論 說 報 告

第20卷第10號 昭和9年10月

河 川 の 流 出 量 公 式

會員 工學士 都 々 木 春 美*

River Discharge Formula

By Harutomi Tsutsuki, C.E., Member.

內容梗概

本文は第 17 卷第 7 號に發表したるものなれども，その後各章に訂正する必要を認めたるを以つて重複をも顧ず，再び要點の全文を述べたるものにして，河川の流出量を圖上に現はしたる曲線は總てその增水をなし始めたる時より最大流出量の時に至るまでの間に 1 箇若しくは 2 箇以上の inflection point を有し，又最大流出量の時より以降最小水量に減水する迄の間に 1 箇若しくは 2 箇以上の inflection point を有するものなるも，本文に於ては各流出量曲線の增水部分と減水部分との各曲線に各々 1 箇のみの inflection point を有する曲線に相當する式を求むるものなり。

第 1 章に於て流出量式の概要を述べ第 2 章に於て河川の一般流出量曲線に相當する一般流出量式を誘導し，第 3 章に於て一般流出量式を或る流出量曲線に適用して該式の係數を算出し，而して該曲線に相當する流出量式を求むる一般方法を述べ，第 4 章に於ては實例を示し，第 5 章に於ては一般水位式を誘導しこれより或る水位曲線に相當する水位式を求むる實例を示せり。最後に第 6 章に於て河川の遊水池と流出量の關係を知り，流出量式と水位式とを應用して遊水池を締め切りたる場合の問題を解きたり。

目 次

第 1 章 流出量式の概要

從來一般河川の洪水量を觀測し，その結果を圖上にて時間を橫軸とし流出量を縱軸とせる曲線圖にて表はす方法はあれども，時間 t を函數とせる式にて表はす流出量式は未だ見出されず。若し觀測せる流出量を圖式のみならず，式にて表はし得たらんにはその利用の範圍決して尠からざる可しと考ふる處なり。

圖上にて表はしたる流出量曲線は總てこれを 2 つの部分に分割して考ふることを得べし，卽ち增水をなし始めたる時より最大流出量に達したる時までの間に於ける曲線と，最大流出量の時より以降減水する曲線との 2 曲線に分けて各別に考ふるものとす，以下前者を增水曲線，後者を減水曲線と稱す。

今流出量曲線を圖上にて修正するときは smooth curve となすを得べし。斯く smooth curve となしたる流出

* 元內務技師 內務省名古屋土木出張所囑託

量曲線の縦距を Q とし，横距を t とすれば，増水曲線の最底部と最高部に於て $dQ/dt=0$ となることは明かなり。故に増水曲線がその最小より増加し始め，最大の時に至る迄の間には必ず 1 箇若しくは 2 箇以上の inflection point を存することは明かなり。同様に減水曲線に於てもその最大の時より減少して最小の時に至る迄の間に必ず 1 箇若くは 2 箇以上の inflection point を存することは容易に證明せらるゝ處なり。而して 1 箇のみの inflection point を有する増水並に減水の各曲線の實例は附圖第 1，第 2，第 3，第 5，第 6，第 7，の増水並に減水の各曲線及び附圖第 4 の減水曲線等に見るが如くして，2 箇以上の inflection point を有する實例は附圖第 4 の増水曲線なり。

河川の増水並に減水曲線たるや千差萬別にして一樣ならず。附圖第 4 の増水曲線に見るが如く，その最大流出量に增加する迄の間に暫時增加を中止して再び增加をなし始め，又は（附圖にはその例なきも）その最大流出量より減少する途中に於て暫時減少を中止してその後更に減少を繼續する等の曲線は總て 2 箇以上の inflection point の存在により複雜なる曲線をなすものなり。斯くの如き曲線は總て重複せる 2 回の降雨又は流出量觀測地點より上流部に於ける堤防の破壞等に基因し，從てその變化は不規則なるを以て或る一定の式にて表はすこと能はざるは明白なり。尙 2 個以上の inflection point を有する曲線はその變化，無制限且つ亂雜なるを以て，圖式に於ても，これを河川工學上に應用すること稀にして啻に參考として利用するに過ぎざるのみなり。

卽ち圖式に於ても主として利用する流出量曲線は 1 箇の inflection point を有する増水並に減水曲線なるを以て，本文に於ては單に 1 箇の inflection point を有する流出量曲線を表はす一般流出量式を求めんとするものなり。

抑々河川の流出量は雨量の性質，流域面積に於ける森林の狀態，形成，地表の勾配，地層の土質等數多の原因により左右せらるゝことは言を俟たざる處にして，以上の諸原因は相互に錯綜複雜せるものなれば，これ等相互の關係を一定の公理に纏めんとすることは容易ならざることなり，卽ちこれ等諸原因を函數とせる流出量の式を得ることは至難とせざる可らず。

然れども玆に或る面積を有する遊水池ありとし，或る規則に從ひ時間に對し變化する或る水量を該遊水池に流入せしめ，而して該遊水池の一方に設けたる流出口より流出せしむるときは，流入水量と遊水池の面積とを加減することにより，該流出量の増水並に減水の狀態をして總て河川の流出量と相等しからしめ得べきは推察し得らるゝ處なり。卽ち降雨量に對する水源地の調節作用と流入水量に對する遊水池の調節作用との關係を知り，而して遊水池に於ける流入水量と流出量との水理關係により流出量式を誘導せんとするものなり。

然るときは斯くして得たる流出量式を前述の smooth curve となしたる流出量曲線に適用することにより，該式の係數を算定し而して該曲線圖に相當する流出量式を得ることも亦明かなり。

第 2 章　流出量式

第 1 節　水源地の調節作用と遊水池の調節作用との關係

一般河川の水源地に降雨ありたる場合を考察するに，水源地に降下せる雨水の一部は高所より低地に，谷川より支川に，直接その水路を流下して幹川に合流し，他の一部の雨水は山林の雜草，枝葉，樹幹，岩石等にその流速を阻まれ，若しくは窪地に停滯瀦溜し，或は又土壤等に一旦吸收せられたる後再び低地に向つて逐次流下することは一般に認めらるゝ處なり。卽ち河川の水源地は雨水を流下せしむると同時に雨水を暫時貯溜するの作用をなすものと言ふを得べし。

斯く水源地の山林，土壤，岩石等は雨水を暫時貯溜するの作用をなすのみならず，連續して降下せる雨水に對し貯溜及び流下の作用を反覆して續行するが故に，その結果は先に降下せる雨水と後に降下せる雨水とを按排し，卽ち雨水量を調節して流下せしむるの作用をなすことも亦明かなり。

水源地は一般に幾多の支川により區劃せらる，而してその區劃せられたる各水源地は又數多の谷川により區分せらる，故に或る河川の水源地は谷川又は支川を具備せる小水源地の集合體と見做すを得べし，然れば各小水源地に降下せる雨水は同一時刻に降下せるものにありてその流下水路たる谷川より支川に，支川より幹川に，各々その集合する時間を異にするを以て，降雨の密度大なる時の雨水と大ならざる時の雨水とが幾多の各小水路より順次大なる水路へ集合するその都度に於て，前後調節せらるゝことは容易に推察せらるゝ處なり。卽ち一旦小水源地に於て調節せられたる雨水は幾多の小水路より大なる水路に集合するまでの間に再三再四調節せらるゝものなり。尙換言すれば連續降雨が水源地より流下して河川の或る地點に於ける流出量となるまでの間に水源地はその調節作用を該流下水量に對し連續して反覆するものなり。

斯くの如き連續して反覆する水源地の調節作用はこれを前後 2 段に分割し，第 1 段の調節作用と第 2 段の調節作用とに分けて考ふることを得べし。而して緒論に述べたるが如く 2 箇以上の inflection point を有する流出量曲線はこれを除外し，單に 1 箇の inflection point を有する流出量曲線を表はす一般流出量式を求めんとするものなるが故に，以下本文に於ては，水源地の第 1 段並に第 2 段の調節作用を受けたる流出量が圖上にて 1 箇の inflection point を有する曲線を表はす場合のみを考究すれば充分にして 2 個以上の inflection point を有する河川の流出量に就ては全然考慮せざるものとす。

降雨の密度を縱距とし，時間を橫距とし，圖上に畫く時はその密度の變化劇しきため流出量曲線の場合の如く smooth curve に修正すること能はざるは自記雨量計の圖表（該圖表は遞加量を表はすものなるも）により容易に知悉せらるゝ處なり。今降雨が水源地にて第 1 段の調節作用を受けたる假想水量を被調節水量とせば，被調節水量の表はす曲線の變化狀態は，更に第 2 段の調節作用を受けたる流出量曲線の變化狀態に或る程度まで近似し，降雨密度の曲線の表はすが如き劇しき變化はなさゞる可きなり。水源地の連續調節作用を第 1 段と第 2 段との前後兩調節作用に分割するに當り，兩調節作用の相互的大小を左右する分界點は假想的のものなるが故に任意に設定することを得べし。故に該分界點の設定如何により被調節水量をして流出量の曲線に殆んど近似せしめ，假令流出量の曲線の如くその增水並に減水の各曲線に於て各々 1 個の inflection point を有せざるも，零より出發して漸次增大し，その最大より更に零に減少する smooth curve となすを得べし。これを要するに［降雨量は第 1 段の調節作用を受けて零より漸次增大しその最大より更に零に減少する smooth curve を現はす被調節水量となり，而して該被調節水量は再び第 2 段の調節作用を受けて，その增水並に減水の各曲線に各々 1 個の inflection point を有する曲線を表はす流出量となる］となし得べきこと明かなり。

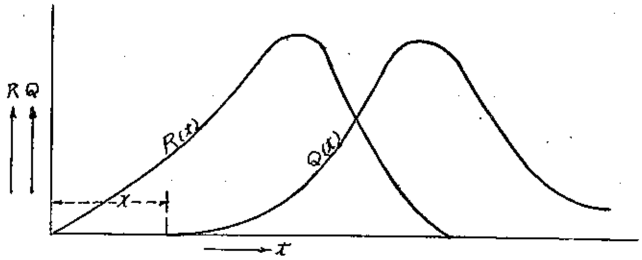
蒸發量は降雨期間中は極めて僅少なるべく，若し假令降雨期間中の蒸發量の省略すべからざるものとするも，蒸發量を降雨量より控除したる殘餘の水量を卽ち降雨量となすことゝし，從つて降雨期間中は蒸發量は零にして，降雨が止みたる時より蒸發量を生ずるものと考ふるを得べし。

降雨中に於て地上に滲透せし水量は再び流出量として滲出し得べき狀態にあり，故に該水量は貯藏量となすべきなり。假令降雨期間中に於て地中深く滲透し再び流出量として表はれざる水量あるも極めて小量なるべく，從つて蒸發量の場合の如く，滲透量も亦降雨期間中は零にして降雨が止みたる時より生ずるものとなすを得べし。而して叙上の如き蒸發量並に滲透量を考ふることにより被調節水量の現はす曲線が smooth curve をなさずとする理

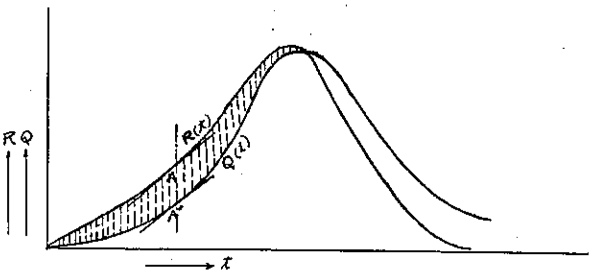
由は存せざるなり。被調節水量及び流出量共に時間 t の函數なるを以て，被調節水量を $R(t)$ とし，流出量を $Q(t)$ にて表はすものとす。

今一般の場合として或る任意の被調節水量が更に水源地の第 2 段の調節作用を受けて流出量となり，而して被調節水量が增水をなし始めたる時より x 時間後に流出量觀測地點に於て增水をなし始めたる場合を圖上に表はすものとせば，$R(t)$ 曲線は inflection point を有せず，$Q(t)$ 曲線はその增水並に減水の各曲線に於て各々 1 箇宛の inflection point を有するが故に第 1 圖の如くなるべし，然れども本文に於ては x 時間を必要とせざるのみならず，寧ろ x 時間を省略したる場合に於ける $R(t)$ 曲線と $Q(t)$ 曲線との相互の關係を研究する必要あるを以て，x 時間を省略して考ふる時は第 1 圖は第 2 圖となるべし。而して前に述べたるが如く，水源地は調節作用により被調節水量の一部を貯溜するものにして尙この貯溜量（遲加貯溜量にあらずして被調節水量並びに流出量と等しく單位時間に於ける貯溜水量とす，以下同じ）は被調節水量と流出量との差なるを以て貯溜量を $F(t)$ にて表はすときは次の (1) 式が成立す，而して (2) 式は (1) 式を時間 t に就て微分したるものなり。

第 1 圖



第 2 圖



$$R(t)-Q(t)=F(t) \cdots\cdots (1)$$

$$\frac{dR(t)}{dt}-\frac{dQ(t)}{dt}=\frac{dF(t)}{dt} \cdots\cdots (2)$$

今 $R(t)$, $Q(t)$ 及び $F(t)$ の關係を增水をなし始めたる時より逐次論究せんとす。

1. (1) 式に於て $F(t)$ の符號が正なる間は $Q(t)$ は $R(t)$ より大なる能はず，即ち水源地がその調節作用により被調節水量の一部を貯溜する間は流出量は被調節水量より大なる能はず。故に時間 t が零なるときは $R(t)$, $Q(t)$ は共に零にして，從つて $F(t)$ も亦零なるも，その後 t が增すに從ひ $R(t)$ が $Q(t)$ より先きに增大せざれば $F(t)$ の符號が正なる能はず。尙換言すれば被調節水量ありて初めて流出量を生ずべきものにして，流出量は被調節水量の跡を逐ふて增加すべきなり。尙第 2 圖に於て陰影を畫きたる部分が貯溜量を表はすこと明かなり。

2. (2) 式に於て $dR(t)/dt$ が $dQ(t)/dt$ より大なる間は $dF(t)/dt$ は正なり，即ち被調節水量と流出量とが同時に零より出發して漸次增大するに就ては，先づ被調節水量の增加率が流出量の增加率より大ならざるべからず，而して被調節水量の增加率が流出量の增加率より大なる間は貯溜量が增加することを示す，即ち貯溜量も亦零より漸次增加するものなること明かなり。

3. その後 $dR(t)/dt$ は漸次減少し $dQ(t)/dt$ は尙增加し，$dR(t)/dt=dQ(t)/dt$ となりたるときは (2) 式により $dF(t)/dt$ は零となる，即ち $R(t)$ 曲線の切線と $Q(t)$ 曲線の切線とが平行となりたる時は $F(t)$ の增加率は零となる，故に (1) 式の $F(t)$ の値が最大なる時なり，第 2 圖に於て A 及び A$'$ に於ける切線が平行なりとすればこの

時が卽ち貯溜量の最大なる時なり。

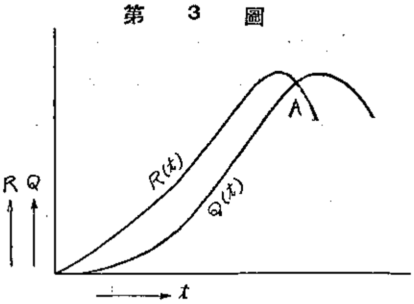
4. $dR(t)/dt$ が $dQ(t)/dt$ より小となりたる時は $dF(t)/dt$ の符號は負となる，卽ち $R(t)$ の增加率が $Q(t)$ の增加率より小となりたる時に $dF(t)/dt$ の符號が負となることは $F(t)$ が減少をなし始めたるものにして，被調節水量の增加率の減少すると共に水源地が愈々濕潤の度を增すときは貯溜量も亦減少すること明かなり（水源地に貯溜せし水量の減少にあらず，單位時間に貯溜する水量の減少を意味す)。

5. $dR(t)/dt$ が尙減少し更に零より負となり，卽ち $R(t)$ がその最大より減少をなし始めて $Q(t)$ と等しくなりたるときは (1) 式により $F(t)=0$ となる，この場合は $R(t)$ の切線と $Q(t)$ の切線とが相交叉する時にして，且つ被調節水量及び貯溜量共に減少をなしつゝある時なるを以て $dR(t)/dt$ 及び $dF(t)/dt$ は負なること明かなり。故に $R(t)=Q(t)$ のとき卽ち $R(t)$ 及び $Q(t)$ の兩曲線が相交叉する時に於て $dQ(t)/dt$ が正なるべきか，負なるべきか又は零なるべきかに就て論究すれば，

(a) $R(t)=Q(t)$ のときに $dQ(t)/dt>0$ となりたる場合**第 3 圖**に見るが如く $Q(t)$ 曲線の增加する途中の A 點に於て $R(t)$ 曲線の減少する部分と交叉する場合なり。

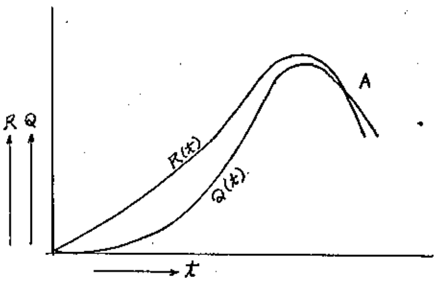
この場合に就ての硏究を容易ならしめんがために，假りに或る河川の上流に U 地點，下流に D 地點を採り，而して兩地點に於て流出量を觀測するものとす。然れば被調節水量は降雨量と流出量との中間に位する任意の水量なるを以て D 地點より上流なる U 地點の流出量を被調節水量に代用することを得べし，卽ち被調節水量と D 地點の流出量との關係は U 地點の流出量と D 地點の流出量との關係を以て論ずることを得べし。今假りに U 地點を午前 3 時に通過したる最大流出量 10 000 m^3 が流下する間に 2 000 m^3 貯溜して D 地點を午前 8 時に 8 000 m^3 だけ通過したるものとす。然るときはこの場合 U, D 間に或る水量を貯溜せしを以て D 地點の水位は未だ上昇の途中にあるのみならず，貯溜量は未だ減少しつゝある途中にして今後零とならざる限りは或る貯溜量をなすが故に午前 3 時以後に U 地點を通過せる 10 000 m^3 より小にして 8 000 m^3 より大なる或る水量が流下する途中の貯溜量を前の場合より減少せしめて D 地點を通過する水量は 8 000 m^3 より大なる水量にて通過するの狀態にあり。卽ち午前 8 時に於ける D 地點の 8 000 m^3 は最大流出量ならず。故に午前 3 時半に U 地點を通過せる 9 500 m^3 の水量が流下する間に 1 000 m^3 を貯溜し午前 8 時半に D 地點を 8 500 m^3 の水量となりて通過し，その後午前 4 時に 9 000 m^3 の水量が U 地點を通過しその流下の途中に於て貯溜することなく矢張り 9 000 m^3 の水量が午前 9 時に D 地點を通過するとせば午前 4 時以後に U 地點を通過する流出量は總て 9 000 m^3 より小なるを以て午前 9 時以後に D 地點を通過する水量は總て 9 000 m^3 より小なり，卽ち D 地點に於ては 9 000 m^3 を通過せし午前 9 時が最大流出量の時にしてこの時以後に於て流出量を增加することなきは明かなり。次ぎに D 地點に於ては午前 9 時に 9 000 m^3，午前 8 時に 8 000 m^3，午前 6 時に 6 000 m^3 になりたりとし．又 U 地點に於ては午前 3 時に 10 000 m^3，午前 4 時に 9 000 m^3，午前 6 時に 6 000 m^3 になりたりとせば，午前 6 時が卽ち U 地點と D 地點と同一の流出量 6 000 m^3 の時にして，又 U 地點の流出量曲線と D 地點の流出量曲線と交叉する時なり。

今若し U 地點より D 地點に到達する時間卽ち 5 時間を考慮に入れて兩地點に於ける流出量曲線を畫く時は**第 1 圖**の如き曲線となり，而して兩曲線が交叉したる午前 6 時以後に於ても尙 D 地點の流出量は增加し午前 9 時に最大流出量となる。然れども U 地點より D 地點に到達する時間卽ち 5 時間を省略して考ふる時は，U 地點の最大流出量なる 10 000 m^3 の時卽ち午前 3 時と D 地點の 8 000 m^3 の時卽ち午前 8 時と一致し，又 U 地點の午前 3 時半と D 地點の午前 8 時半と一致し，更に U 地點の午前 4 時と D 地點の午前 9 時と一致せざ



るべからず。而して該時刻に於て兩地點の流出量は同一の 9000m³ にして尙該時刻卽ち午前 9 時以後に D 地點の流出量は增加せざるべきこと既に述べたる處なり。これ等の關係を圖上に表はす時は第 2 圖の如く，兩曲線が交叉したる時が卽ち D 地點の流出量曲線の最大なる時にして，該時刻後に於て該流出量を增加せざること明かなり，卽ち第 3 圖の如き場合卽ち $R(t)=Q(t)$ のときに $dQ(t)>0$ なる場合は有り得べからざることなり。以上 U 地點の流出量を被調節水量として說明するも同理なること明かなり。

(b) $R(t)=Q(t)$ のときに $dQ(t)/dt<0$ となりたる時は，第 4 圖に見るが如く $Q(t)$ 曲線の減少する途中の或る 1 點 A に於て $R(t)$ 曲線の減少する部分が交叉する場合なり。若し果して斯かる場合ありとすれば被調節水量が既に減少をなし流出量も亦減少せるに拘らず，水源地は未だ尙被調節水量の一部を貯溜することゝなる，然れども被調節水量が既に減少し且つ流出量も亦減少する時には貯溜量は既に零となり，寧ろ貯藏水量（遞加貯溜量）の一部も亦流出量となりつゝある時にして，これに反しこの時に於ても尙水源地に貯溜することは有り得べからざることなり。



