309, B_2=-19.570, B_3=375.360, B_4=0.778, B_5=-0.945, B_6=-0.829$
 $C_0=-7.589, C_1=0.123, C_2=224.940, C_3=-4\ 314.330, C_4=0.146, C_5=-0.949, C_6=1.849$

$K_1=0.1, z=0.78$

$A_0=-55.896, A_1=2.090, A_2=2\ 891.630, A_3=-49\ 588.460, A_4=1.681, A_5=-10.926, A_6=21.307$
 $B_0=-34.007, B_1=1.271, B_2=1\ 759.250, B_3=-30\ 169.280, B_4=1.021, B_5=-6.633, B_6=12.930$
 $C_0=-43.600, C_1=1.630, C_2=2\ 255.470, C_3=-38\ 679.080, C_4=1.311, C_5=-8.522, C_6=16.620$

即ちこの場合の上流趾の應力は

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= 48.025 - 0.109x - 2\ 585.53 \frac{1}{x} + 49\ 588.57 \frac{1}{x^2} - 1.681\sqrt{x} + 10.926 \frac{1}{\sqrt{x}} - 21.307 \frac{1}{\sqrt{x^3}} \\ \sigma_y &= -15.020 + 1.309x - 19.570 \frac{1}{x} + 375.36 \frac{1}{x^2} + 0.778\sqrt{x} - 0.945 \frac{1}{\sqrt{x}} - 0.829 \frac{1}{\sqrt{x^3}} \\ \tau_{xy} &= -7.589 + 0.123x + 224.94 \frac{1}{x} - 4\ 314.33 \frac{1}{x^2} + 0.146\sqrt{x} - 0.949 \frac{1}{\sqrt{x}} + 1.849 \frac{1}{\sqrt{x^3}} \end{aligned} \right\} \dots\dots(39)$$

又下流趾に於ける應力は

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= -55.896 + 2.090x + 2\ 891.63 \frac{1}{x} - 49\ 588.46 \frac{1}{x^2} + 1.681\sqrt{x} - 10.926 \frac{1}{\sqrt{x}} + 21.307 \frac{1}{\sqrt{x^3}} \\ \sigma_y &= -34.007 + 1.271x + 1\ 759.25 \frac{1}{x} - 30\ 169.28 \frac{1}{x^2} + 1.021\sqrt{x} - 6.633 \frac{1}{\sqrt{x}} + 12.930 \frac{1}{\sqrt{x^3}} \\ \tau_{xy} &= -43.60 + 1.630x + 2\ 255.47 \frac{1}{x} - 38\ 679.08 \frac{1}{x^2} + 1.311\sqrt{x} - 8.522 \frac{1}{\sqrt{x}} + 16.62 \frac{1}{\sqrt{x^3}} \end{aligned} \right\} \dots\dots(40)$$

(37), (38), (39), (40) の各式より満水時に於ける上下流趾に於ける應力を x の種々の値に就き堆砂壓を考慮した場合と然らざる場合とにつき計算し第 4 表及び第 5 表に示す。

第 4 表 (堆砂壓考慮)

z	20	30	40	50	60	70	80	84
上流趾	σ_x	2.034	1.079	0.505	0.277	0.153	0.077	0.041
	σ_y	23.237	34.033	44.787	55.567	69.700	82.321	96.317
	τ_{xy}	0.694	1.211	1.695	2.209	3.331	6.436	5.600
下流趾	σ_x	41.322	59.670	78.329	97.002	115.577	134.317	153.529
	σ_y	26.164	36.314	47.652	59.006	70.306	81.746	93.377
	τ_{xy}	32.442	46.562	60.970	75.650	90.153	104.800	119.738

第 5 表 (堆砂壓無視)

z	20	30	40	50	60	70	80	84
上流趾	σ_x	2.034	1.079	0.505	0.277	0.150	0.076	0.040
	σ_y	23.237	34.023	44.777	55.256	67.765	78.230	90.429
	τ_{xy}	0.694	1.211	1.695	2.140	2.580	2.993	3.385
下流趾	σ_x	41.322	59.670	78.329	96.987	115.530	134.035	152.449
	σ_y	26.164	36.314	47.652	58.977	70.295	81.542	92.742
	τ_{xy}	32.442	46.562	60.970	75.648	90.156	104.557	118.918

