講　　　演

第 20 卷第 12 號　昭和 9 年 12 月

河川流量測量に就いて

（昭和 9 年 10 月 27 日土木學會創立 20 週年記念講演會に於て）

會員工學士　安　藝　皎　一*

Some Problems on River Discharge Measurement

By Koichi Aki C. E., Member.

內容梗概

現今河川に於ける流量測量に使用せられて居る回轉式流速計及び浮子に關し，其の使用に當つて注意すべき點 2, 3 を述べたものであつて，特に浮子による觀測値の更正係數に就いては河川に於ける要求に從つて合理的の處置を採る必要のあることを述べ 1 つの提案を試みた。

此處に流量とは水流のある斷面を單位時間に流過する水の體積を申します。一般河川に於きましてこの流量を測定致しますには普通水流の斷面積とこれに直角な流速を求めるのでありますが，此處では流速を求めることに關して少しく御話申し上げたいと思ひます。

河川に於きまして流速を求めますには普通一般には回轉式流速計，浮子が使用されて居りますが，現今大體に於て回轉式流速計を用ひることが普通とされ，流速が大となり其の使用困難な場合に浮子が用ひられて居ります。これ等の方法に依つても測定困難な場合とか，又は概算流量を求めたい時には唯水面勾配を測つて平均流速公式に依る方法もありますが，今回はこの第 3 の場合に關しては述べぬことに致します。

斯く回轉式流速は擴く用ひられて居りますが，併しながらこれは其の構造に依つて著しく性質が異りますから其の使用にあたつては充分注意せねばなりませぬ。大體に於て流速計はその回轉體が椀型のものと螺旋型の物に區別せられ，椀型の物はその回轉體の慣性能率は大きいけれど廻轉軸は垂直であつてこの部分の摩擦抵抗は小さく，これに反し螺旋型のものでは廻轉體の慣性能率は小さいが廻轉軸は水平であり，この部分の摩擦抵抗は大きい。椀型の物では其の軸に對し斜に流水が當つた場合にも流水の速さが同じければ回轉體の回轉數は其の左右からの により幾分かは異りますが大體に於てその變化は僅かでありますが，螺旋型の物では斜に當る場合には殆んど其の垂直分速度を示しますから横流のある場合には椀型のものでは過大な流速を與へる事になる。又同一流速計であつてもこれを靜水中を動かした場合，若しくは流水中に置いた場合に同一相對速度に對して幾分か其の回轉數は異り，或は流速計支持の方法，例へば支柱に固定した場合又は索體で支持した場合によつて多少の差異があります。一般に流速計の自由さを益すと回轉は早くなる。これ等の關係から見ますと水流が齊流に近い場合には椀型のものが適し，渦流の程度の増加につれて螺旋型のものが適切に思はれます。又流速計はこれを連續使用すれば流速と回轉數との關係は違つて參ります。一般に流速計は其の單位時間當りの回轉數と流速との關係が直線であり，而もその部分の長いのがよいのでありますが，普通使用されて居りますものでは大體毎秒 30 cm 以下では直線ではなく，毎秒 15 cm 以下では甚しく變つて參りますから，この程度以下では相當の誤差を覺悟せねばなりません。兎に角流速計を用ひます場合には充分其の性能を調べ，檢定表に注意を拂ひませぬとなかなか豫期の結果は得られませぬ。

---

* 內務技師　內務省東京土木出張所勤務

扨て浮子の場合でありますが，私共は一般に表面浮子又は竿浮子を適當な區間流下させ，その速さを測つて流速を求めて居ります。此處で問題となりますのはこの浮子の速さから平均流速を誘導する方法でありまして，これには 1856 年に J. B. Francis が有名な Francis 公式を發表して以來種々な値が與へられ，多くの實驗も試みられて居りますが，大體に於て餘りに一般性のないのが多いのであります。