今假りに (a) の場合に說明したる例を引用せんに，U 地點を午前 3 時に通過せる最大流出量 10000 m³ の水量が 5 時間後の午前 8 時に D 地點を通過するとせば，D 地點より上流なる U 地點までの間に 2000 m³ の貯溜量あるを以て，D 地點の水位を上昇せしめ從つて D 地點の流出量增加の傾向あり，次に午前 3 時半の U 地點の流出量 9500 m³ が午前 8 時半に D 地點に於て 8500 m³ の流出量となりたる時は D 地點より上流に 1000 m³ を貯溜せしを以て，この時に於ても D 地點の水位を上昇せしむること明かなり。然るにその後に於て (a) の場合と異り (b) の場合の如く，午前 4 時に U 地點に於て減少して通過したる流出量 9000 m³ が午前 9 時に D 地點に到達したる時に D 地點に於てもその流出量を減少して 8300 m³ になりたりとせんか，U 地點の流出量と D 地點の流出量とは共に減少をなしたるにも拘らず U 地點と D 地點との間に 700 m³ の貯溜量をなしたることゝなる。然るに U, D の兩地點間に 700 m³ の貯溜量を從來の貯藏量に遞加せしことは未だ尙 D 地點の水位を上昇せしむるものにしてこの場合 D 地點の流出量が減少することは有り得べからざることなり。卽ち U 地點より D 地點に流下するに要する 5 時間を省略して考ふる時は午前 4 時と午前 9 時とが一致し，第 4 圖の如くなるも斯くの如き場合は有り得べからざることなりとす。尙一般に被調節水量が流出量觀測地點に到達する時間 x を省略して考ふる時は流出量は被調節水量の增加の跡を逐ふて增加し，被調節水量の減少の跡を逐ふて減少すべきものにして，卽ち流出量が增加する間は常に被調節水量より小にして，減少する間は被調節水量より大なるべきなり，故に流出量がその最大の時より以後に於ては被調節水量より小なることは有り得べからざることなり。卽ち (b) の場合の如く兩曲線は流出量最大の時より以後に於て交叉することなし。然るときは

(c) $R(t)=Q(t)$ の時には $dQ(t)/dt=0$ となるべきものにして，第 2 圖の如く被調節水量と流出量との兩曲線が交叉する時は流出量最大の時のみとなる。且つこの時に於ては $Q(t)$ 曲線の切線が橫軸と平行なるが故に $R(t)$ の切線はその儘 $F(t)$ の切線となる，卽ち (2) 式に於て $dF(t)/dt=0$ とすれば $dR(t)/dt=dQ(t)/dt$ となることにより

て明かなり。尚 (1) 式により $R(t)=Q(t)$ とせば $F(t)=0$ となるが故に貯溜量が零となることも亦明かなり。以上述べたる要點を擧ぐれば,

被調節水量が流出量觀測地點に達するに要する時間を省略して考ふる時は貯溜量も亦被調節水量又は流出量と等しく零より漸次增大し,その最大より更に減少して流出量がその最大に達したる時に於て零となるものにして且つこの時の流出量と被調節水量とは相等し。

今或る面積を有し尙一方に流出口を有する遊水池に前に述べたる水源地の第1段の調節作用を受けたる被調節水量と等しき水量を連續して流入せしむるものとす,この場合に該流入水量を $R'(t)$ とし,流出口よりの流出量を $Q'(t)$ とし,遊水池内の貯溜量を $F'(t)$ として,これ等3者の相互關係を考究するに,遊水池に於ても亦水源地と同様に調節作用をなすが故に,次の (1)′ 式を成立し,(2)′ 式は又 (1)′ 式より成立すること明かなり。

$$R'(t)-Q'(t)=F'(t) \quad\cdots\cdots(1')$$

$$\frac{dR'(t)}{dt}-\frac{dQ'(t)}{dt}=\frac{dF'(t)}{dt} \quad\cdots\cdots(2')$$

1′. (1)′ 式に於て $F'(t)$ が正なる間は $Q'(t)$ は $R'(t)$ より大なる能はず,即ち時間 t が零なるときは $R'(t)$, $Q'(t)$ 及び $F'(t)$, 總てが零にして,時間 t が增すに從ひ $R'(t)$ が先づ大とならざれば $F'(t)$ の符號が正なる能はず,換言すれば流入量ありて初めて流出量を生ずるものなるが故に,流出量は流入量の增加の跡を逐ふて增加すべきなり。

2′. (2′) 式に於て $dR'(t)/dt$ が $dQ'(t)/dt$ より大なる間は $dF'(t)/dt$ は正なり,即ち流入量の增加率が流出量の增加率より大なる間は貯溜量も亦漸次增加すべきなり。

3′. その後 $dR'(t)/dt$ は漸次減少し,$dQ'(t)/dt$ は尙增加し,$dR'(t)/dt=dQ'(t)/dt$ となりたる時は (2)′ 式により,$dF'(t)/dt$ は零となる,即ち $R(t)$ 曲線の切線と $Q(t)$ 曲線の切線とが平行となりたるときは $F(t)$ の增加率は零となり,貯水量が最大となりたることを示す。

4′. 更に $dR'(t)/dt$ が $dQ'(t)/dt$ より小となりたるときは $dF'(t)/dt$ の符號は負となる,即ち流入量はその增加率を幾分減少し,流出量はその增加率を尙增加するを以て,貯溜量は減少すること明かなり。

5′. 尙 $dR'(t)/dt$ が減少して零より負となる,即ち $R'(t)$ がその最大より減少し始めて $Q'(t)$ と等しくなりたる時には (1′) 式により $F'(t)=0$ となる。この場合流入量が流出量より大なる間は遊水池の水位も亦上昇すべく,從つて貯溜量も亦有るべき理なり,即ち貯溜量があることは水位の上昇を示し,水位の上昇は即ち流出量を增加すること明かなり。故に水位の上昇を中止し貯溜量が零となるにあらざれば流出量は減少をなし始めざる理なり。換言すれば貯溜量が零となるときは流出量が最大なる時にして又その時の流入量は流出量に等し。

即ち遊水池の場合に於ても尙貯溜量は流入量又は流出量と等しく零より漸次增大し,その最大より更に減少して流出量が最大なる時に零となり尙この時には流入量と流出量とは相等し。

次に最大流出量のときより以後に於ける水源地の被調節水量,流出量及び蒸發量並に滲透量の關係を述べん。

6. 最大流出量のときより以後に於ても尙 (1) 式の關係は存在し,且被調節水量が先に減少して流出量はその後より減少すべきなり。今 (1) 式に於て $R(t)$ が $Q(t)$ より小となれば $F(t)$ は負となる,即ち流出量がその最大より減少し始めたる以後に於て貯溜量が負となることは從來流出量觀測地點より上流に貯溜せし貯藏量より流出せしむるものと解釋すべきなり。尙 (1) 式に於て $F(t)$ の符號を負とせしものを $f(t)$ とし,項を置換すれば

$$R(t)+f(t)=Q(t) \quad\cdots\cdots(1'')$$

即ち被調節水量のみならず貯藏量よりも流出せしめて流出量を生ずることを示す。

7. $(1'')$ 式に於て $R(t)$ を零とすれば $f(t)=Q(t)$ となり，即ち被調節水量が零となりたるときは流出量は全然貯藏量のみより流出せしむべきなり。

8. 滲透量並に蒸發量に就ては被調節水量が零となりたる時より生ずるものとなし得ることは，既に說明せる處にしてこれ等は共に河川の流出量に比例すべく，又降雨なき限りは大體に於て時間にも亦比例することは推察し得らるゝ處なり。尙蒸發量並に滲透量は流出量として現はれざるが故に水源地の貯藏量より減ずべき水量なり。

即ち最大流出量の時より以後に於て述べたる要點を擧ぐれば，

流出量最大なる時は被調節水量はその時の流出量に等しく，その後或る時間後に至り零となる，而して被調節水量が零となりたる時より蒸發量並に滲透量を水源地の貯藏量より減ずるものにして，その水量は流出量に比例し又時間に比例す。次に述べたる條件を具備せる遊水池に就て考ふれば，

6′. 最大流出量の時より以後に於ても尙 $(1')$ 式の關係は存在し，且つ流入量が先に減少して流出量はその後より減少すべきを以て，$(1')$ 式に於て $R'(t)$ が $Q'(t)$ より小となれば $F'(t)$ は負となる，故に $F'(t)$ を負とせしものを $f'(t)$ とし，$(1')$ 式の各項を置換すれば

$$R'(t)+f'(t)=Q'(t) \quad \cdots\cdots (1''')$$

即ち流出量は流入量及び貯藏量より流出することを表はす。

7′. $(1''')$ 式に於て $R'(t)=0$ とすれば $f'(t)=Q'(t)$ となる，即ち流入量が零となりたる以後に於ける流出量は貯藏量のみより流出す。

8′. 遊水池に於ける蒸發量並に滲透量はその貯藏量に比例すべきも，流入量が零となりたる以後に於ける流出量は大體に於てその貯藏量に比例するが故に，蒸發量並に滲透量は流出量に比例し且つ時間に比例するものとなすを得べし。

尙滲透量並に蒸發量は流出量として現はれざるが故に，遊水池の貯藏量より減ずべきなり。

即ち遊水池の場合に於ても最大流出量のときの流入量はその時の流出量に等しく，その後或る時間後に至り零となる。而して流入量が零となりたる時より蒸發量並に滲透量を遊水池の貯藏量より減ずるものにして，その水量は流出量に比例し，又時間に比例す。

本節の概要を更に列記せんに，降雨量が流出量となるまでに降雨量に對し連續して反覆する水源地の調節作用を 2 段に分割し，第 1 段の調節作用を受けたる被調節水量は smooth curve をなし零より漸次增大しその最大より更に減少して零となり，而して更に第 2 段の調節作用を受けたる流出量はその增水並に減水の各曲線に於て各 1 箇宛の inflection point を有するものとなすを得べし。次ぎに遊水池の流入水量をして被調節水量と等しからしめ，尙被調節水量が水源地の第 2 段の調節作用を受けて流出量になるまでに要する時間と，遊水池に於ける流入量が流出量になるまでに要する時間とを何れも省略して考ふるときは，水源地の第 2 段の調節作用は遊水池の調節作用に等しと云ふを得べし。然れば被調節水量，流出量及び貯溜量のこれ等相互の關係は遊水池に於ける流入量，流出量及び貯溜量のこれ等相互の關係にて論ずるを得べく，而して流出量がその零より最大に增加するまでの間に貯溜量は零より漸次增大しその最大より減少して流出量最大の時に再び零となるものにして同時に流出量と流入量とは相等しき水量となる。その後即ち流出量最大の時より以後に於ては貯藏量よりも漸次流出し流入量と併せて流出量となるものにして，流入量が零となりたる時より以降は全然貯藏量のみより流出量をなさしめ尙蒸發量並に滲透量は貯藏量より減ずるものなり。

第 2 節　増水流出量式

本節に於ては増水流出量曲線に相當する増水流出量式を求めんとす。今前節にて説明したる遊水池の單位時間に於ける貯溜量 $F(t)$ に就て再び述ぶれば，

流出量が零よりその最大に達するまでの間に於て貯溜量は漸次増大し，その最大貯溜量に達するや更に減少し，最大流出量の時に再び零となる。

今 t を時間とし，T を増水をなし始めてより最大に達する迄の時間とし，D 及び S を一般の場合に於ける係數として，尙その値は負ならざるものとし，

$$F(t)=Dt(T-t)^S$$

なる式を檢するに，$t=0$ のときに $F(t)=0$ となり，$t=T$ のときに $F(t)=0$ となる。

次に時間 t が 0 より T までの値にて，$F(t)$ に最大の値を與ふる t の値を求むるに，$F(t)$ の第 1 微分式を零と置きたる t の値を第 2 微分式に代入して得たる値の符號が負となりたる時の t の値なり。即ち

$$dF(t)/dt=D(T-t)^{S-1}\{T-t(S+1)\}$$

第 2 因數を零と置けば　$t=\dfrac{T}{S+1}$

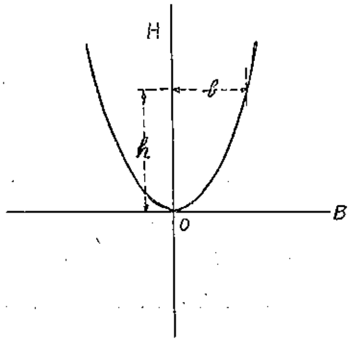
第 2 微分式を求むれば　$\dfrac{d^2F(t)}{dt^2}=D\cdot S(T-t)^{S-2}\{(S+1)t-2T\}$

この式に於て $t=\dfrac{T}{S+1}$ とすれば $S>0$ 及び $D>0$ なる條件にて該式は負となる，故に $t=\dfrac{T}{S+1}$ のときに $F(t)=\max$ となる。然るときは $F(t)=Dt(T-t)^S$ なる式は $t=0$ のとき $F(t)=0$ となり，t が漸次増加するに從ひ $F(t)$ の値も亦逐次増大して $t=\dfrac{T}{S+1}$ の時に $F(t)=\max$ となり，その後逐次減少して最大流出量のとき，即ち $t=T$ のときに再び $F(t)=0$ となる，即ち遊水池に於ける貯溜量の時間に對する關係を充分に滿足すること明かなり。茲に D 及び S の値は如何なる場合にありても $S>0$, $D>0$ なる可きことを必要條件とすること明かなり。次に遊水池の一方に設けたる流出口の形に就ては第 5 圖若しくは第 6 圖の如くなし，一般に次式の關係にて表すことを得べし。

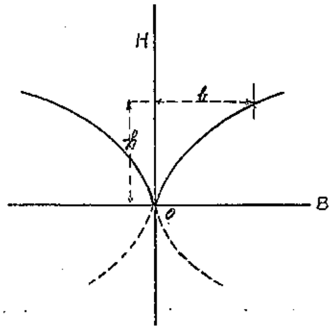
$$b^n=jh$$

n 及び j は必ず負なる能はざる一般の場合の係數とす。$n=1$ となる時は流出口の形は三角形となり，$n=2$ なるときは第 5 圖の如く拋物線形となり，$n<1$ なるときは 2 個の同一なる $\dfrac{1}{n}$ 次拋物線形を第 6 圖の如く組合せたる形となる。

第 5 圖



第 6 圖



h は水位の高さを表はし，b は h の高さに於ける流出口の幅の半分を表はすものとす。今 h の高さに於ける流出口の面積を a とすれば上式により，$b=j^{\frac{1}{n}}h^{\frac{1}{n}}$ となるが故に，

$$a=\int_0^h 2b\,dh=2j^{\frac{1}{n}}\int_0^h h^{\frac{1}{n}}dh=2j^{\frac{1}{n}}\frac{1}{1/n+1}\left[h^{\frac{1}{n}+1}\right]_0^h=\frac{2n}{n+1}j^{\frac{1}{n}}h^{\frac{1}{n}+1}$$

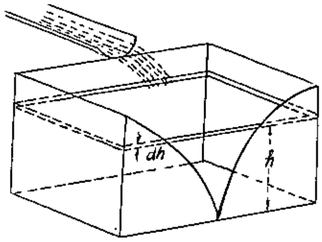
尙 g を重力の加速度とし，C を流出口に於ける流速の係數とすれば，遊水池より流出する流速 v は $v=C\sqrt{2gh}$ となる，然るときは遊水池内の或る水位 h の高さに於て，流出口より流出する流出量 Q は次式となる

$$Q=a\cdot v=\frac{2n}{n+1}j^{\frac{1}{n}}h^{\frac{n+1}{n}}C\sqrt{2g\cdot h}=\frac{2n}{n+1}j^{\frac{1}{n}}C\sqrt{2g}\cdot h^{\frac{n+1}{n}+\frac{1}{2}}$$

今 $[2n/n+1]j^{\frac{1}{n}}C\sqrt{2g}=B$ とし，$n+1/n+\frac{1}{2}=R$ とすれば

$$Q=Bh^R$$

第 7 圖



第 7 圖を遊水池（必ずしも四角形に限らざるものとす）とし，その面積を A とし，且つ或る水位 h の高さに於て，dt 時間に上昇する水位の高さを dh とすれば，單位時間に於ける遊水池内の水位上昇の流速は dh/dt となる，故に單位時間に於て遊水池内に貯溜する水量はその面積に遊水池内の水位上昇の流速を乘じたるもの，即ち $A\,dh/dt$ となる，而して又單位時間の貯溜量は前に說明したる如く $F(t)$ なるが故に次の式を得，

$$A\,dh/dt=Dt(T-t)^S$$

今この微分方程式を解けば

$$A\int dh=D\int t(T-t)^S dt$$

$$Ah=D\left\{-\frac{1}{(S+1)}t(T-t)^{S+1}-\frac{1}{(S+1)(S+2)}\cdot(T-t)^{S+2}\right\}+C$$

この式に於て $t=0$ のときは明かに $h=0$ となるが故に

$$0=-\frac{DT^{S+2}}{(S+1)(S+2)}+C \quad \therefore \quad C=\frac{DT^{S+2}}{(S+1)(S+2)}$$

この C の値を上式に代入するときは

$$h=\frac{D}{A(S+1)(S+2)}\left[T^{S+2}-(T-t)^{S+1}\left\{T+(S+1)t\right\}\right]$$

然るに $Q=Bh^R$ なるが故に

$$Q=Bh^R=B\left\{\frac{D}{A(S+1)(S+2)}\right\}^R\left[T^{S+2}-(T-t)^{S+1}\left\{T+(S+1)t\right\}\right]^R$$

今上式を簡單にする爲に $B\left\{\frac{D}{A(S+1)(S+2)}\right\}^R=V$ 及び $S+1=E$ とすれば

$$Q=V\{T^{E+1}-(T-t)^E(T+Et)\}^R$$

これ即ち增水流出量曲線を表はす增水流出量式 (increasing discharge equation) なり。この式中 T の値は流出量曲線若しくは水位表により知ることを得るが故に未知の係數は 3 個となる，故に流出量增水曲線上の或る 3 點を採り，これ等 3 點に於ける流出量と時間とを夫々上式の Q 及び t に代入して得たる 3 式より 3 個の係數の値を求めて上式中の各係數に代入する時は該曲線に相當する增水流出量式を得。該式は t が零より最大流出量に達する時間 T 迄の値の範圍に於て適用するものにして，その他の t の値に對しては適用せざること明かなり。

第3節　減水流出量式

減水流出量曲線に相當する減水流出量式を求めんとす。この場合に於ては最大流出量の時を流出量曲線の原點卽ち時間 t の零なる時とす，而して第1節に述べたる事項を再記すれば，

流出量最大なる時の被調節水量はその時の流出量に等しく，その後漸次減少して或る時間後に至り零となる，且つ蒸發量並に滲透量は被調節水量が零となりたる時より生ずるものにして，その水量は大體に於て時間 t 及び流出量 Q に比例す。今 G 及び F を一般の場合の係數として

$$f(t)=(1-Gt^F)Q$$

なる式を檢するに，$t=0$ なる時に $f(t)=Q$ となる，卽ち最大流出量の時を $t=0$ とせしものにして，この時の被調節水量は流出量に等しとする條件を滿足す，その後 t を增すに從ひ被調節水量 $f(t)$ は漸次減少し，或る時間卽ち $t=1/G^{\frac{1}{F}}$ なる時に零となる，故に $t=0$ の時より $t=1/G^{\frac{1}{F}}$ の時に至るまでの $f(t)$ の値は前節の $R(t)$ 卽ち被調節水量に等し。而してこの場合の $f(t)$ の符號は正なり，尙 t が增加して $t>1/G^{\frac{1}{F}}$ なる時の $f(t)$ の値は負となるのみならず，大體に於て時間 t に比例し，且つ流出量 Q に比例す，故に遊水池に流入する水量を正とするときは $t>1/G^{\frac{1}{F}}$ なる時の負なる $f(t)$ の値は蒸發量並に滲透量を表すものと云ふを得べし。然るときは $f(t)$ なる式はその値正なる間は被調節水量を表すものにして，流出量大なる時に該流出量に等しき水量となり，その後 t が增加するに從ひ漸次減少して $t=1/G^{\frac{1}{F}}$ なる時に零となり，尙 $t>1/G^{\frac{1}{F}}$ なる時には負となりて蒸發量並に滲透量が遊水池より減少することを表すのみならず，それ等の水量は大體に於て t 及び Q に比例する條件を滿足すること明かなり。卽ち遊水池は最大流出量の時より以後に於て $(1-Gt^F)Q$ なる水量を受入することゝなる，然るに遊水池はその流出口より Q なる水量を流出せしむるが故に，單位時間に遊水池より減少する水量は次式にて表すことを得。單位時間に於ける遊水池内の減少水量 $=Q-(1-Gt^F)Q$ 遊水池の面積を前節の場合の如く A とし，或る水位 h の高さに於て dt 時間に下降する水位の高さを $-dh$ とすれば，單位時間に下降する水位の流速は $-dh/dt$ なるが故に，遊水池内の單位時間の減少量は $-Adh/dt$ となる。

然るときは次式を得

$$-Adh/dt=Q-(1-Gt^F)Q \quad \cdots\cdots(1)$$

尙遊水池の流出口の形狀を增水流出量の場合と等しくする時は，前節に說明したる如く次の關係あり

$$Q=B'h^{R'} \quad \cdots\cdots(2)$$

(1)式と(2)式より　$Adh/dt=-Gt^FB'h^{R'}$ $\cdots\cdots(3)$

3)の微分方程式を解くときは

$$\int\frac{dh}{h^{R'}}=-\frac{B'G}{A}\int t^Fdt-\frac{1}{(R'-1)h^{R'-1}}=-\frac{B'G}{A(F+1)}t^{F+1}+C$$

$t=0$ のとき h は遊水池内に於て最大流出量の時の總貯藏量に相當する最大水深となるを以て，これを H とすれば

$$-\frac{1}{(R'-1)H^{R'-1}}=C$$

この C の値を上式に代入して各項を整理する時は

$$h=\left\{\frac{A(F+1)/B'G(R'-1)}{t^{F+1}+A(F+1)/B'G(R'-1)H^{R'-1}}\right\}^{\frac{1}{(R'-1)}}$$

然るに $Q=B'h^{R'}$ なるが故に

$$Q=B'h^{R'}=B'\left\{\frac{A(F+1)/B'G(R'-1)}{t^{F+1}+A(F+1)/B'G(R'-1)H^{R'-1}}\right\}^{\frac{R'}{(R'-1)}}$$

玆に A, B', F, G, R' 及び H は係數なるを以て簡單の爲に $F+1=N,\ R'/(R'-1)=P,$
$B'\{A(F+1)/B'G(R'-1)\}^{\frac{R'}{R'-1}}=W$ 及び $A(F+1)/B'G(R'-1)H^{R'-1}=K$ とすれば

$$Q=\frac{W}{(t^N+K)^P} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(\mathrm{D})$$