(3) σ_1 及び τ_m の等應力度線

上記の計算の結果で堆砂土壓の影響はわづかに上流側 σ_y にあるのみ故、等應力度線を畫くに當つては堆砂土壓を無視する。

$z=-0.087, z=0, z=0.2, z=0.4, z=0.6, z=0.78$

の各 z の値に就き $K_1=0.1$ にして動水壓を考慮した場合の A_i, B_i, C_i, D_i 及び L_i を (18), (19), (20), (27), (29) の各式より算出して第 6 表に示す。

之に依り $\sigma_1=40 \text{ t/m}^2, \sigma_1=60 \text{ t/m}^2 \dots$ とし各 z の値に就き x の變化による ξ_1, ξ_2 の曲線を畫き其の交點の x 座標を求めれば第 7 表の如し (第 11 圖参照)。

第 6 表

(其の 1)

z	-0.087	0	0.2	0.4	0.6	0.78
A ₁	0.164	0.322	0.685	1.047	1.410	1.736
A ₂	-7.650	133.970	17.360	46.730	0.190	-60.010
A ₃	-14-3.270	-1153.610	-917.780	172.110	844.070	1443.380
A ₄	-1.671	-1.344	-0.511	0.202	0.973	1.121
A ₅	-1.926	6.736	3.690	-1.329	-6.390	-10.926
A ₆	-2.307	-17.035	-7.200	2.631	12.460	21.307
B ₁	0.992	1.003	1.017	1.031	1.044	1.058
B ₂	1.161	0	3.575	7.160	0.050	-24.241
B ₃	-15.920	0	-130.360	-217.964	56.127	878.145
B ₄	1.771	0.768	0.759	0.746	0.734	1.021
B ₅	-0.205	-1.000	-1.234	-1.564	-3.350	-6.133
B ₆	-2.129	-0.649	-1.106	-1.479	-2.510	12.930
C ₁	2.029	0.162	0.667	0.773	1.077	1.354
C ₂	-1.133	0	17.870	19.900	0.010	-31.210
C ₃	15.5520	-113.000	-374.470	-236.710	300.580	1125.190
C ₄	0.146	0.197	0.370	0.563	0.950	1.311
C ₅	-0.949	-0.425	-0.306	-1.327	-4.615	-8.522
C ₆	1.147	-0.494	-3.493	-13.600	5.957	16.620

(其の 2)

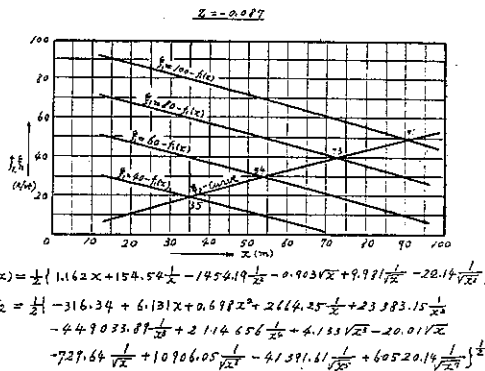
z	-0.087	0	0.2	0.4	0.6	0.78
D ₁	1.162	1.325	1.702	2.071	2.452	2.772
D ₂	154.540	133.970	92.955	51.910	0.190	-60.250
D ₃	-1454.190	-1153.610	-618.090	-39.780	900.700	2321.530
D ₄	-0.903	-0.576	0.191	0.994	1.857	2.702
D ₅	8.981	7.736	-2.657	-2.910	-7.740	-17.540
D ₆	-22.140	-17.680	-8.806	0.950	15.040	34.240
E ₁	-316.38	-224.26	-3.15	105.61	-34.17	-45.057
E ₂	6.191	4.115	2.501	1.102	0.622	7.34
E ₃	0.671	0.518	0.972	2.332	4.740	7.713
E ₄	2662.25	1588.17	-1135.23	-149.850	3315.75	13457.14
E ₅	23383.15	17631.76	1591.54	2717.30	-277.61	2400.21
E ₆	-989033.87	-308126.94	-14774.00	-4075.50	572.73	-247752.50
F ₁	2.11465600	1381872.00	639207.00	371202.00	-81140.00	5389507.00
F ₂	4153	3131	2.245	3.46	8.21	1510
F ₃	-20.01	-13.81	-4.273	-8.201	-62.97	-98.16
F ₄	-729.64	-544.66	-114.100	25.22	58.27	-156.74
F ₅	10906.05	7303.42	646.74	-1706.29	2452.70	18546.30
F ₆	-41391.61	-26469.36	-5754.44	5215.06	-15178.34	-16021.24
G ₁	60520.14	385650.8	14464.87	7127.1	29110.30	159125.50