浮子は其の流下後次第に加速されて，自重の流水の方向への分力とその各部分に作用する動水壓の總計が零となる所で初めて定速度となつて流れるものであつて，或點の動水壓は浮子と水との相對速度の略 2 乘に比例致しますから，この浮子の速さから其の位置の平均流速を求める更正係數は水深と浮子の浸水部分の割合が等しくとも垂直線上の流速の分布に從つて異るべき筈であり，又浮子の速さは理論上から云ふてもその浸水部分の水の速さの平均値とは常に同一ではありません。この事に就いては既に物部博士が述べて居られる通りであります。

この更正係數に就いて出來るだけ普遍的な値を求めるために，私は先づ垂直流速曲線に就いて考へたのでありますが，これを次の樣に定めました。[1]

$$u=\sqrt{Jh}\left(C+20/3-20a+40az/h-20z^2/h^2\right)\cdots\cdots(1)$$

此處に u は水面から z の深さの速さ，h は水深，J は水面勾配，C は流速係數，a は水面から最大流速の位置迄と水深との割合で a を 0.0, 0.1, 0.2, 0.3 とし，其の範圍を多くの實測材料を考慮して第 1 表の樣に定めたのであります。

第 1 表　(1)式を適用し得べき水深 D(m)

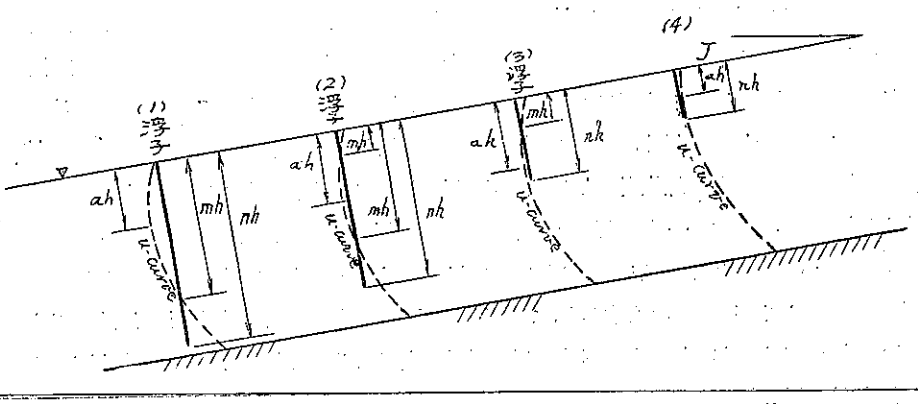
水路幅 ＼ a の値	$a=0.0$	$a=0.1$	$a=0.2$	$a=0.3$
狹き水路（幅約 20m 程度）	$D<0.6^m$	$0.6^m<D<1.1^m$	$1.1^m<D<1.6^m$	$1.6^m<D$
普通〃（〃 60m 〃）	$D<1.10^m$	$1.1^m<D<1.6^m$	$1.6^m<D<2.2^m$	$2.2^m<D$
廣き〃（〃 100m 〃）	$D<1.50^m$	$1.5^m<D<2.0^m$	$2.0^m<D<2.6^m$	$2.6^m<D$

扨て浮子の運動の有樣でありますが，これは浮子を圓筒とすれば次の樣な方程式で表はすことが出來ます。

$$\frac{G}{g}\frac{d^2x}{dt^2}=GJ+\frac{\gamma kd}{2g}\left[-\int_0^{m_1h}(v-u)^2dz+\int_{m_1h}^{mh}(u-v)^2dz-\int_{mh}^{nh}(v-u)^2dz\right]\cdots\cdots(2)$$

此處に $\frac{d^2x}{dt^2}$ は浮子の加速度であり，G は浮子の重量，J は水面勾配，γ は水の單位重量，k は浮子の抵抗係數，d は浮子の直徑，v は浮子の速さ，u は流水の速さ，h は水深，nh は浮子の吃水，m_1h, mh は浮子の速さと流水の速さとが同一なる位置で第 1 圖に示す通りであります。