即ち減水流出量曲線に相當する減水流出量式 (decreasing discharge equation) なり。或る減水流出量曲線上の 4 點より 4 式を得て 4 個の係數の値を得るときは該流出量曲線に相當する減水流出量の式を得，t が零より大なる如何なる値に對しても適用すること明かなり。

附記　第 2 章第 2 節及び第 3 節に於て適用したる遊水池の流出口に於ける流速の係數 C の値は constant ならず然れども C の變化するその兩極限の差の値は極めて小にして，殊に流出口に於ける水深 h の値の大なる場合を主として取扱ふときに於ては，誤差の値は negligible となる (Gibson's Hydraulics and its Application p. 151—157 參照) 故に河川の流出量の如き大なる水量を取扱ふ場合に於ては C の値を constant となすを得べし。

第 4 節　流出量式の適用の範圍

本文にて誘導したる增水流出量式並に減水流出量式は夫々 1 箇のみの inflection point を有する總ての增水流出量曲線並に減水流出量曲線に對し如何なる範圍にまで適用せらるゝや，先づ增水流出量式に就て吟味せんに

$$Q=V\{T^{E+1}-(T-t)^E(T+ET)\}^R$$

$$dQ/dt=VRE(E+1)\{T^{E+1}-(T-t)^E(T+Et)\}^{R-1}(T-t)^{E-1}t$$

$t=0$　の時　$dQ/dt=0$

$t=T$　の時　$dQ/dt=0$

即ち增水流出量式の表はす曲線は t の値が 0 より T に至る迄の間に inflection point を有することは明かなり。今，$d^2Q/dt^2=0$ として該 inflection point の t の値を求めんに，

$$d^2Q/dt^2=VRE(E+1)\{T^{E+1}-(T-t)^E(T+Et)\}^{R-2}(T-t)^{E-2}[(R-1)E(E+1)(T-t)^Et^2$$
$$+\{T^{E+1}-(T-t)^E(T+Et)\}(T-Et)]$$

上式の第 1 因數より

$$\{T^{E+1}-(T-t)^E(T+Et)\}^{R-2}=0$$

$$\left(1-\frac{t}{T}\right)^E=\frac{1}{\left(1+E\dfrac{t}{T}\right)}=0 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(\mathrm{a})$$

上式より t の値に就て解くこと能はざるも試算により檢するに E は第 2 章第 3 節により必ず $E>1$ なるが故に t/T の値が零より大にして 1 より小なる時は上式の右邊は常に左邊より大なり。即ち假りに $t/T=0.0001$ なる場合 $E=1$ として試算するに上式の兩邊は

0.9999 ≠ 0.9999 0000 9

若し $E=2$ とする時は　0.9998 0001 ≠ 0.9998 0003

即ち E の値が 1 より大となるに從ひ兩邊の差は益々大となる。又 $t/T=0.9$ なる場合 $E=1$ として兩邊を算出するに同じく右邊が大となり　0.1 ≠ 0.526

若し $E=2$ とする時は　0.01 ≠ 0.350

即ちこの場合に於ても右邊が大なるのみならず E の値が 1 より大となるに從ひ兩邊の差は益々大となる，こ

を要するに $E>1$ にして且つ $0<t/T>1$ なる場合に於ては E の値が 1 より大となるに從ひ (a) 式の兩邊の差は益々大となり，又 t/T の値が零より大となるに從ひ (a) 式兩邊の差は益々大となるが故に (a) 式に $0<t/T>1$ なる値なし，換言すれば $0<t>T$ なる値なし，即ち第 1 因數には零より T までの間の inflection point の t の値なし。

次に第 2 因數より　　$T-t=0$　　$\therefore\ t=T$

なるが故に第 2 因數にも亦零より T までの間の inflection point の t の値なし。

次に第 3 因數を零に等しとするときは

$$(R-1)E(E+1)(T-t)^{E}t^{2}+\{T^{E+1}-(T-t)^{E}(T+Et)\}(T-Et)=0$$

上式を書き換へる時は

$$(1-t/T)^{E}[\{(R-1)E(E+1)+E^{2}\}(t/T)^{2}-1]+(1-Et/T)=0 \quad\cdots\cdots\cdots(b)$$

この式も亦簡單にすること能はざれども上式に於て假りに

$E=2,$　　$R=1$　　とするときは　　$t=T/2$　　となり

$E=4,$　　$R=1.0321$　とするときは　　$t=T/2$　　となる

又 d を零に近き極めて小なる數とせば，

$E=2,\ R=1$ なる場合に　　$t=T/2+d$　　とするときは　　$d^2Q/dt^2=(+)$

　　　　　　　　　　　$t=T/2-d$　　とするときは　　$d^2Q/dt^2=(-)$

尙，$E=4,\ R=1.0321$ なる場合に　$t=T/2+d$　とするときは　$d^2Q/dt^2=(+)$

　　　　　　　　　　　　　　　$t=T/2-d$　とするときは　$d^2Q/dt^2=(-)$

即ち第 3 因數により增水流出量式はその現はす曲線に於てその橫軸 t が零より T までの間に 1 箇のみの inflection point を有すること明かなり。

次に該 inflection point の範圍に就て檢せんに (b) 式に於て $t/T=0.1$ より 0.9 までの値を與へ $E=1.5$ より 4 までの値を與へ夫々の場合に於ける R の値を算出すれば下表の如し。

(b) 式に於ける R の値

E \ t/T	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
1.5	4.0557	2.1053	1.4857	1.2007	1.0561	0.9961	1.0190	1.1998	2.2381
2.0	3.3963	1.7874	1.2907	1.0797	1.0000	1.0224	1.1966	1.7994	5.6198
3.0	2.5715	1.3914	1.0531	0.9466	0.9784	1.1879	1.8303	4.2873	30.3400
4.0	2.0769	1.1556	0.9175	0.8891	1.0321	1.4979	3.0170	10.5112	153.1128

即ち上表に示す如く t/T が 0 乃至 T までの間の總ての値に對し R の値が無理なる數とならざることにより，(b) 式中の t/T の値が 0 より T までの間の如何なる値ともなり得ることは推察せらるゝ處なり，即ち $t/T=0.1$ なることは $t=0.1T$ なるが故に inflection point が極端に零に近づきたる場合にしてこれに相似せる實例としては，**附圖第 6** に示すが如く，尙流出量式適用の可能なることは第 6 節實例その 6 にて證明せり，又 $t/T=0.9$ なることは $t=0.9T$ なるが故に inflection point は極端に T に近づきたる場合にして，これに相似せる實例は**附圖第 7** に示すが如くして，尙該曲線に流出量式適用の可能なることは實例その 7 に證明せり。その他は前兩者の中間に存在するものにして，而して凡て可能なることは前表により又尙第 3 章第 1 節乃至第 6 節の實例により容易に證明せ

らるゝ所なり。

以上により本文にて誘導したる增水流出量式は 1 箇のみの inflection point を有する總ての流出量曲線を表はし得ることは容易に推知せらるゝ處なり。

次に減水流出量式卽ち

$$Q=\frac{W}{(t^N+K)^P}$$

$$dQ/dt=-P.W.N.\quad t^{N-1}/(t^N+K)^{P+1}$$

$t=0$ のとき　$dQ/dt=0$,　　$t=\infty$ のとき　$dQ/dt=0$

卽ち減水流出量式の表はす曲線も亦 t の値が 0 より ∞ に至るまでの間に inflection point を有すること明かなり，今 $d^2Q/dt^2=0$ として該 inflection point の t の値を求めんに

$$\frac{d^2Q}{dt^2}=\frac{PWNt^{N-2}\{(NP+1)t^N-(N-1)K\}}{(t^N+K)^{P+2}}$$

今 $d^2Q/dt^2=0$ とする爲には

$t^{N-2}=0$ ....(1)　　$1/(t^N+K)^{P+2}=0$ ....(2)

$(NP+1)t^N-(N-1)K=0$ ....(3)

(1) 式より　$t=0$　　(2) 式より　$t=\infty$

(3) 式より　$t=\{(N-1)K/(NP+1)\}^{\frac{1}{N}}$ ....(c)

この t の値より僅か大なる値の時　$d^2Q/dt^2=(+)$

この t の値より僅か小なる値の時　$d^2Q/dt^2=(-)$

故に (c) 式は減水流出量式に於ける inflection point の t の値なり，而して第 2 章第 2 節及び第 3 節に於て次の各式の關係あり。

$R'=(n+1)/n+1/2$ ....(4)

$P=R'/(R'-1)$ ....(5)

$K=A(F+1)/B'G(R'-1)H^{R'-1}$ ....(6)

$N=F+1$ ....(7)

(4) 式の右項中の n の値が非常に大となり $(n+1)/n$ の値が殆んど 1 に近くなりたる時に R' の値は殆んど 1.5 となり，n の値が小となるに從ひ $(n+1)/n$ の値は大となるが故に R' の値も亦大となる。故に R' の値は必ず常に $R'>1.5$ なり。尙 (5), (6), (7) 式の右邊に於ける各係數が負數なること能はざるは第 2 章第 3 節により明かなり。從て P 及び K は共に正數にして $N>1$ なるが故に (6) 式の t の値は必ず $t>0$ なり，且つ inflection poiut の t の値は單に 1 箇のみにしてその他になし。然るときは減水流出量式の現はす曲線は必ず 1 箇のみの inflection point を有することゝなる。

次に該 inflection point は橫距 t が 0 より ∞ に至るまでの間の如何なる範圍に存するかを追究せんに，(c) 式中の $(N-1)$ なる項は殆んど零に近き小數となり得る値なるを以て K の値が非常に大ならざれば t の値も亦極めて小なる數となり得る値なるを以て K の値が非常に大ならざれば t の値も亦極めて小なる數となり得ること明かなり。又 $(N-1)>1$ となり得るのみならず，(c) 式中の K なる値は (6) 式により遊水池面積 A なる値を含有し非常に大なる値となり得るが故に (c) 式の t の値も亦非常に大なる値となり得べきなり。卽ち inflection point は或る狹い範圍の間に存在することなくして橫距 t が 0 より ∞ に至る迄の間の如何なる値に對しても存

在し得ることを知る。

然る時は 1 箇のみの inflection point を有する減水曲線は總て本文にて誘導したる減水流出量式にて表はし得べきこと明かなり。

第3章 係數算定の一般方法

第1節 增水流出量式の係數の算定

流出量式を求めんとする增水曲線上に於て

$t=T$	なる時の流出量	$Q=a$
$t=m$	〃	$Q=b$
$t=n$	〃	$Q=c$

とす。而して增水流出量式は

$$Q=V\{T^{E+1}-(T-t)^E(T+Et)\}^R$$

なるが故に此の式の t 及び Q の夫々の値に曲線圖上で求めたる t 及び Q の夫々の値を代入する時は次の 3 式を得。

$$a=V\{T^{E+1}\}^R \quad \text{(1)}$$

$$b=V\{T^{E+1}-(T-m)^E(T+Em)\}^R \quad \text{(2)}$$

$$c=V\{T^{E+1}-(T-n)^E(T+En)\}^R \quad \text{(3)}$$

以上 3 式より次の 2 式を得。

$$\left(\frac{a}{c}\right)^{\frac{1}{R}}=\frac{T^{E+1}}{T^{E+1}-(T-n)^E(T+En)}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{R}}=\frac{T^{E+1}}{T^{E+1}-(T-m)^E(T+Em)}$$

各式の兩邊の對數を採れば

$$\frac{1}{R}(\log a-\log c)=(E+1)\log T-\log\{T^{E+1}-(T-n)^E(T+En)\} \quad \text{(4)}$$

$$\frac{1}{R}(\log a-\log b)=(E+1)\log T-\log\{T^{E+1}-(T-m)^E(T+Em)\} \quad \text{(5)}$$

以上 (2) 式より

$$\frac{\log a-\log c}{\log a-\log b}=\frac{(E+1)\log T-\log\{T^{E+1}-(T-n)^E(T+En)\}}{(E+1)\log T-\log\{T^{E+1}-(T-m)^E(T+Em)\}} \quad \text{(E)}$$

(E) 式以上に簡單にすること能はざるを以て數回の試算により E の値を求むる以外に方法なきを遺憾とす。今 (E) 式の右邊に於ける E の値に或る假定値を代入して算出したる右邊の値が左邊の値に對し大なるときは E の假定値を減少し小なるときは增加せしめ，而して數回の試算により E の値を決することを得べきなり。

次ぎに R の値は (5) 式により

$$R=\frac{\log a-\log b}{(E+1)\log T-\log\{T^{E+1}-(T-m)^E(T+Em)\}} \quad \text{(R)}$$

次ぎに V の値は (1) 式より

$$\log V=\log a-(E+1)R\log T \quad \text{(V)}$$

以上 (E), (R) 及び (V) 式により求め得たる E, R 及び V の値を増水流出量式の夫々の係數に代入するときは該増水曲線に相當する流出量式を得。

第2節 減水流出量式の係數の算定

減水流出量式は

$$Q=\frac{W}{(t^N+K)^P}$$

にしてこの式の各係數を求むるに減水曲線に於て最大流出量の時は卽ち $t=0$ の時なり, 今減水曲線上に於て,

$t=0$ の時の流出量 $Q=a$, $t=n$ の時の流出量 $Q=b$

$t=2m$ の時の流出量 $Q=c$ $t=4m$ の時の流出量 $Q=d$

とす。これ等 t の値を減水流出量式に代入するときは

$$a=W/K^P \quad \cdots\cdots(1)$$

$$b=W/(m^N+K)^P \quad \cdots\cdots(2)$$

$$c=W/(\overline{2m}^N+K)^P \quad \cdots\cdots(3)$$

$$d=W/(\overline{4m}^N+K)^P \quad \cdots\cdots(4)$$

以上の 4 式より次の 3 式を得。

$$m^N/K=(a/b)^{\frac{1}{P}}-1 \quad \cdots\cdots(5)$$

$$\overline{2m}^N/K=(a/c)^{\frac{1}{P}}-1 \quad \cdots\cdots(6)$$

$$\overline{4m}^N/K=(a/d)^{\frac{1}{P}}-1 \quad \cdots\cdots(7)$$

$\frac{(6)式}{(5)式}$ $$2^N=\frac{(a/c)^{\frac{1}{P}}-1}{(a/b)^{\frac{1}{P}}-1} \quad \cdots\cdots(8)$$

$\frac{(7)式}{(6)式}$ $$2^N=\frac{(a/d)^{\frac{1}{P}}-1}{(a/c)^{\frac{1}{P}}-1} \quad \cdots\cdots(9)$$

(8)式=(9)式 $$\frac{(a/c)^{\frac{1}{P}}-1}{(a/b)^{\frac{1}{P}}-1}=\frac{(a/d)^{\frac{1}{P}}-1}{(a/c)^{\frac{1}{P}}-1}$$

書き替へて $$\{(a/b)^{\frac{1}{P}}-1\}\{(a/d)^{\frac{1}{P}}-1\}-\{(a/c)^{\frac{1}{P}}-1\}^2=0 \quad \cdots\cdots(10)$$

この式も又これ以上代數的に解く能はず, 故に數回の試算により P の値を求むるものとす, 今便利の爲に

$$1/P=Z, \qquad (a/b)^z=\beta, \qquad (a/d)^z=\delta, \qquad (a/c)^z=\gamma$$

とすれば

$$\log\beta=(\log a-\log b) \quad \cdots\cdots(\beta)$$

$$\log\delta=(\log a-\log d) \quad \cdots\cdots(\delta)$$

$$\log\gamma=(\log a-\log c) \quad \cdots\cdots(\gamma)$$

となる。尙 β, δ, 及び γ を (10) 式に代入するときは,

$$(\beta-1)(\delta-1)-(\gamma-1)^2=0 \quad \cdots\cdots(\alpha')$$

a/b, a/d, 及び a/c は既知數なるを以て Z の値を假定し該3既知數を Z 冪したる値を (β), (δ), (γ) 式にて求めたる後, (α') 式の左邊を算出したる値が負なるときは Z の假定値を增し, 正なる時は減じ, (假定値を增減する方法は增水式を求むる場合と反對なり) 而して數回の試算により零に近似せしめて Z の値を求む, 然るときは

$$P=1/Z \quad \cdots\cdots\cdots(\mathrm{P})$$

次ぎに (8) 式より

$$N=\frac{\log(\gamma-1)-\log(\beta-1)}{\log Z} \quad \cdots\cdots\cdots(\mathrm{N})$$

(5) 式より $\log K=N\log m-\log(\beta-1) \quad \cdots\cdots\cdots(\mathrm{K})$

(1) 式より $\log W=\log a+P\log K \quad \cdots\cdots\cdots(\mathrm{W})$

以上 (P), (N), (K) 及び (W) 式により P, N, K 及び W なる値を求むることを得，これ等の値を減水流出量式に代入するときは，該減水曲線に相當する流出量式を得ること明かなり。

第4章 流出量式の實例

第1節 實例 その1（附圖第1 境川流出量曲線）

附圖に表はしたる × 點は總て流出量觀測の結果なり，先づ増水式を求めんに第2章第2節に述べたる T の値を圖面上に求めて12時間とす，尙該曲線圖に於て或る適當に採りたる時間に對する流出量を測定することにより，下記の如く夫々の流出量を得。

$t=T=12$ の時の流出量	$a=9.40\ \mathrm{m}^3$
$t=m=11$ 〃 〃	$b=8.98$ 〃
$t=n=\ 5$ 〃 〃	$c=2.10$ 〃

今チヤムバーの7桁對數表により各流出量の對數を求むるときは

$\log a=0.9731\,279$

$\log b=0.9532\,763$ $\qquad \log a-\log b=0.0198\,516$

$\log c=0.3222\,193$ $\qquad \log a-\log c=0.6509\,086$

第3章第1節に述べたる (E) 式より E の値を求めるに先づ (E) 式左邊の値は

$$\frac{\log a-\log c}{\log a-\log b}=\frac{0.6509\,086}{0.0198\,516}=32.7887\,2$$

(E) 式の右邊の値を α とすれば

$$\alpha=\frac{(E+1)\log T-\log\{T^{E+1}-(T-n)^E(T+En)\}}{(E+1)\log T-\log\{T^{E+1}-(T-m)^E(T+Em)\}}$$

なるが故に今 $E=1$ と假定すれば

$$\alpha=\frac{\log 12^2-\log\{12^2-(12-5)(12+5)\}}{\log 12^2-\log\{12^2-(12-11)(12+11)\}}=\frac{2.1583\,625-1.3979\,400}{2.1583\,625-2.0827\,854}=10.0615\,4$$

$$\therefore\quad 32.7887\,2>10.0615\,4$$

次ぎに $E=2$ と假定すれば

$$\alpha=\frac{\log 12^3-\log\{12^3-(12-5)^2(12+2\times5)\}}{\log 12^3-\log\{12^3-(12-11)^2(12+2\times11)\}}=\frac{3.2375\,437-2.8750\,613}{3.2375\,437-3.2289\,134}=42.0011$$

$$\therefore\quad 32.7887\,2<42.0011$$

即ち α が 32.7887 2 となるべき E の値は 1 と 2 の中間にあり，その差より考察する時は E の値は大體 1.75 附近にあることを推知し得べし，今 $E=1.75$ と假定すれば，

$(E+1)\log T=2.75\log 12=2.75\times1.0791\,82=2.9677\,483 \qquad \therefore\quad T^{E+1}=928.4281$

$E\log(T-n)=1.75\log(12-5)=1.75\times0.8450\,98=1.4789\,215 \qquad \therefore\quad (T-n)^E=30.1246$

$$E \log (T-m) = 1.75 \log (12-11) = 1.75 \times 0 = 0 \qquad \therefore \quad (T-m)^E = 1.000$$

$$\alpha = \frac{2.96774\,83 - \log\{928.4281 - 30.1246 \times (12 + 1.75 \times)5\}}{2.9677\,483 - \log\{928.4281 - \quad 1 \quad \times (12 + 1.75 \times 11)\}} = 32.6716\,8$$

$$32.7887\,2 > 32.6716\,8$$

即ち $E=1.75$ の假定は稍小なるを以て E の假定を增し，$E=1.7522$ とすれば（E の假定値を 1.75 より 1.7522 とする迄の途中の試算は省略せり）。

$$(E+1) \log T = 2.7522 \log 12 = 2.9701\,224 \qquad \therefore \qquad T^{E+1} = 933.5175$$

$$E \log (T-n) = 1.7522 \log \ 7 = 1.4807\,807 \qquad \therefore \qquad (T-n)^E = 30.2538\,5$$

$$E \log (T-m) = 1.7522 \log \ 1 = 0 \qquad \therefore \qquad (T-m)^E = 1.000$$

$$\alpha = \frac{2.9701\,224 - \log\{933.5175 - 30.2538\,5 \times (12 + 1.7522 \times 5)\}}{2.9701\,224 - \log\{933.5175 - \ 1.00 \quad \times (12 + 1.7522 \times 11)\}} = 32.7886\,0 \fallingdotseq 32.7887\,2$$

即ち $E=1.7522$ にて可なりと認む，然る時は (R) 式により

$$R = \frac{\log a - \log b}{(E+1)\log T - \log\{T^{E+1} - (T-m)^E (T+Em)\}} = \frac{0.0198\,516}{0.0147\,947} = 1.3414\,42$$

上式中分母の數値は既に算出せる (E) 式右邊分母の數値なり。

次ぎに (V) 式により

$$\log V = \log a - (E+1)\, R \log T$$

$$= 0.9731\,279 - 1.3414\,42 \times 2.9701\,224 = \bar{4}.9888\,81 \qquad \therefore \quad V = 0.0009\,7473$$

以上求めたる各係數の値を增水流出量式に代入するときは，

$$Q = V\{T^{E+1} - (T-t)^E (T+Et)\}^R$$

$$= 0.0009\,7473\{933.5175 - (12-t)^{1.7522}(12 + 1.7522\,t)\}^{1.3414\,42} \quad \cdots\cdots\cdots (1)$$