第 7 表 σ_1 なる應力度の作用する点の x 座標

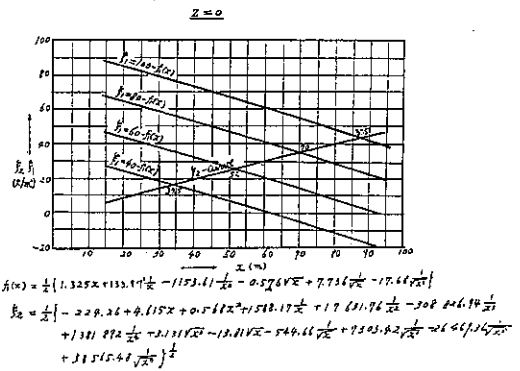
z	-0.087	0	0.2	0.4	0.6	0.78
40	35.0	34.5	26.5	19.0	14.0	—
60	54.0	52.0	41.0	29.0	22.5	17.4
80	73.0	70.0	55.0	40.0	30.5	24.5
100	—	87.5	69.5	51.0	38.0	31.4
120	—	—	83.5	62.0	46.5	38.0
140	—	—	—	72.0	55.5	45.0
160	—	—	—	82.0	63.5	51.5
180	—	—	—	—	71.0	58.0
200	—	—	—	—	79.0	65.0
220	—	—	—	—	87.0	72.0
240	—	—	—	—	—	78.0
250	—	—	—	—	—	82.0

第 11 圖

(其の 1)

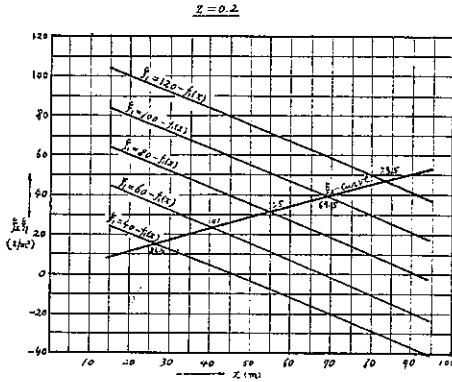


(其の 2)



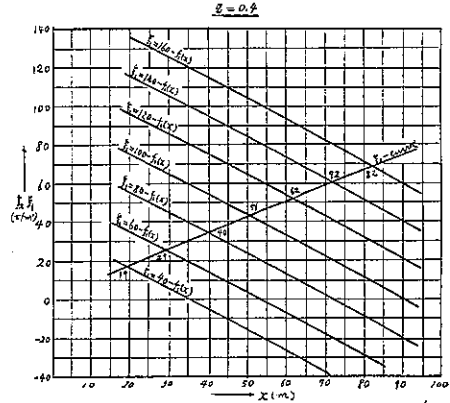
第 11 圖

(其の 3)



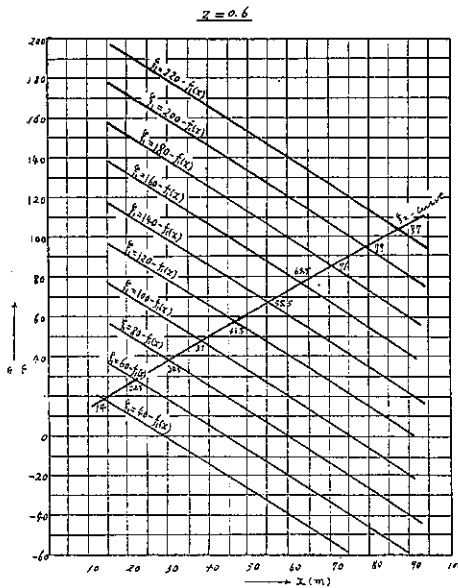
$$\begin{aligned} \bar{f}_1(x) &= \frac{1}{2} \left\{ 1.762x + 92.935 \frac{1}{x} - 618.08 \frac{1}{x^2} + 0.919\sqrt{x} + 2.657\sqrt{x} - 8.806 \frac{1}{\sqrt{x}} \right\} \\ \bar{f}_2 &= \frac{1}{2} \left\{ -3.65 + 2.308x + 0.912x^2 - 1135.28 \frac{1}{x} + 85915.4 \frac{1}{x^2} - 114.794 \frac{1}{x^3} \right. \\ &\quad \left. + 689.208 \frac{1}{x^4} + 2.265\sqrt{x} - 4.283\sqrt{x} - 184.10 \frac{1}{\sqrt{x}} + 666.74 \frac{1}{\sqrt{x}} \right. \\ &\quad \left. - 5754.64 \frac{1}{\sqrt{x}} + 14464.89 \frac{1}{\sqrt{x}} \right\} \frac{1}{2} \end{aligned}$$