第 1 圖　垂直流速曲線上に於ける浮子の位置



[1] 土木學會誌第 18 卷第 1 號記載小著"浮子特に浮子に依る觀測流速の更正係數に就いて"

この場合水面上に出て居る部分の浮子の空氣抵抗は小さいし，又定めにくいので略しました。

既に申し述べました樣に浮子が流れ始めから大體に於て一樣な速度で流れる樣になる迄には相當な時間を要するのでありますが，これが平衡狀態に達した場合の有樣はと申しますと第1圖の樣に浮子の吃水によつて4種類に分類されます。この場合に浮子が垂直流速曲線上に占める位置は(2)式の左邊を零とすれば求められる。今浮子を圓筒とし曩に求めた垂直流速曲線を用ひましてこれを解きますと

(1)の場合
$$n\pi d+800kh/g[16/15\cdot m^5-(10/3\cdot a+n)m^4+a(8/3\cdot a+4n)m^3+n(2/3\cdot n^2-2an-4a)m^2+an(4an-4/3\cdot a^2)m-4/3\cdot a^2n^3+an^4-n^5/5]=0 \quad \cdots\cdots (3_1)$$

(2)の場合
$$n\pi d+800kh/g[16/15\cdot m^5-(10/3\cdot a+2m_1+n)m^4+a(8/3\cdot a+8m_1+4n)m^3+(4/3\cdot m_1^3-4am_1^2-8a^2m_1+2/3\cdot n^3-2an^2-4a^2n)m^2+a(8am_1^2-8/3\cdot m_1^3+4an^2-4/3\cdot n^3)m-8/3\cdot a^2m_1^3+2am_1^4-2/5\cdot m_1^5-\frac{4}{3}a^2n^3+an^4-n^5/5]=0 \quad \cdots\cdots (3_2)$$

(3)の場合
$$n\pi d-800\,kh/g[16/15\cdot m_1^5-(10/3\cdot a+n)m_1^4+a(8/3\cdot a+4n)m_1^3+n(2/3\cdot n^2-2an-4a^2)m_1^2+an(4an-4/3\cdot a^2)m_1-4/3a^2n^3+an^4-n^5/5]=0 \quad \cdots\cdots (3_3)$$

(4)の場合
$$\pi dJ-\frac{2k}{g}[(v-u_0)^2-40\sqrt{Jh}\cdot n\cdot(v-u_0)+40/3\cdot\sqrt{Jh}\cdot n^2(40a^2\sqrt{Jh}+v-u_0)-400Jhan^3+80Jhn^4]=0 \quad \cdots\cdots (3_4)$$

此處に $u_0=\sqrt{Jh}(C+20/3-20a)$＝表面流速

これから a, h, d, n を知り，k を推定すれば m の値が求められ，浮子の速さが分りますから觀測流速の更正係數は

$$u_m/v=C/(C+20/3-20a+40am-20m^2) \quad \cdots\cdots (4)$$

で求められる。

(3_4) 式の場合は浮子は影響を受けて居る水の速さよりも速い場合であつて，表面浮子は凡てこれに屬するのでありますがこの場合は

$$v-u_0=R=20\sqrt{Jh}\cdot n(a-n/3)\pm\sqrt{\pi dJg/2k-80Jhn^2(5/3\cdot a^2-5/3\cdot an+4/9\cdot n^2)} \quad \cdots\cdots (5)$$

この場合の更正係數は

$$u_m/(v-R)=C/(C+20/3-20a) \quad \cdots\cdots (6)$$

となります。

この(3)式の m の値を私共の平常に遭遇致します場合に就いて計算致しますと，大體に於て第2表に示す通りでありまして，この內に n に對し m の値をあげて居ない部分は浮子が流水を追越して居る所であります。