これ即ち附圖第 **1** の增水部分に相當する流出量の式なり。今

$$\log \zeta = E \log (T-t) = 1.7522 \log (12-t)$$

$$\log \varphi = R \log \{T^{E+1} - (T-t)^E (T+Et)\}$$

$$= 1.3414\,42 \log \{933.5175 - (12-t)^{1.7522}(12 + 1.7522\,t)\}$$

と置き (1) 式中の t に種々の値を代入して各流出量を求むれば，$t=T=12$ の場合は (1) 式中括弧內第 2 項は零となるを以て

$$\log \varphi = 1.3414\,42 \log 933.5175 = 1.3414\,42 \times 2.9701\,224 = 3.9842\,469$$

$$\varphi = 9\,643.771 \qquad \therefore \quad Q = 0.0009\,7473 \times 9\,643.771 = 9.400\ \mathrm{m}^3$$

$t=11$ の場合

$$\log \varphi = 1.3414\,42 \times 2.9553\,237 = 3.9643\,953$$

$$\varphi = 9\,212.8772 \qquad \therefore \quad Q = 0.0009\,7473 \times 9\,212.8772 = 8.980\ \mathrm{m}^3$$

式中 2.9553 237 なる値は既に算出せる (E) 式右邊分母第 2 項の數値なり。

同樣にして t の値が 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2 なる場合に於ける Q の値を求め，一括して表示すれば次表の如し。

t(時間)	$Q(\mathrm{m}^3)$	t(時間)	$Q(\mathrm{m}^3)$	t(時間)	$Q(\mathrm{m}^3)$
12	9.400	8	5.645	4	1.245
11	8.980	7	4.355	3	0.617
10	8.082	6	3.154	2	0.222
9	6.752	5	2.100	0	0

以上の結果を曲線に畫くときは附圖第1に於ける實線となる。

次ぎに減水式を求めんに第3章第2節に於て述べたる m の値を5時間として曲線圖より下記の如く各流出量を得たるものとす。

$t=0$	の時の流出量		$a=9.4\,\mathrm{m}^3$
$t=m=5$	〃	〃	$b=6.4$〃
$t=2m=10$	〃	〃	$c=4.0$〃
$t=4m=20$	〃	〃	$d=1.5$〃

對數を使用するときは

$$\log a=0.9731\,279$$
$$\log b=0.8061\,800 \qquad \log a-\log b=0.1669\,479$$
$$\log c=0.6020\,600 \qquad \log a-\log c=0.3710\,679$$
$$\log d=0.1760\,913 \qquad \log a-\log d=0.7970\,366$$

第3章第2節に於ける Z の値を數回の試算により求むる $Z=0.13$ にて可なりと認む。(試算の實例は第4章第2節に於て述べんとす) 即ち第3章第2節に於ける $\log\beta$, $\log\delta$, $\log\gamma$ を求めて (α') 式の左邊を計算すれば

$$\log\beta=Z(\log a-\log b)=0.13\times0.1669\,479=0.0217\,0322\,7 \qquad \beta=1.0512\,4$$
$$\log\delta=Z(\log a-\log d)=0.13\times0.7970\,366=0.1036\,1475\,8 \qquad \delta=1.2694\,5$$
$$\log\gamma=Z(\log a-\log c)=0.13\times0.3710\,679=0.0482\,3882\,7 \qquad \gamma=1.1174\,8$$
$$(\beta-1)(\delta-1)-(\gamma-1)^2=0.0512\,4\times0.2694\,5-(0.1174\,8)^2=0.0000\,0506$$

即ち (α') 式の左邊は零に近きものと見ることを得。然る時は (P) 式により

$$P=1/Z=1/0.13=7.6923$$

(N) 式により

$$N=\frac{\log(\gamma-1)-\log(\beta-1)}{\log 2}=\frac{\log 0.1174\,8-\log 0.0512\,4}{0.3010\,3}=1.1970\,7$$

(K) 式により $\log K=N\log m-\log(\beta-1)=1.1970\,7\log 5-\log 0.0512\,4=2.1271\,069$

$$\therefore\quad K=134.0006$$

(W) 式により

$$\log W=\log a+P\log K=0.9731\,279+7.6923\times2.1271\,069=17.3354\,623$$
$$\therefore\quad W=10^{17}\times2.1650\,2$$

以上各係數の値を減水式に代入する時は

$$Q=\frac{10^{17}\times2.1650\,2}{(134.0006+t^{1.1970\,7})^{7.6923}} \quad\cdots\cdots\cdots(1')$$

これ即ち附圖第1の減水曲線に對する減水流出量の式なり，今 (1′) 式の對數を採る時は

$$\log Q=17.3354\,623-7.6923\log(134.0006+t^{1.1970\,7}) \quad\cdots\cdots\cdots(L')$$

今　$\log\xi=1.1970\,7\log t$　と置き (L′) 式中の t に種々の値を代入して各流出量を求むれば

$t=0$ の場合　(L′) 式右邊第2項は (W) 式即ち $\log W$ を求むる前計算中にあり，即ち

$$\log Q=17.3354\,623-16.3624\,783=0.9731\,279 \qquad \therefore\quad Q=9.4000\,\mathrm{m}^3$$

$t=1$ の場合　$\log Q=17.3354\,623-7.6923\log(134.0006+1)=0.9482\,81 \qquad \therefore\quad Q=8.8773\,\mathrm{m}^3$

$t=2$ の場合　$\log\xi=1.19707\log 2=0.3603\,5398 \qquad \therefore\quad \xi=2.2927\,3$

$$\log Q = 17.3354\,623 - 7.6923 \log(134.0006 + 2.2927\,3) = 0.916448 \qquad \therefore \quad Q = 8.2499\ \mathrm{m^3}$$

同様にして t の夫々の値に對する Q の値を求め，一括して表示すれば次表の如し。

t(時間)	$Q(\mathrm{m^3})$	t(時間)	$Q(\mathrm{m^3})$	t(時間)	$Q(\mathrm{m^3})$
0	9.4000	9	4.4047	18	1.8256
1	8.8773	10	4.0000	19	1.6551
2	8.2499	11	3.6296	20	1.5000
3	7.6123	12	3.2920	21	1.3610
4	6.9916	13	2.9846	22	1.2350
5	6.2876	14	2.7055	23	1.1200
6	5.8439	15	2.4520	24	1.0180
7	5.3258	16	2.2222	25	0.9247
8	4.8462	17	2.0140	100	0.0029

以上の結果を曲線に表すときは附圖第 **1** に於ける減水部分の實線となる本川の觀測地點に於ては常時低水量なし。

第2節　實例その2（附圖第2　木曾川流出量曲線）

増水流出量式を求む。

流出量觀測の記錄によれば $T=29$ 時間なり，今増水曲線上に於て $T=25$ 時間，$m=25$ 時間，$n=20$ 時間として，各流出量を求むる時は

$T=29$	の時の流出量	$a'=168\,000$ 尺^3
$t=m=25$	〃　〃	$b'=154\,000$ 〃
$t=n=20$	〃　〃	$c'=108\,000$ 〃

この場合曲線圖が 尺^3 を單位とせるを以て，この儘使用するものとす，而して觀測當時の記錄を見るに，この場合の出水は前に小雨ありしため流出量 27 000 尺^{3}の時より増水をなし始めたること明かなり，故に上記の各流出量より 27 000 尺^3 を控除して計算するを至當とす。

$$a = 168\,000 - 27\,000 = 141\,000 \qquad \log a = 5.1492\,191$$
$$b = 154\,000 - 27\,000 = 127\,000 \qquad \log b = 5.1038\,037$$
$$c = 108\,000 - 27\,000 = 81\,000 \qquad \log c = 4.9084\,850$$

(E) 式により

$$\frac{\log a - \log c}{\log a - \log b} = \frac{5.1492\,191 - 4.9084\,850}{5.1492\,191 - 5.1038\,037} = 5.3007\,1$$

(E) 式の右邊卽ち α が 5.3007 1 となる可き E の値を計算により求むるに $E=2$ と假定すれば

$$\alpha = \frac{\log 29^3 - \log\{29^3 - (29-20)^2(29+2\times 20)\}}{\log 29^3 - \log\{29^3 - (29-25)^2(29+2\times 25)\}} = 4.8907\,3$$

$$\therefore \quad 5.3007\,1 > 4.8307\,3$$

卽ち E の假定値 2 は小なるを以て，假定値を増し 3 とすれば $5.3007\,1 > \alpha = 10.176\,83$ となり，求むる E は 2 と 3 の中間にあることを知る。而してその差より考察するときは E の値は大體 2.11 附近にあることを推知し得可し，今 $E=2.113$ と假定すれば　$\alpha = 5.2988\,6$

卽ち　$5.3007\,1 > 5.2988\,6$　となり，$E=2.1133$　と假定すれば

$$(E+1)\log T = 3.1133 \log 29 = 4.5528\,84 \qquad \therefore \quad T^{E+1} = 35.718$$
$$E \log(T-n) = 2.1133 \log 9 = 2.0166\,007 \qquad \therefore \quad (T-n)^E = 103.90$$

$$E\log(T-m)=2.1133\log 4=1.2723\,334 \qquad \therefore\ (T-m)^E=18.72$$

$$\alpha=\frac{4.5528\,84-\log\{35\,718-103.90\times(29+2.1133\times 20)\}}{4.5528\,84-\log\{35\,718-18.72\times(29+2.1133\times 25)\}}=5.3004\,1\fallingdotseq 5.3007\,1$$

上記の計算により $E=2.1133$ にて可なりと認む，然るときは，(R) 式により

$$R=\frac{\log a-\log b}{(E+1)\log T-\log\{T^{E+1}-(T-m)^E(T+Em)\}}=\frac{0.0454\,154}{0.0190\,3443}=2.3859\,6$$

次に (V) 式により

$$\log V=\log a-(E+1)R\log T=5.1492\,191-2.3859\,6\times 4.5528\,84=\bar{6}.2862\,209$$

$$\therefore\quad V=16^{-6}\times 1.9329\,5$$

以上求めたる各係數の値を增水流出量式に代入するときは

$$Q=V\{T^{E+1}-(T-t)^E(T+Et)\}^R$$

$$=10^{-6}\times 1.9329\,5\{35\,718-(29-t)^{2.1133}(29+2.1133\,t)\}^{2.38596}$$

これ即ち**附圖第 2** の增水曲線に相當する流出量式なり。この式の t に種々の値を代入して得たる値に 27 000尺^3 を加ふれば求むる各流出量を得。

以上の式により前節の場合と同樣に t の夫々の値に對する Q の値を求むれば次の如し。

t (時間)	Q(尺^3)	$Q+27\,000$(尺^3)	t (時間)	Q (尺^3)	$Q+27\,000$(尺^3)	t (時間)	Q (尺^3)	$Q+27\,000$(尺^3)
29	141 000	168 000	18	60 765	87 765	8	3 021	30 021
27	137 521	164 521	16	42 105	69 105	6	885	27 885
25	127 000	154 000	14	26 773	53 773	3	40	27 040
23	110 879	137 879	12	15 281	42 281	0	0	27 000
20	81 000	108 000	10	7 516	34 516			

以上の結果を曲線に畫くときは**附圖第 2** に於ける增水部分の實線となる。

次ぎに減水式を求めんに第 3 章第 2 節に於て述べたる m の値を 14 時間とし**附圖第 2** に於て觀測の流出量を表はす減水曲線上に於て t が 0, 12, 28, 56, のときの各流出量を求むるときは

$t=0$	の時の流出量		$a=168\,000$ 尺^3
$t=m=14$	〃	〃	$b=117\,000$ 〃
$t=2m=28$	〃	〃	$c=\ 74\,000$ 〃
$t=4m=56$	〃	〃	$d=\ 36\,000$ 〃

$\log a=5.2253\,093$

$\log b=5.0681\,859 \qquad \log a-\log b=0.1571\,234$

$\log c=4.8692\,317 \qquad \log a-\log c=0.3560\,776$

$\log d=4.5563\,025 \qquad \log a-\log d=0.6690\,068$

大體の試算により $Z=1.1$ に近きことを認めたるにより，假りに $Z=1.1$ とすれば

$$\log\beta=Z(\log a-\log b)=1.1\times 0.1571\,234=0.1728\,3574 \qquad \beta=1.4888$$

$$\log\delta=Z(\log a-\log d)=1.1\times 0.6690\,068=0.7359\,0748 \qquad \delta=5.4438\,7$$

$$\log\gamma=Z(\log a-\log c)=1.1\times 0.3560\,776=0.3916\,8536 \qquad \gamma=2.4642\,5$$

$$(\beta-1)(\delta-1)-(\gamma-1)^2=0.4888\times 4.4438\,7-(1.4642\,5)^2=+0.0281\,456$$

即ち (α) 式の値の符號が正なるを以て Z の假定値を減じて $Z=1.042$ とすれば (Z の假定値 1.1 より 1.042 と

するまでの途中の數度の試算は省略せり）(α) 式の値は,

$$(\beta-1)(\delta-1)-(\gamma-1)^2=-0.0002\,768$$

となり (α) 式の値が大にしてその符號は負なるを以て Z の假定値を增加して $Z=1.0426$ とすれば

$$\log\beta=Z(\log a-\log b)=1.0426\times0.1571\,234=0.1638\,1685\,684$$

$$\log\delta=Z(\log a-\log d)=1.0426\times0.6690\,068=0.6975\,0648\,968$$

$$\log\gamma=Z(\log a-\log c)=1.0426\times0.3560\,776=0.3712\,4650\,576$$

$$\beta=1.4582\qquad\delta\fallingdotseq4.9831\,8\qquad\gamma=2.3509\,7$$

$$(\beta-1)(\delta-1)-(\gamma-1)^2=0.4582\times3.9831\,8-(1.3509\,7)^2=-0.0000\,289$$

尙 (α) 式の値が大にして且つ符號が負なるを以て $Z=1.0427$ とすれば

$$\log\beta=Z(\log a-\log b)=1.0427\times0.1571\,234=0.1638\,3256\,918$$

$$\log\delta=Z(\log a-\log d)=1.0427\times0.6690\,068=0.6975\,7339\,036$$

$$\log\gamma=Z(\log a-\log c)=1.0427\times0.3560\,776=0.3712\,8211\,152$$

$$\beta=1.4582\,5\qquad\delta=4.9839\,5\qquad\gamma=2.3511\,6$$

$$(\beta-1)(\delta-1)-(\gamma-1)^2=0.4582\,5\times3.9839\,5-(1.3511\,6)^2=+0.0000\,1174$$

卽ち $Z=1.0427$ にて可なりと認む，然るときは (P) 式により

$$P=1/Z=1/1.0427=0.9590\,49$$

$$N=\frac{\log(\gamma-1)-\log(\beta-1)}{\log 2}=\frac{\log 1.3511\,6-\log 0.4582\,5}{\log 2}=1.5599\,91$$

$$\log K=N\log m-\log(\beta-1)=1.5599\,91\times1.1461\,28-\bar{1}.6611\,025=2.1268\,469\qquad\therefore\ K=133.9204$$

$$\log W=\log a+P\log K=5.2253\,093+0.9590\,49\times2.1268\,469=7.2650\,597\qquad\therefore\ W=18\,410\,248$$

以上の値を (D) 式に代入するときは

$$Q=\frac{18\,410\,248}{(133.9204+t^{1.5599\,91})^{0.9590\,49}}$$

これ卽ち附圖第 2 の曲線に於ける減水部分に對する流出量式なり，この式により各時間に於ける流出量を算出の爲，この式の兩邊の對數を採るときは

$$\log Q=7.2650\,597-0.9590\,49\log(133.9204+t^{1.5599\,91})\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(\mathrm{L_2}')$$

上式の t に種々の値を代入して前節と同様に各流出量を求むれば次の如し。

t (時間)	Q (尺³)	t (時間)	Q (尺³)	t (時間)	Q (尺³)	t (時間)	Q (尺³)
0	168 000	19	98 883	50	41 123	300	3 643
2	164 528	24	83 911	56	36 839	500	1 707
5	154 410	28	74 017	60	33 802	700	1 015
9	137 746	30	69 644	70	27 330		
14	117 000	40	52 590	100	17 082		

以上の結果を曲線に表すときは附圖第 2 に於ける減水部分の實線となる。

第 3 節　實　例　その 3（附圖第 3　木曾川流出量曲線）

增水流出量式を求む。

今增水曲線上に於て $T=18$ 時間　$m=12$ 時間　$n=8$ 時間　として各流出量を求むる時は

$t=T=18$ の時の流出量 $a'=151\,000$ 尺^3

$t=m=12$ 〃 $b'=125\,000$ 〃

$t=n=8$ 〃 $c'=77\,000$ 〃

然るに該曲線圖に見るが如く増水をなし始めたる時は既に 45 000 尺^3 の流出量ありたるを以て前記各流出量より該流出量を控除するときは

$a=151\,000-45\,000=106\,000$　　$\log a=5.0253\,059$

$b=125\,000-45\,000=80\,000$　　$\log b=4.9030\,900$

$c=77\,000-45\,000=32\,000$　　$\log c=4.5051\,500$

(E) 式より

$$\frac{\log a-\log c}{\log a-\log b}=\frac{5.0253\,059-4.5051\,500}{5.0253\,059-4.9030\,900}=4.2560\,41$$

(E) 式の右邊卽ち α が 4.2560 41 となる可き E の値を試算により求むるに，$E=2.9531$ と假定すれば，

$(E+1)\log T=3.9531\log 29=4.9622\,177$　　$\therefore\ T^{E+1}=91\,667.99$

$E\log(T-n)=2.9531\log 10=2.9531\,00$　　$\therefore\ (T-n)^E=897.6354$

$E\log(T-m)=2.9531\log 6=2.2979\,586$　　$\therefore\ (T-m)^E=198.5906$

$$\alpha=\frac{4.9622\,177-\log\{91\,667.99-897.6354(18+2.9531\times 8)\}}{4.9622\,177-\log\{91\,667.99-198.5906(18+2.9531\times 12)\}}=4.2555$$

上記の計算により $E=2.9531$ にて可なりと認む，然るときは (R) 式により

$$R=\frac{\log a-\log b}{(E+1)\log T-\log\{T^{E+1}-(T-m)^E(T+Em)\}}=\frac{0.1222\,159}{0.0534\,332}=2.2872\,6$$

次ぎに (V) 式より

$\log V=\log a-(E+1)R\log T=5.0253\,059-2.2872\,6\times 4.9622\,177=\bar{7}.6754\,238$

$\therefore\ V=10^{-7}\times 4.7361\,43$

以上求めたる各係數の値を増水流出量式に代入するときは

$$Q=V\{T^{E+1}-(T-t)^E(T+Et)\}^R$$

$$=10^{-7}\times 4.7361\,43\{91\,667.99-(18-t)^{2.9531}(18+2.9531\,t)\}^{2.2872\,6}$$

これ卽ち**附圖第 3** の増水曲線に相當する流出量式なり。この式の t に種々の値を代入して得たる値に 45 000 尺^3 を加ふれば求むる各流出量を得，卽ち次の如し。

t (時間)	Q (尺^3)	$Q+45\,000$(尺^3)	t (時間)	Q (尺^3)	$Q+45\,000$(尺^3)
18	106 000	151 000	8	32 000	77 000
16	104 669	149 669	6	13 099	58 099
14	96 822	141 822	4	3 034	48 034
12	80 000	125 000	2	184	45 184
10	56 446	101 446	0	0	45 000

以上の結果を曲線に畫くときは**附圖第 3** に於ける増水部分の實線となる。

次ぎに減水式を求む。

附圖第 3 に於て觀測流出量曲線の減水部分に於て $m=5$ 時間とせし時の各流出量を求むるに，

$t=0$ の時の流出量 $a=151\,000$ 尺³

$t=m=5$ 〃 $b=120\,000$ 〃

$t=2m=10$ 〃 $c=\ 90\,000$ 〃

$t=4m=20$ 〃 $d=\ 61\,000$ 〃

$\log a=5.1789\,769$

$\log b=5.0791\,812$　　$\log a-\log b=0.0997\,957$

$\log c=4.9542\,425$　　$\log a-\log c=0.2247\,344$

$\log d=4.7853\,298$　　$\log a-\log d=0.3936\,471$

數回の試算の結果 $Z=2.8773\,5$ にて可なることを認めたり。即ち

$$\log\beta=Z(\log a-\log b)=2.8773\,5\times 0.0997\,957=0.2871\,4715\,7395$$

$$\log\delta=Z(\log a-\log d)=2.8773\,5\times 0.3936\,471=1.1326\,6048\,3185$$

$$\log\gamma=Z(\log a-\log c)=2.8773\,5\times 0.2247\,344=0.6466\,3952\,584$$

$$\beta=1.9370\,8,\quad \delta=13.5725,\quad \gamma=4.4324\,1$$

$$(\beta-1)(\delta-1)-(\gamma-1)^2=0.9370\,8\times 12.5725-(3.4324\,1)^2=-0.0000\,0010\,2$$

然るときは (P) 式により

$$P=1/Z=1/2.8773\,5=0.3475\,42$$

$$N=\frac{\log(\gamma-1)-\log(\beta-1)}{\log 2}=\frac{\log 3.4324\,1-\log 0.9370\,8}{\log 2}=1.8729\,78$$

$$\log K=N\log m-\log(\beta-1)=1.8729\,78\log 5-\bar{1}.9717\,767=1.3373\,7873 \qquad \therefore\ K=21.746$$

$$\log W=\log a+P\log K=5.1789\,769+0.3475\,42\times 1.5373\,7873=5.6437\,7218 \qquad \therefore\ W=440\,324$$

以上の結果を (D) 式に代入するときは

$$Q=\frac{440\,324}{(21.746+t^{1.8729\,78})^{0.3475\,42}}$$

上式に於て兩邊の對數をとれば

$$\log Q=5.6437\,7218-0.3475\,42\log(21.746+t^{1.8729\,78})\cdots\cdots\cdots(\mathrm{L}'_3)$$

上式の t に種々の値を代入して各流出量を求むれば次の如し。

t (時間)	Q (尺³)	t (時間)	Q (尺³)	t (時間)	Q (尺³)	t (時間)	Q (尺³)
2	143 048	15	72 264	40	39 597	500	7 707
5	120 000	20	61 000	50	34 332	700	6 191
7	106 109	25	53 223	100	21 944		
10	90 000	30	47 505	300	10 746		