(其の 4)



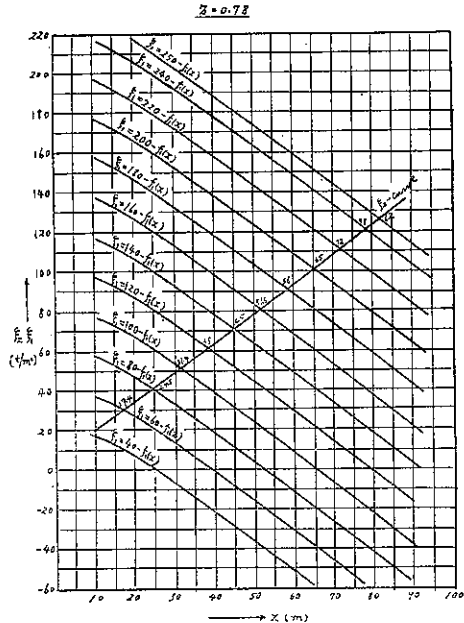
$$\begin{aligned} \bar{f}_1(x) &= \frac{1}{2} \left\{ 2.078x + 51.91 \frac{1}{x} - 3.978 \frac{1}{x^2} + 0.994\sqrt{x} - 2.91 \frac{1}{\sqrt{x}} + 0.950 \frac{1}{\sqrt{x}} \right\} \\ \bar{f}_2 &= \frac{1}{2} \left\{ 105.68 + 1.602x + 2.312x^2 - 450.5 \frac{1}{x} + 2717.3 \frac{1}{x^2} - 4095.5 \frac{1}{x^3} \right. \\ &\quad \left. + 381.242.80 \frac{1}{x^4} + 3.46\sqrt{x} - 8.201\sqrt{x} + 25.22 \frac{1}{\sqrt{x}} - 1706.27 \frac{1}{\sqrt{x}} \right. \\ &\quad \left. + 32.8506 \frac{1}{\sqrt{x}} + 7127.91 \frac{1}{\sqrt{x}} \right\} \frac{1}{2} \end{aligned}$$

(其の 5)



$$\begin{aligned} \bar{f}_1(x) &= \frac{1}{2} \left\{ 2.454x + 0.190 \frac{1}{x} + 900.90 \frac{1}{x^2} + 1.659\sqrt{x} - 9.74 \frac{1}{\sqrt{x}} + 15.06 \frac{1}{\sqrt{x}} \right\} \\ \bar{f}_2 &= \frac{1}{2} \left\{ -34.98 + 3.622x + 4.790x^2 + 5312.95 \frac{1}{x} - 277.69 \frac{1}{x^2} + 572.73 \frac{1}{x^3} \right. \\ &\quad \left. + 981140 \frac{1}{x^4} + 3.281\sqrt{x} - 4.207\sqrt{x} + 57.28 \frac{1}{\sqrt{x}} + 2452.53 \frac{1}{\sqrt{x}} \right. \\ &\quad \left. - 15878.24 \frac{1}{\sqrt{x}} + 29880.3 \frac{1}{\sqrt{x}} \right\} \frac{1}{2} \end{aligned}$$