今以上の關係から浮子の速さがその垂直線上の平均流速を示す浮子の吃水 n の値を求めますと第3表の樣になりました。

この第2表及び第3表は浮子の徑 0.04 m，流水抵抗係數を 0.6 として計算したのでありますが，これは $k.d/h$ の値が等しければ他の場合にも適用出來るのであります。尤もこの k の値でありますが，これは圓筒浮子とすると其の大きさには殆んど關係致しませぬが，Reynolds number によつて大體に於てきめられるものでありますから相對速度に關係する。然しこの場合これを確定的にきめることは困難でありましたので，暫定的に以上の樣に推定して計算致しました。併しながら觀測値に相當な誤差を認めねばならぬ樣な場合，例へば洪水觀測の際とか又は浮子の流下經路を正確に求め得ぬ樣な時には，以上の計算の結果によりますと浮子の吃水 $n=0.6\sim0.8$ 程度のものでは，その速さと浮子に影響を及ぼす流水の平均流速とは大差がありませぬから，かゝる場合にはこの程度の浮子

第2表　垂直流速曲線上に於ける浮子の位置 m の値

Case I $a=0$ $d=0.04^m$ $k=0.6$

水深 h ＼ n	1.0	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.337	0.304	0.3	0.283	0.2	0.1	0
0.50^m	0.602	0.540	0.472	0.403	0.326	0.250	0	—	—	—	—	—	—	—
1.00	0.607	0.545	0.481	0.418	0.347	0.271	0.167	0	—	—	—	—	—	—
1.50	0.608	0.547	0.483	0.421	0.355	0.283	0.197	0.115	0	—	—	—	—	—
2.00	0.609	0.548	0.484	0.422	0.357	0.289	0.310	0.140	0.064	0.078	0	—	—	—

Case II $a=0.1$ $d=0.04^m$ $k=0.6$

水深 h ＼ n	1.0	0.9	0.8	0.7	0.6	0.522	0.5	0.458	0.425	0.404	0.4	0.308	0.3	0.2	0.1	0
0.50^m	0.619	0.551	0.485	0.405	0.302	0.100	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1.00	0.625	0.562	0.497	0.428	0.350	0.266	0.236	0.100	—	—	—	—	—	—	—	—
1.50	0.627	0.564	0.500	0.435	0.365	0.295	0.270	0.215	0.100	—	—	—	—	—	—	—
2.00	0.628	0.565	0.503	0.438	0.391	0.308	0.286	0.240	0.190	0.100	—	—	—	—	—	—
2.50	0.629	0.566	0.504	0.440	0.376	0.316	0.296	0.355	0.215	0.179	0.155	0.100	—	—	—	—

Case III $a=0.2$ $d=0.04^m$ $k=0.6$

水深 h ＼ n	1.0	0.9	0.8	0.7	0.6	0.571	0.536	0.512	0.5	0.425	0.4	0.3	0.2	0.1	0
1.00^m	0.649	0.585	0.519	0.441	0.312	0.2	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1.50	0.652	0.589	0.525	0.456	0.350	0.319	0.2	—	—	—	—	—	—	—	—
2.00	0.654	0.592	0.529	0.463	0.380	0.346	0.293	0.2	—	—	—	—	—	—	—
2.50	0.655	0.593	0.531	0.467	0.390	0.363	0.317	0.273	0.230	0.2	—	—	—	—	—

Case IV $a=0.3$ $d=0.04^m$ $k=0.6$

水深 h ＼ n	1.0	0.9	0.8	0.7	0.660	0.608	0.6	0.559	0.5	0.4	0.351	0.3	0.250	0.216	0.2	0.150	0.125	0.109	0.1	0
1.00^m	0.681	0.514	0.535	0.410	0.3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1.50	0.685	0.621	0.552	0.463	0.413	0.3	—	—	—	—	—	—	0.296	0.216	—	—	—	—	—	—
2.00	0.687	0.625	0.561	0.482	0.446	0.388	0.375	0.3	—	—	0.351	0.224	0.222	0.183	0.175	0.150	—	—	—	—
2.50	0.688	0.627	0.564	0.490	0.450	0.413	0.406	0.378	0.362	0.370	0.214	0.195	0.193	0.164	0.157	0.136	0.125	—	—	—
3.00	0.689	0.629	0.567	0.497	0.470	0.430	0.426	0.397	0.380	0.390	0.194	0.176	0.175	0.149	0.144	0.120	0.117	0.109	—	—