以上の結果を曲線に表すときは**附圖第 3** に於ける減水部分の實線となる。

第 4 節　實例 その 4（附圖第 4　木曾川流出量曲線）

附圖第 4 に於て見るが如く増水部分の曲線は不規則なる變化をなせるを以て流出量式にて表はすこと不可能なり，故に減水部分の曲線のみ流出量式にて求めんとす。

今 $m=4$ 時間として各流出量を觀測曲線上にて求むるに

$t=0$	の時の流出量	$a=140\,000$ 尺^3
$t=m=4$	〃	$b=113\,000$ 〃
$t=2m=8$	〃	$c=86\,000$ 〃
$t=4m=16$	〃	$d=60\,000$ 〃

$\log a=5.1462\,80$

$\log b=5.0530\,784 \qquad \log a-\log b=0.0930\,496$

$\log c=4.9344\,985 \qquad \log a-\log c=0.2116\,295$

$\log d=4.7781\,513 \qquad \log a-\log d=0.3679\,767$

數回の試算の結果 $Z=3.3794\,5$ にて可なることを認めたり，即ち

$$\log\beta=Z(\log a-\log b)=3.3794\,5\times0.0930\,496=0.3144\,5647\,06$$

$$\log\delta=Z(\log a-\log d)=3.3794\,5\times0.3679\,767=1.2435\,5885\,88$$

$$\log\gamma=Z(\log a-\log c)=3.3794\,5\times0.2116\,295=0.7151\,9131\,3775$$

$$\beta=2.0628 \qquad \delta=17.521 \qquad \gamma=5.1902\,85$$

$$(\beta-1)(\delta-1)-(\gamma-1)^2=1.0628\times16.521-(4.1902\,85)^2=+0.0000\,305$$

$$P=1/Z=1/3.3794\,5=0.2959\,06$$

$$N=\frac{\log(\gamma-1)-\log(\beta-1)}{\log 2}=\frac{\log 4.1902\,85-\log 1.0628\,0}{\log 2}=1.9791\,78$$

$$\log K=N\cdot\log m-\log(\beta-1)=1.9791\,78\log 4-0.0264\,515=1.1651\,324 \qquad \therefore\ K=14.6262$$

$$\log W=\log a+P\log K=5.1461\,28+0.2959\,06\times1.1651\,324=5.4908\,977 \qquad \therefore\ W=309\,166.9$$

求むる減水流出量式は

$$Q=\frac{309\,166.9}{(14.6262+t^{1.9791\,78})^{0.2959\,06}}$$

計算の爲，兩邊の對數を採るときは

$$\log Q=5.4908\,977-0.2959\,06\log(14.6262+t^{1.9791\,78}) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(\mathrm{L}_4{}')$$

この式中の t に種々の値を代入して各流出量を求むれば次の如し。

t (時間)	Q (尺^3)	t (時間)	Q (尺^3)	t (時間)	Q (尺^3)
0	140 000	6	97 713	16	60 000
2	130 453	8	86 000	20	52 971
4	113 000	12	70 116	25	46 763

注意事項

減水流出量式の係數を算出するために，採用する曲線上の 4 點の撰定如何によりては求め得たる減水流出量式が，該流出量曲線を表はさずして他の反向曲線を表す場合あることは第 2 章第 4 節に於て述べたる處なり。

今本節の例に就て $m=5$ 時間とし即ち $t=0,\ 5,\ 10$ 及び 20，なる時間に相當する 4 點を曲線上に求めて係數を算出するときは

$t=0$	の時の流出量	$a=140\,000$ 尺^3
$t=m=5$	〃	$b=104\,000$ 〃
$t=2m=10$	〃	$c=78\,000$ 〃

$t=4m=20$　　〃　　$d=52\,000$ 〃

以上により各係數を算出するときは（運算省略）

$Z=1.7526$　　$P=0.5702\,56$　　$N=1.3868\,98$

$K=13.6222\,4$　　$V=620.784$

$$Q=\frac{620\,784}{(13.6224+t^{1.3868\,98})^{0.5702\,56}}$$

この式を用ひて $t=1$ 時間及び $t=2$ 時間の時の流出量を求むれば $t=1$ の時は $Q=134\,457$ 尺^3，$t=2$ の時は $Q=126\,659$ 尺^3，以上の 2 點及び最初採用せし 4 點を通過する曲線を畫くときは**附圖第 4** に於ける點線となる，今第 2 章第 4 節 (c) 式により inflection point を算出するときは

$$t=\left\{\frac{(N-1)K}{NP+1}\right\}^{\frac{1}{N}}=\left\{\frac{(1.3868\,98-1)\times13.6222\,4}{1.3868\,98\times0.5702\,56+1}\right\}^{\frac{1}{1.3868\,98}}=\left\{\frac{0.3868\,98\times13.6222\,4}{1.7908\,87}\right\}^{\frac{1}{1.3868\,98}}$$

$$\log t=1/1.3868\,98\{\log 0.3868\,98+\log 13.6222\,4-\log 1.7908\,87\}=0.3380\,038\quad\therefore\quad t=1.2177\,8$$

即ち本例の流出量式は採用せし 4 點を通過するも該流出量曲線と異なりたる他の反向曲線となること明かなり，故に減水流出量式の係數を求むる爲に曲線上の 4 點を撰定するに就ては他の反向曲線を畫き得ざらしむる 4 點を撰定するを要す。

第 5 節　實例その 5（附圖第 5　ミシシッピー川流出量曲線）

本例の曲線圖は Meyer's Elements of Hydrology の第 205 圖より複寫せしものにして，**附圖第 5** に見るが如く水源地の 1 平方哩に對する毎秒流出量を ft^3 にて表したるものを縱距とし，日數を橫距とせるが故に日數に對する毎秒流出量の式を求めんとす。

注　意

增水式中の係數 E の値を決定する (E) 式の右邊には時間の項を含有するも分母，分子共に同數なる時間の項を含有するのみならず右邊即ち α の値が時間の項を含有せざる左邊の値に等しくなることを考ふることにより t の單位を 1 時間とするも 1 日とするも E の値は變化せず又減水式の係數 P 及び N の値は (P) 及び (N) 式中に時間の項を含有せざるが故にこれ等も亦 t の値を 1 時間とするも 1 日とするもその値を變化せず，然れども增水式の係數 R 並に V 及び減水式の係數 K 及び W は時間の項を含有するが故に採用する時間單位の如何によりその値を變化すること明かなり。

增水流出量式を求む。

今增水曲線上に於て $T=5^{日}$，$m=3^{日}$，$n=1^{日}$ の時の各流出量を求め，尙增水をなし始めたる時の流出量 0.4 ft^3 を各流出量より控除するときは

$t=T=5$　の時の流出量　$a'=2.45$　$a=2.45-0.4=2.05$ ft^3

$t=m=3$　　〃　　$b'=1.80$　$b=1.80-0.4=1.40$ 〃

$t=n=1$　　〃　　$c'=0.60$　$c=0.60-0.4=0.20$ 〃

$\log a=0.3117\,539$

$\log b=0.1461\,280$

$\log c=\bar{1}.3010\,300=-0.6989\,700$

(E) 式より　$$\frac{\log a-\log c}{\log a-\log b}=\frac{0.3117\,539-0.6989\,7}{0.3117\,539-0.1461\,28}=6.1024\,5$$

(E) 式の右邊卽ち α が 6.10245 となるべき E の値を試算により求むるに，$E=2.3127$ と假定すれば

$$(E+1)\log T=3.3127\log 5=2.3154779 \quad \therefore \quad T^{E+1}=206.76540$$

$$E\log(T-n)=2.3127\log 4=1.3923842 \quad \therefore \quad (T-n)^E=24.68222$$

$$E\log(T-m)=2.3127\log 2=0.6961921 \quad \therefore \quad (T-m)^E=4.96812$$

$$\alpha=\frac{2.3154779-\log\{206.7654-24.68222(5\times 2.3127\times 1)\}}{2.3154779-\log\{206.7654-4.96812(5\times 2.3127\times 3)\}}=6.10272$$

上記の計算により $E=2.3127$ にて可なりと認む，然るときは

$$R=\frac{\log a-\log b}{(E+1)\log T-\log\{T^{E+1}-(T-m)^E(T+Em)\}}=\frac{0.1656259}{0.1468180}=1.1281$$

$$\log V=\log a-(E+1)R\log T=0.3117539-1.1281\times 2.3154779=\bar{3}.6996633 \quad \therefore \quad V=0.00500799$$

以上求めたる各係數の値を增水流出量式に代入するときは

$$Q=0.00500799\{206.7654-(5-t)^{2.3127}(5+2.3127t)\}^{1.1281}$$

これ卽ち**附圖第 5**の增水曲線に相當する流出量式なり，この式の t に種々の値を代入して得たる値に 0.4 ft^3 を加ふれば，求むる各流出量を得，卽ち次の如し。

t (日)	Q (ft^3)	$Q+0.4$ (ft^3)	t (日)	Q (ft^3)	$Q+0.4$ (ft^3)
5	2.050	2.450	2	0.748	1.148
4	1.891	2.291	1	0.200	0.600
3	1.400	1.800	0	0.	0.400

以上の結果を曲線に畫くときは**附圖第 5**に於ける增水部分の實線となる。

次ぎに減水式を求む。

附圖第 5に於ける減水部分の曲線上に於て $m=2^{日}$ とし各流出量を求むる時は

$t=0$	の時の流出量	$a=2.45$ ft^3
$t=m=2^{日}$	〃	$b=2.20$ 〃
$t=2m=4^{日}$	〃	$c=1.80$ 〃
$t=4m=8^{日}$	〃	$d=1.05$ 〃

$\log a=0.3891661$

$\log b=0.3424227$ $\qquad \log a-\log b=0.0467434$

$\log c=0.2552725$ $\qquad \log a-\log c=0.1338936$

$\log d=0.0211893$ $\qquad \log a-\log d=0.3679763$

$Z=0.23$ と假定すれば（試算省略）

$$\log\beta=Z(\log a-\log b)=0.23\times 0.0467434=0.01075098\,2$$

$$\log\delta=Z(\log a-\log d)=0.23\times 0.3679768=0.08463466\,4$$

$$\log\gamma=Z(\log a-\log c)=0.23\times 0.1338936=0.03079552\,8$$

$$\beta=1.025064 \qquad \delta=1.215133 \qquad \gamma=1.0734839$$

$$(\beta-1)(\delta-1)-(\gamma-1)^2=0.025064\times 0.2151633-(0.0734839)^2=-0.000007$$

卽ち $Z=0.23$ にて可なり

然るときは $\quad P=1/Z=1/0.23=4.347826$

$$N=\frac{\log(\gamma-1)-\log(\beta-1)}{\log 2}=\frac{\log 0.0734\,839-\log 0.0250\,64}{\log 2}=1.5518\,11$$

$$\log K=N\log m-\log(\beta-1)=1.5518\,11\times 0.3010\,3-\bar{2}.3990\,504=2.0680\,913 \quad K=116.974$$

$$\log W=\log a+P\log K=0.3891\,661+4.3478\,26\times 2.0680\,913=9.3808\,672 \quad W=2\,403\,680\,000$$

以上の各係數を減水式に代入するときは

$$Q=\frac{2\,403\,680\,000}{(116.974+t^{1.5518\,11})^{4.3478\,26}}$$

兩邊の對數をとれば

$$\log Q=9.3808\,672-4.3478\,26\log(116.974+t^{1.5518\,11}) \cdots\cdots\cdots (L_5')$$

以上の t に種々の値を代入して各流出量を求むれば次の如し。

t (日)	Q (ft³)	t (日)	Q (ft³)	t (日)	Q (ft³)
0	2.4500	5	1.5942	10	0.7711 0
1	2.3610	6	1.3974	11	0.6578 2
2	2.2000	7	1.2146 9	12	0.5599 9
3	2.0063	8	1.0500	13	0.4760 2
4	1.8000	9	0.9011 6		

即ち**附圖第 5** の減水部分に於ける實線となる。

第 6 節　實例その 6（附圖第 6 Sandy 川流出量曲線）

本例の曲線圖は Meyer's Elements of Hydrology の第 205 圖より複寫せるものなり。

增水流出量式を求む。

今增水曲線上に於て $T=5$日, $m=4$日, $n=2$日, の時の各流出量を求め，增水をなし始めたる時の流出量 0.25 ft³ を各流出量より控除するときは

$t=T=5$　の時の流出量　$a'=2.90$　$a=2.90-0.25=2.65$ ft³

$t=m=4$　〃　$b'=2.68$　$b=2.68-0.25=2.43$ 〃

$t=n=2$　〃　$c'=0.45$　$c=0.45-0.25=0.20$ 〃

$\log a=0.4232\,459$

$\log b=0.3856\,063$

$\log c=\bar{1}.3010\,3=-0.6989\,7$

(E) 式により

$$\frac{\log a-\log c}{\log a-\log b}=\frac{0.4232\,459+0.6989\,70}{0.4232\,459-0.3856\,063}=29.8147$$

(E) 式の右邊即ち α が 29.8147 となるべき E の値を試算により求むるに $E=3.2588\,9$ と假定すれば

$(E+1)\log T=4.2588\,9\log 5=2.9768\,363 \quad \therefore \quad T^{E+1}=948.0611$

$E\log(T-n)=3.2588\,9\log 3=1.5548\,858 \quad \therefore \quad (T-n)^E=35.8827\,6$

$E\log(T-m)=3.2588\,9\log 1=0 \quad \therefore \quad (T-m)^E=1.00$

$$\alpha=\frac{2.9768\,224-\log\{948.0611-35.8827\,6(5+3.2588\,9\times 2)\}}{2.9768\,224-\log\{948.0611-\ 1.(5+3.2588\,9\times 4)\}}=29.8152$$

即ち $E=3.2588\,9$ にて可なりと認む，然るときは

$$R=\frac{\log a-\log b}{(E+1)\log T-\log\{T^{E+1}-(T-m)^E(T+Em)\}}=\frac{0.0376\,396}{0.0083\,403}=4.5129\,7$$

$$\log V=\log a-(E+1)R\log T=0.4232\,459-4.5129\,7\times 2.9768\,363=\overline{14}.9888\,73$$

$$\therefore\ V=10^{-14}\times 9.7470\,46$$

以上求めたる各係數の値を増水流出量式に代入するときは

$$Q=10^{-14}\times 9.7470\,46\{948.0611-(5-t)^{3.2588\,9}(5+3.2588\,9t)\}^{4.5129\,7}$$

これ卽ち附圖第 6 の増水曲線に相當する流出量式なり。この式の t に種々なる値を代入して得たる値に 0.25 ft³ を加ふれば求むる各流出量を得。卽ち次の如し。

t(日)	Q (ft³)	$Q+0.25$ (ft³)	t(日)	Q (ft³)	$Q+0.25$ (ft³)	t(日)	Q (ft³)	$Q+0.25$ (ft³)
5	2.650	2.900	3	1.278	1.528	1	0.0019	0.2519
4	2.430	2.680	2	0.200	0.450			

以上の結果を曲線に畫くときは附圖第 6 に於ける増水部分の實線となる。本例は該増水曲線の inflection point が $t=0$ の時に極端に近づきたる實例なり。

次ぎに減水式を求む。

附圖第 6 に於ける減水曲線上に於て $m=2$日 とし各流出量を求むるときは

$t=0$	の時の流出量	$a=2.90$ ft³
$t=m=2$	〃	$b=2.60$ 〃
$t=2m=4$	〃	$c=2.15$ 〃
$t=4m=8$	〃	$d=1.15$ 〃

$\log a=0.4623\,980$

$\log b=0.4149\,733$　　$\log a-\log b=0.0474\,247$

$\log c=0.3324\,385$　　$\log a-\log c=0.1299\,595$

$\log d=0.0606\,978$　　$\log a-\log d=0.4017\,002$

$Z=0.02$ と假定すれば

$\log\beta=Z(\log a-\log b)=0.02\times 0.0474\,247=0.0009\,485$　　$\beta=1.0021\,86$

$\log\delta=Z(\log a-\log d)=0.02\times 0.4017\,002=0.0080\,340$　　$\delta=1.0186\,71$

$\log\gamma=Z(\log a-\log c)=0.02\times 0.1299\,595=0.0025\,992$　　$\gamma=1.0060\,03$

$(\beta-1)(\delta-1)-(\gamma-1)^2=0.0021\,86\times 0.0021\,8671-(0.0060\,03)^2=+0.0000\,0477\,5$

卽ち $Z=0.02$ にて可なりと認む，然るときは

$P=1/Z=1/0.02=50.00$

$$N=\frac{\log(\gamma-1)-\log(\beta-1)}{\log 2}=\frac{\log 0.0060\,03-\log 0.0021\,86}{\log 2}=1.4573\,89$$

$\log K=N\log m-\log(\beta-1)=1.4573\,89\times 0.3010\,3+2.6603\,498=3.0990\,676$　$\therefore\ K=1\,256.225$

$\log W=\log a+P\log K=0.4623\,98+50\times 3.0990\,676=155.4157\,78$　$\therefore\ W=10^{155}\times 2.6048\,21$

以上の各係數を減水式に代入するときは

$$Q=\frac{10^{155}\times 2.6048\,21}{(1\,256.225+t^{1.4573\,89})^{50}}$$

兩邊の對數をとれば

$$\log Q=155.4157\,78-50\log(1\,256.225+t^{1.4573\,89})$$

上式の t に種々の値を代入して各流出量を求むれば，卽ち次表の如し。

t (日)	Q (ft³)	t (日)	Q (ft³)	t (日)	Q (ft³)
0	2.9000	4	2.1500	8	1.1500
2	2.6000	6	1.6977	10	0.9383

以上の結果を曲線に畫くときは**附圖第 6** の減水部分に於ける實驗となる。

第 7 節　實例その 7（附圖第 7 Elk 川流出量曲線）

本例の曲線圖は Meyer's Elements of Hydrology の第 205 圖より複寫せしものなり。

增水流出量式を求む。

今增水曲線上に於て $T=5.5^{日}$，$m=5^{日}$，$n=3^{日}$ の時の各流出量を求め，增水をなし始めたる時の流出量 0.75 ft³ を各流出量より控除するときは，

$t=T=5.5$　の時の流出量　$a'=8.06$ ft³

$t=m=5.0$　〃　$b'=6.00$ 〃

$t=n=3.0$　〃　$c'=1.03$ 〃

$a=8.06-0.75=7.31$　$\log a=0.8639\,174$

$b=6.00-0.75=5.25$　$\log b=0.7201\,593$

$c=1.30-0.75=0.55$　$\log c=\bar{1}.7403\,627=-0.2596\,373$

(E) 式により

$$\frac{\log a-\log c}{\log a-\log b}=\frac{0.8639\,174+0.2596\,373}{0.8639\,174+0.7201\,593}=7.8155\,9$$

(E) 式の右邊卽ち α が 7.8155 9 となるべき E の値を試算により求むるに

$E=1.1616$　と假定すれば

$(E+1)\log T=2.1616\log 5.5=1.6003\,680$　$\therefore$　$T^{E+1}=39.8431\,5$

$E\log(T-n)=1.1616\log 2.5=0.4622\,471$　$\therefore$　$(T-n)^E=2.8989\,9$

$E\log(T-m)=1.1616\log 0.5=\bar{1}.6503\,236$　$\therefore$　$(T-m)^E=0.4470\,17$

$$\alpha=\frac{1.6003\,680-\log\{39.8431\,5-2.8989\,9(5.5+1.1616\times 3)\}}{1.6003\,680-\log\{39.8431\,5-2.8989\,9(5.5+1.1616\times 5)\}}=7.8154\,2$$

卽ち $E=1.1616$ にて可なりと認む，然るときは

$$R=\frac{\log a-\log b}{(E+1)\log T-\log\{T^{E+1}-(T-m)^E(T+Em)\}}=\frac{0.1437\,581}{0.0589\,354}=2.4392\,4$$

$$\log V=\log a-(E+1)R\log T=0.8639\,174-2.4392\,4\times 1.6003\,68=\bar{4}.9602\,358\quad\therefore\quad V=0.0009\,1250\,6$$

以上求めたる各係數の値を增水流出量式に代入するときは

$$Q=0.0009\,1250\,6\{39.8431\,5-(5.5-t)^{1.1616}(5.5+1.1616\,t)\}^{2.4392\,4}$$

これ卽ち**附圖第 7** の增水曲線に相當する流出量式なり。この式の t に種々なる値を代入して得たる値に 0.75 ft³ を加ふれば求むる各流出量を得。卽ち次表の如し。

t (日)	Q (ft³)	$Q+0.75$ (ft³)	t (日)	Q (ft³)	$Q+0.75$ (ft³)	t (日)	Q (ft³)	$Q+0.75$ (ft³)
5.5	7.310	8.060	5	5.250	6.000	3	0.550	1.300

5.4	6.955	7.705	4.5	3.400	4.150	2	0.081	0.831
5.2	6.099	6.849	4	2.036	2.786	1	0.077	0.827

以上の結果を曲線に畫くときは**附圖第 7** に於ける增水部分の實線となる。本例は該增水曲線の inflection point が $t=T$ の時に極端に近づきたる實例なり。次ぎに減水式を求む。

附圖第 7 に於ける減水部分の曲線上に於て $m=2^{日}$ とし各流出量を求むるときは

$t=0$ の時の流出量 $a=8.06\ \mathrm{ft}^3$

$t=m=2$ 〃 $b=5.80$ 〃

$t=2m=4$ 〃 $c=3.40$ 〃

$t=4m=8$ 〃 $d=1.60$ 〃

$\log a=0.9063\,35$

$\log b=0.7634\,28$ $\log a-\log b=0.1429\,07$

$\log c=0.5314\,789$ $\log a-\log c=0.3748\,561$

$\log d=0.2041\,200$ $\log a-\log d=0.7022\,15$

$Z=1.7636\,2$ と假定すれば

$\log\beta=Z(\log a-\log b)=1.7636\,2\times0.1429\,07=0.2520\,336$ $\beta=1.7866\,26$

$\log\delta=Z(\log a-\log d)=1.7636\,2\times0.7022\,15=1.2384\,404$ $\delta=17.3157\,1$

$\log\gamma=Z(\log a-\log c)=1.7636\,2\times0.3748\,56=0.6611\,035$ $\gamma=4.5825\,11$