(其の 6)



$$\begin{aligned} \bar{f}_1(x) &= \frac{1}{2} \left\{ 2.792x - 64.25 \frac{1}{x} + 2321.55 \frac{1}{x^2} + 2.702\sqrt{x} - 17.66 \frac{1}{\sqrt{x}} + 38.29 \frac{1}{\sqrt{x}} \right\} \\ \bar{f}_2 &= \frac{1}{2} \left\{ -459.55 + 7.32x + 7.793x^2 + 12958.24 \frac{1}{x} + 2940.21 \frac{1}{x^2} \right. \\ &\quad \left. - 297752.5 \frac{1}{x^3} + 5237.547 \frac{1}{x^4} + 15.10\sqrt{x} - 39.15\sqrt{x} \right. \\ &\quad \left. - 156.74 \frac{1}{\sqrt{x}} + 14546.3 \frac{1}{\sqrt{x}} - 86021.24 \frac{1}{\sqrt{x}} + 159125.5 \frac{1}{\sqrt{x}} \right\} \frac{1}{2} \end{aligned}$$

同様に ϵ_2 -curve より τ_m は第 8 表の如くなる。

第 8 表 τ_m なる應力度の作用する點の x 座標

z	-0.087	0	0.2	0.4	0.6	0.78
τ_m						
τ_{1112}						
20	35.0	40.0	35.0	23.0	15.0	—
40	73.0	80.0	70.0	46.5	32.5	24.5
60	—	—	—	72.0	49.0	37.5
80	—	—	—	—	66.5	51.5
100	—	—	—	—	84.5	65.0
120	—	—	—	—	—	77.5

上記の結果より σ_1 及び τ_m の等應力度線を畫けば第 12 圖の如し。

(4) 主應力の作用方向線

z の各値に對して α による種々の β の平均値を算出すれば

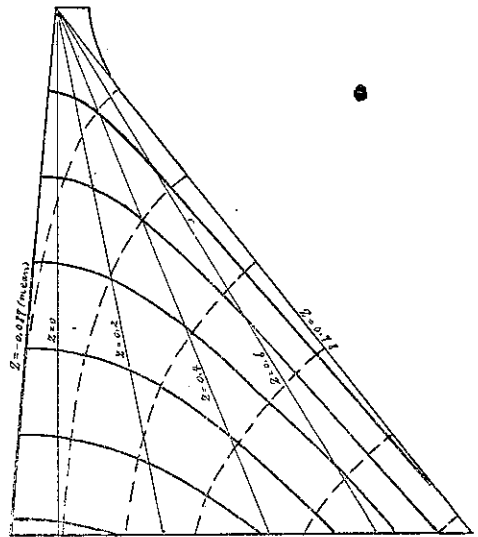
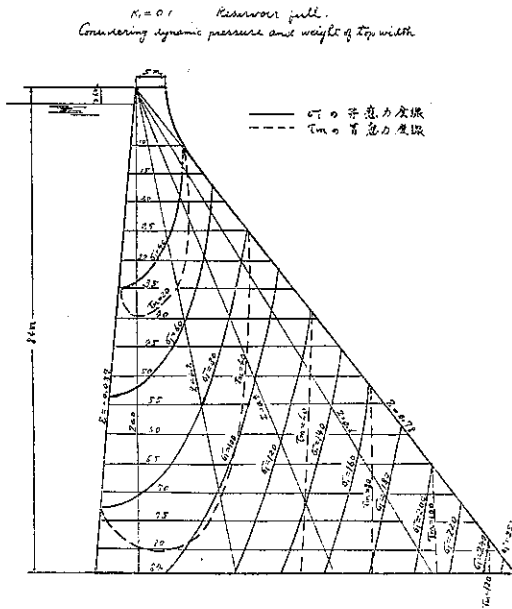
σ_1 の y 軸となす角 β の平均値

$z =$	-0.087	0	0.2	0.4	0.6	0.78
mean $\beta =$	-2°30'	-11°20'	-32°57'	-44°30'	-50°4'	-52°8'

これにより作用方向線を畫いて第 13 圖に示す。

第 12 圖

第 13 圖



7. 結 論

(1) 揚壓力の應力に及ぼす影響に就て 堤體の一水平斷面に於て $\mu w_0 x$ なる揚壓力を考慮するときは、鉛直壓應力は考慮しない場合に比し $\mu w_0 x$ だけ小となるが水平應力及び剪應力は影響ない。何となれば (10) 式の μ を含む係數 c_1, c_2 を見れば

$$c_1 = 2ma_1 + m^2a_2 - mw + \mu w_0 \frac{m^2}{m+n}, \quad c_2 = w - a_1 - \mu w_0 \frac{m}{m+n}$$