表中 [illegible]

を使用するとして更正係數は簡單に

$$u_m/v \fallingdotseq C/(C+20/3-20a+20an-20/3\cdot n^2) \cdots\cdots(7)$$

でも差支へないと思はれます。この場合一般に最大流速の位置の低い時卽ち水深の大きな場合には n は大きな値をとる。私は河川に於きましては寧ろこの程度の浮子の方が實際に當つて使用容易であり，かへつてよいのではないかと考へて居ります。私はこの (4), (6), (7) の各式を用ひますのに便利な樣にこれ等を圖表で表はしました。第1圖，(2)，(3)，(4)の各圖に示すものがこれであります。

第3表　直徑 =0.04m, 流水抵抗係數 =0.6 の圓筒浮子の平均流速を示す吃水 n の値

水深 h	0.50^m	1.00^m	1.50^m	2.00^m	2.50^m	3.00^m
$a=0$ 場合	0.960	0.953	0.950	0.949		
$a=0.1$ 〃	0.960	0.949	0.946	0.944	0.943	
$a=0.2$ 〃		0.947	0.942	0.939	0.937	
$a=0.3$ 〃		0.956	0.947	0.942	0.939	0.937

浮子が流れ始めてから大體に於て平衡狀態に達する迄には相當な時間を要すると云ふことは既に申し述べましたが，今これに就いて考へて見まするにこれ等の關係は (2) 式を解けば求められる。然るにこの內に含れて居る m 及び m_1 は浮子の進むにつれて變つて來る値でありますから，この進む狀態が分らないと解くことが出來ない。今各種の水路の場合に種々の吃水の浮子を流した時の浮子の速さと，これに影響を與へる流水の平均流速との關係を平衡狀態に達した場合について (3) 式によつて調べて見ますと，第2表に示されて居る樣に吃水の淺い場合は浮子の速さはこれに影響を與へる流れの平均流速より速く，その差異は表面浮子の場合に於て最も大きい。そうですから今若し (2) 式に於て浮子に影響を與へる流速をその間の平均流速を以て置き換へて差支へない範圍，卽ち浮子の吃水の極めて淺い場合に就いて (2) 式を處理し得るとすれば浮子の速さと流下時間との關係はその概念を安全側に知ることが出來ます。

今 (2) 式をこの場合に適用し得る樣變形すること

$$\frac{G}{g}\frac{d^2x}{dt^2}=GJ+\frac{\gamma kF}{2g}(u_{mn}-v)^2\cdots\cdot(u_{mn}\geqq v)\cdots\cdots(8)$$

$$\frac{G}{g}\frac{d^2x}{dt^2}=GJ-\frac{\gamma kF}{2g}(v-u_{mn})^2\cdots\cdot(u_{mn}\leqq v)\cdots\cdots(9)$$

の 2 個の式に就いて考へられる。此處に F は流水の抵抗を受ける面積で，$u_{m.n}$ は考ふる水の深さの平均流速である。

これならば簡單に解くことが出來ます。

此處に

$$\frac{dx}{dt}=v-u_{mn}=R$$

として，(8) 及び (9) 式を解けば

(8) 式より $$t_1=\frac{1}{\sqrt{AB}}\tan^{-1}\sqrt{\frac{A}{B}}\cdot u_{m.n}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(10)$$

(9) 式より $$t_2-t_1=\frac{1}{2\sqrt{AB}}\ln\frac{\sqrt{AB}+AR}{\sqrt{AB}-AR}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(11)$$

$$R_{\max}=\sqrt{\frac{B}{A}}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(12)$$