$(\beta-1)(\delta-1)-(\gamma-1)^2=0.7866\,26\times16.3157\,1-(3.5825\,11)^2=-0.0000\,26$

即ち $Z=1.7636\,2$ にて可なりと認む，然るときは

$P=1/Z+1/1.7636\,2=0.5670\,15$

$$N=\frac{\log(\gamma-1)-\log(\beta-1)}{\log 2}=\frac{\log 3.5825\,11-\log 0.7866\,26}{\log 2}=2.1872\,17$$

$\log K=N\log m-\log(\beta-1)=2.1872\,17\times0.3010\,3+0.1042\,317=0.7626\,496$ $K=5.7896\,13$

$\log W=\log a+P\log K=0.9063\,35+0.5670\,15\times0.7626\,496=1.3387\,688$ $W=21.8156\,85$

以上の各係數を減水式に代入するときは

$$Q=\frac{W}{(K+t^N)^P}=\frac{21.8156\,85}{(5.7896\,13+t^{2.1872\,17})^{0.5670\,15}}$$

兩邊の對數をとれば

$$\log Q=1.3387\,688-0.5670\,15\log(5.7896\,13+t^{2.1872\,16})$$

上式の t に種々の値を代入して各流出量を求むれば，次の如し。

t (日)	Q (ft³)	t (日)	Q (ft³)	t (日)	Q (ft³)
0	8.060	3.5	3.853	9.5	1.306
1	7.363	4.0	3.400	11.5	1.038
1.5	6.608	5.5	2.4463	13.5	0.855
2.0	5.800	6.5	2.031		
2.5	5.049	8.0	1.600		

以上の結果を曲線に畫くときは**附圖第 7** の減水部分に於ける實線となる。

第5章　水　位　式

第1節　水位公式

流出量を求めたる如く，時間に對する一般式を求め，而して河川の或る地點に於て觀測せる水位を圖上に表はしたる水位曲線により，一般式の係數の値を決定して該曲線に相當する水位式を求めんとす。今一般河川に於ける流速を v とし，水面勾配を S とし一般係數を C とし，水理深を M とすれば，

$$v=C\sqrt{MS}$$

河川の或る地點に於ける水面勾配 S の値は一般に低水量より增水をなし始むるに從ひ漸次增大し，その最大流出量より減少するに從ひ減少す，即ち水深が增加するに從ひ S の値も亦增加し，水深が減少するに從ひ S の値も亦減少すること明かなり，尙水面勾配は低水位の時に於ても洪水位の時に於ても河底の勾配に準據することは勿論なり，故に水深 H とし，s を河底の勾配とし，l 及び k_1 を係數とすれば，河川の或る地點に於ける水面勾配は $S=k_1sH^l$ となすを得べし，而して同一河川と雖も箇所を異にするときは河底の勾配 s の値も亦變化するものなるも，或る特定の地點に就ては一定せるを以て s も亦係數と見做すを得べし，然るときは $k_1s=k$ とし，$S=kH^l$ となる。勿論上述の水深と水面勾配との關係は河狀比較的整正なる箇所に於てのみ成立するものにして，川幅甚だしく不均一をなし，又は河床の勾配階段的に急激なる變化をなし，或は橋脚，用水取入口の堰堤若しくは海潮等により back water の影響を受け，その他流心著しく彎曲せる等の箇所に於ては上式の關係は成立せざるべし，然れども流出量を觀測するに就ては河幅，斷面形，流心等比較的均一にして整正なる且つ工作物，その他の影響を受けざる地點を能ふ限り撰定するが故に，斯の如き箇所を條件とする範圍に於ては上式を適用し得るものとす。而して增水の場合と減水の場合とは相等しき水深に對し S の値は必ずしも相等しからず，從つて k 及び l の値も亦增水の場合と減水の場合とにより相違すべき理なり，故に

増水の場合の水面勾配　　$S_1=k_1H^{l_1}$

減水の場合の水面勾配　　$S_2=k_2H^{l_2}$

尙水理深 M に就ても亦上述の如き河狀比較的整正なる箇所を限定するときは l を係數とし，$M=lH$ となすを得べし。然るときは

増水の場合の流速　　$v'=C\sqrt{lHk_1H^{l_1}}=C\sqrt{lk_1}\,H^{\frac{l_1+1}{2}}$

減水の場合の流速　　$v''=C\sqrt{lHk_2H^{l_2}}=C\sqrt{lk_2}\,H^{\frac{l_2+1}{2}}$

今河川の或る地點に於ける河幅を b とすれば，b と水深 H との關係は一般に次式にて表はすことを得べし。

$$b^n=jH$$

n 及び j は係數にして，若し

$n=1$ なる時は河川の横斷面は三角形となり

$n=2$　〃　〃　拋物線形となり

$n=\infty$　〃　〃　四角形となる。

然る時は　$b=j^{\frac{1}{n}}H^{\frac{1}{n}}$　なるが故に，河積 a は，

$$a=\int_0^H 2b\,dH=2j^{\frac{1}{n}}\int_0^H H^{\frac{1}{n}}dH=\frac{2n}{n+1}j^{\frac{1}{n}}H^{\frac{1}{n}+1}$$

今增水の場合の流出量を Q' とし，減水の場合の流出量を Q'' とすれば

$$Q'=av'=\frac{2n}{n+1}j^{\frac{1}{n}}H^{\frac{n+1}{n}}C\sqrt{lk_1}H^{\frac{l_1+1}{2}}=\frac{2n}{n+1}j^{\frac{1}{n}}C\sqrt{lk_1}H^{\frac{n+1}{n}+\frac{l_1+1}{2}}$$

$$Q''=av''=\frac{2n}{n+1}j^{\frac{1}{n}}H^{\frac{n+1}{n}}C\sqrt{lk_2}H^{\frac{l_2+1}{2}}=\frac{2n}{n+1}j^{\frac{1}{n}}C\sqrt{lk_2}H^{\frac{n+1}{n}+\frac{l_2+1}{2}}$$

係數を簡單にするために

$$2n/(n+1)j^{\frac{1}{n}}C\sqrt{lk_1}=B' \qquad (n+1)/n+(l_1+1)/2=R'$$

$$2n/(n+1)\ j^{\frac{1}{n}}C\sqrt{lk_2}=B'' \qquad (n+1)/n+(l_2+1)/2=R''$$

とすれば

$$Q'=B'H^{R'} \quad \cdots\cdots(1)$$

$$Q''=B''H^{R''} \quad \cdots\cdots(2)$$

而して第2章第2節及び第3節により

$$Q'=V\{T^{E+1}-(T-t)^E(T+Et)\}^R \quad \cdots\cdots(1')$$

$$Q''=\frac{W}{(K+t^N)^P} \quad \cdots\cdots(2')$$

然るときは增水の場合に於ては (1) 式と (1′) 式とにより

$$B'H^{R'}=V\{T^{E+1}-(T-t)^E(T+Et)\}^R$$

$$H=(V/B')^{\frac{1}{R'}}\{T^{E+1}-(T-t)^E(T+Et)\}^{\frac{R}{R'}}$$

係數を簡單にする爲に

$$(V/B')^{\frac{1}{R'}}=V_1 \qquad R/R'=R_1 \qquad \text{とすれば}$$

$$H=V_1\{T^{E+1}-(T-t)^E(T+Et)\}^{R_1} \quad \cdots\cdots(\mathrm{Hi})$$

上式は增水の場合に於ける時間に對する水位を表はす式にして,觀測せる水位曲線圖により係數の値を求むるときは該曲線に相當する水位式を求むることを得。

而してこれ等係數の値を求むる場合に於て,時間 t の單位は流出量式の係數の値を求むる場合になしたる如く,秒單位とせず時間單位として係數の値を決定しをくときは,該水位式の t を時間單位にて算出することにより H の値を得ること明かなり,然れども dH/dt の値を求むる場合(後節に於て)の係數は總べて t を秒單位として得たる係數の値にて表はさるべきなり。

次に減水の場合に於ては (2) 式と (2′) 式とにより

$$B''H^{R''}=\frac{W}{(K+t^N)^P} \qquad H=\frac{(W/B'')^{\frac{1}{R''}}}{(K+t^N)^{\frac{P}{R''}}}$$

簡單にする爲に　$(W/B'')^{\frac{1}{R''}}=W_1$,　$P/R''=P_1$　とすれば

$$H=\frac{W_1}{(K+t^N)^{P_1}} \quad \cdots\cdots(\mathrm{Hd})$$

即ち減水の場合に於ても流出量式を求めたる後に於ては N 及び K なる係數の値は既に知り得たるを以て,W_1 及び P_1 なる 2 個の係數を水位曲線圖より算出することにより水位式を得ること明かなり。尙求むる水位式中の t を時間單位として係數を算出し置くときは,時間に對する水位を算出する場合に於て秒單位として算出するより

も簡單にして便利なり，然れども dH/dt の値を求むる場合の係數は t を秒單位として算出せざる可らざること前述の如し。

第2節 水位公式實例

第 4 章第 2 節實例その 2 の場合の流出量に相當する水位曲線即ち附圖第 9 の水位曲線に相當する水位式を求めんとす。t なる時間に就ては秒單位とす，先づ増水の場合の水位式は

$$H=V_1\{T^{E+1}-(T-t)^E(T+Et)\}^{R_1}$$

上式中の T は秒單位の場合には次の値となる。

$$T=29\times 3\,600=104\,400$$

次ぎに E は第2章第1節により

$$\frac{\log a-\log c}{\log a-\log b}=\frac{(E+1)\log T-\log\{T^{E+1}-(T-n)^E(T+En)\}}{(E+1)\log T-\log\{T^{E+1}-(T-m)^E(T+En)\}}\quad\text{(E)}$$

上式左邊の値は時間に關係せず，右邊は分母，分子共に各項に時間の項を含有するが故に秒單位とするも時間單位とするも其の値相等し。即ち E なる値は時間單位とするも，秒單位とするも其の値同じなり。尙 E の價は流出量式の場合も水位式の場合もその値相等しきを以て第 4 章第 2 節實例共の 2 により

$$E=2.1133$$

以上 T 及び E の値を水位式に代入するときは

$$H=V_1\{104\,400^{3.1133}-(104\,400-t)^{2.1133}(104\,400+2.1133t)\}^{R_1}\quad\text{(1)}$$

附圖第 9 の曲線上に於て $t=T$ の時と，$t=21$ の時の水位を測定し，増水をなし始めたる時の水位 8.2 尺を控除して考ふるときは

$t=T=104\,400$ のとき $H=20.5-8.2=12.3$ 尺

$t=21\times 3\,600=75\,600$ のとき $H=17.2-8.2=9.0$ 尺

これ等 t 及 H の値を (1) 式に代入するときは

$t=T=104\,400$ の場合

$$H=V_1\{104\,400^{3.1133}\}^{R_1}$$

$$\log\zeta=3.1133\log 104\,400=3.1133\times 5.0187\,005=15.6247\,203\qquad\therefore\ \zeta=10^{15}\times 4.2142\,5$$

$$\therefore\qquad H=V_1\{10^{15}\times 4.2142\,5\}^{R_1}$$

$t=21\times 3\,600=75\,600$ の場合

$$H=V_1\{10^{15}\times 4.2142\,5-(104\,400-75\,600)^{2.1133}(104\,400+2.1133\times 75\,600)\}^{R_1}$$

$$\log\zeta=2.1133\log(104\,400-75\,600)=9.4240\,342\qquad\therefore\ \zeta=10^9\times 2.6548\,15$$

$$\therefore\ H=V_1\{10^{15}\times 4.2142\,5-10^9\times 2.6548\,15\times 264\,165\}^{R_1}$$

即ち次の 2 式を得。

$$12.3=V_1\{10^{15}\times 4.2142\,5\}^{R_1}\quad\text{(i)}$$

$$9.0=V_1\{10^{15}\times 3.5144\,1\}^{R_1}\quad\text{(ii)}$$

兩式より

$$\frac{12.3}{9.0}=\left[\frac{V_1\cdot 10^{15}\times 4.2142\,5}{V_1\cdot 10^{15}\times 3.5144\,1}\right]^{R_1}=(1.1991\,37)^{R_1}$$

$$R_1=\frac{\log 12.3-\log 9.0}{\log 1.1991\,37}=1.7201$$

この値を (i) 式に代入して V_1 を求むれば

$$12.3=V_1\{10^{15}\times 4.2142\,5\}^{1.7201}$$

$$\log\zeta=1.7201\log\{10^{15}\times 4.2142\,5\}=26.8760\,814 \qquad \therefore\ \zeta=10^{26}\times 7.5176\,38$$

$$\therefore\ 12.3=V_1\times 10^{26}\times 7.5176\,38$$

$$\therefore\ V_1=\frac{12.3}{10^{26}\times 7.5176\,38}=10^{-26}\times 1.6361\,5$$

以上求めたる R_1 及び V_1 の値を (1) 式に代入するときは t を秒単位とせる増水位式を得, 即ち

$$H=10^{-26}\times 1.6361\,5\{10^{15}\times 4.2142\,5-(104\,400-t)^{2.1133}(104\,400+2.1133\,t\}^{1.7201} \cdots\cdots(2)$$

若し t を時間單位とするときは同様の方法により

$$12.3=V_1\{29^{3.1133}\}^{R_1}=V_1\{35\,718\}^{R_1}\cdots\cdots(iii)$$

$$9.0=V_1\{35\,718-8^{2.1133}(29+2.1133\times 21)\}^{R_1}$$

$$=V_1\{35\,718-5\,931.583\}^{R_1}=V_1\{29\,786.417\}^{R_1}\cdots\cdots(iv)$$

兩式より

$$\frac{12.3}{9.0}=\frac{V_1\times(35\,718)^{R_1}}{V_1\times(29\,786.417)^{R_1}}=(1.1991\,37)^{R_1}$$

$$R_1=\frac{\log 12.3-\log 9.0}{\log 1.1991\,37}=1.7201$$

この値を (iii) 式に代入して V_1 を求むれば

$$12.3=V_1\{35\,718\}^{1.7201}=V_1\times 10^7\times 6.7829\,89$$

$$V_1=\frac{12.3}{10^7\times 6.7829\,89}=10^{-7}\times 1.8133\,5$$

以上求めたる R_1 及び V_1 の値を (1) 式に代入するときは t を時間單位とせる增水式を得。即ち

$$H=10^{-7}\times 1.8133\,5\{35\,718-(29-t)^{2.1133}(29+2.1133\,t)^{1.7201}\cdots\cdots(3)$$

上式を用ひて適宜の時間に對する水位を求むる時は次の如し。

$$\log\zeta=1.7201\log 35\,718=7.8314\,211 \qquad \zeta=10^7\times 6.7830$$

$$H=10^{-7}\times 1.8133\,5\times 10^7\times 6.7830=12.30 \qquad H'=12.3+8.2=20.5\ \text{尺}$$

同様にして t の夫々の値に對する H の値を求むれば次表の如し。

t (時間)	H(尺)	$H+8.2$(尺)	t (時間)	H(尺)	$H+8.2$(尺)	t (時間)	H (尺)	$H+8.2$(尺)
29	12.300	20.500	20	8.248	16.448	10	1.486	9.686
28	12.248	20.448	18	6.693	14.893	8	0.7703	8.9703
26	11.797	19.997	16	5.159	13.359	6	0.320	8.520
24	10.918	19.118	14	3.713	11.913	4	0.090	8.290
22	9.689	17.889	12	2.478	10.678			

最初係數を求むる場合に採用せし時間に對する水位と以上求め得し時間に對する水位とにより曲線を畫くときは附圖第 9 に於ける增水部分の實線となり, 水位式の適當なることを知る。

次ぎに減水の場合の水位式を求むるに, 減水位式は

$$H=\frac{W_1}{(K+t^N)^{P_1}}$$

第 3 章第 2 節に於ける N を求むる式

$$N=\frac{\log(\gamma-1)-\log(\beta-1)}{\log 2}$$

は時間 t の項を含まざるを以て N の値は第 4 章第 2 節實例その 2 より

$$N=1.5599\,91$$

K を求むるには第 4 章第 2 節實例その 2 より

$$\log K=N\log m-\log(\beta-1)=1.5599\,91\log 14\times 3\,600-\bar{1}.6611\,025=7.6746\,468$$

$$\therefore\ K=47\,276\,700$$

これ等 N 及び K の値を減水公式に代入すれば

$$H=\frac{W_1}{(47\,276\,700+t^{1.5599\,91})^{P_1}}\quad\cdots\cdots(4)$$

次ぎに附圖第 9 の減水部分の曲線より

$t=0$　　のとき　$H=20.5$ 尺

$t=14\times 3\,600$ 秒　のとき　$H=17.1$ 尺

$$20.5=\frac{W_1}{(47\,276\,700)^{P_1}}\quad\cdots\cdots(\mathrm{v})$$

$$17.1=\frac{W_1}{\{47\,276\,700+(14\times 3\,600)^{1.5599\,91}\}}\quad\cdots\cdots(\mathrm{vi})$$

兩式より P_1 の値を求むれば

$$P_1=\frac{\log 1.1988\,3}{\log(47\,276\,700+21\,664\,530)-\log 47\,276\,700}=0.4807\,23$$

次ぎに P_1 の値を (V) 式に代入するときは

$$\log W_1=\log 20.5+P_1\log 47\,276\,700=5.0011\,255\qquad\therefore\ W_1=100\,259.5$$

以上 P_1 及び W_1 の値を (4) 式に代入するときは，t を秒單位とせる減水位式を得

$$H=\frac{100\,259.5}{(47\,276\,700+t^{1.5599\,91})^{0.4807\,22}}\quad\cdots\cdots(5)$$

若し時間單位として計算するときは第 4 章第 2 節その 2 により　$N=1.5599\,91$　$K=133.9204$　なり

$$\therefore\ H=\frac{W_1}{(133.9204+t^{1.5599\,91})^{P_1}}\quad\cdots\cdots(6)$$

附圖第 9 の減水部分に於ける曲線圖により $t=0$ のとき $H=20.5$ にして $t=14$ のとき $H=17.1$ なり。これ等の値を上式に代入して

$$20.5=\frac{W_1}{(133.9204)^{P_1}}\quad\cdots\cdots(\mathrm{vii})$$

$$17.1=\frac{W_1}{\{133.9204+14^{1.5599\,91}\}^{P_1}}\quad\cdots\cdots(\mathrm{viii})$$

の兩式より

$$P_1=\frac{\log 1.1988\,3}{\log(133.9204+14^{1.5599\,91})-\log 133.9204}=0.4807\,22$$

次に上式と (vii) 式とより　$W_1=215\,862$

これ等 P_1 及び W_1 の値を (6) 式に代入するときは減水の場合の水位式を得。

$$H=\frac{215.862}{(133.9204+t^{1.559991})^{0.480722}} \quad \cdots\cdots(7)$$

時間に對する各水位を算出するに便利の爲，兩邊の對數を採るときは，

$$\log H=2.334176-0.480722\log(133.9204+t^{1.559991}) \quad \cdots\cdots(7')$$

上式を用ひて適宜の時間に對する水位を求むるときは次の如し。

t (時間)	H (尺)	t (時間)	H (尺)	t (時間)	H (尺)
0	20.5000	14	17.1000	40	11.3000
5	19.6512	20	15.4570	56	9.4715
10	18.2670	28	13.5916		

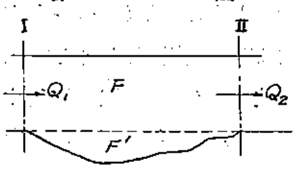
最初係數を求むる場合に採用せし時間 $t=0$，及び $t=14$ に對する水位と以上求めたる時間に對する水位とにより曲線を畫くときは附圖第 9 に於ける減水部分の實線となり，水位式の適當なることを知る。

第 6 章　應　用

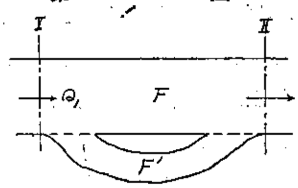
第 1 節　河川の遊水池が流出量に及ぼす關係

第 8 圖若しくは第 9 圖に示すが如く河川の一部に遊水池ありてその面積を F' とし，その上下流に於ける I 及び II なる兩地點間の河敷の面積を F とし，尙 I 及び II なる地點に於ける流出量並にこれ等に相當する水

第　8　圖



第　9　圖



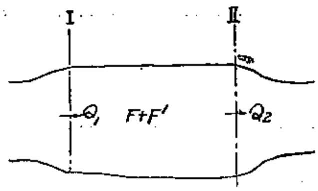
位を夫々 Q_1，H_1 及び Q_2，H_2 とす，然るときは Q_1 なる流出量が遊水池の面積 F' なる面積に比し大なる場合と小なる場合とにより自ら異りたる關係を生ず。

(a)　遊水池の流入口が F' に比し大にして遊水池内の水位が河敷內の水位と同樣に變化するものと考へ得る場合

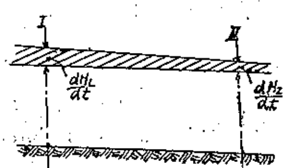
この場合に於て遊水池內の水位の上昇若しくは下降の速力は河敷內の水位の上昇若しくは下降の速力に等し，又 I なる地點に於ける水位昇降の速力は第 11 圖に示すが如く dH_1/dt にして，II なる地點に於ける水位昇降の速力は dH_2/dt なり。今若し $(F+F')$ なる面積の形狀が第 10 圖に示すが如く大體に於て河幅が均一なる場合に於て Q_1 なる流出量が I なる地點より II なる地點に到達するに要する時間を省略して考ふる時は次式の關係あり。

$$Q_2=Q_1-(F+F')\frac{1}{2}\left(\frac{dH_1}{dt}+\frac{dH_2}{dt}\right) \quad \cdots\cdots(1)$$

第　10　圖

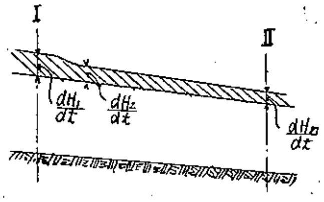


第　11　圖



上式は河幅が大體に於て均一なる時にして，即ち第 11 圖に見るが如く dH_1/dt と dH_2/dt との平均に $(F+F')$ を乘じたるものが遊水量となるものなれども，第 8 圖若しくは第 9 圖の如く川幅が均一ならざる場合には水位の昇降速力は第 12 圖に示す dH_2/dt の如き遊水池に流入する附近に於ける水位昇降の速度は急に減少 (dH_2/dt の符號に關せずその數量のみの減少なり) するを以て dH_1/dt と dH_2/dt との平均に $(F+F')$ を乘じたるものを遊水量となすは精確ならず，故にこの場合に於ては I なる地點と II なる地點との間を川敷と遊水池とに關せず各々等分の面積に川を横斷して $n-1$ の部分に等分し，各横斷地點に於て水位を觀測し，各々水位式を求むるときは次式を成立す。