にして a_1, a_2 は (6) 式より

$$a_1 = \alpha - \mu w_0 \frac{m}{m+n}, \quad a_2 = \beta + \mu \frac{w_0}{m+n}$$

と表はすことが出来る故この a_1, a_2 を c_1, c_2 に代入すれば μ を含む項は消失する, 従つて σ_y も揚壓力に無關係になる。

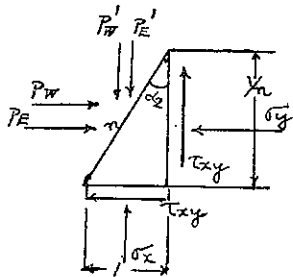
(2) 堆砂壓の應力に及ぼす影響に就て 堆砂壓の應力に及ぼす影響は比較的小なるものであるが, この水平分力が上流趾の水平應力に及ぼす影響は稍々大なるものがある。何んとなれば上流面の微三角形平衡より

$$\sigma_y = P_H + P_E - n\tau_{xy}, \quad \tau_{xy} = n(P_H' + P_E' - \sigma_x)$$

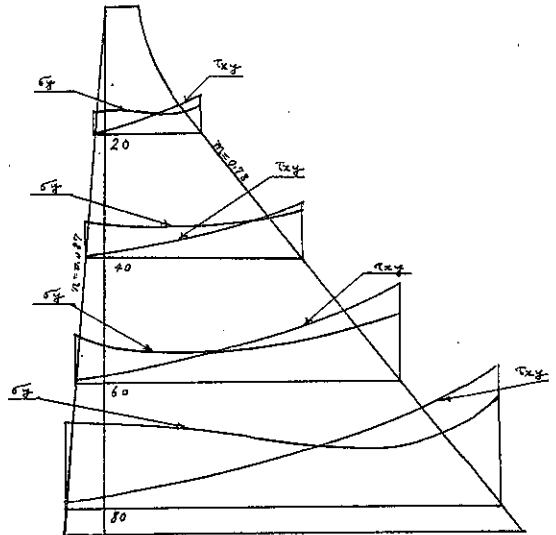
式中 P_H : 水平水壓, P_H' : 鉛直水壓, P_E : 堆砂の水平分力, P_E' : 堆砂の鉛直分力

然るに上流趾に於ける τ_{xy} は, σ_x が堆砂壓に影響されること少く且つ P_E' も小なる故殆んど變化なきに比し上流趾に於ける σ_y は P_E 即ち堆砂の水平分力だけ大となるからである (第 1 表及び第 2 表又は第 4 表及び第 5 表参照)。

第 14 圖



第 15 圖



(3) 一水平断面に於ける應力の分布狀況に就て

σ_x, τ_{xy} 及び σ_y は夫々 y に關して 1 次, 2 次及び 3 次式で表はされるが一般に y^2, y^3 の係數の値は小で上部を除いては殆んど直線的分布と大差ない。例へば前計算例で $x=20$ m, $x=80$ m に於ける應力は

$$x=20 \text{ m} \begin{cases} \sigma_x = 5.977 + 2.666y \\ \sigma_y = 23.503 + 0.0172y - 0.003y^2 + 0.00097y^3 \\ \tau_{xy} = 3.843 + 1.725y + 0.0141y^2 \end{cases}$$

$$x=80 \text{ m} \begin{cases} \sigma_x = 16.209 + 2.201y \\ \sigma_y = 96.263 - 0.0398y - 0.00085y^2 + 0.00015y^3 \\ \tau_{xy} = 16.976 + 1.6505y + 0.00014y^2 \end{cases}$$

即ち y^2, y^3 の係數は微々たるものである。次に σ_y, τ_{xy} の分布狀況を前計算例に依つて示せば第 15 圖の如くである。

最後に本文を草するに當り物部博士の堰堤に關する種々の御論文に負ふところ頗る大なるものがあつた。こゝに先生に對し厚く感謝する次第である。