此處に

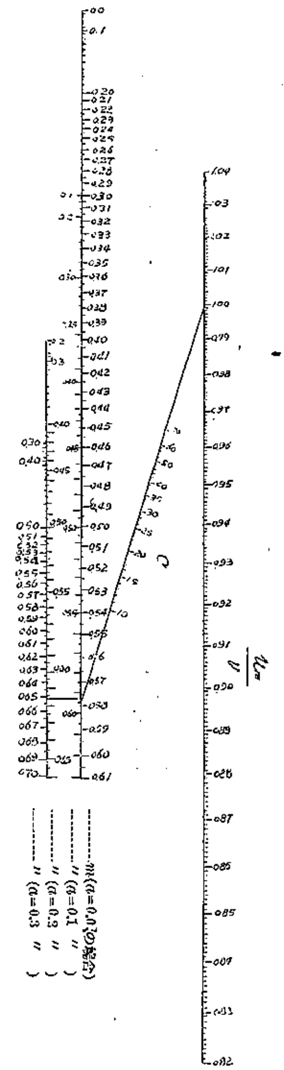
$$A=\frac{\gamma kF}{2G},\qquad B=J.g$$

で t_1 は浮子が流れ始めてから流水の速さと同じになる迄の時間，t_2 は全く流れ始めから浮子が流水よりも R だけ速められて流るゝに至る迄の時間であり，$R_{\max}$ は浮子が平衡狀態に達した場合の流水の速さとの比較速度であります。

今大體に浮子の流下經過を知るために重量 $G=4.8\,\mathrm{kg}$，流水の抵抗を受ける面積 $F=0.033\,\mathrm{m}^2$ の表面浮子を水深 $h=3.00\,\mathrm{m}$，水面勾配 $J=0.001$，流速 $u_{mn}=2.20\,\mathrm{m/sec}$ の水路に投下した場合の流下經過を計算によつて求めました處，第5圖の樣になりました。卽ち浮子は流れ始め後 10.8 sec で流水と同一の速さになり，それからは次第に速められて 20.2 sec で流水より 0.06 m/sec 速められて流れることを知つたのであります。而して平衡狀態に達した場合の浮子の追越速度は 0.068 m/sec となりました。

第2圖 (4) 式による觀測流速の更正係數

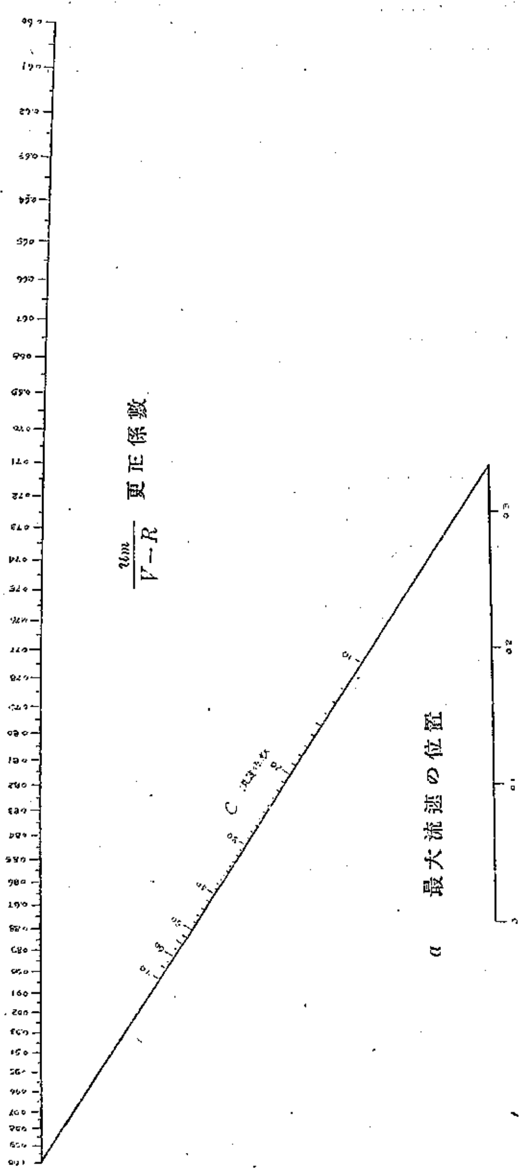
(浮子の運動を考慮せる場合の更正係數)