第　12　圖



$$Q_2=Q_1-\frac{f_1}{2}\left(\frac{dH_1}{dt}-\frac{dH_2}{dt}\right)-\frac{f_2}{2}\left(\frac{dH_2}{dt}+\frac{dH_3}{dt}\right)-\frac{f_3}{2}\left(\frac{dH_3}{dt}+\frac{dH_4}{dt}\right)\cdots\cdots\frac{f_{n-1}}{2}\left(\frac{dH_{n-1}}{dt}+\frac{dH_n}{dt}\right)$$

而して $f_1, f_2, f_3, \cdots f_{n-1}$ 等は各等分に區別されたる面積なるを以てこれを f とすれば

$$Q_2=Q_1-\frac{f}{2}\left(\frac{dH_1}{dt}+2\frac{dH_2}{dt}+2\frac{dH_3}{dt}+\cdots\cdots+2\frac{dH_{n-1}}{dt}-\frac{dH_n}{dt}\right)$$

尙 $f=(F+F')/(n-1)$ なるが故に

$$Q_2=Q_1-\frac{F+F'}{n-1}\left(\frac{1}{2}\frac{dH_1}{dt}+\frac{dH_2}{dt}+\frac{dH_3}{dt}+\cdots\cdots+\frac{1}{2}\frac{dH_n}{dt}\right)$$

即ち上式は I なる地點と II なる地點との中間に於ける dH/dt の項を (1) 式よりも $(n-2)$ 項だけ增加して平均するが故に一層精確なるべきなり，然れども斯くては Q_2 の右邊の式は極めて複雜なる式となり，その算出の勞力容易ならず，且つ dH/dt なる各項は 1 秒間に於ける水位昇降の速度にして極めて僅少なる値なるを以て上式の如く多數項の平均と (1) 式の如く 2 項の平均とは大差なきものとなすことを得べし。然るときは第 8 圖若しくは第 9 圖の如く川幅均一ならざる時に於ても approximately に (1) 式を用ふることを得べし。

第 8 圖若しくは第 9 圖に於ける遊水池を堤防により點線の如く締め切りたるものとす，この場合に I なる地點の Q_1 が II なる地點に於て Q_2' となり，且つ Q_2' に相當する水位を H_2' とすれば (1) 式同樣に次の關係あり。

$$Q_2'=Q_1-F\frac{1}{2}\left(\frac{dH_1}{dt}+\frac{dH_2'}{dt}\right)\cdots\cdots(2)$$

H_1 及び H_2 なる水位曲線は遊水池を締め切る以前のものなるを以て觀測により實際の水位を得るも H_2' なる水位曲線は遊水池を締め切りたる後にあらざればこれを得ること能はず，然れども實際の場合に於て $1/2(dH_1/dt+dH_2/dt)$ の値と $1/2(dH_1/dt+dH_2'/dt)$ の値とは何れも僅少なるべきを以て兩者の差は以上に尙僅少なり，即ち

$$1/2(dH_1/dt+dH_2/dt)=1/2(dH_1/dt+dH_2'/dt)$$

とするも實用上差支へなきものとす，然るとき (2) 式は

$$Q_2'=Q_1-\frac{F}{2}+\left(\frac{dH_1}{dt}+\frac{dH_2}{dt}\right)\cdots\cdots(3)$$

(1) 式を書き替へて

$$Q_1=Q_2+\frac{F+F'}{2}\left(\frac{dH_1}{dt}+\frac{dH_2}{dt}\right)\cdots\cdots(4)$$

(4) 式の右邊を (3) 式の Q_1 に代入し各項を整理すれば

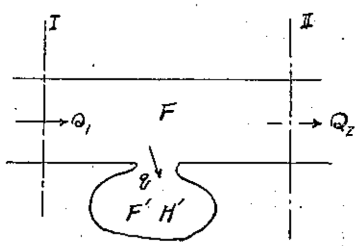
$$Q_2'=Q_2+\frac{F'}{2}\left(\frac{dH_1}{dt}+\frac{dH_2}{dt}\right) \cdots\cdots(5)$$

II なる地點に於ける流出量 Q_2 の式又は I 及び II なる地點に於ける H_1 及び H_2 なる水位式を求め得ることは既に述べたる處なるを以て，F' なる面積を有する遊水池を締め切りたる場合の Q_2' の式は (5) 式によりて求め得ること明かなり。

(b) 遊水池の流出入口が F' なる面積に比し小にして遊水池内の水位が川敷内の水位と同様に變化せざる場合

この場合に於ては遊水池内の水位の變化と川敷内の水位の變化とは相等しからざるが故に，遊水池の遊水量と川敷内の遊水量とは各別に取扱はざる可からず，今第 13 圖に於て遊水池に流入する水量を q とし，遊水池内の水位を H' とすれば，

第 13 圖



$$Q_2=Q_1-\frac{F}{2}\left(\frac{dH_1}{dt}+\frac{dH_2}{dt}\right)-q$$

$$q=F'dH'/dt$$

$$\therefore\quad Q_2=Q_1-F\left(\frac{dH_1}{dt}+\frac{dH_2}{dt}\right)-F'\frac{dH'}{dt}$$

即ち Q_2 の式が複雜となり取扱ひ困難となる，且つ實際に於て (b) の場合は稀にして一般に (a) の場合のみに就ての應用問題を後節に於て述べんとす。

第 2 節　應用問題

木曾川筋岐阜縣羽島郡川島村地先（附圖第 10）の河幅擴大せる箇所に於て最大洪水量を流下せしむるに必要なる河敷のみを水路となし，その兩岸に新堤を築設し，而して他の遊水池の役目をなせる河敷を水路より締切りたるものとす，然るときは例へば第 4 章第 2 節實例その 2 に示したるが如き流出量式及びその曲線は如何なる流出量式及びその曲線となるや，以下その計算法に就て述べんとす。

附圖第 10 に於て松本地先を I なる地點とし，笠松地先を II なる地點とす。而して或る時間に於ける I なる地點の水位を H_1 とし，II なる地點の水位及び流出量を H_2, Q_2 とし，尚締め切りたる遊水池の面積を F' とし，締め切りたる以後の流出量を Q_2' とすれば第 6 章第 1 節 (5) 式により次の關係あり，

$$Q_2'=Q_2+\frac{F'}{2}\left(\frac{dH_1}{dt}+\frac{dH_2}{dt}\right) \cdots\cdots(1)$$

この場合單に Q_2' なる流出量の曲線のみを求むるものとすれば圖式にて上式 (1) 式を用ひて求むることを得べし。即ち今 I 及び II なる地點に於ける兩水位曲線の圖上に於て dH_1/dt 及び dH_2/dt の夫々の値を求めこれ等兩者の平均値に F' の値を乘じたる値に Q_2 の値を加ふれば求むる Q_2' の値を得べし，茲に注意すべきことは既に述べたる如く流出量が I なる地點より II なる地點に到達するに要する時間を省略して考へたる結果 (1) 式を成立せるものなるを以て II なる地點の最高水位の時と I なる地點の最高水位の時とを同時刻となすべきなり，即ち II なる地點に於ける最高水位の時より 1 時間前の dH_2/dt の値をとりたる時は I なる地點に於ける最高水位の時より 1 時間前の dH_1/dt の値を採るべきなり，同様に II なる地點に於ける最高水位の時より 2 時間前の dH_2/dt の値をとりたる時は I なる地點に於ける最高水位の時より 2 時間前の dH_1/dt の値を採るべきなり。

斯くして各時間に於ける Q_2' の値を算出すれば Q_2' に相當する流出量曲線を畫くことを得べし，然れども dH_2/dt 及び dH_1/dt の値を圖上にて求むることは各時間に於ける曲線上の切線を定規により求むるものなるを以

てその不正確なることは勿論なるのみならず，且つ F' なる非常に大なる値との積は其の誤差も亦非常に大となり，而して得たる結果に甚だ不安を感ぜしむるが故にその正鵠を期せんが為，毎時間毎に算出せざる可らざるの煩を避くること能はず。

然れども (1) 式に於ける Q_2, dH_1/dt, dH_2/dt なる夫々の式を算出することにより得たる Q_2' の値は圖上にて夫々の値を求めて得たる Q_2' の値より遙かに正確なるのみならずこれ等の結果により Q_2' の値に相當する流出量式を求め得たる後は毎時間に對する Q_2' の値の算出をなさずして流出量曲線を畫き得ることは明かにして且つ簡便法なりとす。次にその方法を説明せんに先づ Q_2' (遊水池を新堤防により締め切りたる場合の流出量) の増水式を求めんには Q_2' の最大流出量及び Q_2' が増水をなし始めたる時より最大流出量の時に至る迄の時間即ち T の値を求むるを要す。

これ等 Q_2' の最大値及び T の値を求むるには $dQ_2'/dt=0$ と置きて得たる t の値が d^2Q_2'/dt^2 の値を負ならしむる t の値が即ち T にして，Q_2' の式に T の値を代入して得たる Q_2' の値が最大流出量となるべきなり，然れども Q_2' の式は非常に複雑なる爲に $dQ_2'/dt=0$ とおきて代數的に t の値を求むること能はざるが故に Q_2' 式 [(1) 式] 中の t の値に或る適當なる時間を代入して得たる數個の Q_2' の値を曲線圖にて表はし圖上にてその最大流出量及び T の値を求めんとす。

(1) 式中 II なる地點の流出量 Q の式は第 4章第 2 節實例その 2 により

$$Q=V\{T^{E+1}-(T-t)^E(T+Et)\}^R=10^{-6}\times 1.9329\,5\{35\,718-(29-t)^{2.1133}(29+2.1133t)\}^{2.3859\,6}\cdots(2)$$

にして (2) 式の値に増水をなし始めたる時の流出量 27 000 尺^3 を加へたるものが流出量 Q_2 となる。而して本例にては實例その 2 に於て説明せる如く，II なる地點に於ては増水をなし始めてより最大流出量に達する迄の時間 T は，29 時間にしてその時の最大流出量 Q_2 は 168 000 尺^3 なることを知る。次ぎに dH_2/dt なる式を求むるに II なる地點の水位式は第 5 章第 2 節の (2) 式即ち

$$H_2=V_1\{T^{E+1}-(T-t)^E(T+Et)\}^{R_1}=10^{-26}\times 1.6361\,5\{10^{15}\times 4.2142\,5$$
$$-(104\,400-t)^{2.1133}(104\,400+2.1133t)\}^{1.7201}\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

なるを以て dH_2/dt の値は

$$dH_2/dt=V_1R_1E(E+1)\{T^{E+1}T^{E+1}-(T-t)^E(T+Et)\}^{R_1-1}(T-t)^{E-1}t$$
$$=10^{-26}\times 1.6361\,5\times 1.7201\times 3.1133\{10^{15}\times 4.2142\,5-(104\,400-t)^{2.1133}\times(104\,400+2.1133t)\}^{0.7201}(104\,400-t)^{1.1133}t$$
$$=10^{-26}\times 18.5165\,04\{10^{15}\times 4.2142\,5-(104\,400-t)^{2.1133}(104\,400+2.1133t)\}^{0.7201}(104\,400-t)^{1.1133}t\cdots\cdots\cdots(4)$$

次ぎに dH_1/dt の式を求めんとす。然るに I なる地點は從來より松本量水標として水位觀測の箇所なりしが，不幸にして水位觀測の記錄を見出し得ざるを以て，已むを得ず II なる地點に於ける水位曲線を代用せんとす。勿論 I なる地點と II なる地點とに於ける兩水位曲線は必ず相違せるを以てこの計算の結果は參考とすべきにあらざるも，この場合に於ては單に算出方法に就て述べんとす。今 II なる地點の水位曲線を I るな地點の水位曲線に代用するものとすれば，(1) 式は次の如く簡單となる

$$Q_2'=Q_2+\frac{F'}{2}\left(2\frac{dH_2}{dt}\right)=Q_2+F'\cdot\frac{dH_2}{dt}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

然る時は本例に於ける計算をなし，先づ (5) 式中の Q_2 の値を (2) 式より求め，次に dH_2/dt の値を (4) 式より求め，更に今，附圖第 10 に於て河敷以外の他の遊水池面積 F' を求積器によりて求むれば $F'=80\,000\,000$ 尺^2 を得，以上求め得たる Q_2, dH_2/dt 及び F' の値を (5) 式に代入して Q_2' の値を求め，表示すれば次の如し，

t	Q_2	dH_2/dt	Q_2'
29.0	168 000	0	168 000
28.5	167 808	0.0000 1425 55	168 948
28.0	167 174	0.0000 3025 79	169 595
27.5	166 077	0.0000 4656 15	169 800
27.0	164 521	0.0000 6275 90	169 542
26.0	160.077	0.0000 9629 08	167 780

即ち增水をなし始めてより最大流出量に達する迄の時間 T は 27.5 時間にしてその時の最大流出量 Q_2' は 169 800 尺^3 なるを知る。この値を a' と置き，$t=m=23.5$ の時と，$t=n=18.5$ の時の各流出量 Q_2' を上記の方法により (5) 式より求めて各 b' 及び c' と置けばそれより以後の計算は實例その 2 に於て述べたるものと全く同一の方法により Q_2' の增水流出量式を求め得べし。

增水流出量式を求む。

先づ t の夫々の値に對する Q_2' の値を求むるには (2) 式より Q_2 を求め (4) 式より dH_2/dt を求めたる後 Q_2' を求むれば可なり。而してその結果は次の如し。

t (時間)	Q_2 (尺^3)	dH_2/dt	Q_2' (尺^3)
23.5	142 317	0.0001 5974 03	155 100
18.5	92 605	0.0002 1790 11	110 040

即ち　$t=T=27.5$ の時の流出量 $Q_2'=a'=169\,800$ 尺^3

$t=m=23.5$ 〃 〃 $Q_2'=b'=155\,100$ 〃

$t=n=18.5$ 〃 〃 $Q_2'=c'=110\,040$ 〃

この値より增水をなし始めたる時の流出量 27 000 尺^3 を控除して

$a=169\,800-27\,000=142\,800$　　$\log a=5.1547\,282$

$b=155\,100-27\,000=128\,100$　　$\log b=5.1075\,491$

$c=110\,040-27\,000=\ 83\,040$　　$\log c=4.9192\,873$

(E) 式により

$$\frac{\log a-\lgg c}{\log a-\log b}=\frac{5.1547\,282-4.9192\,873}{5.1547\,282-5.1075\,491}=\frac{0.2354\,409}{0.0471\,791}=4.9903\,6$$

(E) 式の右邊即ち α が 4.9903 6 となる可き E の値を試算により求むるに $E=2.026$ と假定すれば

$$(E+1)\log T=3.026\log 27.5=3.026\times1.4393\,327=4.3554\,208\quad\therefore\quad T^{E+1}=22\,668$$

$$E\log(T-n)=2.026\log\ 9\ =2.026\times0.9542\,425=2.1039\,139\quad\therefore\quad (T-n)^E=85.762$$

$$E\log(T-m)=2.026\log\ 4\ =2.026\times0.6020\,6\ =1.3274\,219\quad\therefore\quad (T-m)^E=21.253$$

$$\alpha=\frac{4.3554\,208-\log\{22\,668-85.762(27.5+2.026\times18.5)\}}{4.3554\,208-\log\{22\,668-21.253(27.5+2.026\times23.5)\}}=0.4989\,72$$

即ち E は 2.026 にて可なりと認む，然るときは (R) 式により

$$R=\frac{\log a-\log b}{(E+1)\log T-\log\{T^{E+1}-(T-m)^E(T+Em)\}}=\frac{0.0471\,791}{0.0245\,608}=1.9209\,1$$

次に (V) 式より

$$\log V=\log a-(E+1)R\log T=5.1547\,282-1.9209\,1\times4.3554\,208=\bar{4}.7883\,568\quad\therefore\quad V=0.0006\,1427$$

以上求めたる各係數の値を增水流出量式に代入するときは

$$Q=0.0006\,1427\{22\,668-(27.5-t)^{2.026}(27.5+2.026t)\}^{1.9209\,1}$$

これ即ち**附圖第 11** に於て點線を以て示す增水曲線に相當する流出量式にしてこの式の t に種々の値を代入して得たる値に 27 000 尺^3 を加ふれば求むる各流出量式を得。即ち次表の如し

t (時間)	Q (尺^3)	Q_2' (尺^3)	t (時間)	Q (尺^3)	Q_2' (尺^3)
25	136 810	163 810	12	25 801	52 801
21	107 577	134 577	8	6 989	33 989
16	58 344	85 344	4	610	27 610

以上の結果を曲線に畫くときは**附圖第 11** に於ける增水部分の點線となる。

次ぎに減水流出量式を求めんに $t=12.5$ の時の流出量を (5) 式より求めて b と置き $t=26.5$ 及び $t=54.5$ の時の流出量を (5) 式より求めて各 c, d, と置けばそれより以後の計算は實例その 2 に於て說明せると全く同一の方法により減水式を得べし，即ち $Q_2, dH_2/dt$ 及び F' の値を求めてこれ等を (5) 式に代入して Q_2' の値を求むれば，

$t=12.5$ の場合 $Q_2'=123\,014+80\,000\,000(-0.0000\,8110\,51)=116\,530$ 尺^3

$t=26.5$ の場合 $Q_2'=\ 77\,520+80\,000\,000(-0.0000\,6053\,66)=\ 72\,677$ 〃

$t=54.5$ の場合 $Q_2'=\ 37\,183+80\,000\,000(-0.0000\,2915\,79)=\ 34\,851$ 〃

以上の値を以て減水式を求むるに

$t=0$ の場合の流出量 $Q_2'=a=169\,800$ 尺^3

$t=m=14$ 〃 〃 $Q_2'=b=116\,530$ 〃

$t=2m=28$ 〃 〃 $Q_2'=c=\ 72\,677$ 〃

$t=4m=56$ 〃 〃 $Q_2'=d=\ 34\,851$ 〃

$\log a=5.2299\,377$

$\log b=5.0664\,377$ $\qquad \log a-\log b=0.1635\,00$

$\log c=4.8613\,970$ $\qquad \log a-\log c=0.3685\,407$

$\log d=4.5422\,152$ $\qquad \log a-\log d=0.6877\,25$

今 $Z=1.0390\,8$ と假定すれば，

$$\log\beta=Z(\log a-\log b)=1.0390\,8\times0.1635\,000=0.1698\,896 \quad \therefore\ \beta=1.4787\,32$$

$$\log\delta=Z(\log a-\log d)=1.0390\,8\times0.6877\,225=0.7145\,987 \quad \therefore\ \delta=5.1832\,09$$

$$\log\gamma=Z(\log a-\log c)=1.0390\,8\times0.3685\,407=0.3829\,433 \quad \therefore\ \gamma=2.4151\,45$$

$$(\beta-1)(\delta-1)-(\gamma-1)^2=0.4787\,32\times4.1832\,09-(1.4151\,45)^2=+0.0000\,006$$

即ち $Z=1.0390\,8$ にて可なりと認む，然るときは (P) 式により

$$P=1/Z=1/1.0390\,8=0.9623\,89$$

$$N=\frac{\log(\gamma-1)-\log(\beta-1)}{\log 2}=\frac{\log 1.4151\,45-\log 0.4787\,32}{\log 2}=1.5636\,59$$

$$\log K=N\log m-\log(\beta-1)=1.5636\,59\times1.1461\,28-\bar{1}.6800=2.1120\,61 \quad \therefore\ K=129.44$$

$$\log W=\log a+P\log K=5.2299\,377+0.9623\,89\times2.1120\,61=7.2625\,62 \quad \therefore\ W=10^7\times1.8305$$

以上の値を (D) 式に代入するときは

$$Q_2'=\frac{W}{(K+t^N)^P}=\frac{10^7\times1.8305}{(129.44+t^{1.5636\,59})^{0.9623\,89}}$$

兩邊の對數を採るときは

$$\log Q_2' = 7.262562 - 0.962389 \log (129.44 + t^{1.568659})$$

上式の t に種々の値を代入して各流出量式を求むれば次の如し。

t (時間)	Q_2' (尺^3)	t (時間)	Q_3' (尺^3)
5	155 500	35	58 873
10	133 600	70	26 353
20	94 609		

以上の結果を曲線に表はすときは**附圖第 11** に於ける減水部分の點線となる。以上の流出量式及び流出量曲線は dH_1/dt の値に dH_2/dt の値を代用せしめて求め得たるものなれば該流出量式及び流出量曲線を實際の參考とすること能はざるも，若し斯くの如き流出量式及び流出量曲線が I 及び II なる地點の實測水位曲線による dH_1/dt 及び dH_2/dt の値により求め得たるものなるときは該流出量式及び流出量曲線により遊水池を締め切りたる場合 II なる地點に於ける最高流出量の増加を求め得べし，尙 II なる地點に於ける河川の横斷面積により該地點の最高水位の増加をも知ることを得べし。

次に II なる地點に於て水位 12 尺のときに門扉を開閉する樋門ありとす，而して II なる地點に於ける流出量と水位との關係は増水の場合と減水の場合とにより必ずしも一致せざるものなれども大體に於て大差なきものとすれば**附圖第 2** の流出量曲線と**附圖第 9** の水位曲線とに於て時間を對照することにより水位 12 尺の時は流出量は 54 000 尺^3 なることを知る，今**附圖第 11** に於て縱軸に於ける 54 000 尺^3 の點より長短線 (—-—-—) の如く横線を引くときは遊水池を締め切りたる前後に於て門扉の開閉時間が増水の場合 0.9 時間早くなり，減水の場合に於て又 1.2 時間早くなること明かとなる。(dH_1/dt の値に dH_2/dt の値を代用せしことにより實際の參考とならざること既に述べたる處なり)。