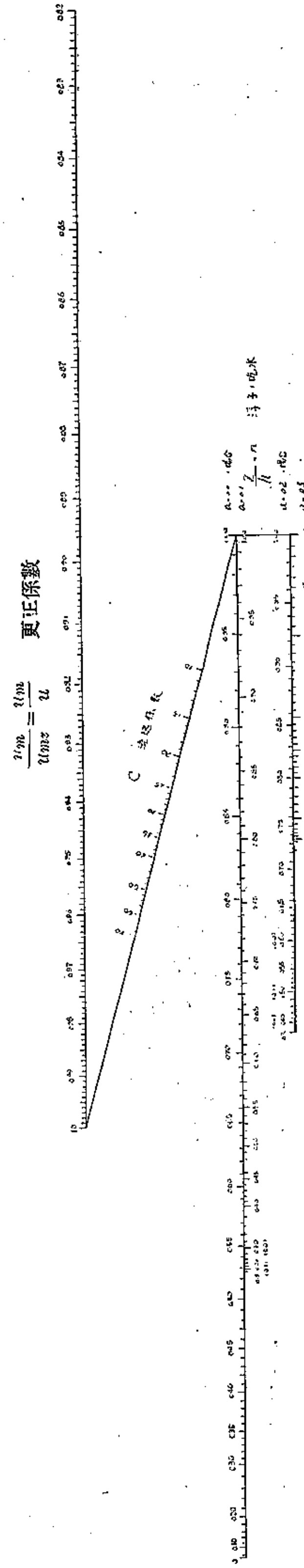
$a=0.2$ 及び $a=0.3$ の場合の m はこれを垂直の $a=0$ 及び $a=1$ の線に移動し C と結んで延長し更正係數を求む

此處に申し述べました關係から比較的合理的に浮子の投下地點から第 1 見通し斷面迄の距離を求めることが出來ます。この流下距離は一般には地形に左右されますが標準としては水路の狀況，引いては流速の如何，又は浮子投下方法によつて決定さるべきものであります。浮子は投下の方法によつては上下流，又は上下の方向に振動致しますから，これは極力避ける方法を採らねばならぬ。これはその方法如何によつて相當減少せしめ得ますから，この場合は浮子が比較的等速度で流れる迄の時間を經過せしめればよろしゝ (10) 及び (11) の兩式から接近流下距離として次の式を求めました。

$$l > 1.8\sqrt{\frac{d}{J}}\cdot v\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(12)$$



第 3 圖　(6)式による觀測流速の更正係數

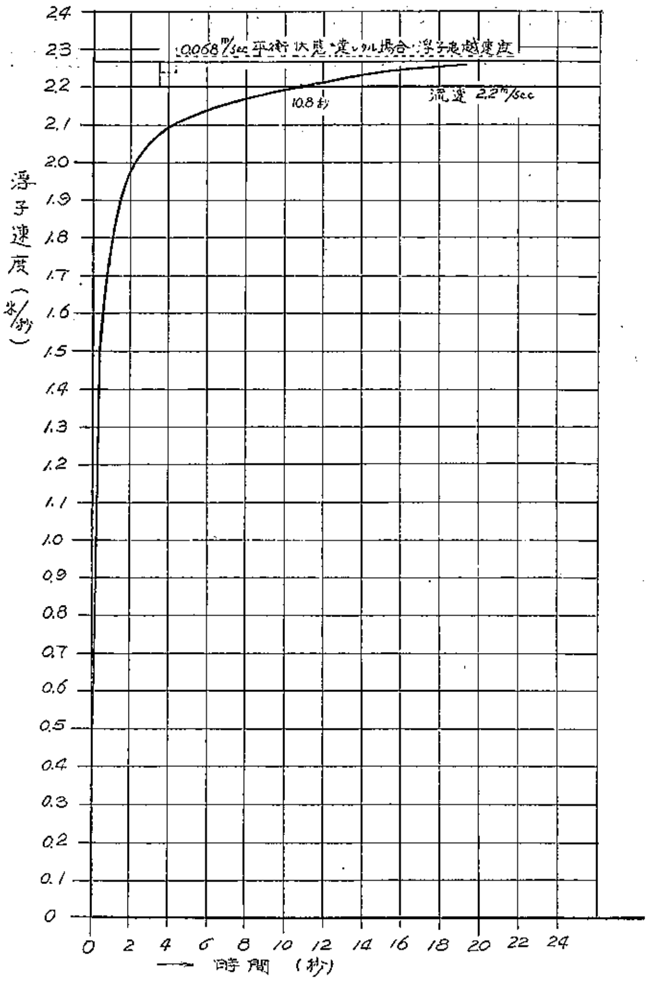


第 4 圖　(7)式による觀測流速の更正係數

此處に l は接近流下距離で m, d は浮子の徑で m, J は水面勾配, v は浮子の速さで m/sec で表はす。このためには少なくとも 30 m から 40 m はとらねばなりません。

今此處に申し上げました樣に流水の垂直流速曲線は水路の規模に左右され，浮子の速さは垂直流速曲線によることは勿論，同一形態の垂直流速曲線で浮子の吃水が等しくとも水面勾配，水深，浮子の形狀に支配されて居るものでありまして，これが私の特に强調したい處であります。私共が河川に於きまして要求致します處のものは絕對的の値は勿論でありますが，なほかゝる値を得ることの不可能な樣な場合に於きましても，同一水系の各所で觀測された結果に比較的の正しさを與へねばならぬと云ふことが要求せられるのでありまして，これ又肝要なることなのであります。

以上述べて參りました主旨も亦此處に在るのであります。



第 5 圖　表面浮子流下過程

實際に當つては各場所に應じて各種の浮子を用ひ，又浮子自身も時と場所に從つて種々の制限を受けますから，これ等の結果に對しては同一根據に立つ適切なる補正を加へることは最必要なことゝ信んずるのであります。尙私共の一般に使用致して居ります浮子は竹でありますが，竹は圓筒ではなく大體に於て拋物線囘轉體をして居るものでありますから，此處で述べました結果とやゝ異つて參りますが，目通り 15 cm 程度の竹では良質のものを選べば長さ 4 m 位のもの迄はその徑の差は最大と最少部分で 5 mm にも達しませぬから，その樣な程度の浮子を流す場合の誤差を認めれば先づ圓筒としても差支へないと思はれます。

此處に垂直流速曲線が水路の規模に從ふことを述べましたが，これは流速計を用ひまして流速を測定致します場合にも重要なるものであります。垂直線上の流速分布に關しては 17 世紀に伊太利の水理學者によつて論ぜられて以來多くの公式や實測の結果が報告せられ，E. C. Murphy(1) に至つて廣範な實測から垂直流速曲線は水深，河底の粗度の上に水路幅員と水深との割合にも關係することが認められて居ります。比較的小人數で短時間に流速を測定し得ることは流速計使用の一つの大きな特長でありまして，河川に於ては簡單に數點の速さをおさへて平均流

(1) E. C. Murphy; U. S. Water Supply Paper. No. 95.

速を求めることが屢々要求されるのであります。このためにも垂直流速曲線の形態を特にはつきりと認識して置くことは私共にとつて最も必要なのであります。

以上此處に河川に於ける流量測量に關する 2, 3 の注意を述べまして本講演を終ります。