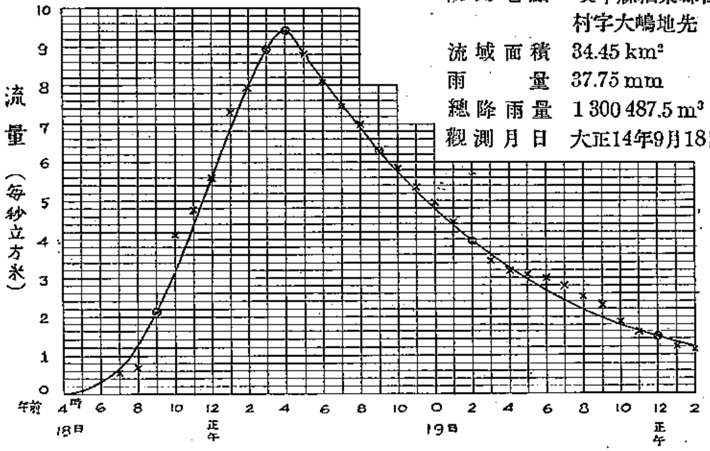
第 7 章 結　　論

本文にて誘導したる流出量式が 1 箇のみの inflection point を有する流出量曲線に對し如何なる程度迄に適用し得るかに就て第 2 章第 4 節に於て說明せるものにして，増水流出量式の適用の範圍に就ては其の說明算術的にして代數的に一般ならざる嫌ひあるも，**附圖第 6** 若しくは**附圖第 7** の如く inflection point の存在が互に相反する極端なる兩曲線の場合に適用し得る實例を示し，又 inflection point がその中間に存在する増水曲線に對しては一層容易に適用し得ること實例によりても明かなるを以て總ての増水流出量曲線に適用し得ることは容易に首肯せらるゝ處なり，尙減水流出量式が總ての減水流出量曲線に適用せらるゝことも亦說明と實例とにより充分に理解せらるゝものとす。而して以上により附圖第 8 に於ける 4 個の曲線に對しても流出量式を適用し得ることは一目瞭然とする處なり。

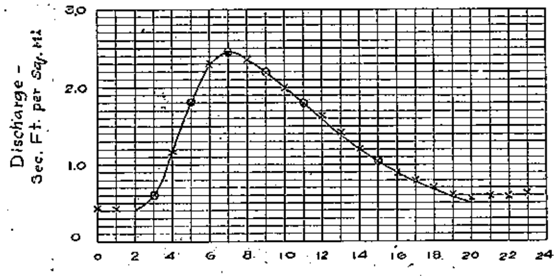
抑も河川改修工事を施工するに當り荒廢地を耕作地となさんが爲に霞堤若しくは猿尾堤內等の遊水池を締め切り又は新水路に直流せしめんが爲に迂廻水路を遮斷する等の工法は屢々計畫せらるゝ處にして，斯かる場合に最高水位の上昇程度並に樋門の門扉開閉時間の差異等の關係を知るの必要あることは當然のことにして，これ等の問題の爲に流出量式を適用して效果あることは言を俟たざる處と信ずるものなり。(完)

附圖第1

河川名	境川
觀測地點	岐阜縣稻葉郡佐原村字大嶋地先
流域面積	34.45 km²
雨量	37.75 mm
總降雨量	1 300 487.5 m³
觀測月日	大正14年9月18日以降

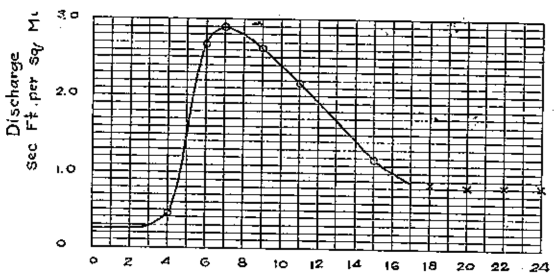


附圖第5



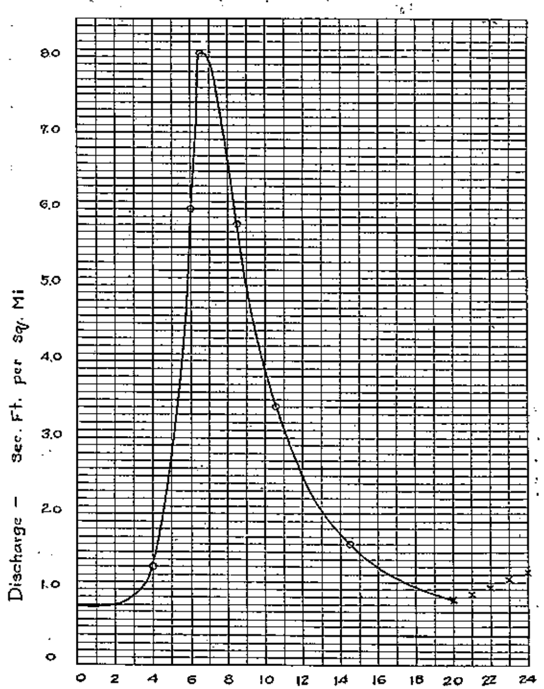
Mississippi River beteen Mouth of Sandy River and Anoka
Watershed area 12590 Sq. miles

附圖第6



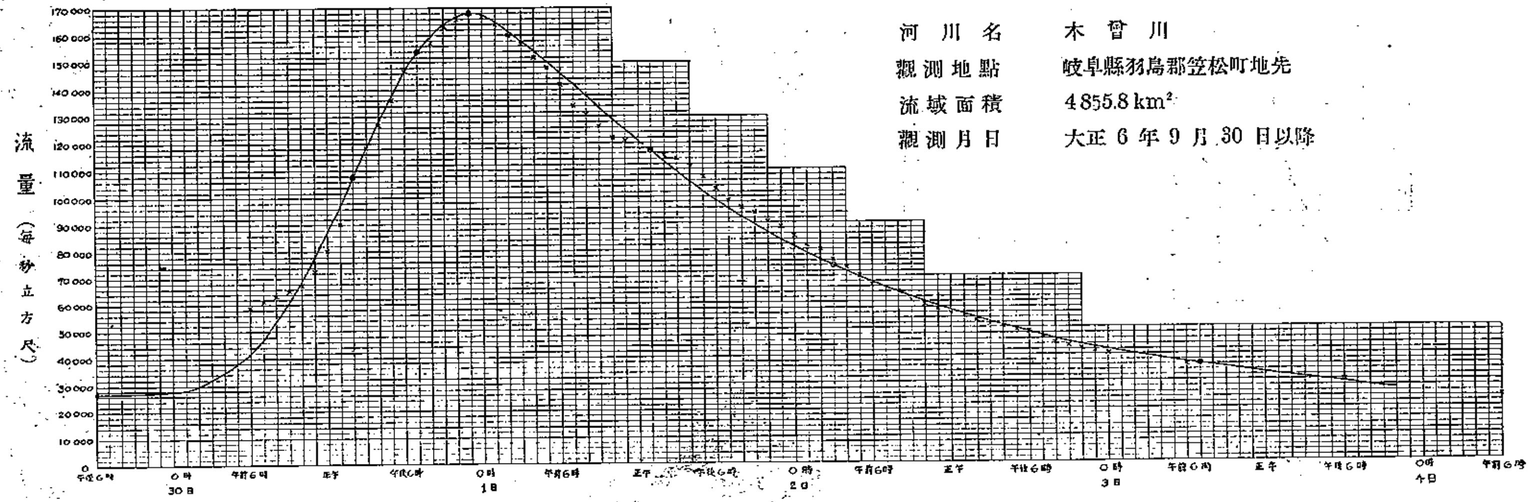
Runoff From Remainder of Watershed below Mouth of Sandy River
Watershed Area 4250 sq. miles

附圖第7



Elk River at Big Lake
Watershed area 615 Sq. miles

附圖第 2



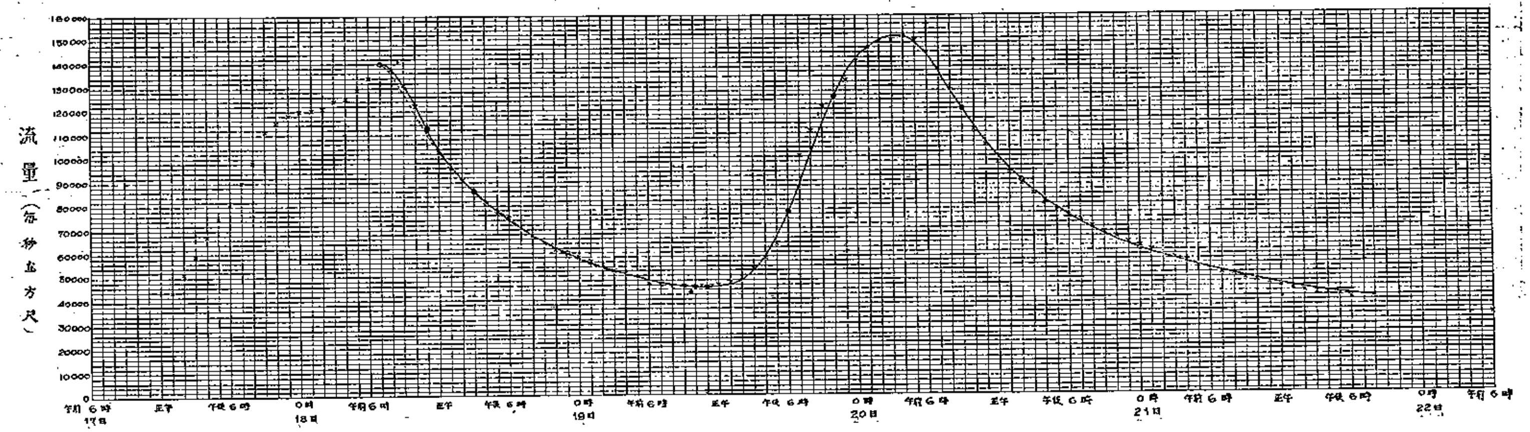
河川名　木曾川
觀測地點　岐阜縣羽島郡笠松町地先
流域面積　4855.8 km²
觀測月日　大正 6 年 9 月 30 日以降

附圖第 4　　　　附圖第 3

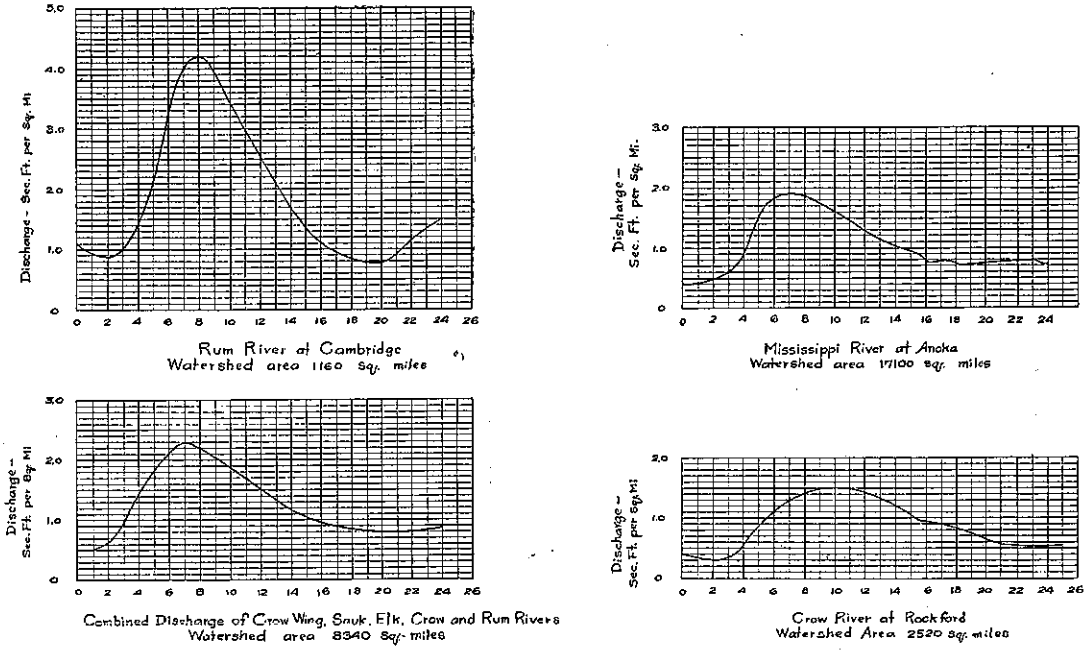
河川名　木曾川
觀測地點　岐阜縣羽島郡笠松町地先
流域面積　4855.8 km²

觀測月日　大正 6 年 10 月 17 日以降

觀測月日　大正 6 年 10 月 19 日以降



附 圖 第 8



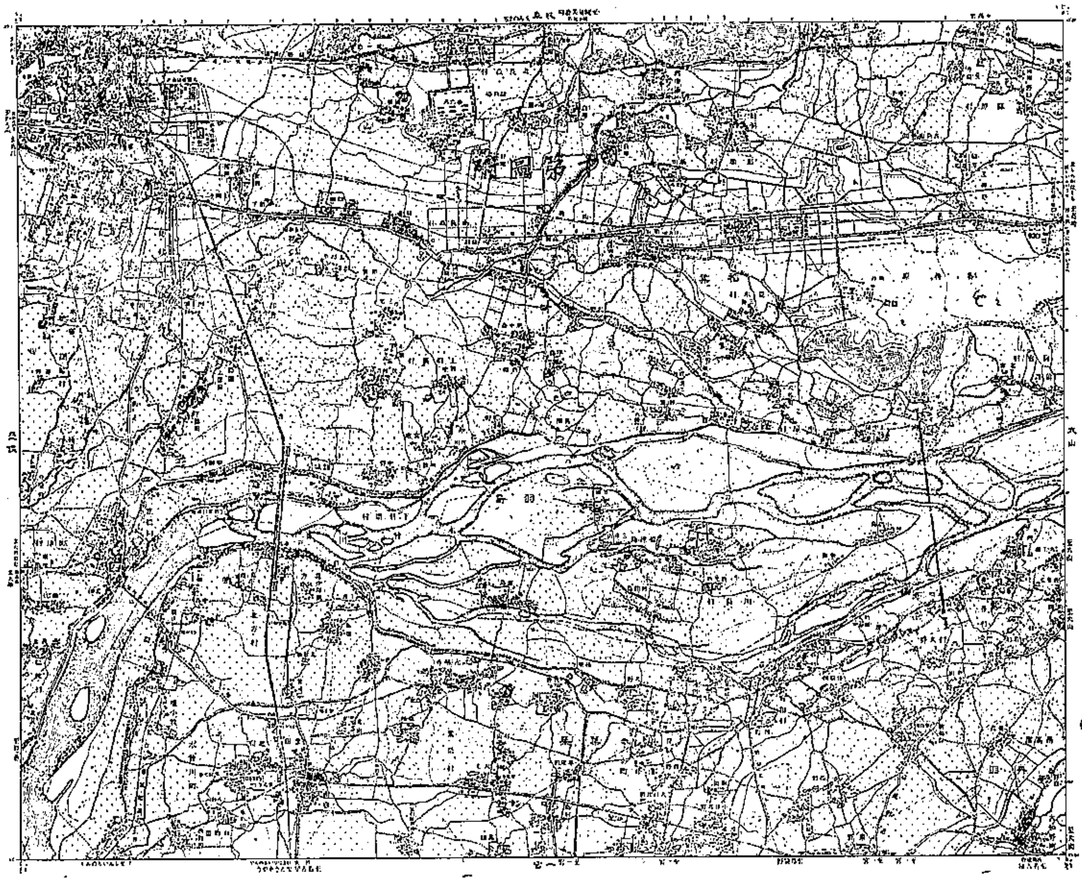
Rum River at Cambridge
Watershed area 1160 Sq. miles

Mississippi River at Anoka
Watershed area 17100 Sq. miles

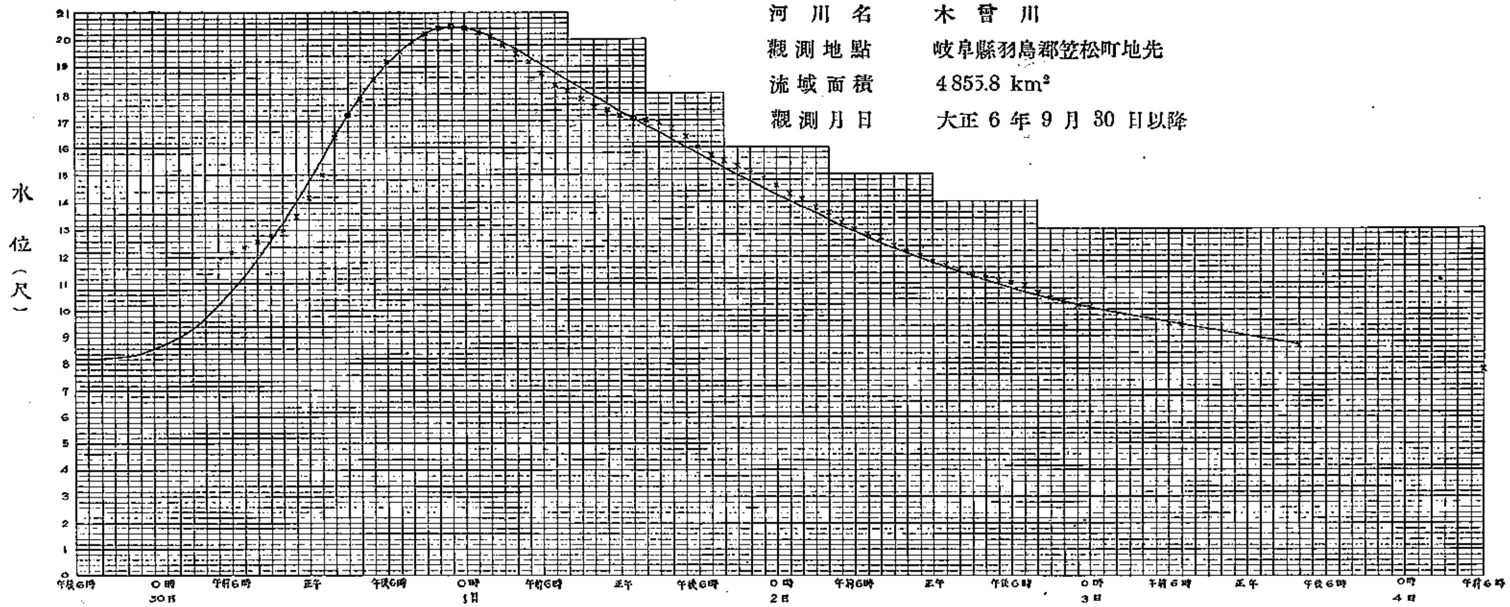
Combined Discharge of Crow Wing, Sauk, Elk, Crow and Rum Rivers
Watershed area 8340 Sq. miles

Crow River at Rockford
Watershed Area 2520 Sq. miles

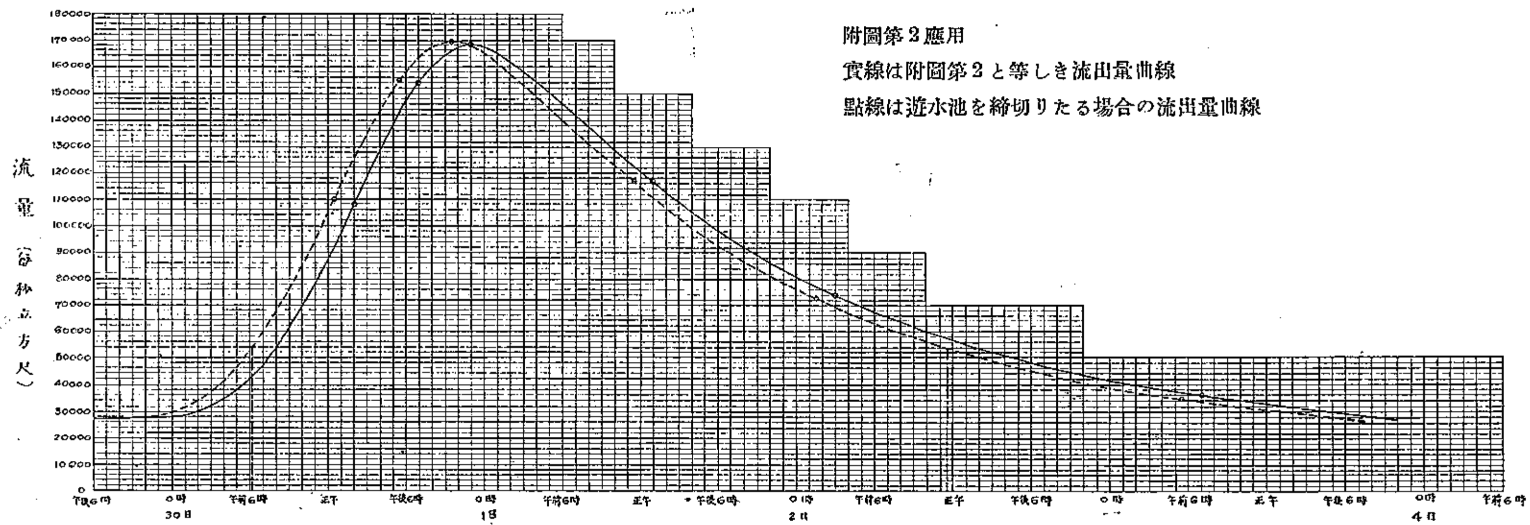
附 圖 第 10



附圖第 9


河川名　木曾川
觀測地點　岐阜縣羽島郡笠松町地先
流域面積　4 855.8 km²
觀測月日　大正 6 年 9 月 30 日以降
水位（尺）
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
午後6時
0時
30日
午前6時
正午
午後6時
0時
1日
午前6時
正午
午後6時
0時
2日
午前6時
正午
午後6時
0時
3日
午前6時
正午
午後6時
0時
4日
午前6時

附圖第 11


附圖第2應用
實線は附圖第2と等しき流出量曲線
點線は遊水池を締切りたる場合の流出量曲線
流量（每秒立方尺）
0
10000
20000
30000
40000
50000
60000
70000
80000
90000
100000
110000
120000
130000
140000
150000
160000
170000
180000
午後6時
0時
30日
午前6時
正午
午後6時
0時
1日
午前6時
正午
午後6時
0時
2日
午前6時
正午
午後6時
0時
午前6時
正午
午後6時
0時
4日
午前6時